
ECHANTILLONNAGE DES INTERFEROGRAMMES
EN SPECTROSCOPIE PAR TRANSFORMATION
DE FOURIER

Thèse de Doctorat de 3ème Cycle, par J. PINARD

Paris, 5 Novembre 1963

I - I N T R O D U C T I O N

Depuis quelques années une technique nouvelle d'analyse de spectres optiques est en voie de développement : la Spectroscopie par transformation de Fourier. Son principe est le suivant : éclairons un interféromètre à deux ondes par un faisceau de lumière parallèle provenant d'une source de répartition spectrale $B(\sigma)$, le flux lumineux sortant est une fonction $I(\delta)$ de la différence de marche δ entre les deux faisceaux ; or cette fonction n'est autre que la transformée de Fourier en cosinus (TF_{\cos}) de $B(\sigma)$, il suffit donc pour connaître $B(\sigma)$ d'enregistrer l'"Interférogramme" $I(\delta)$ puis d'effectuer la transformée de Fourier inverse.

C'est en fait Michelson qui le premier utilisa un interféromètre à grande différence de marche afin de pouvoir résoudre des structures simples ne comprenant que quelques raies ; il déduisait les écarts des observations limitées qu'il pouvait faire sur l'enveloppe de la fonction $I(\delta)$ (visibilité des franges), aussi n'était-il pas en mesure d'aborder le problème sous sa forme la plus générale : la résolution à partir de $I(\delta)$ d'un spectre complexe $B(\sigma)$.

Ce n'est que vers 1950 que Fellgett [1] et P. Jacquinot [2] ont indépendamment dégagé les avantages que pouvait posséder une méthode de spectroscopie dans laquelle le spectre serait obtenu par analyse de Fourier d'un interférogramme. L'avantage fondamental est une réduction considérable du temps T d'enregistrement par rapport aux méthodes spectrométriques classiques, en effet, chaque élément spectral est ici observé pendant la durée totale T de la mesure tandis que dans un spectromètre explorateur il ne passera devant le détecteur que pendant un temps $\frac{T}{M}$ ou M est le nombre d'éléments spectraux que l'on désire observer, d'où, toutes choses égales d'ailleurs, une réduction du temps d'enregistrement égale à M .

La première vérification expérimentale est due à Fellgett [3]. Il utilisait un interféromètre de Michelson à trièdres réfléchissants, afin d'étudier les spectres stellaires dans le proche infra-rouge ($1 \mu - 3 \mu$); le détecteur était une cellule au sulfure de plomb et le pouvoir de résolution de l'ordre de 100. Le calcul de la transformée de Fourier de $I(\delta)$ était fait par une machine EDSAC II susceptible de fournir 100 points du spectre à la minute.

J.D.Strong et G.Vanasse [4] obtenaient ensuite les premiers spectres dans l'infra-rouge lointain jusqu'à 1000μ . Ils utilisaient, comme interféromètre, un réseau lamellaire à profondeur de trait variable qui possède la propriété d'être sans parties transparentes. Le spectre était obtenu directement à partir du signal de l'interféromètre en envoyant celui-ci dans un calculateur analogique comprenant dix canaux identiques placés en parallèle, chacun d'eux étant chargé de mesurer l'intensité d'un élément spectral.

L.W.Mertz [5], cherchant à étudier les spectres stellaires vers 4000 \AA , construisit un interféromètre robuste composé uniquement d'un compensateur de Bravais placé entre polariseur et analyseur. Il pouvait ainsi obtenir une différence de marche variable allant jusqu'à 170λ vers 4000 \AA .

Cependant tous ces procédés ne permettaient d'atteindre que des pouvoirs de résolution modestes (de l'ordre de 10^2). Les premiers spectres à résolution plus élevée (2000) ont été obtenus par J.Connes et H.P.Gush [6] avec un interféromètre de Michelson classique, le nombre d'éléments spectraux étudiés allait jusqu'à 400. La méthode d'analyse de l'interférogramme était alors purement digitale et utilisait une calculatrice IBM 704 qui, à partir de N points de l'interférogramme donnait N points du spectre. La durée de calcul était alors de l'ordre de 1 heure.

Dans une étude détaillée de cette méthode [7] J.Connes a montré que la durée de calcul d'un spectre par une méthode digitale croît comme

le carré de M , aussi se heurte-t-on à de sérieuses difficultés lorsque l'on désire étudier un domaine spectral relativement étendu avec une haute résolution. Dans ce but, P. Connes a alors imaginé un calculateur spécialisé, semi-digital, semi-analogique, pouvant, à partir d'un enregistrement de l'interférogramme sur bande magnétique, reconstruire le spectre dans un temps beaucoup plus court. Ce calculateur est actuellement étudié par G. Michel [8] au laboratoire Aimé Cotton à BELLEVUE ; il permettra de calculer un spectre de 10^6 éléments spectraux en une durée de l'ordre de l'année. Ce temps, quoique environ 100 fois plus faible que celui obtenu par les méthodes digitales, reste encore trop long pour pouvoir permettre l'analyse avec un pouvoir de résolution de l'ordre de 10^6 de spectres très étendus (couvrant par exemple l'ensemble du spectre visible).

Le but de ce travail est l'étude et la réalisation d'un procédé nouveau d'enregistrement des interférogrammes qui donnera la possibilité de réduire le temps d'analyse, le ramenant à 15 jours environ pour 10^6 éléments spectraux (c'est-à-dire dans un cas extrême). Nous rappellerons d'abord rapidement les principes de la spectroscopie par transformation de Fourier et de l'analyse d'un interférogramme par échantillonnage. Après quoi nous examinerons deux méthodes d'enregistrement susceptibles de réduire le temps d'analyse, l'une basée sur la méthode de changement de fréquence de L.W. MERTZ [9], la seconde faisant appel aux propriétés de l'échantillonnage. La dernière solution étant celle que nous avons adoptée, nous passerons à sa réalisation expérimentale qui nécessite entre autre un déplacement discontinu du miroir de l'interféromètre. Nous verrons alors comment cette méthode peut avantageusement être adaptée à l'étude de sources très fluctuantes (spectres stellaires). Nous donnerons enfin une solution simple au problème de l'avancement continu et asservi du miroir d'un interféromètre, ce mode d'avancement pouvant dans certains cas être préféré.

I I - LA SPECTROSCOPIE PAR TRANSFORMATION DE FOURIER

Cette première partie est consacrée à quelques rappels des principes de la spectroscopie par transformation de Fourier. Ces résultats ont été déjà donnés par J. Connes [7]. Seul le cas de l'interféromètre de Michelson sera traité ici.

A - Généralités

Considérons un interféromètre de Michelson (figure 1) ; cet interféromètre est éclairé par un faisceau parallèle normal aux miroirs M_1 et M_2 provenant d'une source S ponctuelle, une lentille L envoie le faisceau de sortie sur un détecteur D dont le signal électrique V sera proportionnel au flux lumineux reçu.

Nous déplacerons l'un des miroirs M_2 , perpendiculairement à lui-même, avec une vitesse constante v , faisant ainsi varier la différence de marche δ entre les 2 faisceaux se propageant dans l'interféromètre, (nous prendrons comme origine du déplacement x la position de M_2 pour laquelle $\delta = 0$ et nous aurons $\delta = 2x = 2vt$).

Nous recueillerons en sortie un signal $V(t)$ que nous enregistrerons soit sur un enregistreur à plume, soit sur une bande magnétique. Cette fonction sera appelée l'interférogramme.

Supposons d'abord que notre source soit monochromatique de nombre d'onde $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$ et d'intensité I_0 .

Le flux lumineux sortant de l'interféromètre sera, en fonction de δ ,

$$I_0 \cos^2 \pi \sigma \delta = \frac{I_0}{2} (1 + \cos 2\pi \sigma \delta)$$

à une constante près, nous recueillerons donc en sortie, un signal sinusoïdal

$$V(t) = \frac{I_0}{2} \cos 2\pi \sigma 2vt = \frac{I_0}{2} \cos 2\pi Nt$$

de fréquence $N = 2\sigma v$.

.../...

Considérons maintenant une source dont la répartition de densité de luminance soit : $B(\sigma)$ (ou, après le changement de variable $N = 2\sigma v$: $\mathcal{B}(N)$). Chaque tranche $B(\sigma) d\sigma = \mathcal{B}(N) dN$ va apporter une contribution proportionnelle à :

$$\mathcal{B}(N) \cdot dN \cdot \cos 2\pi N t$$

le signal de sortie sera donc donné par l'expression :

$$V(t) = \int_0^{\infty} \mathcal{B}(N) \cos 2\pi N t \, dN \quad (1) \quad (\text{à un facteur multiplicatif près})$$

Ce signal peut être exprimé en fonction de la différence de marche auquel cas nous avons :

$$I(\delta) = \int_0^{\infty} B(\sigma) \cos 2\pi \sigma \delta \, d\sigma \quad (2)$$

et nous utiliserons indifféremment (1) ou (2) qui se déduisent l'une de l'autre par les changements de variable $\delta = 2vt$ et $N = 2\sigma v$

La figure 2 donne quelques types particuliers de spectres $B(\sigma)$ et d'interférogrammes $I(\delta)$

a) Raie monochromatique $B(\sigma) = \delta(\sigma - \sigma_0)$

dans ce cas

$$I(\delta) = \int_0^{\infty} \delta(\sigma - \sigma_0) \cos 2\pi \sigma \delta \, d\sigma = \cos 2\pi \sigma_0 \delta$$

b) Profil Doppler $B(\sigma) = e^{-k(\sigma - \sigma_0)^2}$

Nous avons alors

$$I(\delta) = e^{-\frac{\pi^2 \delta^2}{k}} \cos 2\pi \sigma_0 \delta$$

c) Profil rectangulaire

$$B(\sigma) = 1 \quad \text{pour} \quad \sigma_1 \leq \sigma \leq \sigma_2$$

$$B(\sigma) = 0 \quad \text{pour} \quad \begin{array}{l} \sigma > \sigma_2 \\ \sigma < \sigma_1 \end{array}$$

$$I(\delta) = \frac{\sin 2\pi \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \delta \cdot \cos 2\pi \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} \delta}{\pi \delta}$$

.../...

Nous remarquons que $I(\delta)$ est toujours une fonction paire :
 $I(\delta) = I(-\delta)$, il n'est donc pas nécessaire de la mesurer pour des valeurs de δ négatives.

Connaissant l'interférogramme sous sa forme $I(\delta)$ (ou $V(t)$) il s'agit de retrouver $B(\sigma)$ (ou $\beta(N)$).

Nous allons montrer que l'opération mathématiquement définie est une simple transformation de Fourier.

Partons de la relation (2) $I(\delta) = \int_0^{\infty} B(\sigma) \cos 2\pi\sigma\delta \, d\sigma$

Nous pouvons l'écrire :

$$I(\delta) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} B(\sigma) e^{2\pi j\sigma\delta} \, d\sigma + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} B(\sigma) e^{-2\pi j\sigma\delta} \, d\sigma$$

puis en faisant le changement de variable σ en $-\sigma$ dans la seconde intégrale

$$I(\delta) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} B(\sigma) e^{2\pi j\sigma\delta} \, d\sigma + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} B(-\sigma) e^{2\pi j\sigma\delta} \, d\sigma$$

Introduisons maintenant deux nouvelles fonctions sans signification physique et définies de $-\infty$ à $+\infty$: $B^+(\sigma)$ et $B^-(\sigma)$

$B^+(\sigma)$ représentée par la figure 3a est telle que

$$B^+(\sigma) \equiv B(\sigma) \quad \text{pour } \sigma > 0$$

$$B^+(\sigma) \equiv 0 \quad \text{pour } \sigma < 0$$

et $B^-(\sigma)$ (figure 3b) telle que

$$B^-(\sigma) \equiv B(-\sigma) \quad \text{pour } \sigma < 0$$

$$B^-(\sigma) \equiv 0 \quad \text{pour } \sigma > 0$$

Nous observons que

$$I(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B^+(\sigma) + B^-(\sigma)}{2} e^{2\pi j\sigma\delta} \, d\sigma$$

et $I(\delta)$ est la transformée de Fourier d'une fonction

$$B_p(\sigma) = \frac{B^+(\sigma) + B^-(\sigma)}{2} \quad (\text{figure 3c})$$

.../...

$B_p(\sigma)$ se déduit donc de $I(\delta)$ en faisant sa transformée inverse

$$B_p(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\delta) e^{-2\pi j \sigma \delta} d\delta$$

d'où $B_p(\sigma)$ puisque pour

$$\sigma \geq 0 \quad B_p(\sigma) = \frac{B(\sigma)}{2}$$

$I(\delta)$ étant symétrique, nous avons :

$$B_p(\sigma) = 2 \int_0^{\infty} I(\delta) \cos 2\pi \sigma \delta d\delta$$

(si δ est une fonction linéaire du temps t , cette relation devient :

$$B_p(N) = 2 \int_0^{\infty} V(t) \cos 2\pi N t dt$$

En pratique, il y aura donc dans tout problème deux étapes :

- 1°) l'enregistrement d'un interférogramme $I(\delta)$ pour $\delta > 0$
- 2°) le calcul du spectre $B_p(\sigma)$ en prenant la transformée de Fourier en cosinus de $I(\delta)$.

B - Fonction d'appareil

En réalité $I(\delta)$ n'est enregistré que pour des valeurs de δ comprises entre 0 et Δ_m (donc connu de $-\Delta_m$ à $+\Delta_m$, $I(\delta)$ étant symétrique).

Nous avons donc toujours à prendre la transformée de Fourier, non pas de $I(\delta)$ mais du produit de $I(\delta)$ par une fonction $A(\delta)$ nulle en dehors de l'intervalle $(-\Delta_m, +\Delta_m)$ et inférieure ou égale à 1 dans cet intervalle. Or d'après un théorème sur les convolutions :

$$T F \quad I(\delta) \times A(\delta) = T F (I(\delta) \star T F (A(\delta)))$$

nous n'obtiendrons donc pas $B_p(\sigma)$ mais

$$B'_p(\sigma) = B_p(\sigma) \star \mathcal{H}(\sigma) \quad (\text{figure 4})$$

où $\mathcal{H}(\sigma) = T F (A(\delta))$.

La fonction d'appareil est définie comme étant la réponse lorsque $B(\sigma)$ se réduit à $\delta(\sigma - \sigma_0)$.

$$\text{Nous avons alors } B_p(\sigma) = \frac{1}{2} \left[\delta(\sigma - \sigma_0) + \delta(\sigma + \sigma_0) \right]$$

et par suite

$$B_p'(\sigma) = \frac{1}{2} \left[\mathcal{H}(\sigma - \sigma_0) + \mathcal{H}(\sigma + \sigma_0) \right]$$

La figure 5 représente 2 fonctions d'appareil particulières :

a) $A_1(\delta)$ est une fonction rectangulaire

$$\begin{aligned} A_1(\delta) &= 1 \quad \text{pour} \quad -\Delta_m < \delta < +\Delta_m \\ &= 0 \quad \text{ailleurs.} \end{aligned}$$

Nous avons alors :

$$\mathcal{H}_1(\sigma) = \frac{\sin 2\pi\sigma\Delta_m}{2\pi\sigma\Delta_m}$$

b) $A_2(\delta)$ est une fonction triangulaire

$$A_2(\delta) = 1 - \frac{|\delta|}{\Delta_m}$$

auquel cas :

$$\mathcal{H}_2(\sigma) = \left[\frac{\sin 2\pi\sigma\Delta_m}{2\pi\sigma\Delta_m} \right]^2$$

Nous pouvons remarquer que cette seconde fonction quoique plus large que la première, possède des maxima secondaires beaucoup moins importants, nous dirons que nous avons apodisé la fonction d'appareil.

C - Pouvoir de résolution théorique

Le critère de Rayleigh permet de nous donner, comme dans le cas des spectromètres à fentes, une valeur de la limite de résolution $\delta\sigma$ à condition que la fonction d'appareil ne soit pas trop différente de celle qui est obtenue avec ces appareils. Nous pouvons donc l'appliquer dans le cas de l'apodisation triangulaire et nous obtenons alors :

$$\delta\sigma = \frac{1}{\Delta_m} \dots/\dots$$

Cette apodisation sera supposée systématiquement utilisée par la suite.

En définissant le pouvoir de résolution R par $\frac{\sigma}{\delta\sigma}$ nous trouvons:

$R = \frac{\sigma}{\frac{\lambda}{\Delta_m}} = \sigma \Delta_m = \frac{\Delta_m}{\lambda}$, il est égal au nombre de franges enregistrées.

En posant $\Delta\sigma = \sigma_M - \sigma_m$ égal à l'intervalle spectral occupé par le spectre étudié, le nombre M d'éléments spectraux contenus dans cet intervalle est par définition :

$$M = \frac{\Delta\sigma}{\delta\sigma}$$

on voit qu'il peut aussi s'écrire :

$$M = \Delta\sigma \cdot \Delta_m$$

I I I - ANALYSE D'UN INTERFEROGRAMME PAR ECHANTILLONNAGE ET CALCUL NUMERIQUE

A - Principe

L'analyse d'un interférogramme $I(\delta)$ par calcul numérique ne peut se faire qu'en utilisant une suite discontinue de valeurs. Il faudra donc échantillonner l'interférogramme en ne mesurant que des valeurs $I(n\Delta)$ ou Δ représente l'intervalle entre deux échantillons (figure 6).

Nous allons examiner l'influence de cette opération sur le spectre et montrer comment le calcul peut, à partir de ces données discrètes, le reconstituer.

L'opération d'échantillonnage est équivalente à un produit par un peigne de Dirac de pas Δ

$$P_{\Delta}(\delta) = \sum_n \delta(\delta - n\Delta) \quad (\text{figure 6b})$$

La transformée de Fourier que nous calculerons sera donc celle du produit de $I(\delta)$ par $P_{\Delta}(\delta)$:

$$\begin{aligned} \text{TF} [I(\delta) \cdot P_{\Delta}(\delta)] &= \text{TF} [I(\delta)] \star \text{TF} [P_{\Delta}(\delta)] \\ &= B_p(\sigma) \star P_{\Sigma}(\sigma) \end{aligned}$$

et l'opération correspondante effectuée sur le spectre $B_p(\sigma)$ est une convolution par la transformée de Fourier de $P_{\Delta}(\delta)$, c'est-à-dire par un peigne de Dirac $P_{\Sigma}(\sigma)$ de pas $\Sigma = \frac{1}{\Delta}$.

Nous obtenons un nouveau spectre $B_{p\Sigma}(\sigma)$ qui n'est autre que $B_p(\sigma)$ répété avec une période Σ . Il sera donc nécessaire pour que la forme du spectre ne soit pas perturbée par l'échantillonnage que Σ soit tel qu'il n'y ait pas de recouvrements, ce sera le cas si par exemple

$$\Sigma > 2\sigma_M \quad (\text{figure 6})$$

On peut alors montrer que le calcul de l'intégrale se ramène à celui d'une somme :

$$B_{P_{\Sigma}}(\sigma) = TF [I(\delta) \cdot P_{\Delta}(\delta)] = \int_{-\Delta_m}^{+\Delta_m} I(\delta) P_{\Delta}(\delta) e^{-2\pi j \sigma \delta} d\delta$$

soit :

$$B_{P_{\Sigma}}(\sigma) = \sum_{n=-\frac{\Delta_m}{\Delta}}^{\frac{\Delta_m}{\Delta}} I(n\Delta) \cos 2\pi \sigma n\Delta = I_0 + 2 \sum_{n=1}^{\frac{\Delta_m}{\Delta}} I(n\Delta) \cos 2\pi \sigma n\Delta$$

Les procédés de calcul de cette somme seront étudiés plus loin

B - Choix du pas Δ optimum

Le nombre d'éléments de la somme dépend du pas Δ ; il sera d'autant plus petit que Δ sera plus grand. Nous aurons donc intérêt à avoir le plus grand pas Δ possible. Différents cas peuvent se présenter suivant que :

$\sigma_m < \Delta \sigma$ (cas d'un domaine spectral relativement étendu)

$\sigma_m \geq \Delta \sigma$ (cas d'un domaine spectral relativement étroit)

1°) $\sigma_m < \Delta \sigma$ (figure 7 a)

Nous observons que nécessairement, pour qu'il n'y ait pas de recouvrements, le pas Σ doit être supérieur ou égal à $2 \sigma_M$ d'où $\Delta \leq \frac{1}{2 \sigma_M}$
(Dans le cas de la figure (7 a) $\Sigma = 2 \sigma_M$).

Nous sommes dans le cas le plus défavorable et le nombre d'échantillons est alors :

$$N = \frac{\Delta_m}{\Delta} = 2 \cdot R_M \quad (R_M \text{ étant le pouvoir de}$$

résolution de l'appareil correspondant à σ_M).

2°) $\sigma_m \geq \Delta \sigma$ (figure 7 b)

Nous écrirons alors que :

$$\sigma_m = k \Delta \sigma + \varepsilon = k (\Delta \sigma + \alpha)$$

k étant un entier (le plus grand) et α tel que $\varepsilon = \alpha k$.

Nous remarquons alors que si $\Sigma = 2 (\Delta \sigma + \alpha)$ les spectres se reproduisent alternativement dans un sens puis dans l'autre sans se recouvrir, c'est
.../...

d'autre part le plus petit pas possible (figure 7 b); si $\xi = \Delta = 0$ alors $\xi = 2 \Delta \sigma$, c'est le cas le plus favorable, le pas Δ est alors égal à $\frac{1}{2 \Delta \sigma}$ et le nombre N d'échantillons égal à :

$$N = \frac{\Delta_m}{\Delta} = \frac{2 \Delta \sigma}{\Delta \sigma} = 2 M$$

c'est-à-dire au double du nombre d'éléments spectraux cherché.

C - Reconstitution du spectre

L'analyse numérique de l'interférogramme nous donnera une suite de valeurs discrètes du spectre entre lesquelles on devra interpoler. Le problème revient à connaître le nombre minimum de points du spectre qu'il faut calculer afin de pouvoir le reconstituer totalement. La solution nous est fournie par le théorème d'échantillonnage, en effet, $B'_p(\sigma)$ étant la transformée de Fourier d'une fonction $I'(\delta) = I(\delta) A(\delta)$ nulle en dehors du domaine $(-\Delta_m, +\Delta_m)$, nous pourrions l'échantillonner avec un pas $\frac{1}{2 \Delta_m}$ (fig. 8). Le spectre ainsi obtenu aura pour transformée de Fourier une fonction périodique de période $2 \Delta_m$ et identique à $I'(\delta)$ pendant chaque période.

Nous observons alors que le produit de cette fonction par une fonction rectangulaire $A(\delta)$ redonne $I'(\delta)$, il suffira donc, pour obtenir le spectre $B'_p(\sigma)$, de faire la convolution du spectre échantillonné par une fonction $\mathcal{H}(\sigma) = \text{TF}(A(\delta))$. Nous en concluons que le spectre nécessite la connaissance d'un nombre de points au moins égal à $\frac{\Delta \sigma}{\frac{1}{2 \Delta_m}} = 2 M$ c'est-à-dire 2 points par élément spectral.

D - Méthode et durée de calcul

Comme nous l'avons vu, la calculatrice devra effectuer la somme

$$I_0 + 2 \sum_n I(n\Delta) \cos 2\pi \sigma n \Delta$$

pour un certain nombre de valeurs de σ .

Pour chaque point du spectre la machine aura donc à faire :

- 1°) le calcul des $\cos 2\pi \sigma n \Delta$ en utilisant par exemple la formule de récurrence de Tchebitcheff

.../...

$$\cos 2\pi\sigma n\Delta = 2 \cos 2\pi\sigma\Delta \cdot \cos 2\pi\sigma(n-1)\Delta - \cos 2\pi\sigma(n-2)\Delta$$

2°) le produit de chacun des $I(h\Delta)$ par le cosinus correspondant :

$$I(h\Delta) \cos 2\pi\sigma n\Delta$$

3°) la somme finale :

$$I_0 + 2 \sum_1^N I(h\Delta) \cos 2\pi\sigma n\Delta$$

La durée de calcul d'une somme étant beaucoup plus faible que celle d'un produit, il s'en suit que la durée totale de calcul sera approximativement égal à N fois la durée de calcul γ d'un terme $I(h\Delta) \cos 2\pi\sigma n\Delta$

En conclusion, la durée totale de calcul d'un spectre contenant M éléments spectraux et en analysant N échantillons de l'interférogramme sera :

$$T = 2\gamma M N$$

En utilisant une calculatrice IBM 704 et le programme mis au point par J. Connes [1] $\gamma = 10^{-3}$ sec.

Nous avons vu d'autre part, au paragraphe précédent, que le pas Δ maximum que l'on pouvait atteindre était de $\frac{1}{2\Delta\sigma}$ soit $N = 2M$.
D'où nous déduisons que le temps minimum que mettra la machine pour calculer un spectre dans le cas le plus favorable sera :

$$4\gamma M^2 \text{ sec} \approx 4 \cdot 10^{-3} M^2 \text{ sec}$$

si $M = 10^3$ [7]

il est de l'ordre de l'heure.

Si nous désirons analyser un spectre s'étendant de 12.000 cm^{-1} à 28.000 cm^{-1} (spectre visible) avec une résolution de $2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ ($\Delta_m = 50 \text{ cm}$).

Nous trouvons $M = 8 \cdot 10^5$
 $N = 2,8 \cdot 10^6$

et $T \approx 140 \text{ ans.}$

I V - ANALYSE DE L'INTERFEROGRAMME PAR CALCUL ANALOGIQUE

Une méthode d'analyse plus spécialisée, donc plus souple d'utilisation que celle décrite précédemment, consiste à faire de façon analogique toutes les opérations de la transformée de Fourier.

En prenant comme variable d'intégration le temps t (II A), nous ferons pour chaque valeur de la fréquence N .

1°) le produit $V(t) \cos 2\pi N t$

2°) l'intégration dans le temps du résultat obtenu, elle nous donnera :

$$B(N) = \int_0^T V(t) \cos 2\pi N t dt$$

Le procédé d'enregistrement le mieux adapté à cette méthode, et susceptible de donner les meilleures performances quant au temps d'analyse, consiste à faire l'enregistrement de $I(\delta(t)) = V(t)$ sur une bande magnétique, la lecture de cette bande donnant directement $V(t)$ un grand nombre de fois de suite.

