

N° d'ordre :

THÈSES

présentées à la
Faculté des Sciences de l'Université de Paris
pour obtenir

le Grade de Docteur de l'Université

par

Guy MICHEL

1^{ère} THESE : Réalisation d'un calculateur pour spectrométrie
par transformation de Fourier.