Caractéristiques de l'enregistrement magnétique

L'ensemble constitué par la tête d'enregistrement et la bande possède une certaine limite de résolution linéaire, il s'en suit qu'à la vitesse maximum de défilement de la bande v_B , l'enregistreur possède une fréquence de coupure F_c , par suite, l'analyse des $\Delta_m \sigma_M$ périodes de la fréquence optique la plus élevée de l'interférogramme demandera un temps minimum

$$\gamma = \frac{\Delta_m \sigma_M}{F_c}$$

la longueur de bande nécessaire à l'enregistrement de l'interférogramme étant :

$$l = v_B \frac{\Delta_m \sigma_M}{F_c}$$

(Si T est la durée totale de l'enregistrement et N_M la fréquence maximum à enregistrer, ces relations deviennent

$$\gamma = \frac{T N_M}{F_c} \quad \text{et} \quad l = v_B \frac{T N_M}{F_c} \quad \dots/\dots$$

Exemple

Reprenons le spectre étudié précédemment avec la méthode numérique (III D).

Si nous utilisons un enregistreur dont la bande passante est de 70 KHZ à la vitesse maximum de défilement de 1,5 m/s (enregistreur CDC), nous trouvons un temps de calcul de 20 s. par point du spectre (la longueur de la bande correspondante étant de 30 m.), or le spectre comprend 8.10^5 éléments spectraux, d'où la durée totale de la mesure est de l'ordre de 1 an.

Quoique beaucoup plus court que celui donné par le calcul numérique, ce temps reste encore inacceptable, aussi allons-nous étudier maintenant différents procédés susceptibles de réduire ce temps.

Nous examinerons tout d'abord la méthode d'hétérodynage de L.Mertz 9 et nous verrons comment elle peut être appliquée à un problème à grand nombre d'éléments spectraux.

Nous donnerons ensuite une autre possibilité, faisant appel cette fois aux propriétés de l'échantillonnage.

V - METHODE DE CHANGEMENT DE FREQUENCE DE L.W. MERTZ

A - Principe

Cette méthode consiste à déplacer les fréquences par hétérodynage avant de faire la transformée de Fourier.

Soit $V(t)$ l'interférogramme d'un spectre $B_p(N)$ (de domaine spectral $\Delta N = N_m - N_m$). Nous aurons (II A)

$$B_p(N) = \int V(t) e^{-2\pi j N t} dt$$

par suite :

$$B_p(N+N_0) = \int [V(t) e^{-2\pi j N_0 t}] e^{-2\pi j N t} dt$$

Ainsi nous pouvons, en choisissant N_0 , et en prenant la transformée de Fourier de

$$V(t) e^{-2\pi j N_0 t} = V(t) \cos 2\pi N_0 t - j V(t) \sin 2\pi N_0 t$$

translater le spectre afin de l'amener à se trouver au voisinage de la fréquence 0.

La figure 9 montre comment cette suite d'opérations peut être réalisée, en calculant :

1°) les produits $V_1(t) = V(t) \cos 2\pi N_0 t$

$$V_2(t) = V(t) \sin 2\pi N_0 t$$

2°) les transformées de Fourier

$$B_1(N) = T.F. [V_1(t)]$$

$$B_2(N) = -j T.F. [V_2(t)]$$

Comme V_1 est une fonction paire et V_2 une fonction impaire, nous avons :

$$B_1(N) = T.F. \cos [V_1(t)]$$

$$B_2(N) = T.F. \sin [V_2(t)]$$

3°) la somme

$$B_1(N) + B_2(N)$$

elle nous donnera : $B_p(N + N_0)$

(Remarque : la connaissance séparée de $\mathcal{B}_1(N)$ et $\mathcal{B}_2(N)$ permet d'obtenir non seulement $\mathcal{B}_p(N_0 + N)$ mais aussi $\mathcal{B}_p(N_0 - N) = \mathcal{B}_1(N) - \mathcal{B}_2(N)$.

Propriétés

Reprenons les interférogrammes $v_1(t)$ et $v_2(t)$ des spectres $\mathcal{B}_1(N)$ et $j\mathcal{B}_2(N)$ (figure 10) en supposant $N_0 = \frac{N_M + N_m}{2}$, nous observons qu'après filtrage par un filtre passe-bas de bande passante $\frac{\Delta N}{2}$ éliminant ainsi les parties des spectres situées au voisinage des fréquences $2N_0$ et $-2N_0$, nous pouvons échantillonner chacun des interférogrammes avec un pas $\frac{1}{\Delta N}$ (correspondant à $\frac{1}{\Delta\sigma}$ dans le système de variables σ, δ) c'est-à-dire au moins deux fois plus grand que le pas que nous aurions pu utiliser sans changement de fréquence (III B) et la calculatrice aura, pour chacune des transformées de Fourier, à analyser un nombre N d'échantillons deux fois plus petit.

La somme des spectres correspondant à ces deux interférogrammes échantillonnés va nous donner $\mathcal{B}_p(N_0 + N)$.

Nous voyons ainsi que le gain minimum apporté par cette méthode est de 2 (dû au fait que le pas d'échantillonnage $\frac{1}{\Delta N}$ est deux fois plus grand). En fait, elle permet, ayant un spectre étendu, de pouvoir en faire l'analyse d'une région bien déterminée dans un temps minimum ; il suffira pour cela de prendre N_0 au centre du domaine spectral cherché. Le gain par rapport à la méthode classique peut alors devenir très important ; il est donné par la relation $2 \frac{N_M}{\Delta N}$ (ΔN étant la largeur du domaine spectral à étudier $\Delta N \ll N_M$).

Cette méthode peut être utilisée avec enregistrement magnétique. Nous observons qu'alors le gain augmente d'un facteur 2, dû au fait que les 2 transformées de Fourier (en sinus et cosinus) peuvent être effectuées simultanément.

B - Adaptation de la méthode aux domaines spectraux étendus

Considérons un spectre $B_p(N)$ et appliquons lui la méthode de changement de fréquence en utilisant différents signaux $e^{2\pi jN_1 t}$, $e^{2\pi jN_2 t}$, $e^{2\pi jN_3 t}$ $e^{2\pi jN_p t}$ équidistants en fréquence: $N_2 - N_1 = N_3 - N_2$ = $\frac{\Delta N}{p}$ (fig.11), nous avons donc $2p$ interférogrammes (2 pour chaque N_n). Chacun d'eux est ensuite filtré par un filtre passe-bas de largeur $\frac{\Delta N}{2p}$ puis enregistré sur une bande magnétique.

Ainsi, comme le montre la figure 11, nous avons découpé notre spectre en p tranches de largeur $\frac{\Delta N}{p}$ chacune d'elles étant reportée au voisinage de la fréquence 0. L'analyse simultanée de ces $2p$ interférogrammes par un signal de fréquence N ($0 < N < \frac{\Delta N}{2p}$) va donner directement $2p$ éléments du spectre.

$$\begin{matrix} B_p(N_1 + N) & B_p(N_2 + N) & B_p(N_p + N) \\ B_p(N_1 - N) & B_p(N_2 - N) & B_p(N_p - N) \end{matrix}$$

ainsi le gain obtenu par rapport à la méthode classique (IV) sera de

$$G = 4p^2 \frac{N_M}{\Delta N}$$

(Le facteur $2p \frac{N_M}{\Delta N}$ étant dû au fait que les fréquences maximales à enregistrer sont dans ce rapport).

Dans le système de variable δ , σ , ce gain est donné par $4p^2 \frac{\sigma_M}{\Delta \sigma}$

Exemple - Reprenons le spectre étudié précédemment (III D) où $\Delta \sigma = 16.000 \text{ cm}^{-1}$, et partageons le en 4 tranches de largeur 4.000 cm^{-1} . Nous aurons à effectuer la méthode de changement de fréquence en utilisant des fréquences N_1 N_4 correspondant aux nombres d'onde :

$$\sigma_1 = 14.000 \text{ cm}^{-1} \quad \sigma_2 = 18.000 \text{ cm}^{-1} \quad \sigma_3 = 22.000 \text{ cm}^{-1} \quad \sigma_4 = 26.000 \text{ cm}^{-1}$$

le gain G sera alors de :

$$4 \times p^2 \frac{\sigma_M}{\Delta \sigma} = 112$$

Sachant que si nous n'avions pas utilisé cette méthode le temps d'analyse

.../...

des $8 \cdot 10^5$ éléments spectraux aurait été de 1 an (IV), il sera maintenant de l'ordre de 4 jours environ.

Cette méthode nécessite la connaissance de signaux N_1, N_2, \dots, N_p de fréquence et de phase bien déterminées, qu'il est difficile d'obtenir à partir d'un signal de référence sans utiliser des méthodes de démultiplication complexes. Aussi y avons-nous préféré la méthode que nous allons étudier maintenant et qui, bien que moins efficace, possède l'avantage de pouvoir être réalisée plus facilement.

C - Réduction du temps d'analyse par emploi d'un polychromateur et d'un enregistrement multicanal.

Considérons l'interférogramme $V(t)$ d'un spectre étendu $B_p(N)$ (fig.12) et, utilisant un polychromateur placé directement à la sortie de l'interféromètre, séparons dans $V(t)$ les interférogrammes $V_1(t) \dots V_p(t)$ de p régions du spectre de largeur $\frac{\Delta N}{p}$ et telles que $N_m = K \frac{\Delta N}{p}$.

Chacun de ces p interférogrammes pourra alors être échantillonné avec un pas $\frac{P}{2 \Delta N}$ (III B_2). Cette opération aura pour effet de faire (fig.12), pour chacun des p spectres, un véritable changement de fréquence, amenant séparément chacune des régions $(k+n) \frac{N}{p}$, $(k+n+1) \frac{N}{p}$ au voisinage de la fréquence 0, de 0 à $\frac{\Delta N}{p}$.

Les p interférogrammes échantillonnés seront alors enregistrés séparément sur p pistes d'une bande magnétique afin de pouvoir être analysés simultanément.

Ainsi nous observons que :

1°) la fréquence maximum à enregistrer est $\frac{\Delta N}{p}$ au lieu de N_M . dans le cas où l'on ne fait pas d'échantillonnage préalable, c'est-à-dire un gain dans le temps d'analyse de

$$\frac{P}{\Delta N} N_M = K + p$$

.../...

2°) l'analyse simultanée des p enregistrements par un même signal sinusoidal va donner directement p éléments du spectre d'où un nouveau gain de p .

Le gain total qu'apporte cette nouvelle méthode sur le temps d'analyse d'un interférogramme est :

$p^2 \frac{N}{\Delta N} = p(k+p)$, il est de 4 fois plus faible que celui que l'on aurait pu obtenir en utilisant la méthode de L. Mertz avec le même découpage du spectre. Le temps d'analyse de notre spectre (IV) sera donc cette fois de 16 jours.

D - Schéma d'ensemble d'une méthode d'enregistrement d'interférogrammes échantillonnés

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, les p interférogrammes doivent être échantillonnés avec un même pas $\frac{P}{2\Delta N}$ avant leur enregistrement

Cela sera possible en faisant varier la différence de marche δ de l'interféromètre non plus de façon linéaire, mais de façon que δ soit constant et égal à $h\Delta$ pendant un temps ΔT ; au bout de ce temps, δ passera à $(n+1)\Delta$ comme le montre la figure 14.

Le signal lumineux à la sortie de l'interféromètre (fig.13) passera dans un polychromateur et à chacun des p faisceaux sortant correspondra un canal d'enregistrement bien déterminé.

Chaque canal comprendra (fig.13)

- un récepteur R_p qui sera suivi d'un intégrateur I_p ; celui-ci sera chargé d'intégrer pendant toute la durée ΔT de stationnement le signal $I_p(n\Delta)$ au du récepteur ;

- une porte P_p qui isole l'intégrateur du reste du circuit ; elle s'ouvrira pendant un court instant au bout du temps ΔT afin de permettre au signal de l'intégrateur (proportionnel à $\Delta T \times I(h\Delta)$) d'être mis en mémoire.

.../...

- une mémoire M_p qui sera chargée de conserver le signal $\Delta T \times I(n\Delta)$ pendant toute la durée ΔT du stationnement suivant;
- La fermeture de la porte P_p entraîne le passage de $\delta_n = n\Delta$ à $\delta_{n+1} = (n+1)\Delta$ ainsi que la remise à zéro de l'intégrateur lequel commencera une nouvelle intégration avec un signal $I((n+1)\Delta)$;
- le signal de la mémoire M_p est enregistré sur l'une des pistes de la bande magnétique.

E - Le Bruit dans la méthode d'enregistrement pas à pas.

Cette question a été étudiée par J. Connes [7], les conclusions sont les suivantes : la méthode d'enregistrement d'interférogramme pas à pas permet avantageusement de s'affranchir du filtrage du signal $V(t)$ qu'il était nécessaire d'effectuer avant l'échantillonnage dans les méthodes utilisant un enregistrement continu, ce filtrage étant difficile à réaliser de façon idéale (filtre de bande passante rectangulaire).

Comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent, le miroir mobile avance de façon discontinue et pendant chaque arrêt nous intégrons le signal du récepteur $I(n\Delta)$, ainsi pendant toute la durée de l'expérience le signal lumineux est intégré ; nous aurons donc à l'analyse un rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ optimum.

V I - AVANCEMENT DISCONTINU DU MIROIR D'UN INTERFEROMETRE DE MICHELSON

A - Problème

1 - Afin de pouvoir appliquer la méthode de spectroscopie par transformation de Fourier avec enregistrement pas à pas, nous avons été amenés à considérer le problème du déplacement de l'un des miroirs de l'interféromètre. Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, ce déplacement $x(t)$ doit se faire suivant une loi bien déterminée, de telle façon que $x(t)$ soit constant et égal à x_k pendant un temps T au bout duquel il passera à la valeur x_{k+1} (figure 15) (Nous rappelons que $x_k = \frac{\delta k}{2} = \frac{k\lambda}{2}$)

En fait le miroir ne pourra pas se déplacer instantanément, aussi les opérations d'avancement se feront en deux temps (figure 16) :

- 1°) un temps d'arrêt T aux positions x_k pendant lequel le signal venant de la source à étudier sera enregistré ;
- 2°) un temps t pendant lequel le chariot passera de x_k à x_{k+1} , ce temps n'étant pas utilisé à la mesure.

Les conditions idéales d'enregistrement seraient donc : $t \ll T$ (temps perdu négligeable)

et x_k défini avec une très grande précision.

2 - Tolérances

Les différentes positions $\delta_k = k\lambda$ seront définies avec une certaine erreur, ce qui aura pour effet de déformer la fonction d'appareil. Le problème est comparable à celui que l'on doit traiter dans le cas d'un spectromètre à réseau lorsque le réseau présente des défauts dans la position des traits.

Si $D(\delta)$ représente la fonction caractérisant la répartition des traits du réseau (c'est-à-dire plus exactement la fonction de transmission du réseau) on peut montrer que la fonction d'appareil modifiée est le carré de la transformée de Fourier de $D(\delta)$ puisque le récepteur enregistrera l'intensité de la figure de diffraction. Ici au contraire la fonction d'appareil sera directement

donnée l.

.../...

donnée par la transformée de Fourier de $D(\delta)$ ($D(\delta)$ représentant l'interférogramme d'une raie monochromatique).

En nous appuyant sur cette comparaison nous allons rappeler brièvement l'influence des défauts dans trois cas principaux :

1°) l'erreur sur δ_k est progressive

$$\text{c'est-à-dire } \delta'_k = k\Delta' \text{ avec } \Delta' = \Delta + k\varepsilon$$

Nous observons un élargissement de la fonction d'appareil (dans le cas du réseau, cette erreur provoque une défocalisation).

2°) l'erreur sur δ_k est périodique

$$\delta'_k = \delta_k + \varepsilon \sin \Omega \delta_k$$

Ce problème a été traité en détail par J. Connes [7], il intervient à chaque fois que l'on utilise une vis pour faire avancer le miroir et aucun signal de référence. Nous verrons alors apparaître une série de ghosts ; l'amplitude relative du 1er est égale à

$$\frac{J_1(2\pi\sigma_0\varepsilon)}{J_0(2\pi\sigma_0\varepsilon)} \quad (\text{si } |\varepsilon| \ll \lambda_0 \text{ alors } 2\pi\sigma_0\varepsilon$$

est petit et cette expression se réduit à $\approx \pi\sigma_0\varepsilon$) alors que dans le cas du réseau nous aurions $\left(\frac{J_1(2\pi\sigma_0\varepsilon)}{J_0(2\pi\sigma_0\varepsilon)}\right)^2$, elle est donc beaucoup plus grande et les tolérances seront plus sévères.

Exemple : si l'on désire que cette amplitude soit inférieure à 10^{-2} vers $\sigma_0 = 20.000 \text{ cm}^{-1}$, nous trouvons que ε doit être inférieur à $2 \cdot 10^{-3} \mu$.

3°) l'erreur sur δ_k est aléatoire,

il se produira alors un phénomène analogue à la diffusion par une surface dépolie, et un fond continu se superposera au spectre, il sera lui aussi plus important que dans le cas d'un spectromètre à réseau.

Nous observons donc que la position du miroir doit être définie avec une précision beaucoup plus grande que celle nécessaire pour tracer les traits d'un réseau, aussi seul un asservissement utilisant un signal de référence tel que celui que donne l'interféromètre d'une source monochromatique peut nous

donner ce résultat.

D'autre part si nous désirons, par exemple, qu'un enregistrement de 10^5 points ne dépasse pas une durée totale de 3 heures, le temps $t + T$ passé sur chacun de ces points sera de l'ordre de $\frac{1}{10}$ sec., ce qui nécessite que t soit au plus de l'ordre de quelques 10^{-2} sec., si nous voulons qu'il soit négligeable vis à vis du temps T de la mesure.

3 - Schéma général du système

La figure 17 représente les différents éléments du système que nous avons adopté. La nécessité d'un signal de référence nous a obligés à doubler l'interféromètre, les deux faisceaux, l'un provenant de la source à étudier S_1 , l'autre de la source de référence S_2 (source monochromatique de longueur d'onde λ) suivront le même trajet et seront détectés séparément à la sortie de l'interféromètre par des récepteurs R_1 et R_2 .

Le signal de R_1 est intégré pendant chaque période d'arrêt, le résultat de cette intégration étant enregistré.

Le signal de R_2 est utilisé au cours du cycle de fonctionnement de deux façons différentes:

- pendant la période d'arrêt, il servira de signal d'erreur afin d'asservir la position du miroir, il sera donc envoyé à un système d'asservissement d'où sortira un signal qui agira sur le chariot par l'intermédiaire d'un système moteur ;
- pendant la période d'avancement, les franges défilant devant R_2 , le signal sera envoyé à une bascule de Schmitt suivi d'un différentiateur, lequel donnera en sortie une impulsion à chaque passage de frange. Ces impulsions seront comptées et à chaque fois que n franges auront défilé ; le compteur délivrera une impulsion qui sera utilisée pour commander, par l'intermédiaire d'un monovibrateur, le fonctionnement de l'asservissement.

.../...

Fonctionnement - (fig.17)

Supposons le miroir, asservi à la position $x_k = \frac{\delta_k}{2}$ le monovibrateur se trouvant dans son état instable B et par suite l'asservissement en état de marche (état M).

a) Avancement

Le monovibrateur revient à son état stable A coupant ainsi l'asservissement (état C) ; le miroir, soumis à une force constante, avance ; les franges défilent devant R_2 et au bout de la $n^{\text{ième}}$ le compteur envoie une impulsion au monovibrateur qui repassera dans l'état B.

b) Arrêt

Le monovibrateur étant passé en B, l'asservissement est dans l'état M et le miroir asservi en une position x_{k+1} telle que $x_{k+1} = x_k + \frac{h\lambda}{2}$. Pendant ce temps, l'intégrateur I reçoit le signal de R_1 : $I(\delta_{k+1})$

La durée de cet état est déterminée par le monovibrateur, celui-ci retombant dans son état stable A au bout d'un temps T, le signal de l'intégrateur $\int_0^T I(\delta_{k+1}) dt$ est alors enregistré, l'intégrateur remis à zéro, et le cycle des opérations recommence.

Le principe du système de comptage et de commande de l'asservissement n'offrant aucune particularité nous ne le discuterons pas en détail, nous en donnerons seulement plus loin le schéma (§§C 4) ; par contre le système d'asservissement est fondamental, c'est lui qui déterminera la rapidité des régimes transitoires et par suite la vitesse maximum à laquelle le miroir pourra se déplacer. Nous allons maintenant voir son fonctionnement.

B - Asservissement

1 - Système mécanique

Nous n'en donnerons ici que les éléments essentiels, une description plus détaillée en sera faite dans un chapitre ultérieur (C 1).

Le miroir de l'interféromètre est porté par un chariot roulant sur billes de telle façon qu'il ne possède qu'un seul degré de liberté (déplacement x).

Sur ce chariot sont fixés : un amortisseur à huile ainsi qu'une bobine composée de plusieurs enroulements, d'axe parallèle au déplacement et plongeant dans un circuit magnétique en forme de pot fermé, c'est notre système moteur.

Le système à asservir S comprend donc les éléments suivants (fig.18 :

- 1°) la bobine dans laquelle nous envoyons un courant, ce courant produit, sur le chariot une force motrice, il représentera notre signal d'entrée $e_c(t)$;
- 2°) le chariot dont la position est déterminée par son abscisse $x(t) = \frac{\delta}{2}$;
- 3°) le détecteur dont le signal représentera la sortie du système ; à une constante près, il est proportionnel à $\int_0^t \cos 4\pi \sigma x$ et nous observons qu'au voisinage des valeurs $x = x_k = \frac{\lambda}{4} (2k + \frac{1}{2})$ (fig.18) il est proportionnel à $(x - x_k)$. Ainsi nous pouvons obtenir en sortie un signal
$$e_s(t) = a(x - x_k)$$
.

L'asservissement consistera à coupler la sortie $e_s(t)$ et l'entrée $e_c(t)$ du système mécanique par l'intermédiaire d'un circuit de réaction, tel que $e_c(t) = k(x - x_k)$ et de telle façon qu'il tende à maintenir la position du chariot au voisinage de x_k .

2 - Circuit de réaction

L'asservissement doit corriger des erreurs de position du chariot extrêmement petites (déplacement de l'ordre de $10^{-2} \mu$) aussi interviendront dans son fonctionnement tous les phénomènes sensibles à cette échelle et dont les causes sont plus ou moins bien connues, notamment dues aux liaisons élastiques entre les différents éléments du chariot (bobine-miroir-amortisseur) Ainsi, si nous supposons que le circuit de réaction de l'asservissement n'introduit pas de déphasages parasites (ce qui en fait est pratiquement

.../...

réalisé dans le domaine des fréquences que l'on considère), nous pouvons observer que le système devient instable lorsque l'on augmente le gain k de la réaction. Cela nous conduit à limiter k et par suite le temps de réponse de l'asservissement.

D'autre part, le chariot est soumis à des forces extérieures F lentement variables (mouvement d'huile de l'amortisseur, défauts des billes et des chemins de roulement), il s'en suit alors une variation du niveau de l'asservissement ; cette variation, appelée "traînage" sera d'autant plus petite que k sera plus élevé, or, dans notre cas, il doit être aussi réduit que possible (VII B).

Nous voyons donc que les deux conditions : stabilité et précision sont contradictoires, aussi avons-nous été amenés à utiliser un double asservissement, l'ensemble se comportant comme un asservissement unique dont le terme de réaction $k(j\omega)$ possède en fonction de la fréquence, la réponse représentée par la figure 19 :

- aux fréquences basses (≈ 1 hertz) $|k(j\omega)|$ est relativement important ce qui nous permettra de compenser les variations lentes de la force appliquée au chariot ;
- aux fréquences élevées $|k(j\omega)|$ possèdera la valeur maximum possible essentiellement limitée par le risque d'oscillation.

En pratique il existera deux boucles d'asservissement (fig.19 et 20) :

- l'une telle que $k(j\omega) = k$ dans une large bande de fréquence ;
- l'autre identique, mais possédant un filtre passe-pas de bande passante de l'ordre du Hertz. Il sera tel que $|k(j\omega)| = k'$ aux fréquences très basses.

Ainsi, la position d'équilibre du chariot, si celui-ci est soumis à des forces F sera donnée par :

$$F - k' (x - x_0) - k (x - x_0) = 0$$

.../...

soit $(x - x_0) = \frac{F}{k + k'}$ et l'erreur $\Delta (x - x_0) = \frac{\Delta F}{k + k'}$

pourra être très faible (k' important).

Afin d'améliorer la réponse du système nous avons ajouté une troisième boucle de réaction, celle-ci donnant en sortie un signal proportionnel à $\frac{d(x-x_0)}{dt}$, son effet s'ajoutera en partie à celui de l'amortissement fluide (fig.20).

C - Réalisation expérimentale

1 - L'Interféromètre

L'appareil que nous avons utilisé est un interféromètre de Michelson à trièdres (fig.21). Les trièdres possèdent l'avantage sur les miroirs qu'une rotation autour de leurs centres ne produit aucun dérèglement de l'appareil.

Il est éclairé par une lampe à mercure basse pression et une lentille L_2 permet de faire une image, des anneaux à l'infini que donne l'interféromètre. Un diaphragme circulaire D placé sur cette image isole la région centrale des anneaux et le flux lumineux qui le traverse tombe sur un photomultiplicateur dont le signal de sortie est, comme nous l'avons déjà vu, de la forme $\frac{I_0}{2} (1 + \cos 2\pi\sigma\delta)$.

L'un des trièdres T_1 est fixe, l'autre T_2 est susceptible de se déplacer longitudinalement, la translation de son sommet S_2 se faisant suivant une droite qui passera par l'image S'_1 que donne la séparatrice du sommet S_1 du trièdre T_1 (ce qui est nécessaire si l'on désire que le centre des anneaux reste fixe au cours du déplacement).

Le déplacement est obtenu en fixant le trièdre T_2 sur un chariot (fig.21 - 22) lequel roule sur 3 billes dont 2 sont guidées par des chemins en forme de V ; la troisième étant en contact avec un plan. Afin d'obtenir un minimum de frottement solide et une bonne précision dans le guidage, le roulement des billes d'acier se fait sur verre (des lames de verre étant collées sur les parois des V).

L'amortisseur (fig.22) placé sous le chariot se compose d'une double série de plaques métalliques parallèles, les unes fixes, les autres liées au chariot, elles sont placées en regard dans une cuve remplie d'un fluide de haute viscosité (10^5 cSt) les surfaces en regard sont distantes de 0,5 mm environ et leur aire totale est de 400 cm^2 .

La bobine, portée par le chariot, se compose de 5 enroulements de 10.000 spires chacun, ces spires étant uniformément réparties sur toute la longueur (15 cm) de la bobine. Elle plonge dans un circuit magnétique en forme de pot fermé de façon que les lignes de forces soient concentrées dans un petit entrefer et que la force qui sera appliquée au chariot par effet électro-magnétique ne dépende pas de la position de la bobine dans l'entrefer.

2 - Avancement du chariot

Pendant la durée de l'avancement du chariot, il est nécessaire qu'il soit soumis à une force F_m qui ne doit pas trop fluctuer afin que ces durées t ne varient pas dans des proportions inacceptables.

Or, si l'on applique au chariot une force constante F , F_m sera la résultant de F et des forces perturbatrices f , et nous aurons :

$$F_m = F + f$$

L'expérience montre que les fluctuations de F sont suffisamment importantes pour que ΔF_m soit de l'ordre de F_m , donc beaucoup plus grandes.

Nous avons amélioré ce résultat :

1°) en appliquant, par l'intermédiaire du canal N° 2 de l'asservissement une force constante F au chariot ; l'état d'équilibre en régime permanent asservi sera déterminé par la relation :

$$F + f - k' (x - x_0) - k (x - x_0) = 0$$

$$\text{soit } (x - x_0) = \frac{F + f}{k + k'}$$

.../...

2°) en supprimant le canal N° 1 de l'asservissement nous observons alors que le chariot est soumis à une force :

$$F_m = k (x - x_0) = \frac{k(F + f)}{k + k'}, \text{ le rapport } \frac{k}{k + k'} \text{ étant très}$$

petit, les fluctuations de F_m , ΔF_m peuvent être très réduites

$$\Delta F_m = \frac{k}{k + k'} \Delta F$$

nous avons en quelque sorte asservi la force d'avancement du chariot.

3 - Description détaillée de l'asservissement

Il comprend comme nous l'avons vu 3 éléments en parallèle (fig.20) ; le signal du photomultiplicateur destiné à alimenter ces différents étages sera d'abord envoyé sur la grille d'une lampe adaptatrice (cathode follower) (fig.23 a) et à la sortie de laquelle nous recueillerons sous basse impédance un signal de la forme $C + \beta (x - x_0)$. Le câble blindé amenant le signal du photomultiplicateur possède son blindage relié à la cathode, cela permet, en ayant une impédance d'entrée relativement faible de diminuer l'influence de la capacité du câble.

a) canal N° 1 de l'asservissement

Il se compose (fig.23 B) d'un seul étage amplificateur de puissance. Cet amplificateur, symétrique et à couplage cathodique, utilise 2 pentodes EL 84. Sur l'une des grilles G_1 est appliqué le signal $C + \beta (x - x_0)$ par l'intermédiaire d'un diviseur de tension. Sur l'autre G_2 , un signal constant de telle façon que la tension entre les plaques P_1 et P_2 soit proportionnelle à $\beta (x - x_0)$. Un enroulement B_1 de la bobine motrice est branché entre les plaques par l'intermédiaire d'une résistance variable. Le courant traversant B_1 est tel que la force agissant sur le chariot a pour valeur $-k (x - x_0)$. D'autre part, nous pouvons agir sur les grilles écrans de ces pentodes en les portant soit à un potentiel V , auquel cas les lampes fonctionnent normalement, soit à un potentiel voisin de zéro

.../...

auquel cas elles se trouvent quasiment bloquées (aucun courant ne passant dans la bobine B_1).

b) Canal N° 2

Le signal $C + \beta(x - x_0)$ est d'abord filtré par un filtre passe-bas simple comprenant self résistance capacité, puis envoyé, moyennant une polarisation convenable, à la grille d'une triode (fig.23 c) dans la plaque de laquelle se trouvera un second enroulement B_2 . Cependant le courant de sortie i doit être relativement faible, aussi est-il nécessaire pour placer le point de fonctionnement de la lampe dans la région linéaire de ses caractéristiques, d'utiliser une force de polarisation produite par un 3ème enroulement B_3 dans lequel circule un courant i_0 , de telle façon que le courant traversant la bobine B_2 soit égal à $i_0 + i$. Une diode, placée entre les deux bornes indépendantes des bobines, permet d'éviter, lors de la mise en fonctionnement de l'appareil (aucun courant ne traversant B_2) que le chariot soit soumis à la force importante produite par B_3 .

c) Canal N° 3 - Amortissement (fig 23 D)

Il s'agit d'appliquer au chariot une force proportionnelle à sa vitesse $\frac{d(x - x_0)}{dt}$, pour cela, le signal du photomultiplicateur est envoyé par l'intermédiaire d'un couplage R C de forte valeur (ce qui permet d'éliminer la composante continue sans toutefois agir sur les fréquences qui nous intéressent $> 10^4$) à une penthode de forte résistance interne (générateur de courant), celle-ci alimentant le primaire d'un transformateur ; le secondaire étant ouvert, nous avons à ses bornes une différence de potentiel proportionnelle à $\frac{di}{dt}$, ce signal sera d'abord amplifié par une double triode, puis envoyé à un étage de puissance identique à celui du canal N° 1 et à la sortie duquel sera branché un 4ème enroulement B_4 .

4 - Système de blocage de l'asservissement

Le signal de sortie du cathode follower est envoyé à une bascule de Schmitt (fig.24). Lors du déplacement du chariot, les créneaux obtenus sur la plaque P_2 sont différenciés par un circuit R C afin d'obtenir après redressement une suite d'impulsions négatives. Ces impulsions sont envoyées dans un système de comptage utilisant un tube décatron. La figure 25 en représente le schéma détaillé, il délivre en sortie une impulsion à chaque fois que 1, 2, 3 ou 9 impulsions (nombre sélectionné par un commutateur C_1) ont été envoyées à l'entrée. Ces impulsions déclenchent un monovibrateur dont on peut faire varier la durée de l'état instable en changeant, à l'aide d'un commutateur C_2 , la capacité de couplage. Le signal de la plaque P'_2 est envoyé par l'intermédiaire d'une lampe de puissance EL 84 aux grilles écrans des penthodes de l'asservissement (canal N° 1).

Ainsi, lorsque la bascule se trouve dans son état stable, P'_2 est au potentiel de la H T, la lampe EL84 débite et la chute de tension dans la résistance R est telle que les grilles écrans sont portées à un potentiel voisin de zéro ; pendant cette période le chariot avance lorsqu'une impulsion arrive du compteur, le potentiel de P'_2 baisse, la lampe EL 84 se bloque amenant ainsi le potentiel des grilles écrans à la H T par l'intermédiaire de la résistance R. Le chariot se trouve alors asservi et ceci pendant un temps toujours constant et défini par le monovibrateur.

D - Résultats

Les résultats ont été obtenus avec l'Interféromètre à trièdre décrit dans le paragraphe C 1 de ce chapitre, dont le chariot possède une masse d'environ 3 kg.

1°) Réponse de l'asservissement à un échelon

Afin d'observer cette réponse nous avons appliqué au chariot, asservi à une position X_k , une force constante alternativement positive et négative,

produite en envoyant dans un bobinage supplémentaire le courant provenant d'un générateur de signaux rectangulaires ; ce signal et celui du récepteur de sortie (proportionnel au déplacement $x - x_k$) ont été envoyés aux deux entrées d'un oscilloscope double trace. Nous avons ainsi obtenu la figure 26 représentant la réponse de l'asservissement pour différentes valeurs des coefficients de la réaction :

a) figure 26 a

Il n'y a pas d'amortissement électrique, k est trop grand. Nous observons alors le régime transitoire oscillant classique. Si nous définissons le temps de réponse comme étant le temps au bout duquel le signal a atteint sa valeur finale à 5 % près, nous observons qu'il est supérieur à 30 msec.

b) figure 26 b

Sans avoir modifié le coefficient k nous avons ajouté l'amortissement électrique, nous observons alors une baisse de l'amplitude de l'oscillation accompagnée d'une diminution du temps de réponse qui est, cette fois, de l'ordre de 20 msec.

c) figure 26 c

L'amortissement électrique est trop important, la réponse du système est très amortie, son temps de réponse a augmenté.

d) figure 26 d

Les coefficients de l'asservissement et de l'amortissement sont réglés de telle façon que le temps de réponse soit minimum ; nous pouvons alors atteindre un temps de l'ordre de 10 msec.

Nous pouvons remarquer que, dans tous les cas, il existe un retard de l'ordre de 1,5 msec. entre le moment où la force est appliquée et le moment où le chariot démarre. Il est suffisant pour produire, sur une perturbation sinusoïdale de fréquence 100 Hz, un retard de phase de l'ordre de $\frac{\pi}{3}$,

il est donc certainement l'une des causes les plus importantes du "pompage" de l'asservissement. En effet, une augmentation du coefficient k entraîne un régime oscillatoire non amorti, le système oscillant au voisinage d'une fréquence de 100 Hz.

2°) Avancement pas à pas

La figure 27 représente les enregistrements, sur enregistreur rapide à plume, du signal du récepteur lorsque le chariot avance pas à pas. Le pas de l'avancement que nous faisons varier par l'intermédiaire du système de comptage (fig.24) est successivement de $\frac{\lambda}{2}$, λ , $\frac{3\lambda}{2}$, 2λ , $\frac{9\lambda}{2}$ soit pour $\lambda = 5.500 \text{ \AA}$ (raie verte du mercure), $0,27 \mu$, $0,55 \mu$... $2,5 \mu$. La vitesse du déplacement est ici de l'ordre de 30 franges par seconde.

La figure 28 illustre la vitesse maximum de défilement que l'on peut atteindre sans que le régime transitoire soit trop prononcé, elle correspond ici à une vitesse de déplacement de l'ordre de 40 franges/sec.

La figure 29 permet de juger la stabilité à long terme du dispositif. La durée totale de l'expérience est de 2 heures à la cadence de 5 franges en moyenne par seconde, et les portions d'enregistrement présentées ont été prélevées toutes les 5 mn. Le nombre total de franges qui ont défilé a donc été de l'ordre de 36.000, soit un déplacement du miroir de 9 mm environ.

Nous pouvons observer que le niveau d'arrêt n'a pas varié de plus de $1/10$ de l'amplitude du signal de frange. Nous en concluons que l'arrêt du chariot est défini à $\frac{\lambda}{4\pi \times 10}$ près, c'est-à-dire à mieux de $0,5 \cdot 10^{-2} \mu$ près. Ce résultat pourrait être encore amélioré en augmentant le gain du canal d'asservissement N° 2 (cette expérience ayant été faite avec le gain maximum possible dans notre système).

V I I - ADAPTATION DE LA METHODE PAS A PAS AUX SOURCES FLUCTUANTES

Nous allons voir maintenant comment la méthode d'enregistrement pas à pas permet de compenser les fluctuations d'intensité de la source à étudier celles-ci pouvant être très rapides (exemple : bruit de scintillation atmosphérique) à condition toutefois que ces fluctuations ne s'accompagnent pas d'une modification de la répartition spectrale de brillance $B(\sigma)$

A - Principe

Si $I_0(t)$ représente l'intensité globale de la source, nous devons mesurer en fait :

$$\frac{I(n\Delta, t)}{I_0(t)} = \mathcal{J}(n\Delta)$$

Or, comme nous l'avons déjà vu (VI.E), le signal du récepteur de mesure R_2 est intégré pendant toute la durée de stationnement T . Nous obtenons donc en sortie :

$$\int_{t_1}^{t_1+T} I(n\Delta, t) dt = \int_{t_1}^{t_1+T} \mathcal{J}(n\Delta) \cdot I_0(t) dt = \mathcal{J}(n\Delta) \int_{t_1}^{t_1+T} I_0(t) dt$$

le problème consiste donc à garder constante, au cours de l'enregistrement, la valeur de l'intégrale $\int_{t_1}^{t_1+T} I_0(t) dt$ ce que nous ferons en agissant sur T . Le temps d'intégration, c'est-à-dire la durée de stationnement du miroir aux points de différence de marche $h\Delta$, ne sera plus constant mais déterminé par la relation

$$\int_{t_1}^{t_1+T} I_0(t) dt = C^{te}$$

Le déplacement du chariot restant commandé comme précédemment, la durée des arrêts sera fixée par un troisième canal, celui-ci comprendra (fig.30) :

- 1°) un récepteur R_1 qui recevra un flux lumineux proportionnel à l'intensité globale $I_0(t)$ de la source ;
- 2°) un intégrateur I_{nt}^1 qui donnera en sortie un signal .../...

$$u(\gamma) = \int_{t_1}^{t_1 + \gamma} I_0(t) dt$$

3°) une bascule de Schmitt SC_1 suivie d'un différentiateur qui délivrera une impulsion lorsque le signal $u(\gamma)$ aura atteint une valeur prédéterminée constante.

Cette impulsion sera envoyée avec un léger retard ($10^{-3} \mu$) à l'une des deux grilles d'une bascule bistable, tandis que sur l'autre nous retrouverons comme précédemment (fig.25) les impulsions de sortie du compteur.

La figure 31 représente différentes phases de l'enregistrement d'un interférogramme pas à pas avec compensation des fluctuations de la source.

La figure 32 représente le schéma du système de commande de l'avancement du chariot modifié pour l'étude de sources fluctuantes.

B - Résultats

Les figures 33, 34, 35, 36 illustrent la possibilité de commander la durée des arrêts par un récepteur supplémentaire R_1 (fig.30).

1°) Figure 33

Le signal lumineux possède une intensité constante. Nous observons alors que le signal de l'intégrateur I_{nt} (1) (fig.26) possède une pente constante, la durée de l'intégration reste donc constante au cours du mouvement et par suite la durée de stationnement aux différentes positions $k\Delta$. La troisième courbe représente le signal de commande de l'asservissement.

2°) Figure 34

Le signal lumineux est rendu artificiellement fluctuant au moyen d'un disque tournant d'absorption non uniforme. Nous observons alors que le temps d'intégration, et par suite la durée de stationnement, est d'autant plus long que la signal possède une intensité plus faible, mais que, dans tous les cas,

en fin d'intégration, la charge du condensateur est identique, ce qui signifie que pendant chaque arrêt le récepteur a reçu une énergie constante.

La figure 35 représente le même phénomène, l'échelle des temps étant dilatée.

3°) Figure 36

La source a été ici modulée, par un disque tournant, à la fréquence de 50 hz simulant ainsi une source rapidement fluctuante (bruit de scintillation atmosphérique). Nous observons bien le signal en dent de scie de l'intégrateur correspondant à l'intégration d'un signal rectangulaire.

V I I I - SYSTEME D'ENREGISTREMENT CONTINU

Bien que l'utilisation du système d'avancement pas à pas présente beaucoup d'avantages, l'enregistrement continu d'un interférogramme peut dans certains cas être préféré, cela nécessite que le chariot avance de façon linéaire ($x = vt$) avec une grande précision. Nous allons décrire un système d'asservissement en position du chariot susceptible de satisfaire à nos conditions.

A - Problème de l'asservissement continu

L'asservissement nécessite un système de mesure de la grandeur à asservir $x(t)$ qui, dans notre cas, est l'abscisse du chariot. La difficulté de notre problème réside dans le fait que $x(t)$ doit être mesuré avec une précision relative très grande ($\approx 10^{-7}$) et seule l'utilisation d'une raie de référence donnant en sortie un signal de la forme $A \cos 4\pi \sigma x$ permet d'obtenir facilement ce résultat, mais seulement en des positions voisines de $x_k = \frac{\lambda}{8} + k \frac{\lambda}{2}$ chaque position n'étant définie qu'à $\frac{\lambda}{2}$ près.

Nous signalerons cependant un procédé de mesure imaginé par E R Peck (10, 11) qui permet de connaître la position du chariot de façon continue et avec une grande précision. Cette méthode nécessite la connaissance instantanée de deux signaux en quadrature $A \cos 4\pi \sigma x$ et $A \sin 4\pi \sigma x$ (ces deux signaux peuvent être obtenus en dédoublant le faisceau du signal de référence ; chacun des deux faisceaux obtenus est détecté séparément à la sortie de l'interféromètre, le trajet de l'un étant différent de celui de l'autre par le fait qu'il aura subi une différence de marche supplémentaire et constante de $\frac{\lambda}{4}$). Ces deux signaux sont appliqués aux plaques horizontales et verticales d'un tube oscilloscopique de telle façon que lorsqu'une frange défile le spot décrit un cercle, la position du spot sur ce cercle détermine avec précision et de façon linéaire la position du miroir.

.../...

D'autre part, afin de lever l'indétermination de $k \frac{\lambda}{2}$, les franges sont comptées par un système de comptage réversible, de telle façon qu'à chaque état du compteur et du spot l'on puisse associer qu'une position et une seule du miroir. La précision obtenue par ce procédé est très grande et n'est limitée en principe que par la précision avec laquelle on peut mesurer la position du spot sur l'oscilloscope, c'est-à-dire par le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ du signal du photomultiplicateur.

Un asservissement basé sur ce système de mesure du déplacement consisterait à asservir le spot de l'oscilloscope de façon à ce qu'il se déplace sur son orbite à vitesse constante, ce qui serait réalisable en utilisant un système semi-mécanique, semi-électrique comparable aux suiveurs de spot.

B - Idées générales

Supposons que le système mécanique possède un certain amortissement, sa sensibilité aux perturbations extérieures sera d'autant plus réduite que l'amortissement sera plus important. Ainsi, supposons que le chariot soit soumis à une force constante, sa vitesse ne variera pas sensiblement entre deux positions distantes de $n \frac{\lambda}{2}$, et nous pouvons alors penser que si nous introduisons dans le circuit de réaction d'un asservissement idéal une constante de temps γ inférieure au temps mis par le chariot pour avancer de $n \frac{\lambda}{2}$, l'asservissement pourra encore être considéré comme parfait. Dès lors, la réalisation de l'asservissement s'en trouve facilitée. Nous pouvons dire également que le système mécanique amorti se comporte comme un filtre passe-bas et qu'il sera nécessaire, pour que l'asservissement soit correct, que la bande passante du filtre introduit dans la réaction soit au moins égale à celle du système mécanique.

C - Principe

Le problème revient toujours à comparer la phase de deux signaux sinusoidaux, l'un provenant du récepteur de référence R_1 , l'autre d'un générateur extérieur R_2 , et à obtenir un signal continu proportionnel à leur différence de phase. Pour cela, les deux signaux seront transformés en impulsions par un système classique comprenant bascule de Schmitt, différentiateur, redresseur (fig.37), elles seront ensuite envoyées aux deux entrées d'une bascule bistable de telle façon que chaque impulsion du générateur extérieur (impulsions négatives) la fasse passer d'un état A à l'état B et que chaque impulsion du signal de référence (impulsions positives) la fasse passer de l'état B à l'état A (fig.38). Ainsi lorsque les deux trains d'impulsions possèdent la même fréquence nous obtenons en sortie un train de créneaux rectangulaires dont l'amplitude moyenne est comme le montre la figure, proportionnelle à leur différence de phase, nulle si les signaux sont en quadrature (fig.38 b), négative si le signal de R_1 prend une avance de phase supplémentaire (le chariot étant soumis à une perturbation qui tend à la faire avancer (fig.38 a)), positive si le signal de R_1 prend un retard de phase supplémentaire (le chariot étant soumis à une perturbation qui tend à le retarder (fig.38 c)).

Afin de recueillir la composante continue du signal rectangulaire, il est filtré par exemple par un filtre R L C dont la constante de temps est telle qu'elle a été déterminée plus haut. L'asservissement consiste à appliquer au chariot une force continue constante, telle qu'en l'absence de perturbations, le chariot avance à la vitesse désirée, à laquelle on ajoute, en contre-réaction, une force proportionnelle au signal d'erreur délivré à la sortie du filtre.

D - Réalisation expérimentale

Le système décrit ci-dessus, utilisant une simple bascule bistable, comporte quelques inconvénients : à une fréquence du signal de R_2 donnée peut correspondre

plusieurs régimes d'avancement stables.

En effet, comme le montre la figure (39) le signal de R_1 peut se synchroniser sur un multiple, sous-multiple ou même dans un rapport entier de la fréquence de R_2 . Nous pouvons montrer que ces régimes ne sont pas incompatibles avec les forces appliquées au chariot. En effet, prenons par exemple le cas de la figure 39, dans lequel, lorsque la fréquence du signal du générateur extérieur ν_{R_2} est égale à celle du signal de référence ν_{R_1} , le signal d'erreur est nul, tandis qu'est appliquée au chariot une force f_0 constante ; il est donc soumis à la force résultante $F = f_0$. Il ne peut avancer à la vitesse moitié $\nu_{R_1} = \frac{\nu_{R_2}}{2}$ que si la résultante des forces F soit/égale à $\frac{f_0}{2}$ sinon du moins toujours inférieure à f_0 , il faut donc que l'asservissement agisse de telle façon qu'il produise une force $-f'$ négative telle que $F = f_0 - f' < f_0$. Nous observons que cet état est compatible avec le fait que le régime $\nu_{R_1} = \frac{\nu_{R_2}}{2}$ (fig.39 b) ne peut exister que si l'asservissement fournit une force négative, de même nous pouvons remarquer que l'état $\nu_{R_1} = 2\nu_{R_2}$ (fig.39 c) peut exister par le fait même que l'asservissement doit fournir une force positive au chariot ($F = f_0 + f' > f_0$). Afin d'y remédier nous avons remplacé la bascule bistable par un système de 3 bascules qui possède les mêmes propriétés lorsque les deux signaux ont même fréquence mais qui, aussitôt que l'un d'eux possède une fréquence supérieure à l'autre, se trouve bloqué soit dans l'état supérieur A (si $\nu_{R_2} > \nu_{R_1}$), soit dans l'état inférieur B (si $\nu_{R_2} < \nu_{R_1}$).

Le principe de ce système de bascules est le suivant : elles sont couplées entre elles suivant le schéma 40 de telle façon que l'ensemble possède 4 états stables représentés par la figure 41 (chaque bascule pouvant prendre soit l'état A, soit l'état B). Chaque impulsion de R_1 a pour effet de la faire passer d'un état au suivant, en allant de la droite vers la gauche (au dernier état il restera dans celui-ci), tandis que chaque impulsion

.../...

de R_2 a pour effet de le faire passer toujours d'un état au suivant mais de gauche à droite, ainsi :

- 1°) si les impulsions de R_1 sont en majorité, le système ne bascule qu'entre les états 3 et 4 (la bascule N° 2 restant dans l'état B) ;
- 2°) si les impulsions de R_2 sont en majorité, il ne bascule qu'entre les états 1 et 2 (la bascule N° 2 restant dans l'état A) ;
- 3°) si les impulsions de R_1 et de R_2 arrivent à la même fréquence, le système bascule alternativement entre les états 2 et 3 et la bascule N° 2 passe de l'état A à l'état B (comme dans le cas où il n'y aurait que cette bascule).

La figure 42 représente le signal de sortie du filtre en fonction de γ_{R_1} et, lorsque $\gamma_{R_1} = \gamma_{R_2}$ en fonction de la différence de phase entre les 2 signaux.

La figure 43 représente le schéma de l'ensemble réalisé avec des transistors 2N508 pour les bascules, le signal pris sur un des collecteurs de la bascule N° 2 est envoyé dans un filtre RC par l'intermédiaire d'un transistor jouant le double rôle de générateur de courant et d'émetteur follower (forte impédance d'entrée afin de ne pas perturber le fonctionnement des bascules). Le signal continu obtenu (tension de collecteur) est utilisé pour alimenter, par l'intermédiaire d'un émetteur follower, un transistor de puissance OC77 dans le collecteur duquel se trouve un enroulement de la bobine motrice.

Ce système donne en sortie un signal tel que la force appliquée au chariot soit toujours positive et de la forme $F = f_0 - \alpha \varphi$ (φ étant la différence de phase entre le signal de R_1 et celui de R_2).

Afin que les fluctuations de la phase φ soient relativement faibles, nous devons prendre un coefficient α très important, de ce fait le régime permanent sera défini par une différence de phase φ_0 toujours voisine de $\frac{\delta_0}{\alpha}$. Ce système est comparable à un moteur synchrone dont la vitesse de rotation

.../...

reste constante quelle que soit la charge appliquée mais dont le rotor prend un retard de phase plus ou moins important suivant que la charge est plus ou moins grande.

E - Résultats

La figure 44 représente différents oscillogrammes du signal de frange obtenu lorsque le chariot est asservi continuellement par le système décrit dans le paragraphe précédent. Chacune d'elles montre, de plus, la figure de Lissajous correspondante, faite entre le signal de frange et le signal du générateur extérieur R_2 (fig. 37).

a) Figures 44 a) b) c) d) e)

Pour ces figures, nous avons utilisé deux impulsions par période du signal de frange, obtenues en différentiant les deux basculements de la bascule de Schmitt SC_3 (ce qui explique la figure de Lissajous 2 - 1). Ces figures ne diffèrent que par la fréquence du signal qui est successivement de 20, 30, 50, 100, 200 hertz, correspondant à des vitesses du chariot de l'ordre de 5 μ/s à 50 μ/s .

Nous observons que le signal de frange est d'autant plus voisin d'une sinusoïde que la fréquence est plus élevée ; cela est dû au fait que le filtre utilisé, filtre R C, ne coupe pas totalement le 1er harmonique du signal rectangulaire d'asservissement (VIII (C)), cet harmonique, d'autant plus faible que la fréquence est plus élevée, produit la déformation du signal de frange observé aux fréquences basses (figures a) b) c).

Le balayage du spot de l'oscilloscope étant d'autre part synchronisé par le générateur R_2 , nous pouvons apprécier les fluctuations de phase qui, comme nous l'observons, sont très faibles pendant la durée de l'exposition, soit 10 secondes.

La limite inférieure de la vitesse accessible avec ce système est voisine de 20 hertz, elle est liée essentiellement au fait que nous recueillons, sur la position du chariot, qu'un nombre limité d'informations et qu'il est donc nécessaire qu'entre deux informations consécutives, la vitesse du chariot n'ait pas sensiblement fluctuer ; les fluctuations dues aux perturbations extérieures et aux frottements solides étant d'autant moins sensibles que l'énergie cinétique et l'amortissement du chariot sont plus importantes. Par contre, la limite supérieure de la vitesse est fixée uniquement par la puissance que l'on peut dissiper dans les bobines afin d'entretenir le mouvement.

b) Figure 44 f

Cette photographie a été faite en utilisant une seule impulsion par période. Nous obtenons ainsi une figure de Lissajous 1-1 qui nous permet de juger, avec une grande précision, l'uniformité du mouvement. D'après la largeur mesurée de la trace nous observons que la phase du signal ne fluctue pas de plus de $\frac{2\pi}{30}$ pendant une durée de 10 secondes.

C O N C L U S I O N

Ces systèmes d'avancement, pas à pas et continu, sont maintenant en mesure d'être adaptés à un interféromètre de plus grandes dimensions destiné à l'étude de spectres avec une résolution de $2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$, un seul point restera cependant à améliorer : la cadence de l'échantillonnage. Pour obtenir un gain important nous pensons utiliser un dispositif de principe assez différent : le trièdre étant animé d'un mouvement de translation uniforme, la lame séparatrice (ou un miroir de renvoi) serait placée sur un support à magnéto ou électrostriction asservi, capable de lui communiquer un déplacement en dents de scie à une fréquence élevée ; la variation de différence de marche résultant de ces deux déplacements suivrait la loi en marches d'escalier cherchée.

Je tiens à exprimer à Monsieur le Professeur JACQUINOT toute la plus sincère et profonde reconnaissance que je lui dois pour l'accueil chaleureux qu'il m'a fait dans son laboratoire.

Je remercie tout particulièrement Monsieur CONNES pour l'aide qu'il m'a apportée dans ce travail et les précieux conseils qu'il m'a, en quelle qu'occasion que ce soit, toujours donnés.

Je remercie également tout le personnel technique du Laboratoire qui m'a, si obligeamment, prêté son concours pour la réalisation de la partie mécanique de l'appareil.

B I B L I O G R A P H I E

- [1] P.FELLGETT - Jour. Phys. Rad. 19 - p.187 - (1958)
- [2] P.JACQUINOT - XVII^{ème} Congrès du G A M S - PARIS - (1954)
- [3] P.FELLGETT - Jour. Phys. Rad. - 19 - p.237 - (1958)
- [4] J.D.STRONG et G.VANNASSE - Jour. Phys. Rad. - 19 - p.192 - (1958)
- [5] L.MERTZ - Jour. Phys. Rad. - 19 - p.233 - (1958)
- [6] J.CONNES et M.P.GUSH - Jour. Phys. Rad. - 20 - p.915 - (1959)
- [7] J.CONNES - Thèse
- [8] G.MICHEL - Thèse
- [9] L.MERTZ - Congrès de STOCKHOLM : Heterodyne Interference Spectroscopy
(Août 1959)
- [10] EDSON R.PECK - Fractional Fringe Measurements with a corner cube
interferometer - J. O. S. A. - 45 - 795 - (1955)
- [11] EDSON R.PECK et S.WENDELL O.BETZ - Wavelength or length measurement by
reversible Fringe counting - J.O.S.A - 43 - 505 - (1953)

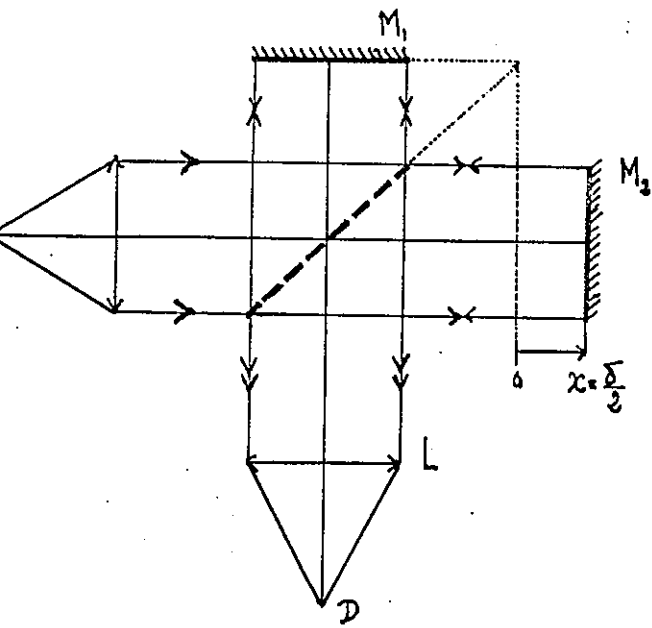


Fig 1
Interferometre de Michelson

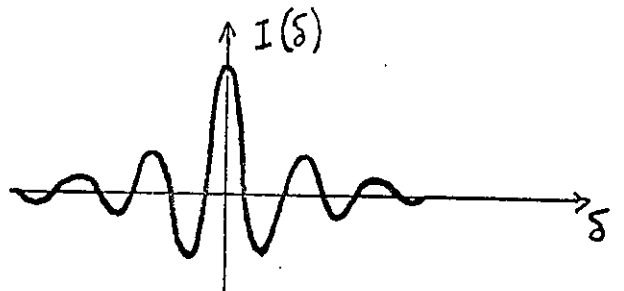
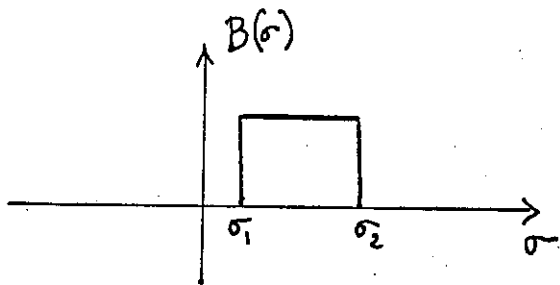
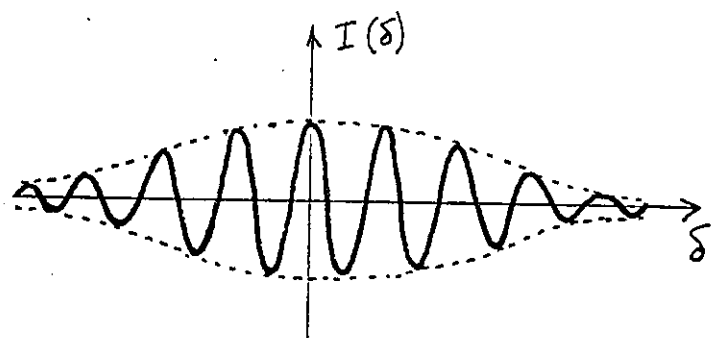
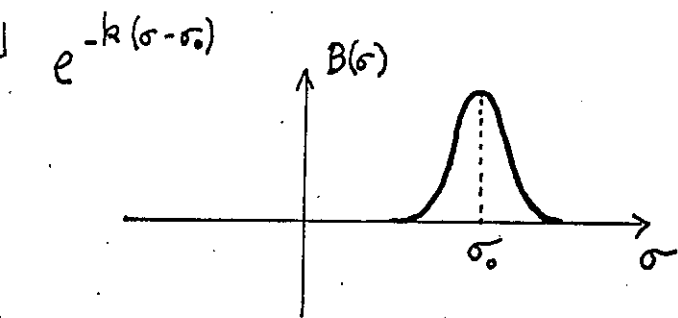
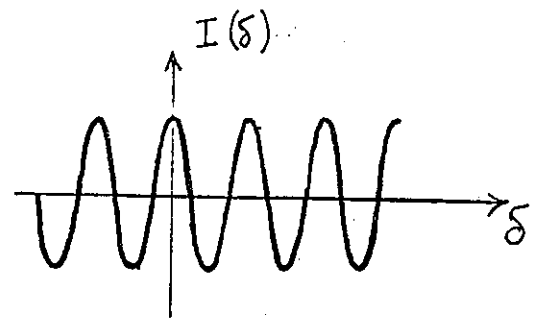
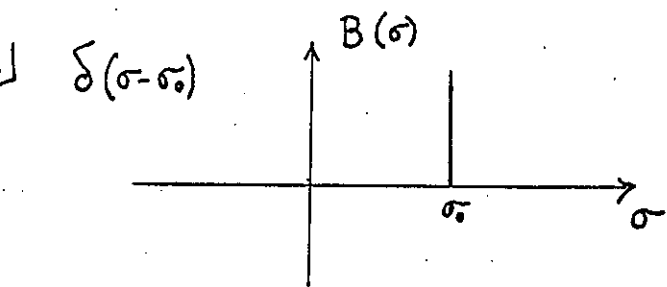
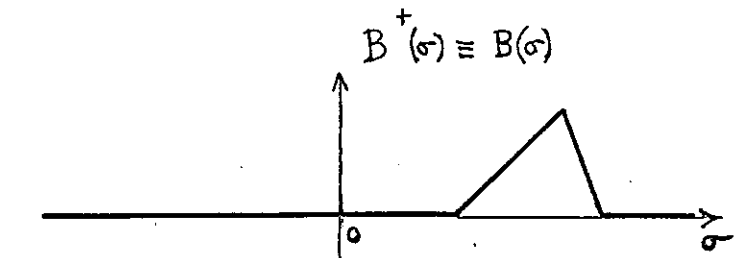


Fig 2 Spectres et Interferogrammes

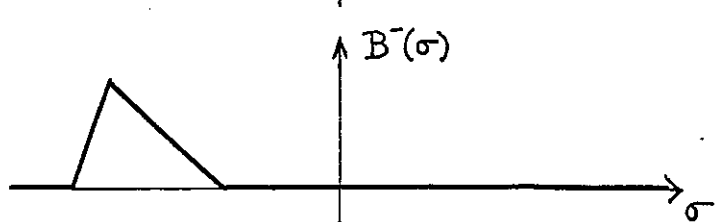
Fig 3

Spectre et sa partie paire

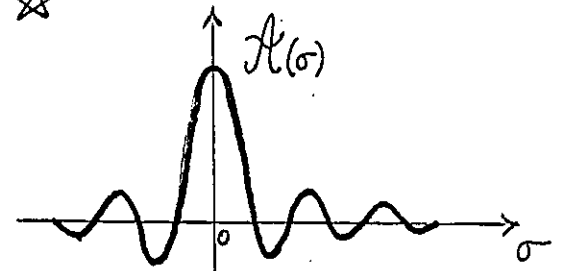
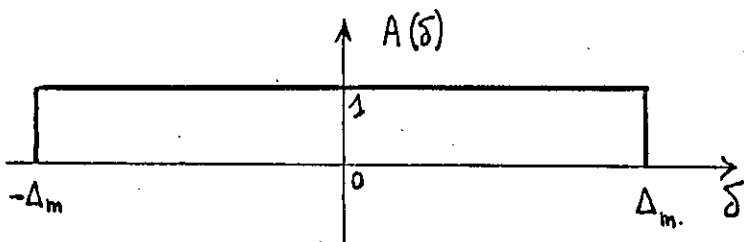
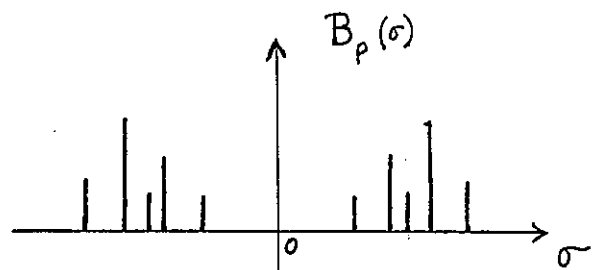
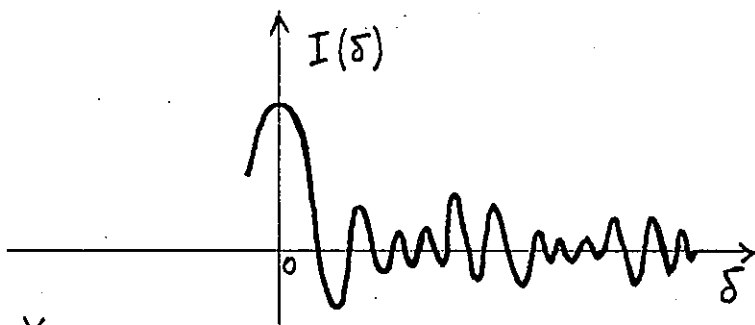
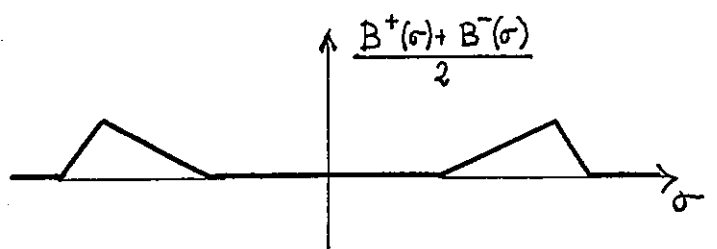
a)



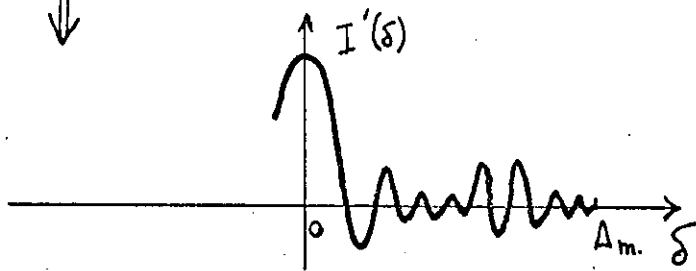
b)



c)



↓



↓

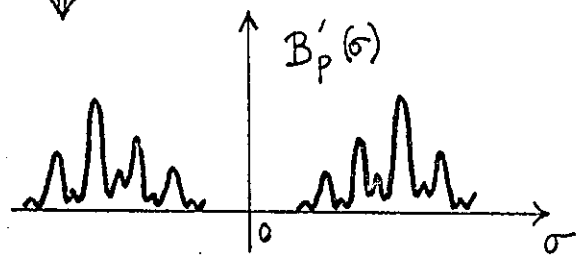


Fig 4 - APODISATION

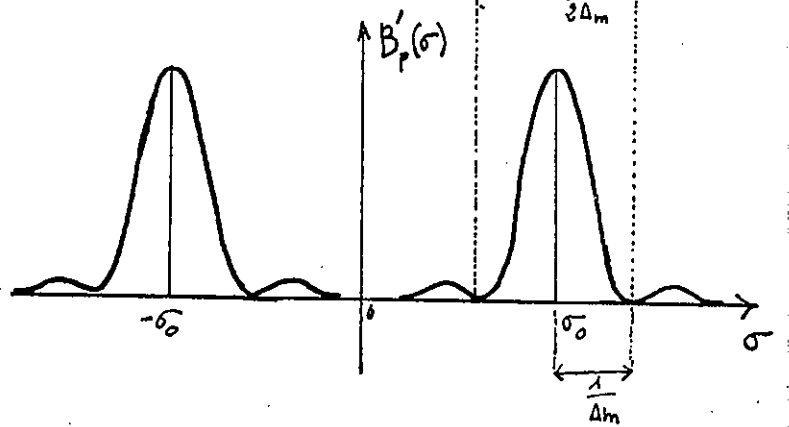
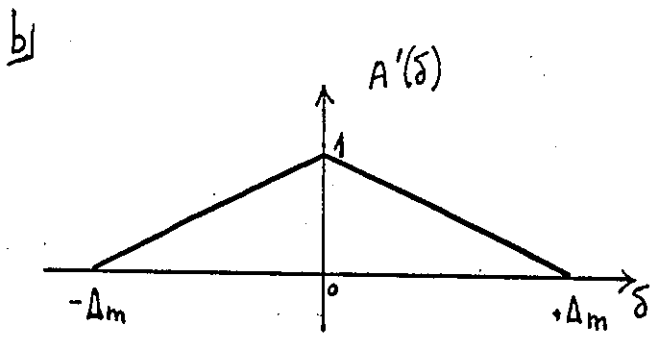
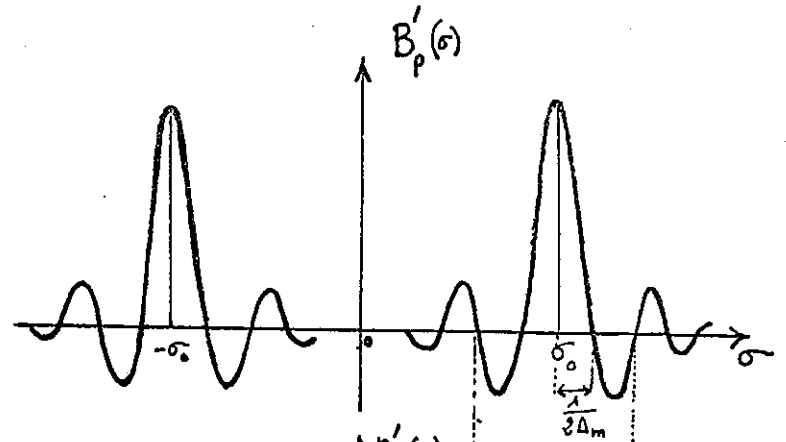
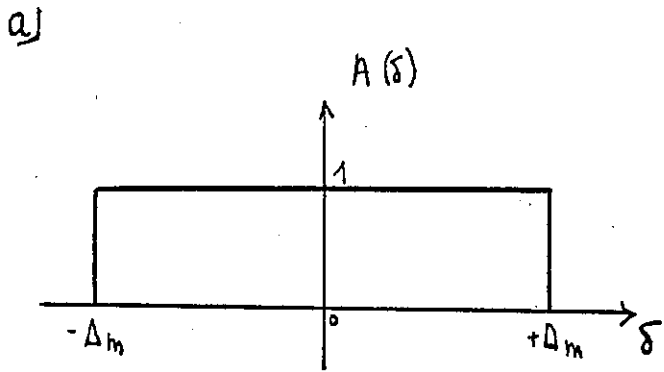
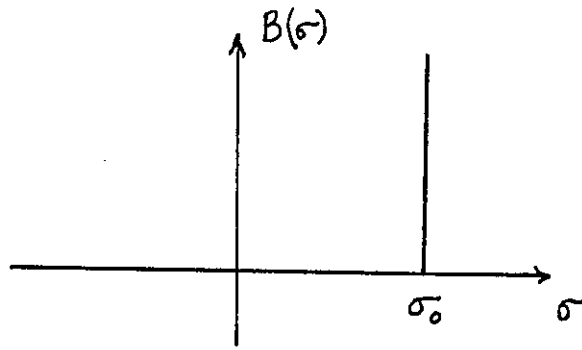


Fig 5 Fonctions d'appareil

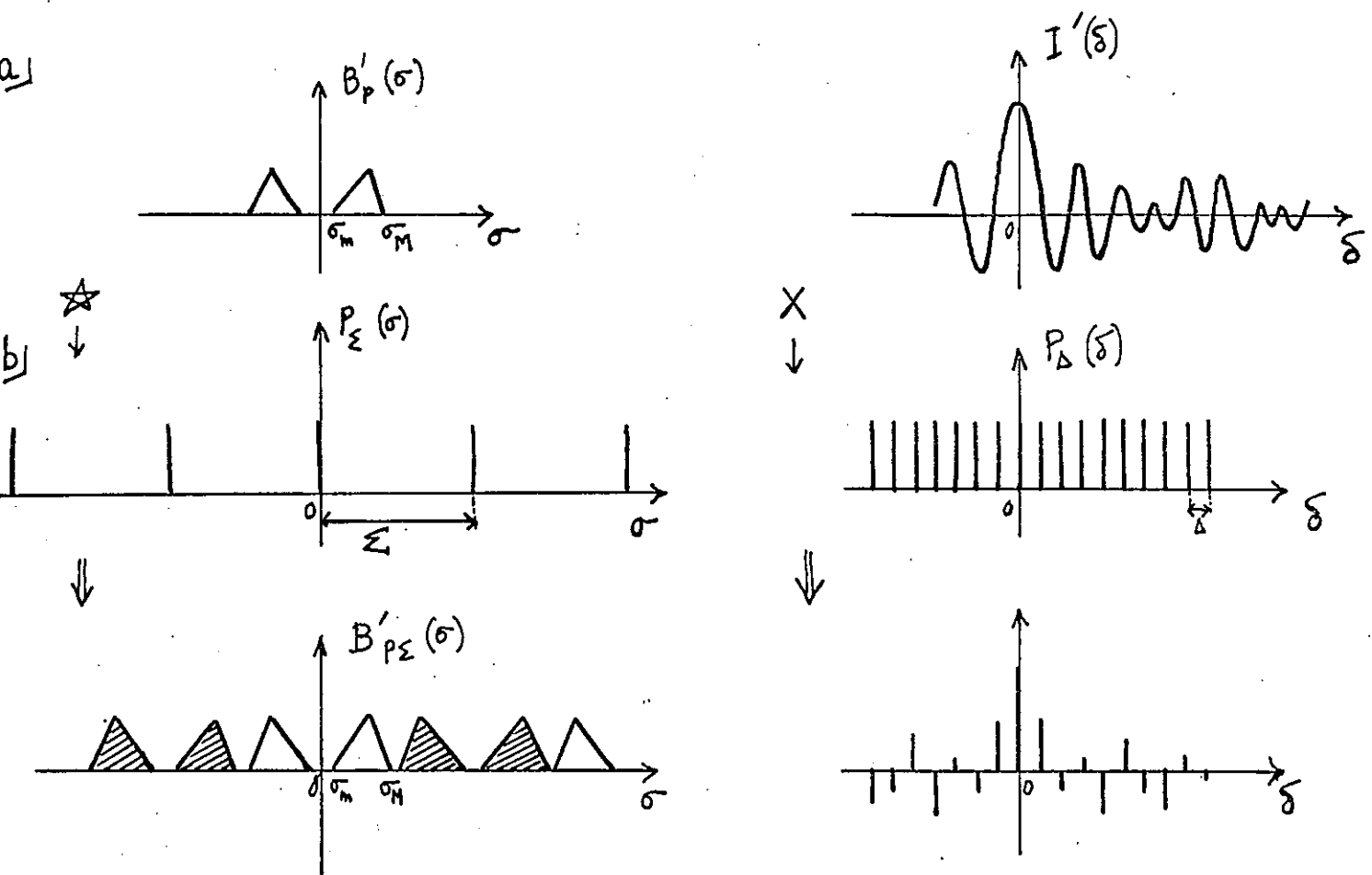


Fig 6 - Echantillonnage.

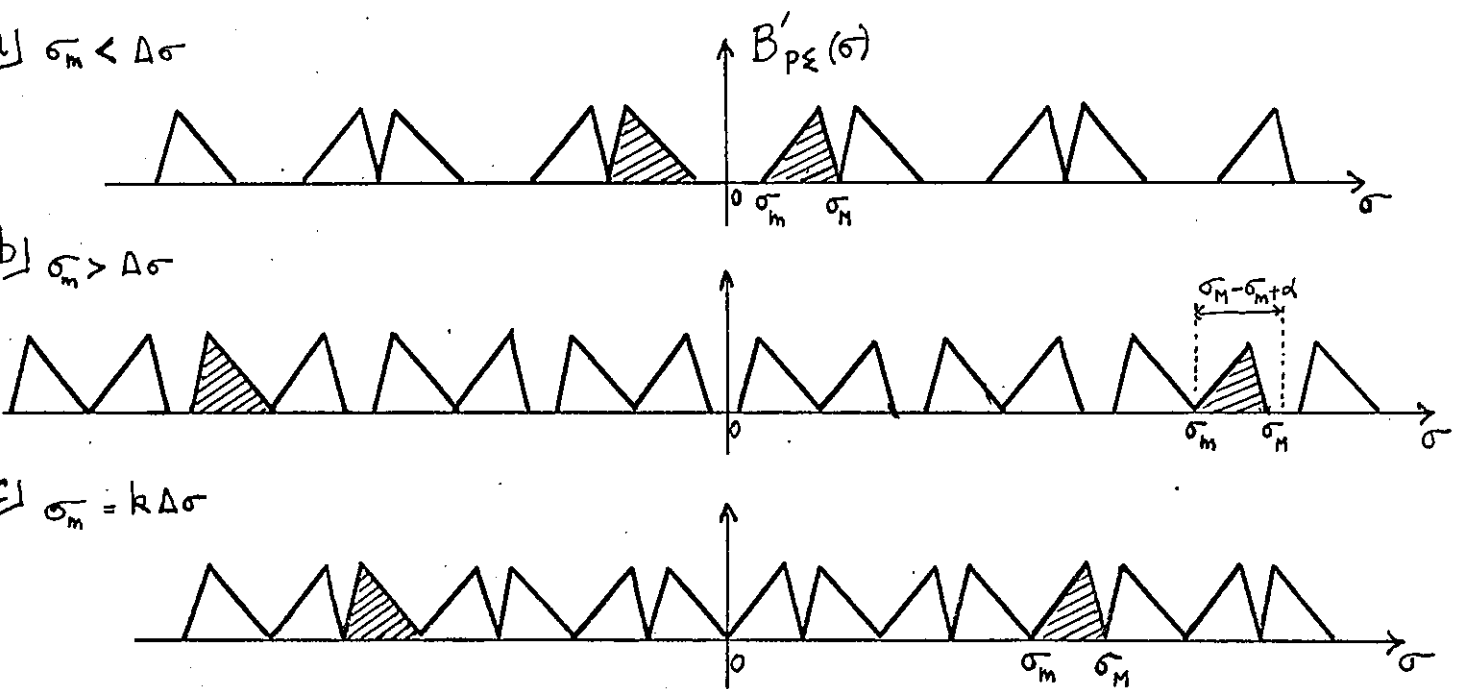


Fig 7 Spectres obtenus à partir d'interferogrammes échantillonnés avec le pas Δ optimum

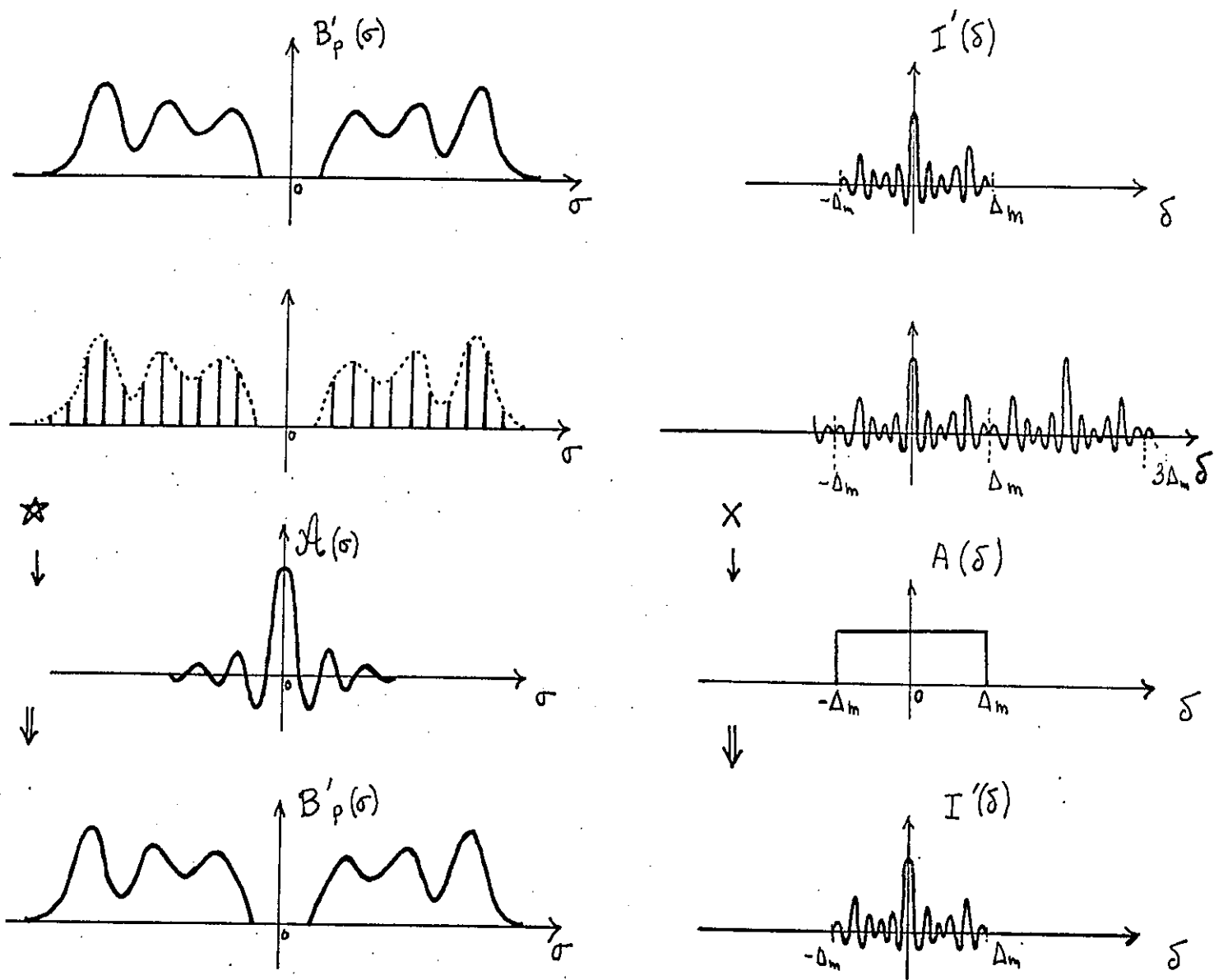


Fig 8 - Reconstitution d'un spectre à partir du même spectre échantillonné

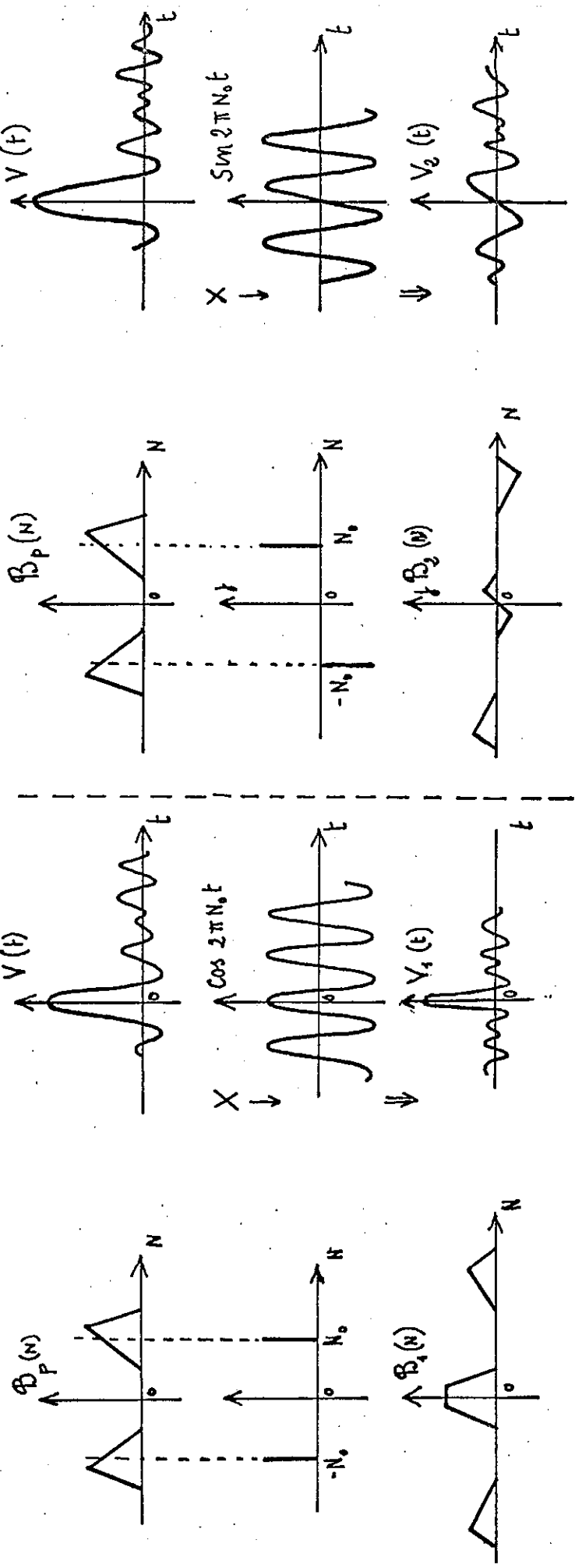
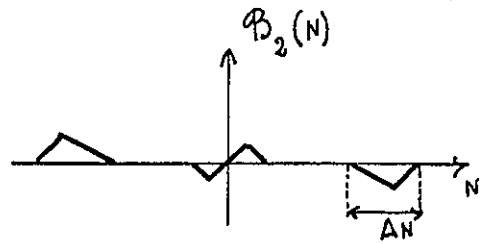
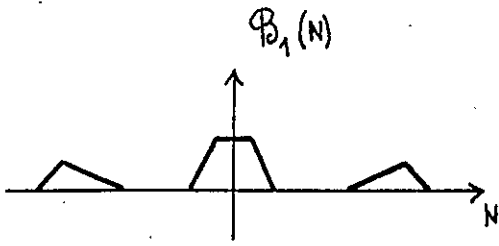
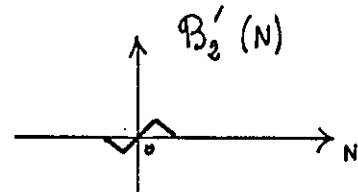
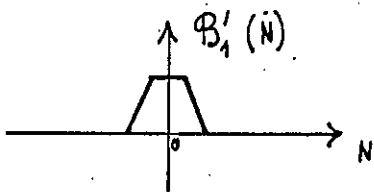
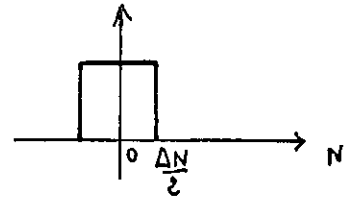
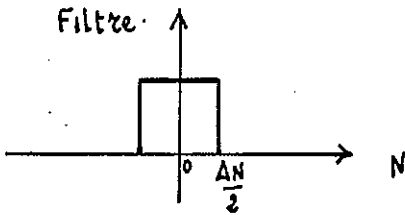


Fig 9 Methode du changement de fréquence.



FILTRAGE



ECHANTILLONNAGE

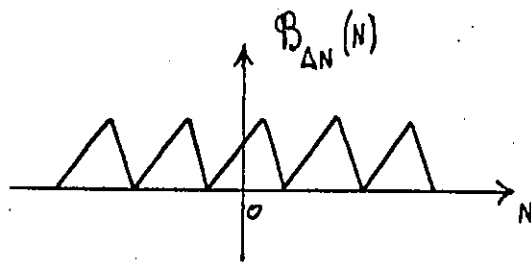
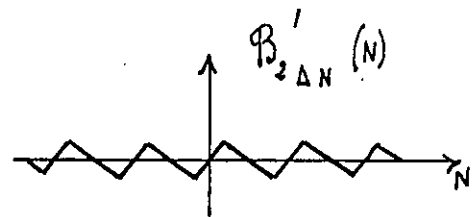
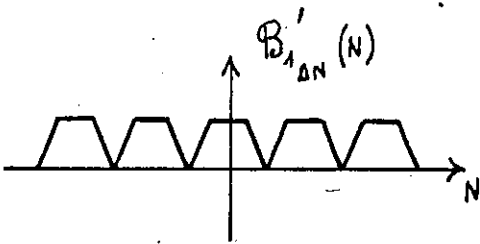
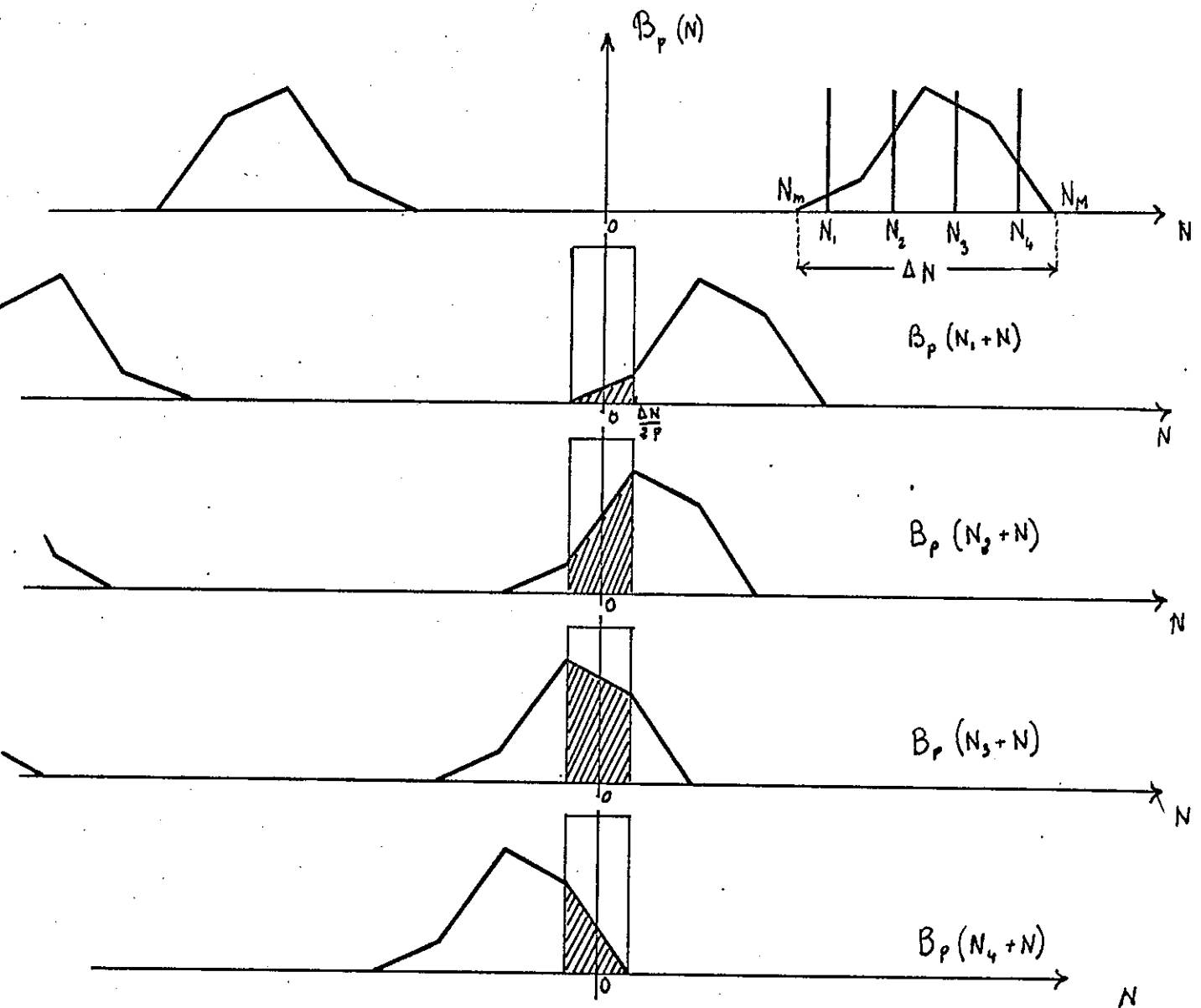


Fig 10 Methode heterodyne et Analyse par echantillonnage.



analyse.

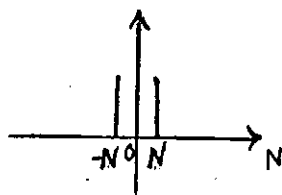


Fig 11. decoupage d'un spectre par la methode de changement de frequence.

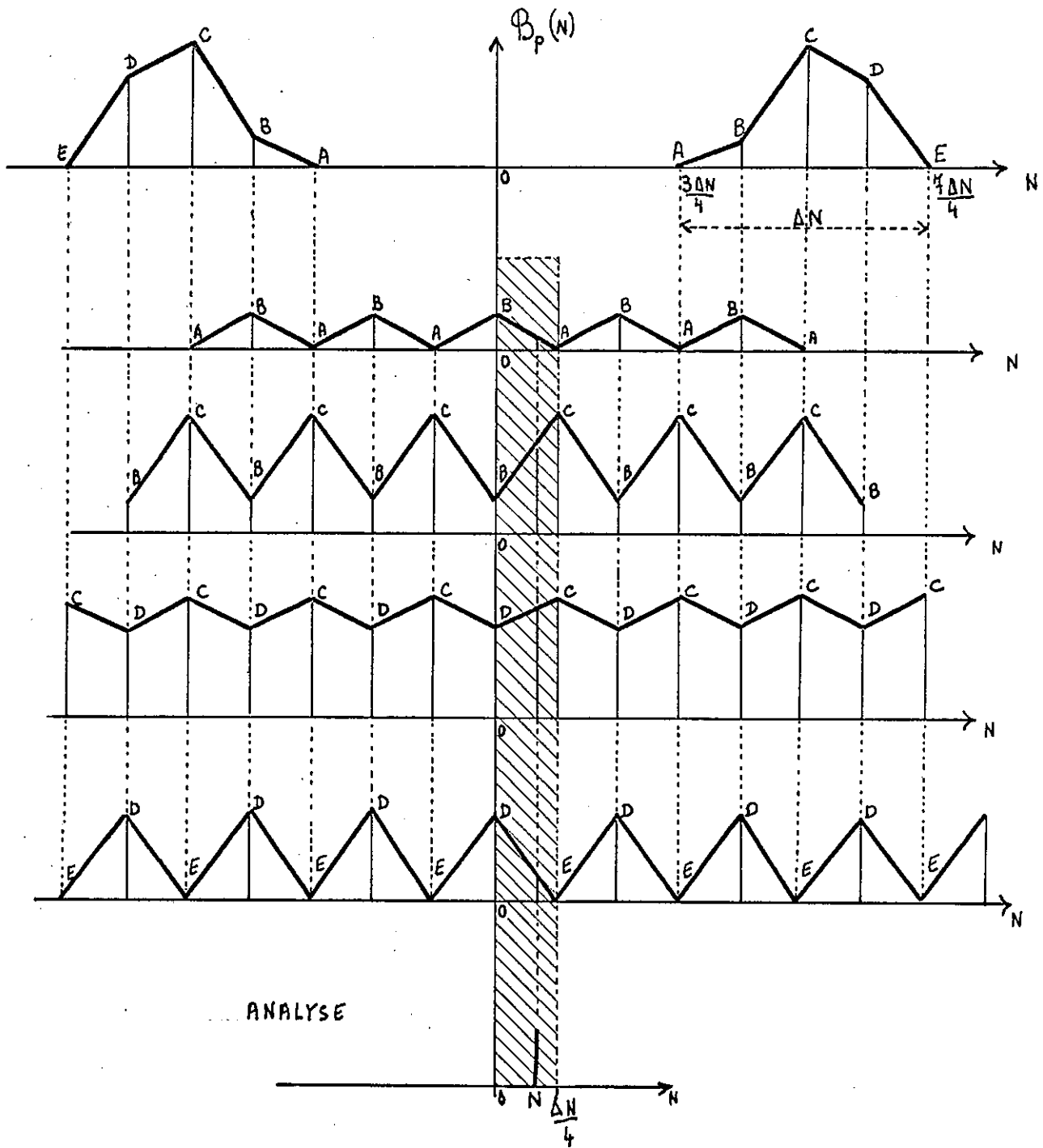


Fig 12 - Spectres correspondant aux
 p interférogammes échantillonnés ($p=4$)
 (L'analyse par un signal. de fréquence N donne 4 points du spectre)

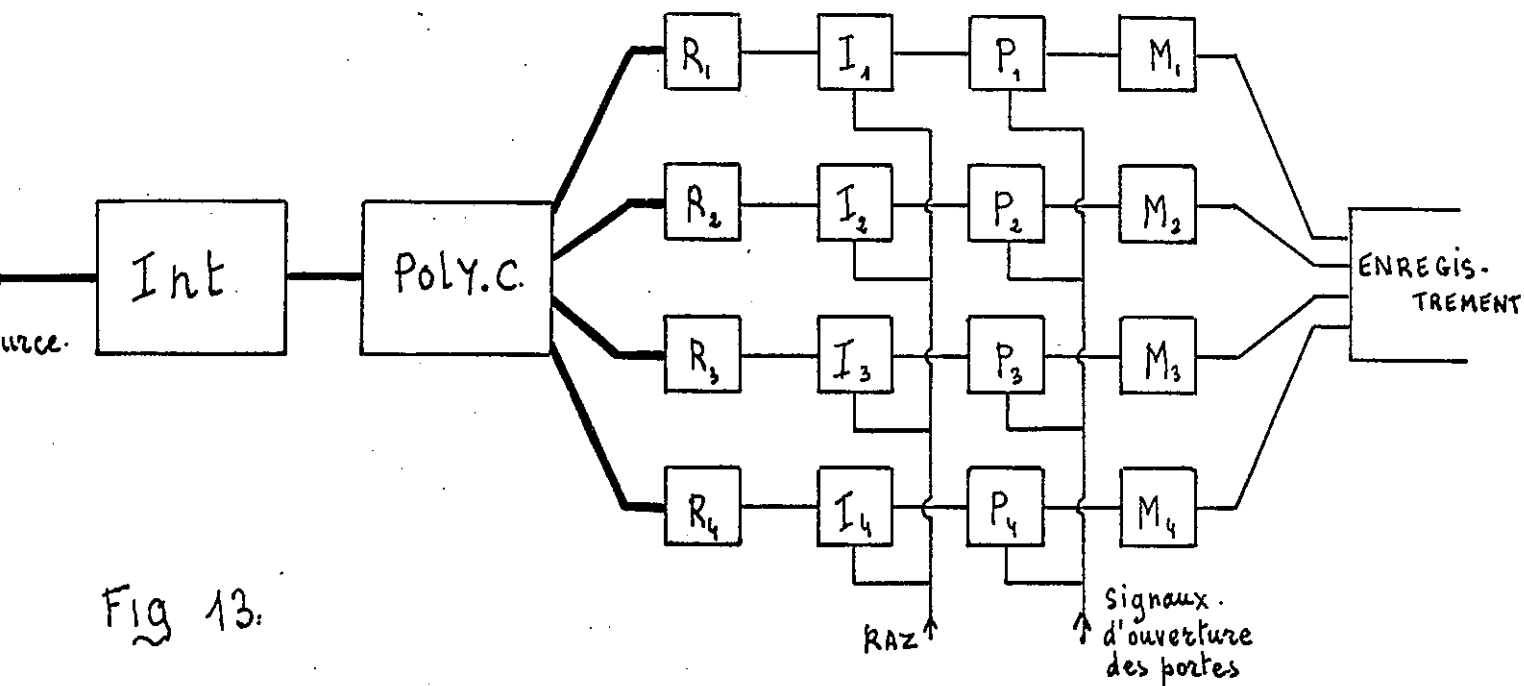


Fig 13.

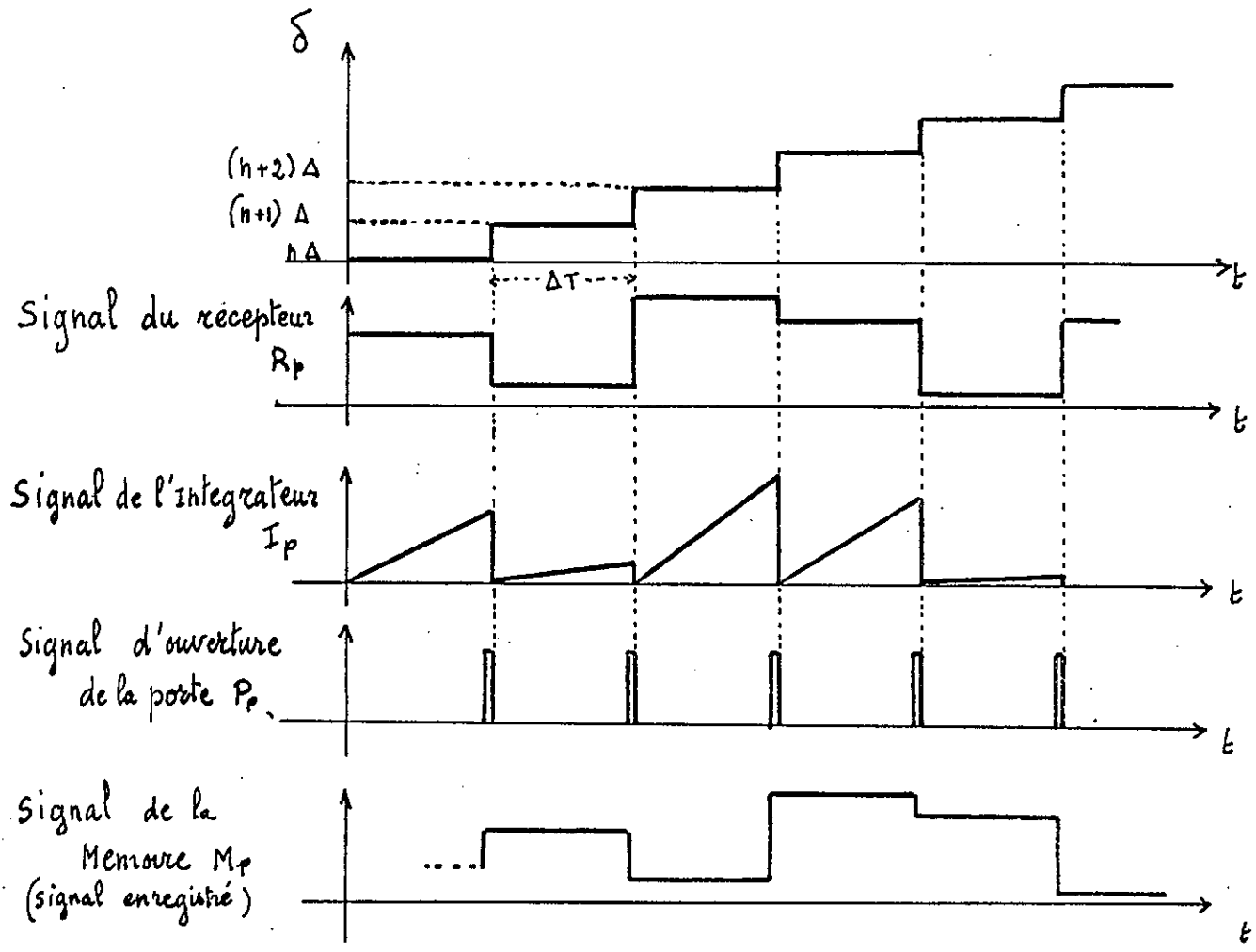


Fig 14 Schema de la Methode d'enregistrement multicanal.

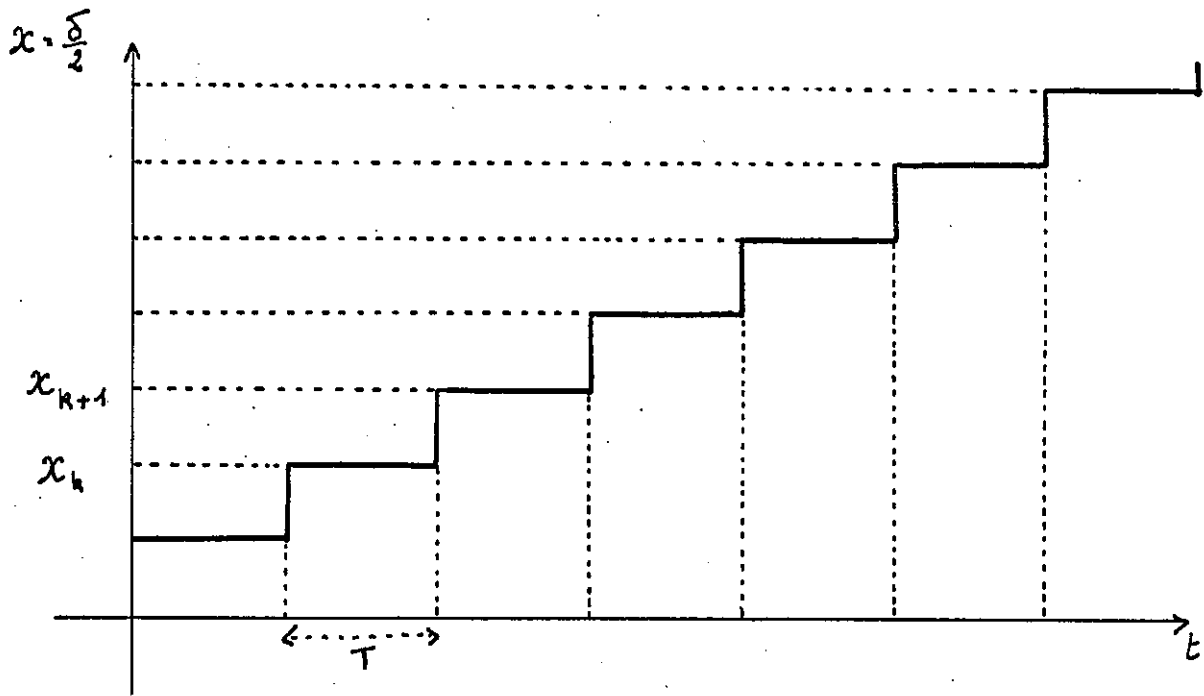


Fig 15 déplacement idéal du miroir.

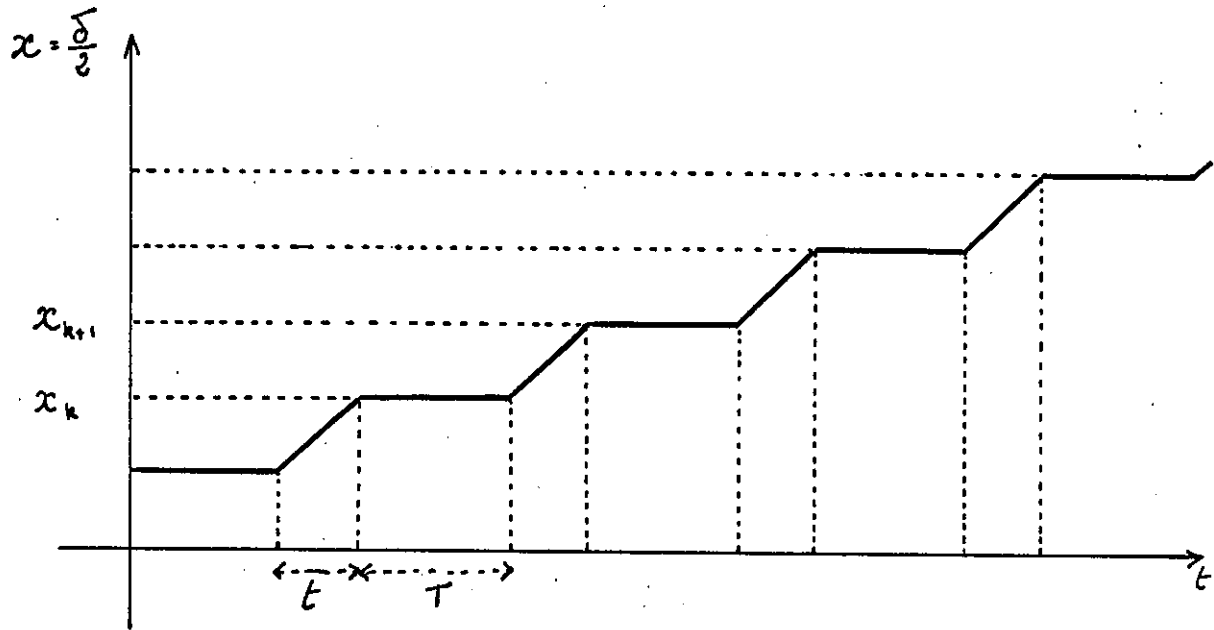
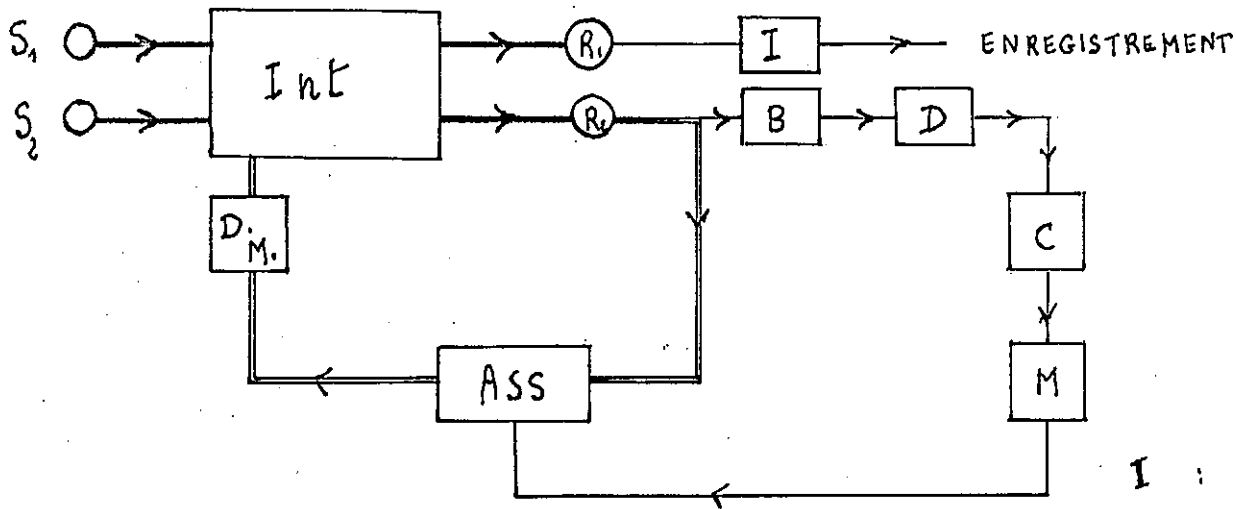


Fig 16. Déplacement réel.



- I : Integrateur
- B : Bascule de Schmitt
- D : Differentiateur.
- C : Compteur.
- M : Monovibrateur

Avancement
du miroir mobile.

Signal du
recepteur R_2

Impulsions à
la sortie du compteur.

ETAT de l'asservissement
commandé par le monovibrateur

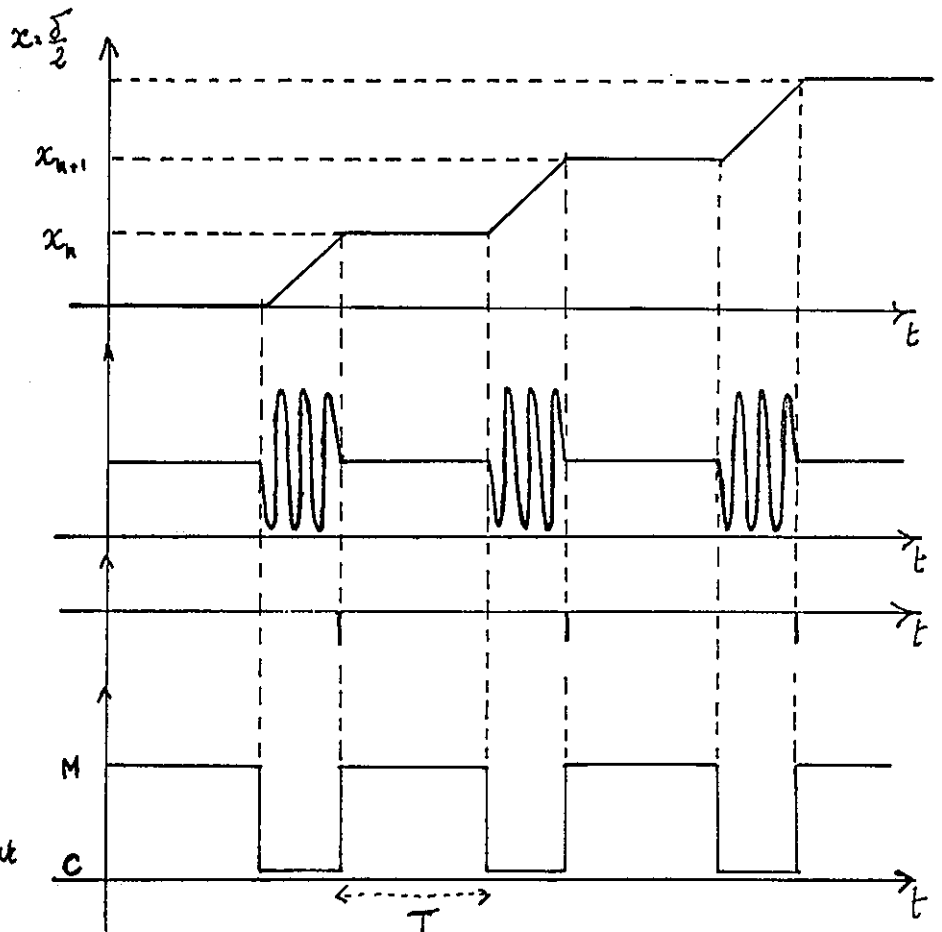


Fig 17 - principe de l'avancement pas à pas

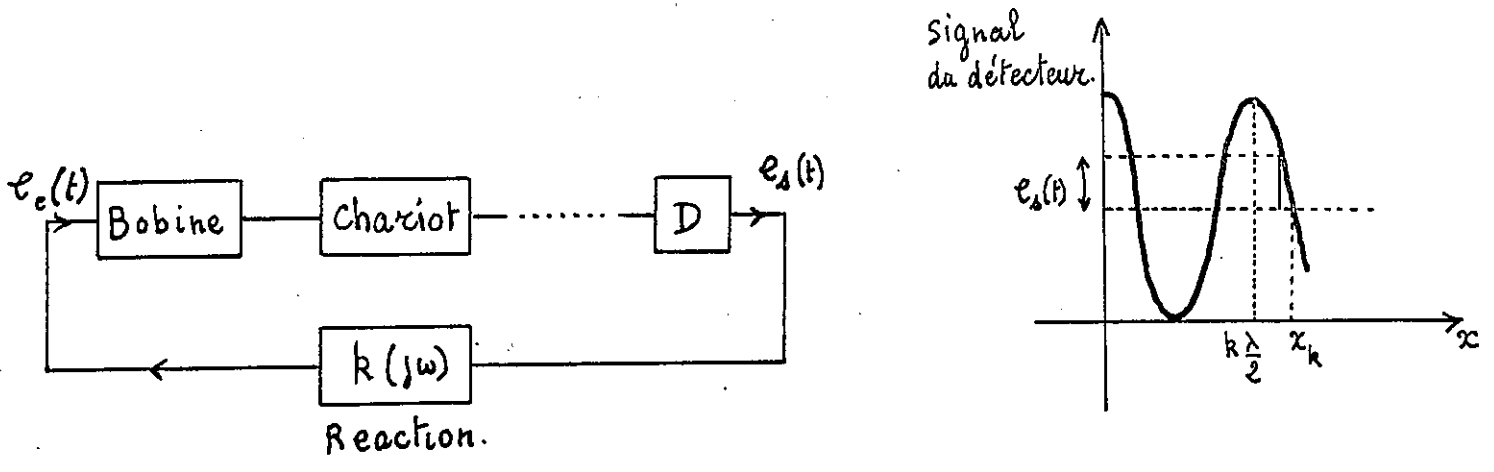


Fig 18 ASSERVISSEMENT et signal d'erreur.

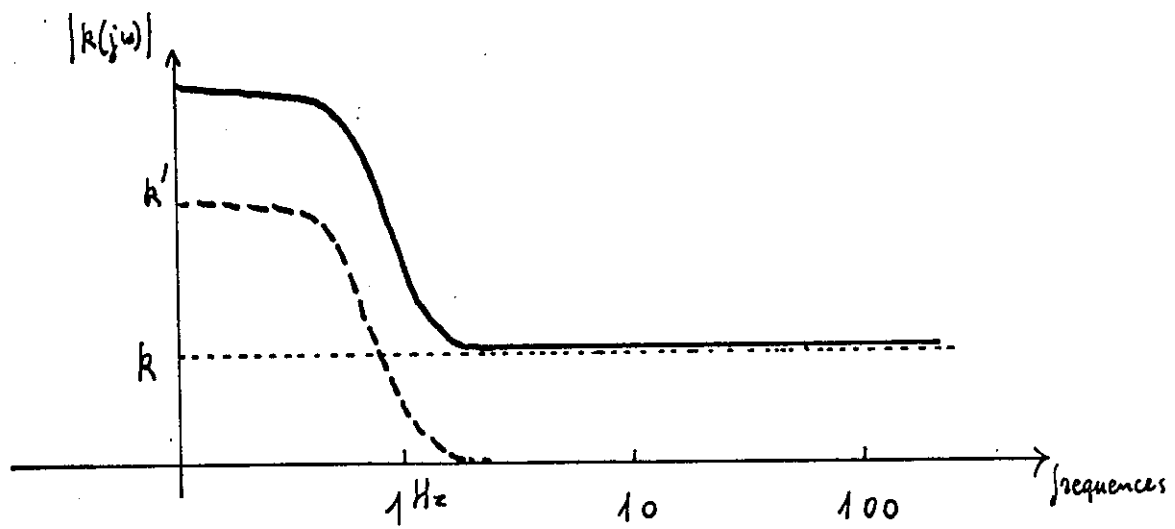
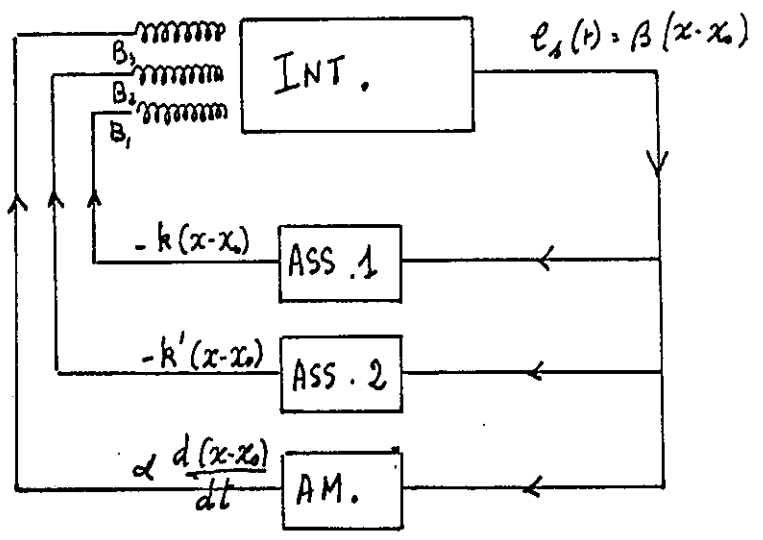


Fig 19
 Reponse de la boucle de reaction N°1 de l'asservissement
 - - - - Reponse de la boucle N°2.
 ——— Reponse de l'ensemble.

Fig 20
 schema de
 l' Asservissement.



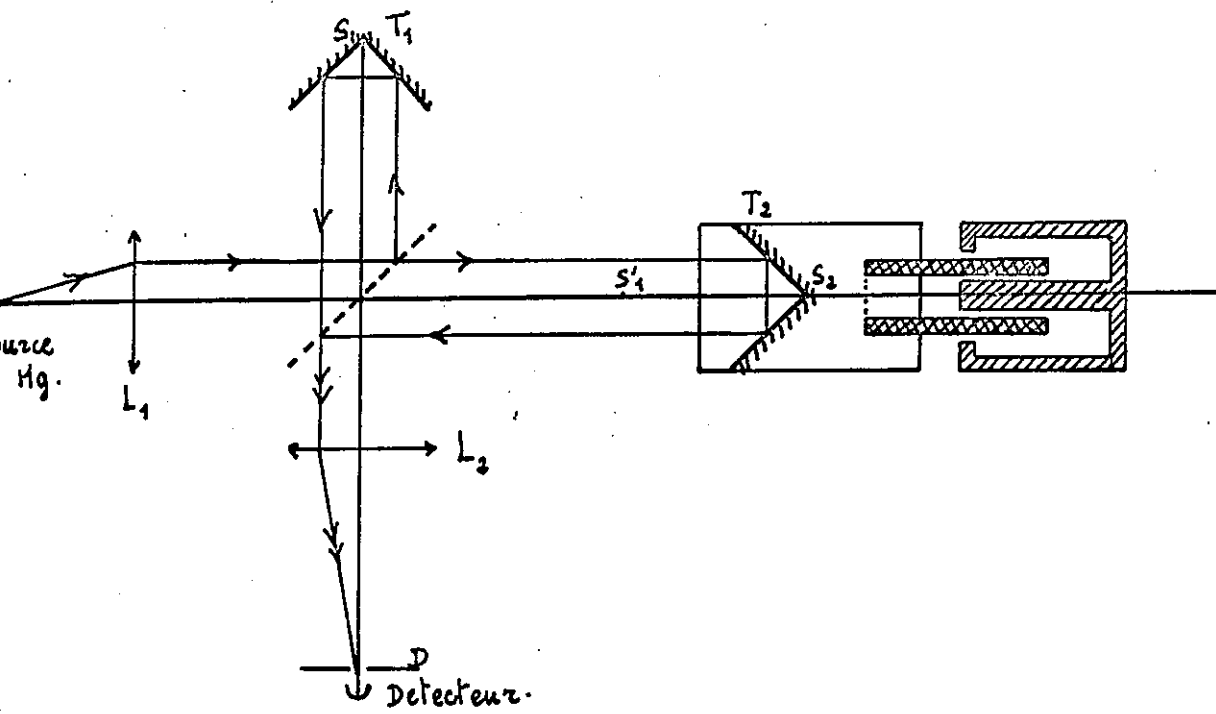


Fig 21 schema de l'interferometre

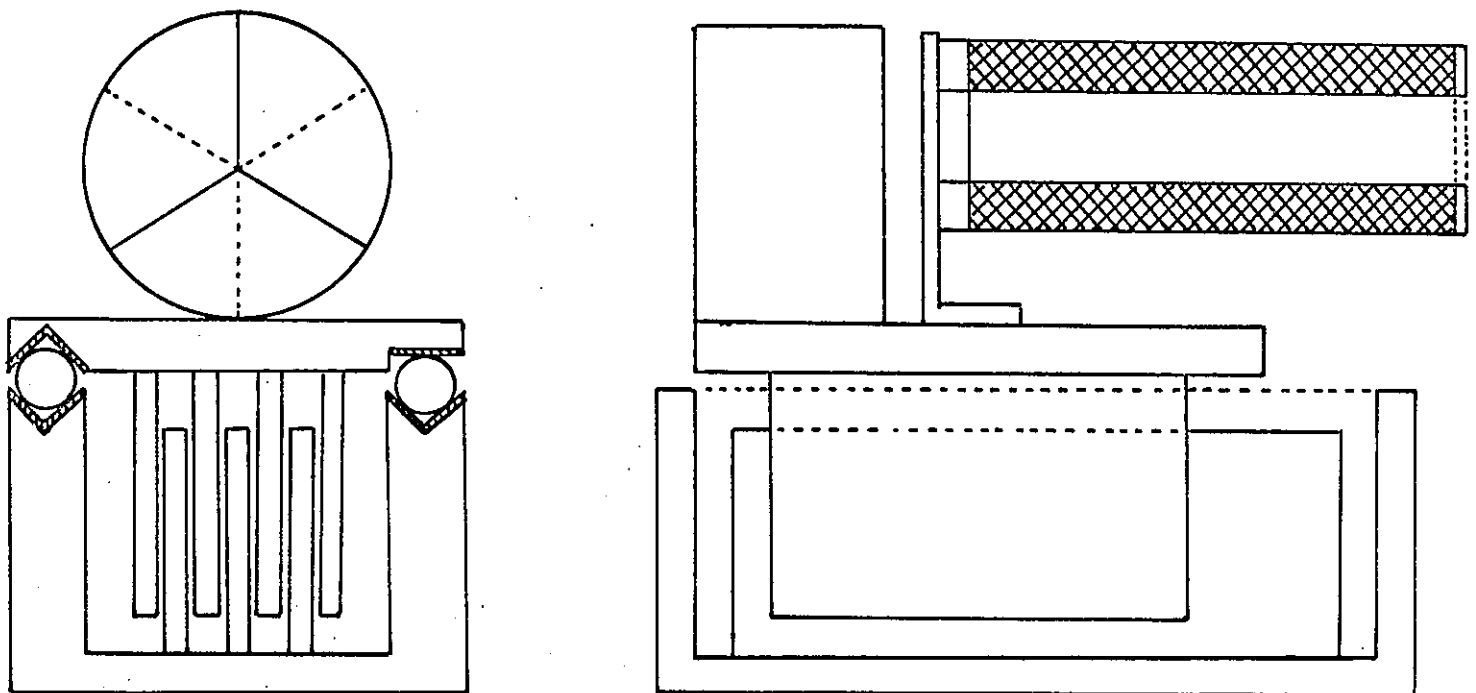


Fig 22 schema du chariot porte-triedre et de son amortisseur.

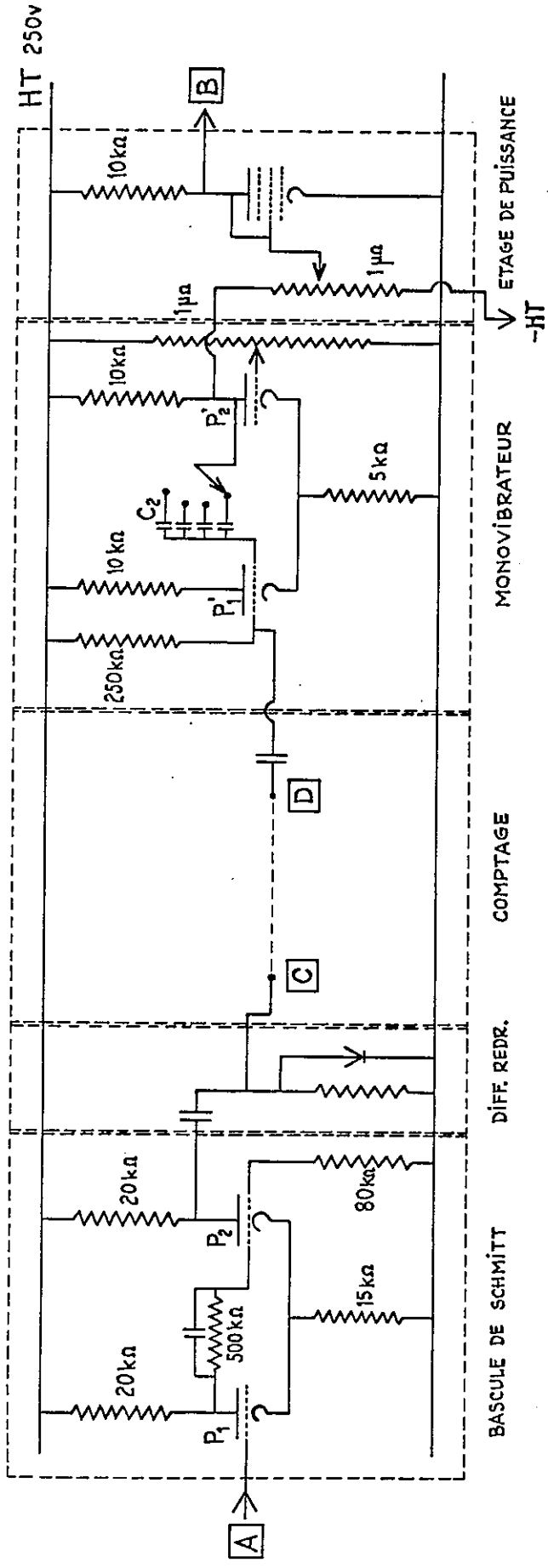


Fig. 24 SCHEMA DU SYSTEME DE COMMANDE DE L'ASSERVISSEMENT.

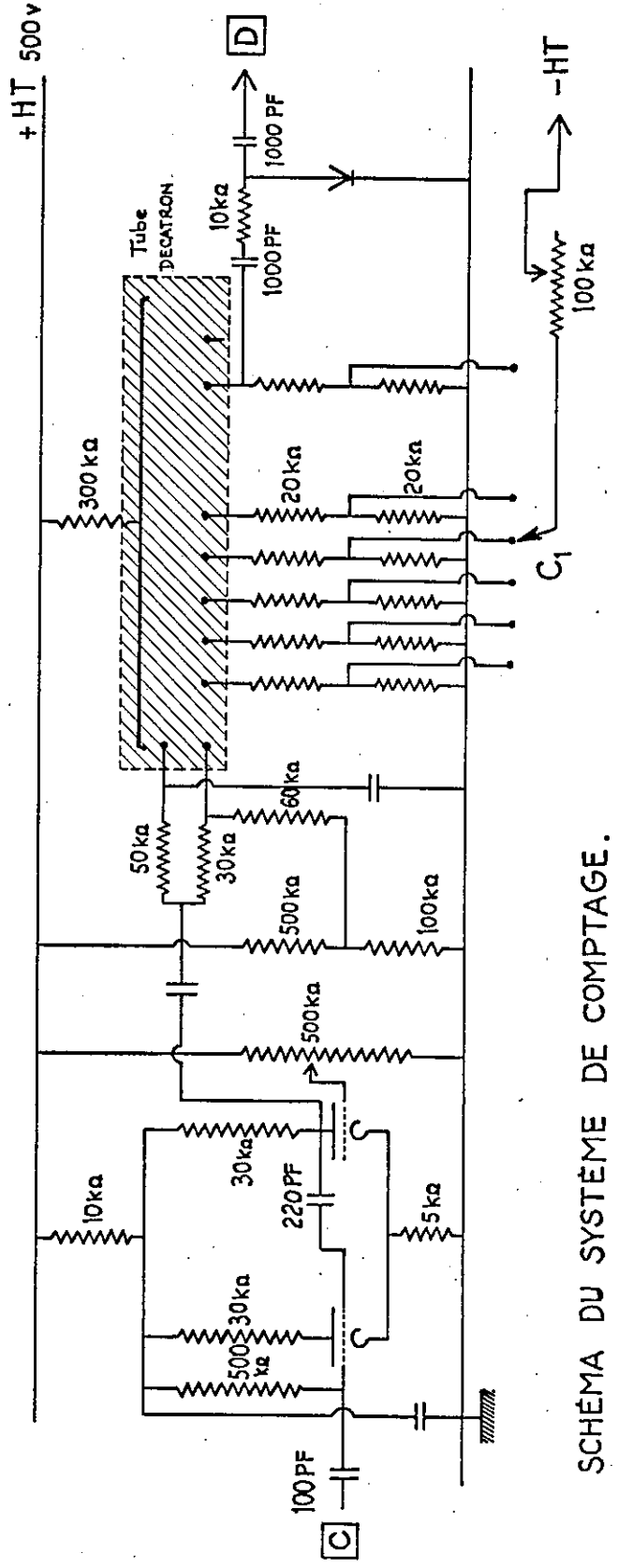
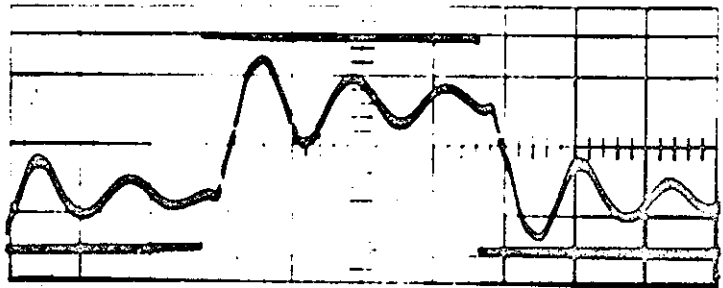


Fig. 25 SCHEMA DU SYSTEME DE COMPTAGE.

a)- Asservissement seul

(gain k élevé)

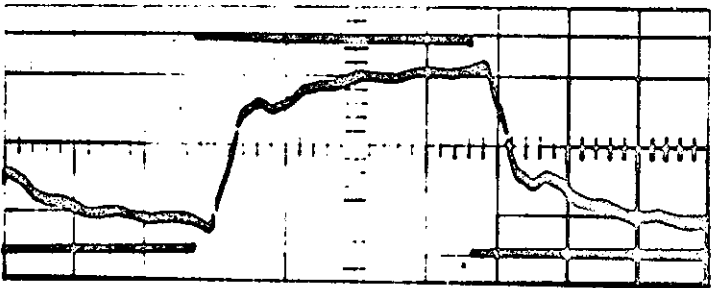


b)- Asservissement et

Amortissement Electrique

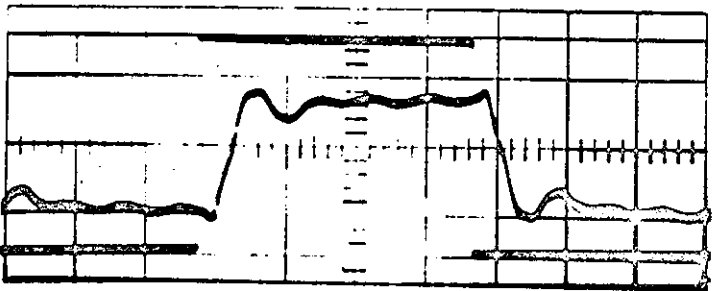


c)- Amortissement trop important



d)- Asservissement et
Amortissement

(réglage optimum)



15 msec

Fig. 26 - Réponses du système asservi à un échelon.

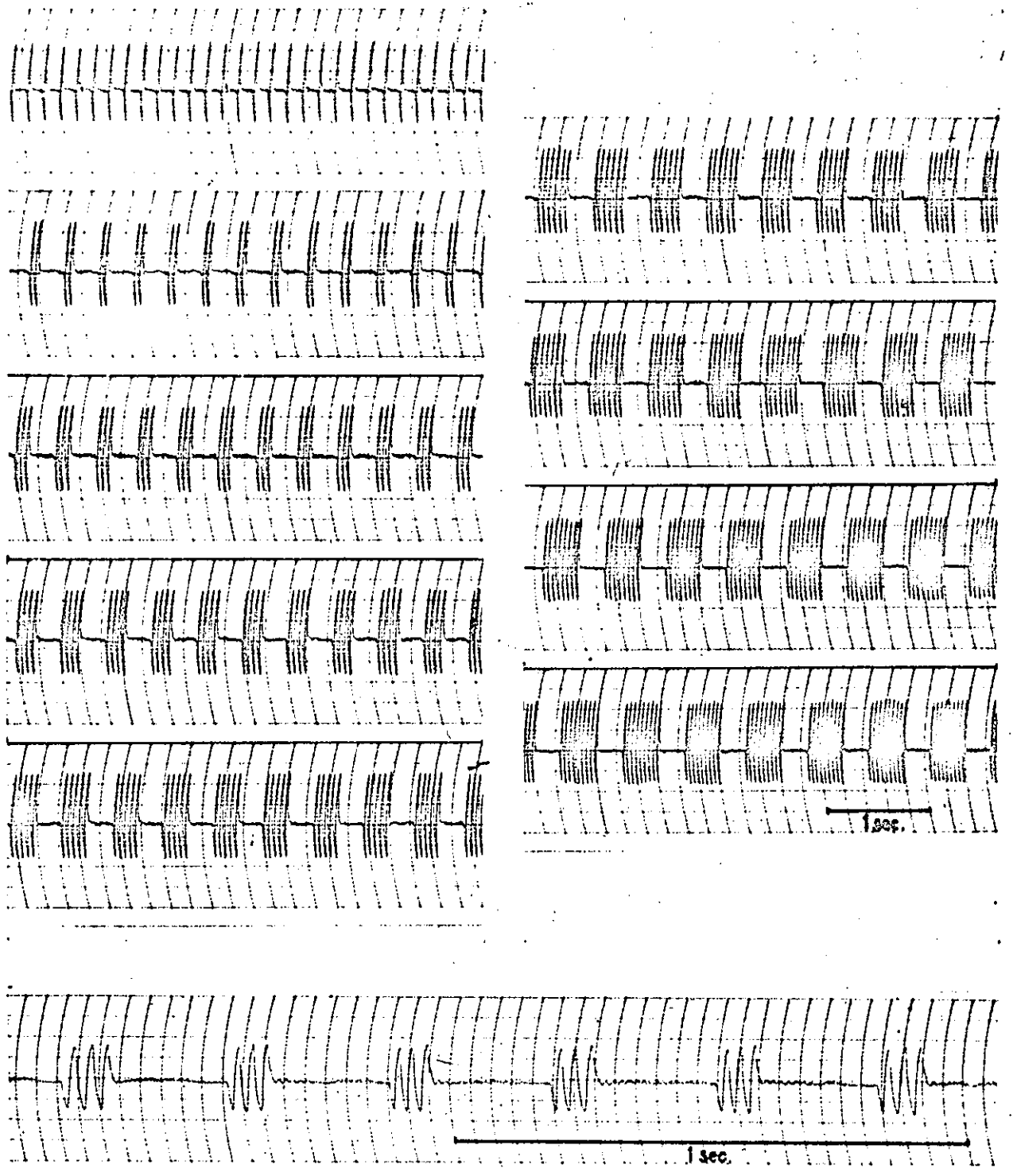
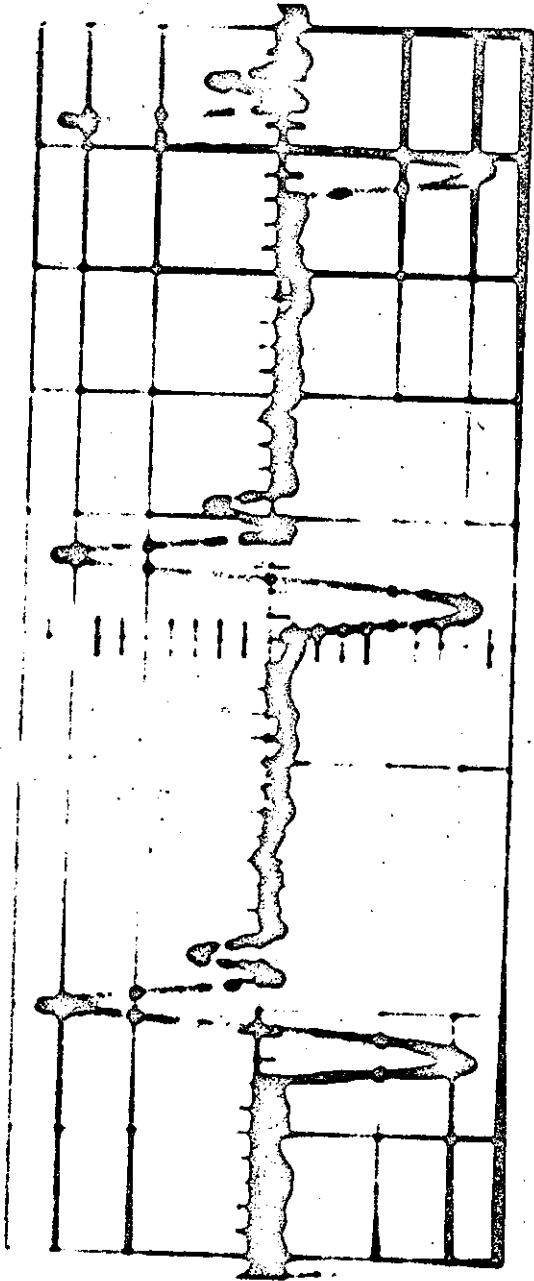


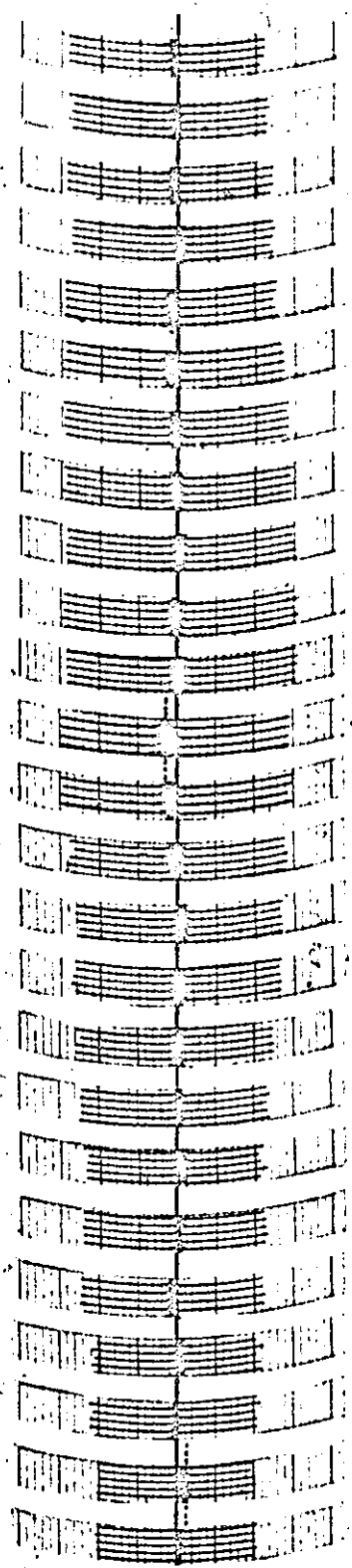
Fig. 27 - AVANCEMENT PAS À PAS DE L'UN DES MIROIRS
D'UN INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON



50 msec

Fig- 28 - AVANCEMENT PAS à PAS

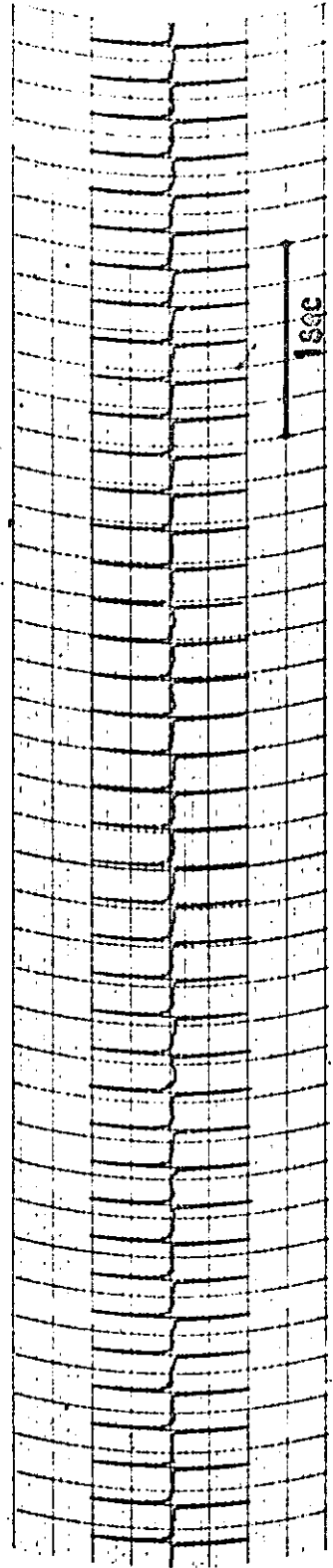
(Conditions de fonctionnement
optimales)



1sec.



$\Delta=0$



1sec

Fig.29 - AVANCEMENT PAS À PAS EFFECTUÉ PENDANT UNE DURÉE DE 2^h.

(INTERVALLE DE TEMPS ENTRE CHAQUE MESURE : 5 MINUTES)

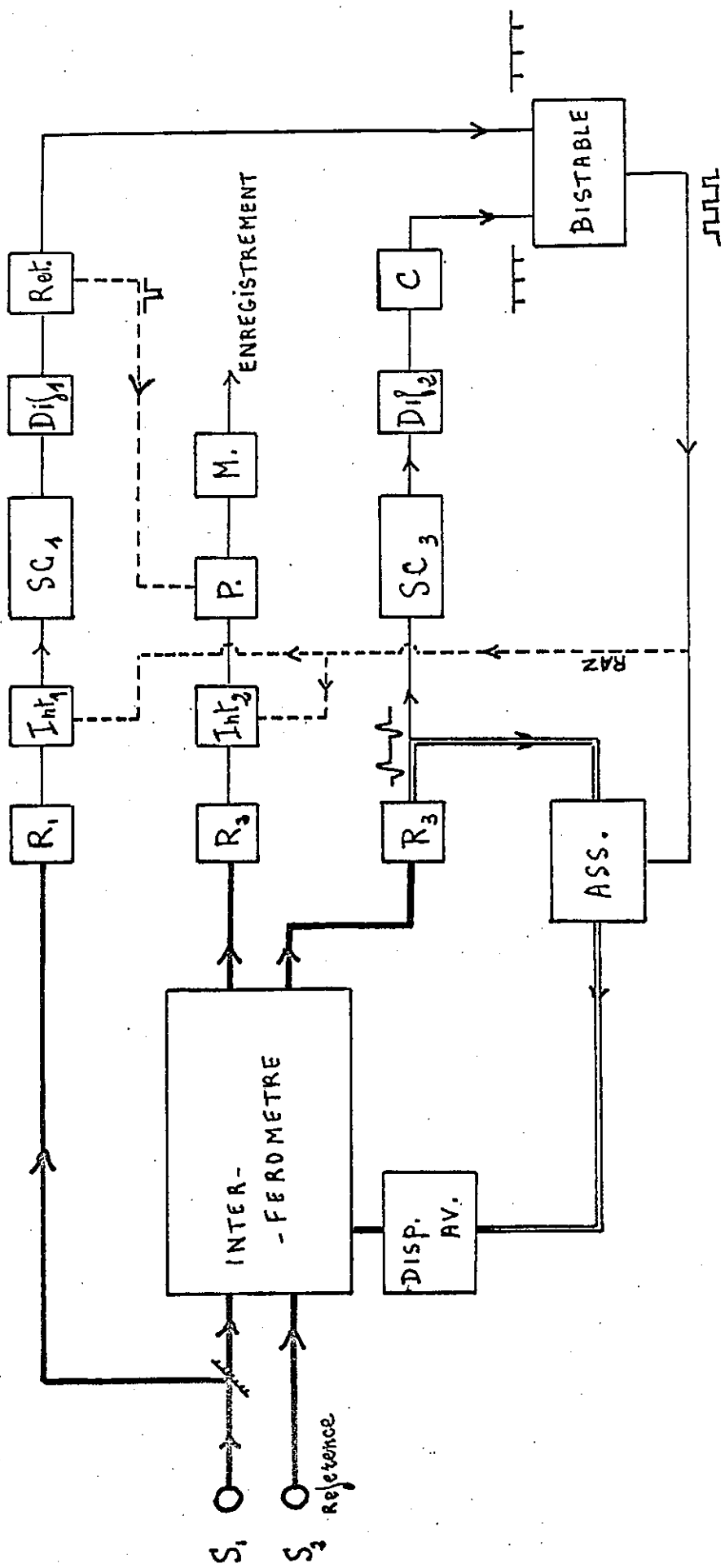


Fig. 30 schema. général de l'enregistrement pas à pas.

d'un Interférogramme adapté à l'étude de sources fluctuantes.

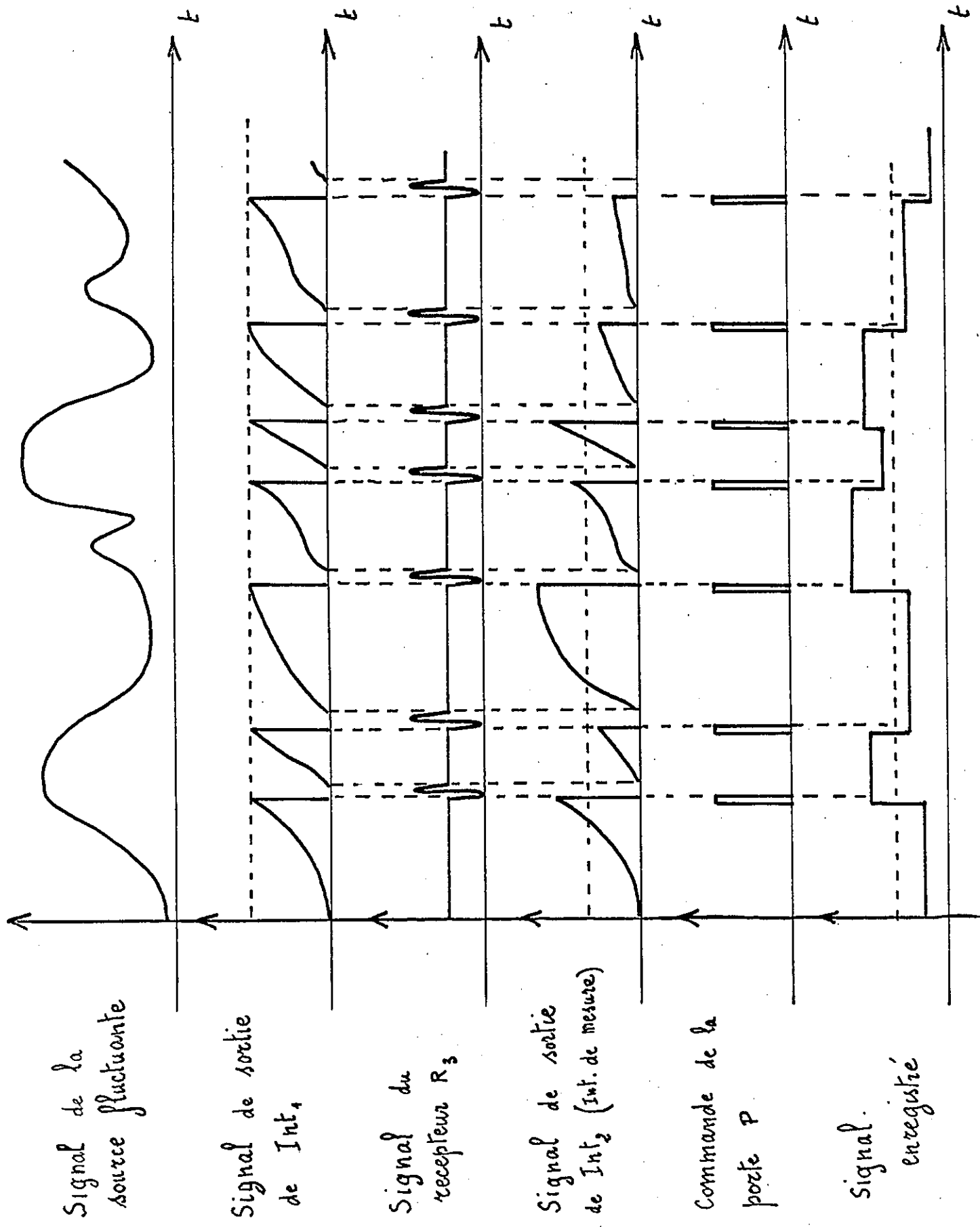


Fig. 31 . différentes phases de l'enregistrement -

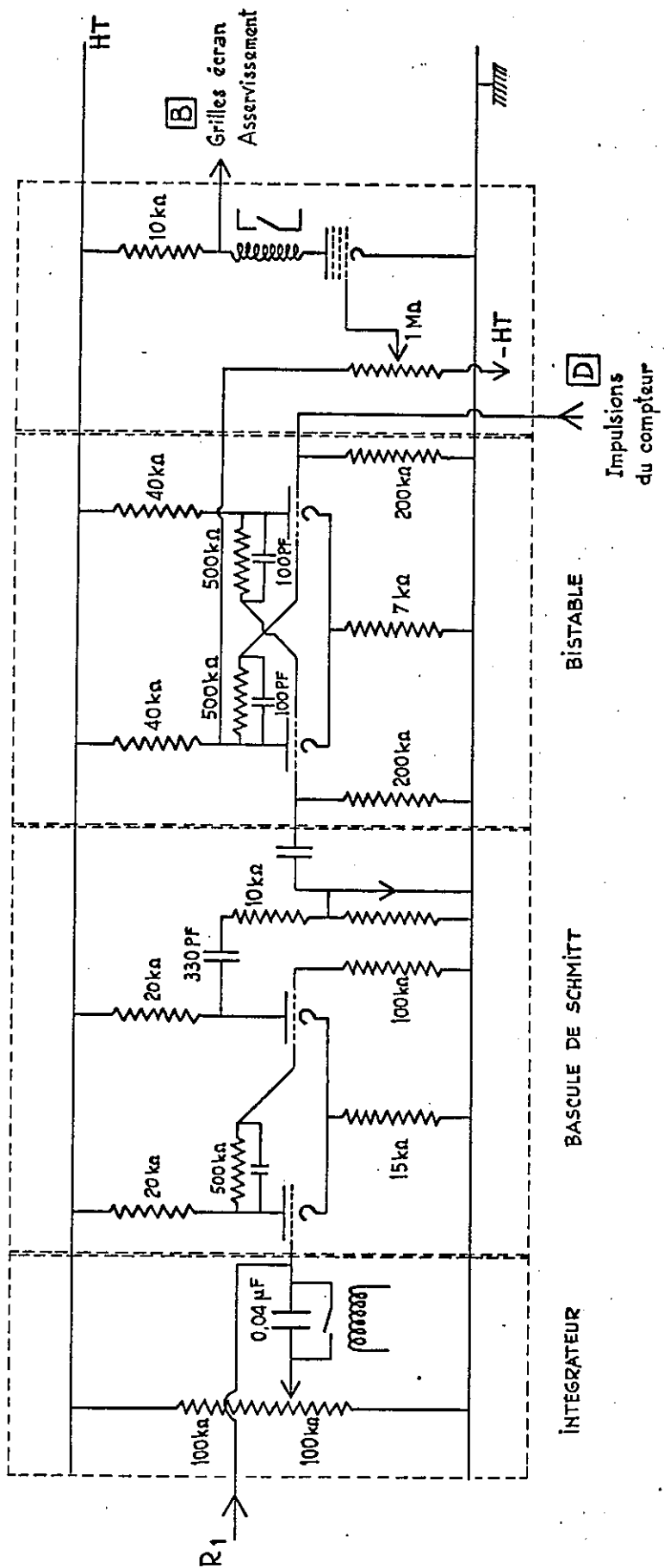
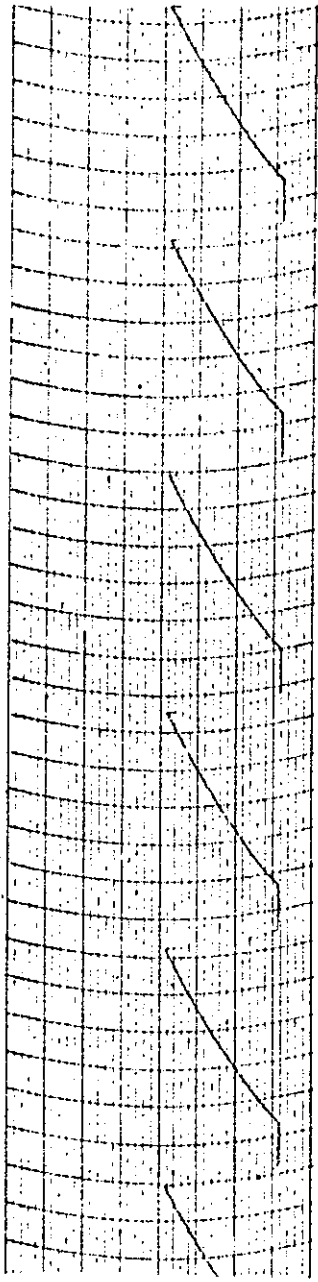
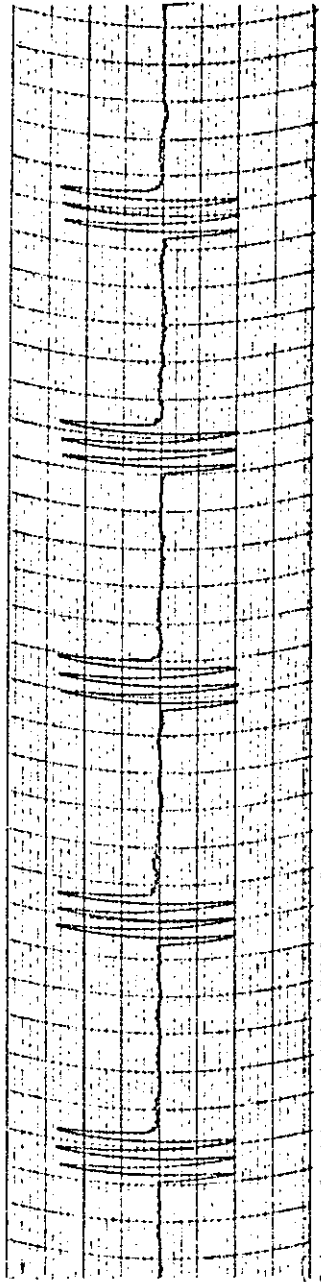


Fig.32 SYSTEME DE COMMANDE DE L'ASSERVISSEMENT (SOURCE FLUCTUANTE)

SIGNAL DE SORTIE
DE L'INTEGRATEUR
(SOURCE D'INTENSITE CONSTANTE)



SIGNAL DE RECEPTEUR
DE REFERENCE



SIGNAL DE COMMANDE
DU BLOCAGE
DE L'ASSERVISSEMENT

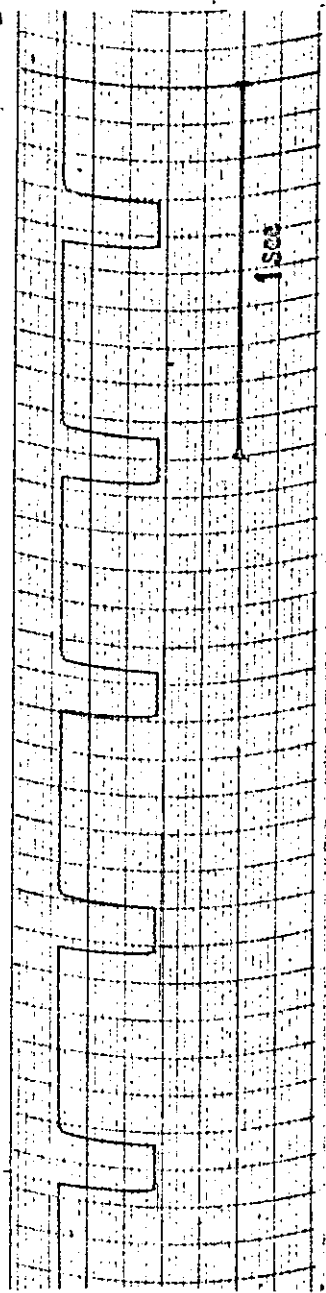
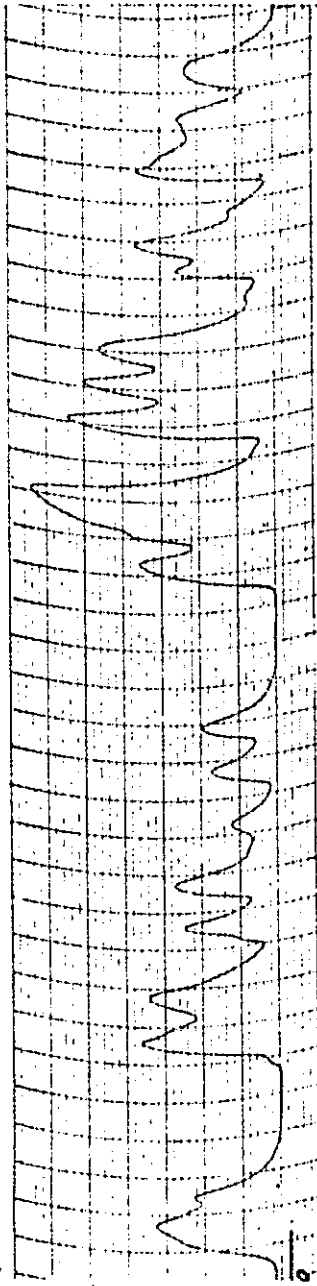
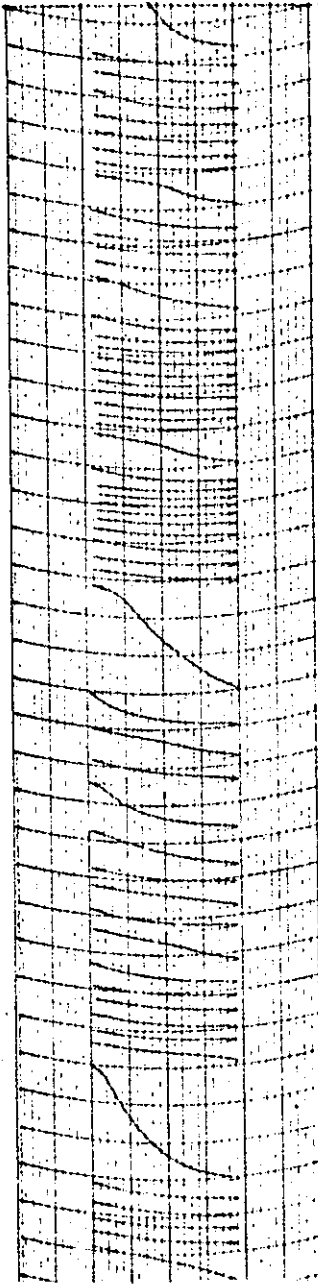


Fig. 33

SIGNAL DE LA SOURCE
FLUCTUANTE



SIGNAL DE SORTIE
DE L'INTÉGRATEUR



SIGNAL DU RÉCEPTEUR
DE RÉFÉRENCE

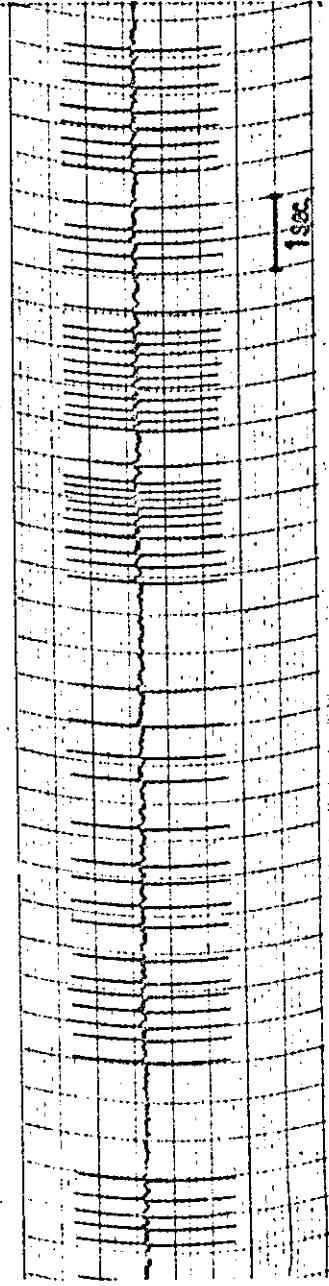
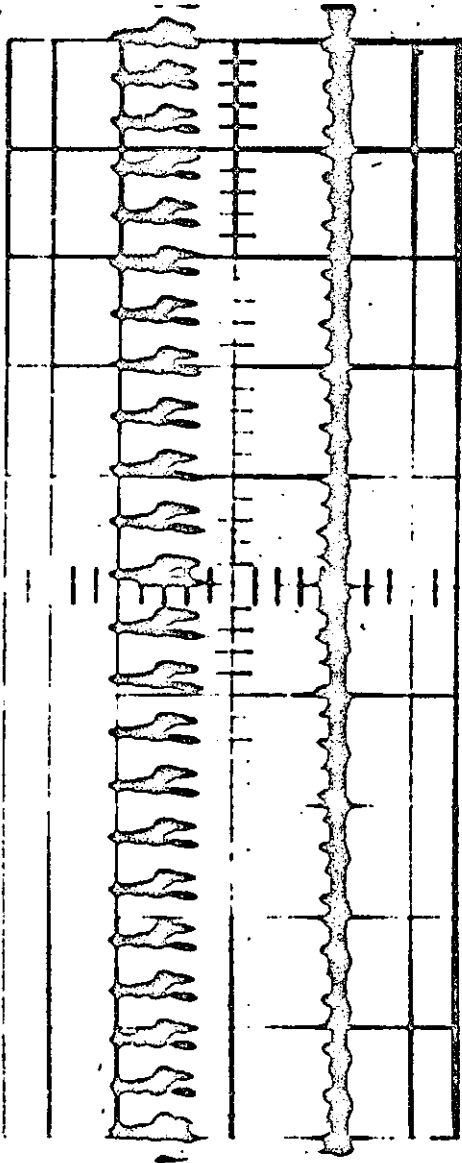


Fig. 34

SIGNAL de la SOURCE
FLUCTUANTE

(Fréquence : 50 Hz)



SIGNAL de SORTIE
de l'INTEGRATEUR

SIGNAL du RECEPTEUR
de REFERENCE

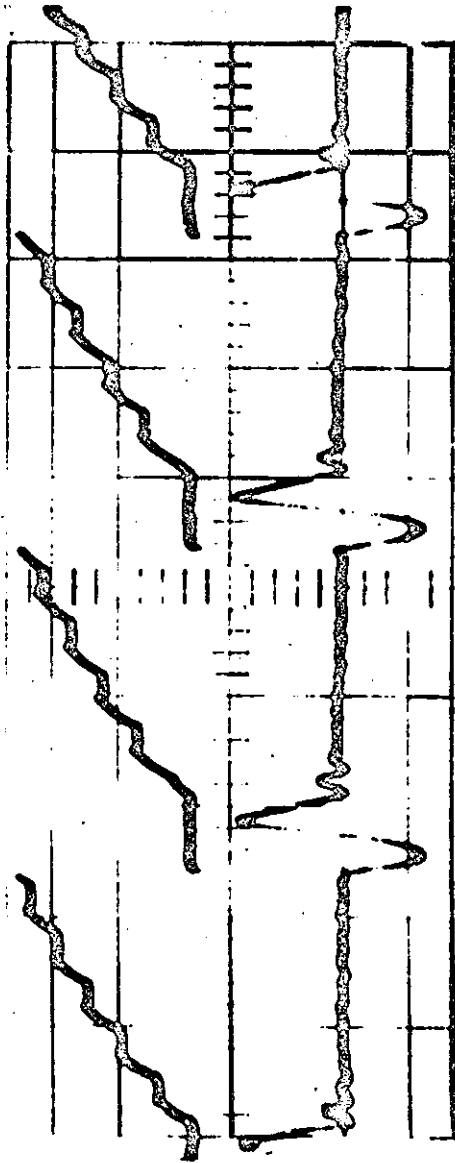


Fig. 36

0,1 sec.

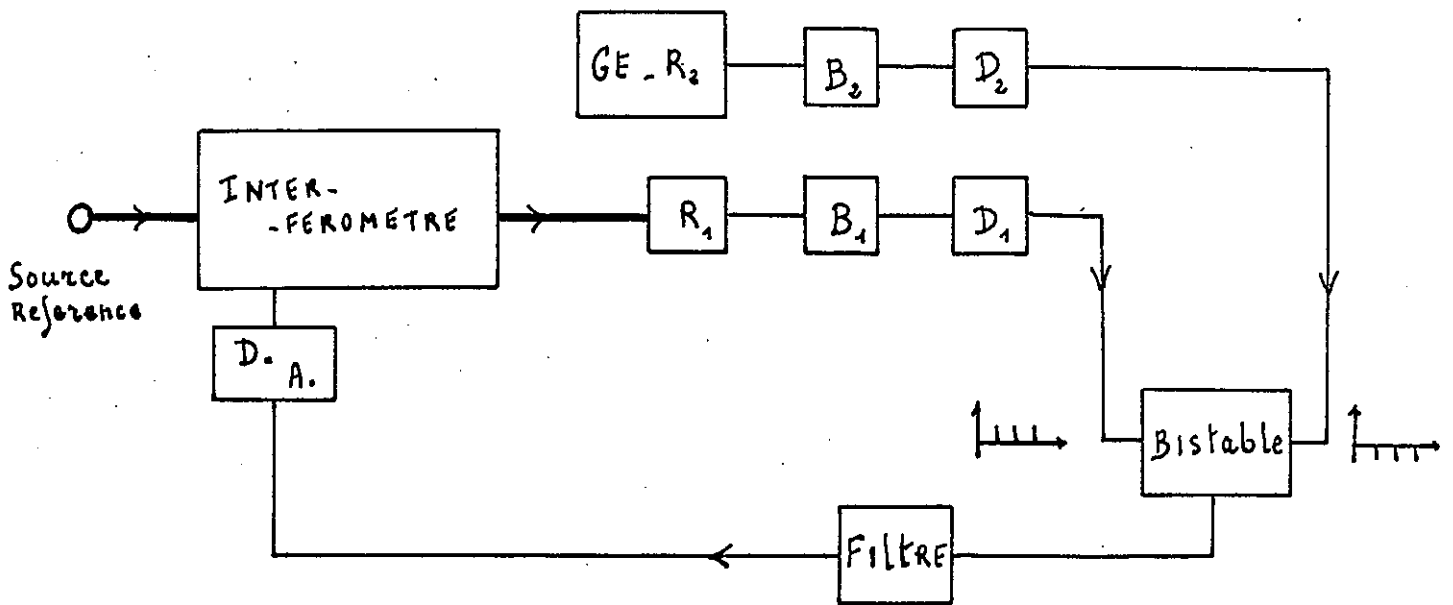


Fig 37.

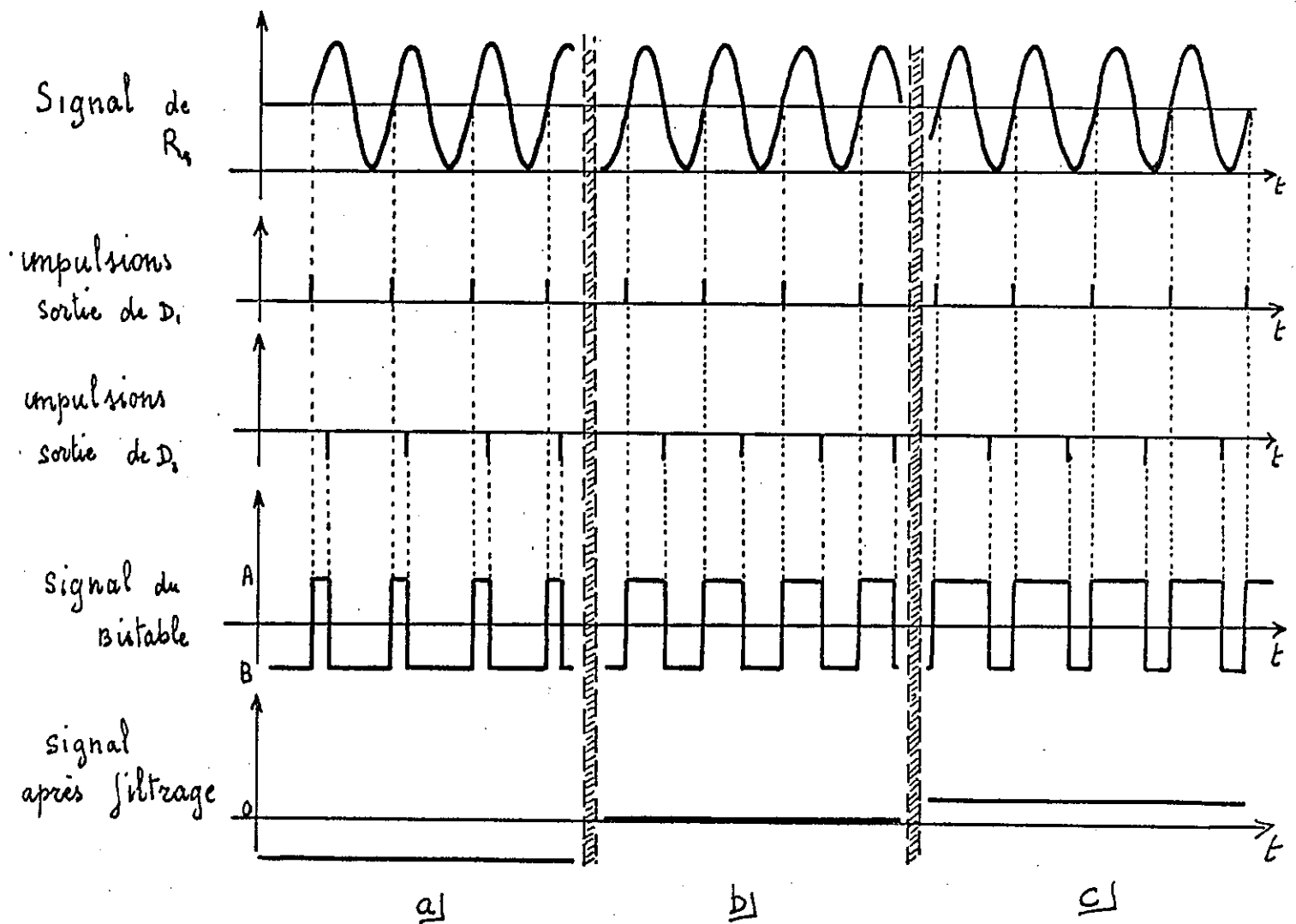


Fig. 38: Principe du système d'asservissement continu

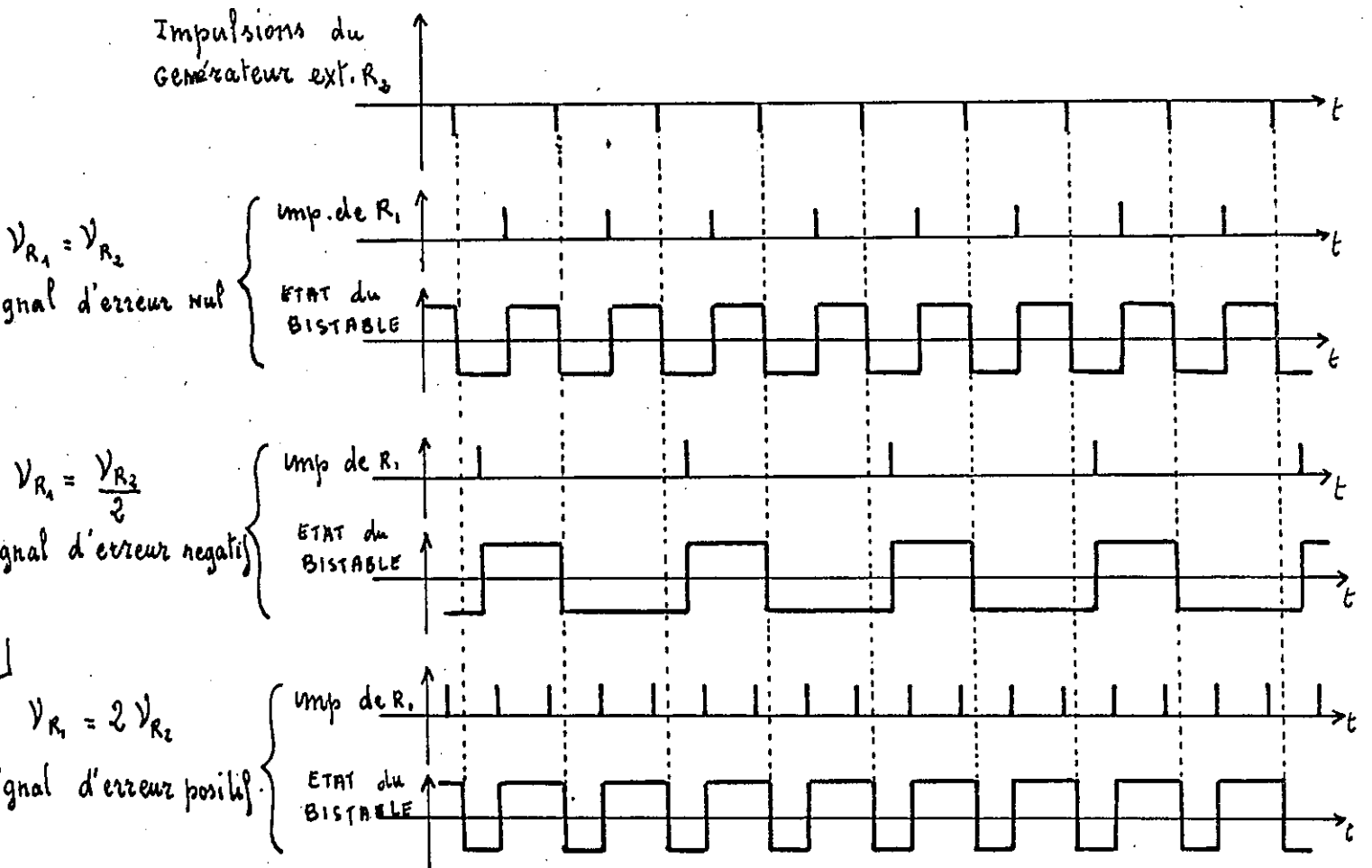


Fig. 39. Différents régimes d'avancement du chariot, possibles à partir d'un même signal du générateur ext R_2 .

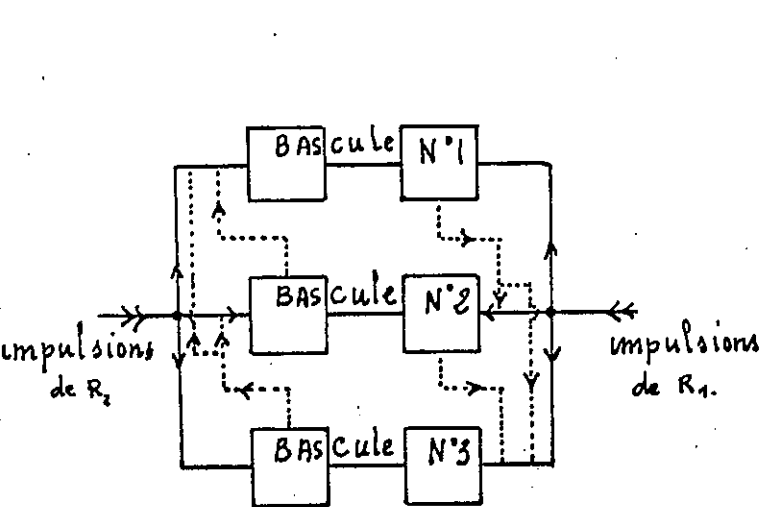


Fig. 40

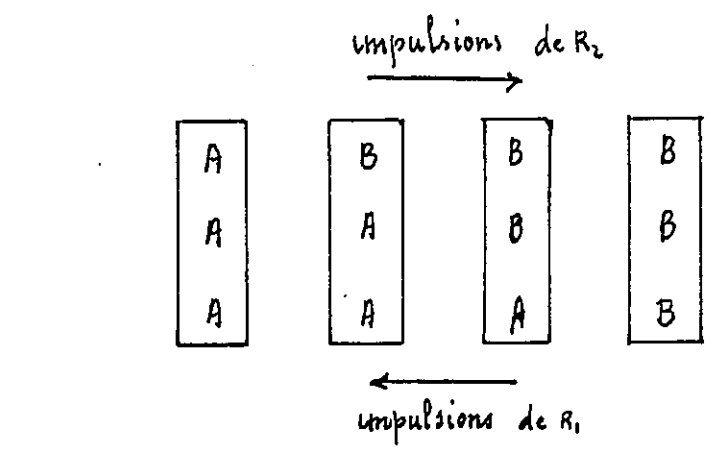
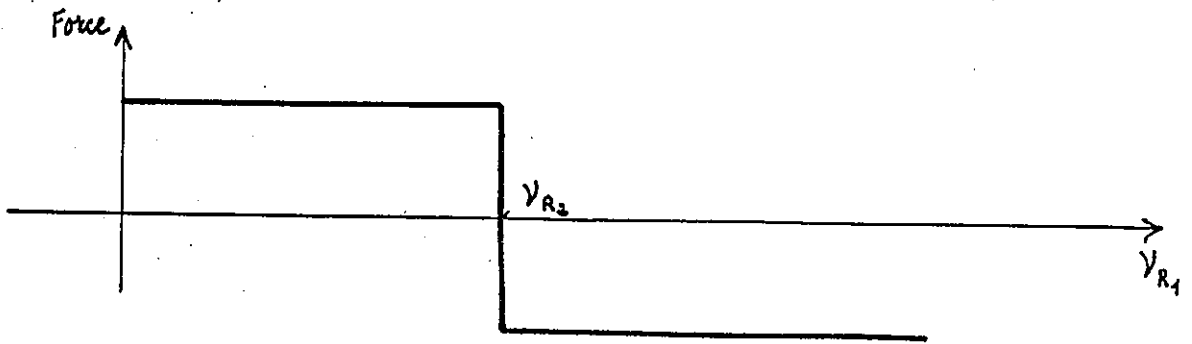
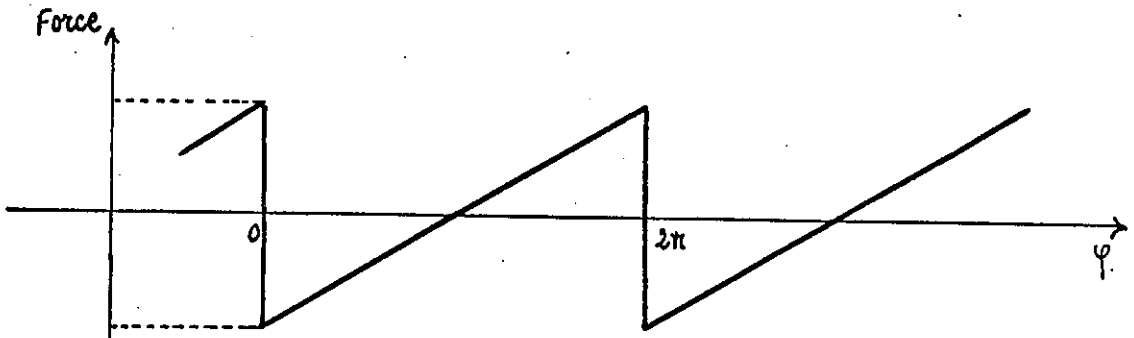


Fig. 41 ETATS du système de bascules.

17



27



Forces d'asservissement appliquées au chariot

Fig. 42

1° en fonction de la fréquence du signal de R_1 (y_{R_2} fixe).

2° en fonction de la différence de phase entre les signaux de R_1 et R_2 ($y_{R_1} = y_{R_2}$)

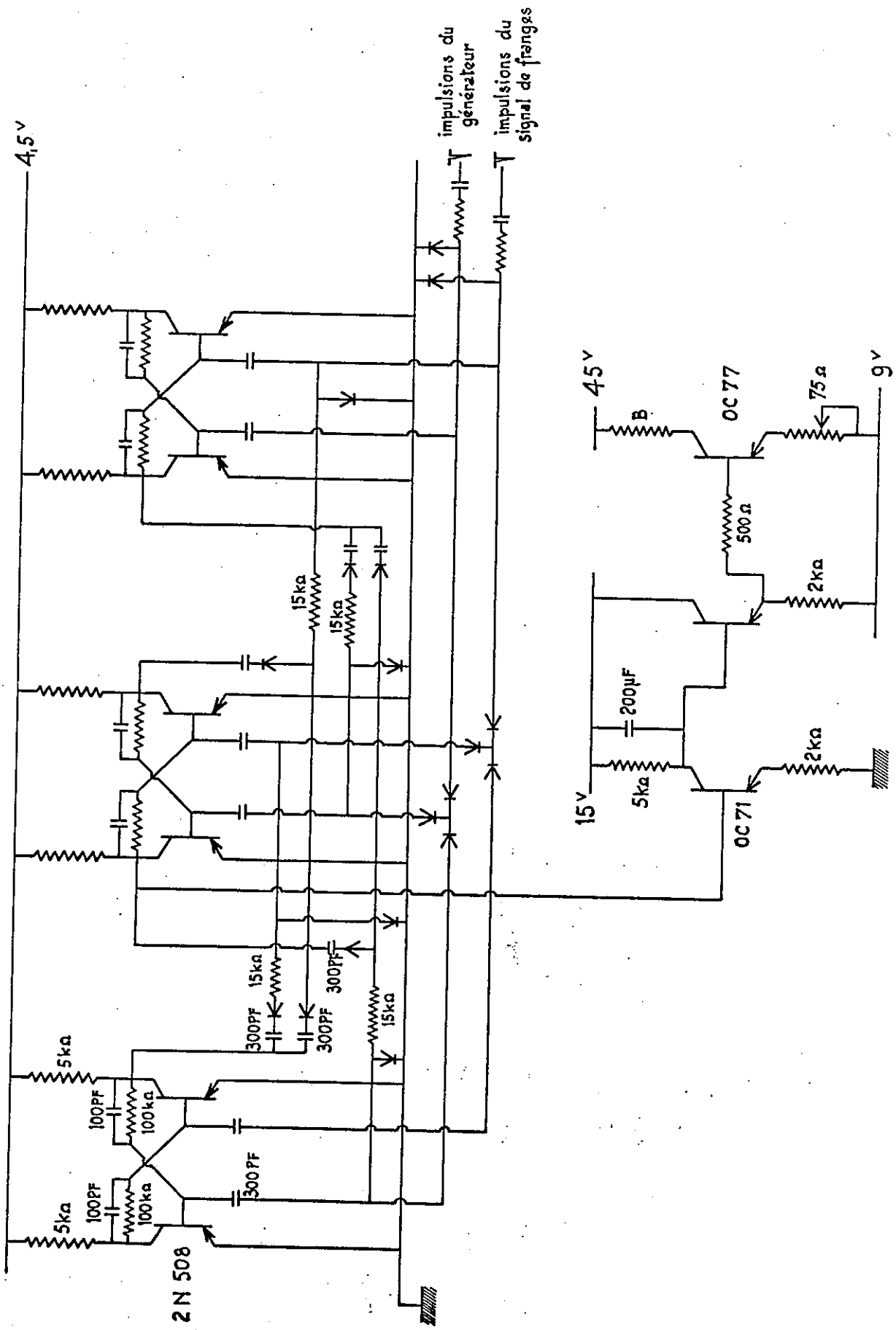


Fig.43 SCHÉMA DE L'ASSERVISSEMENT CONTINU .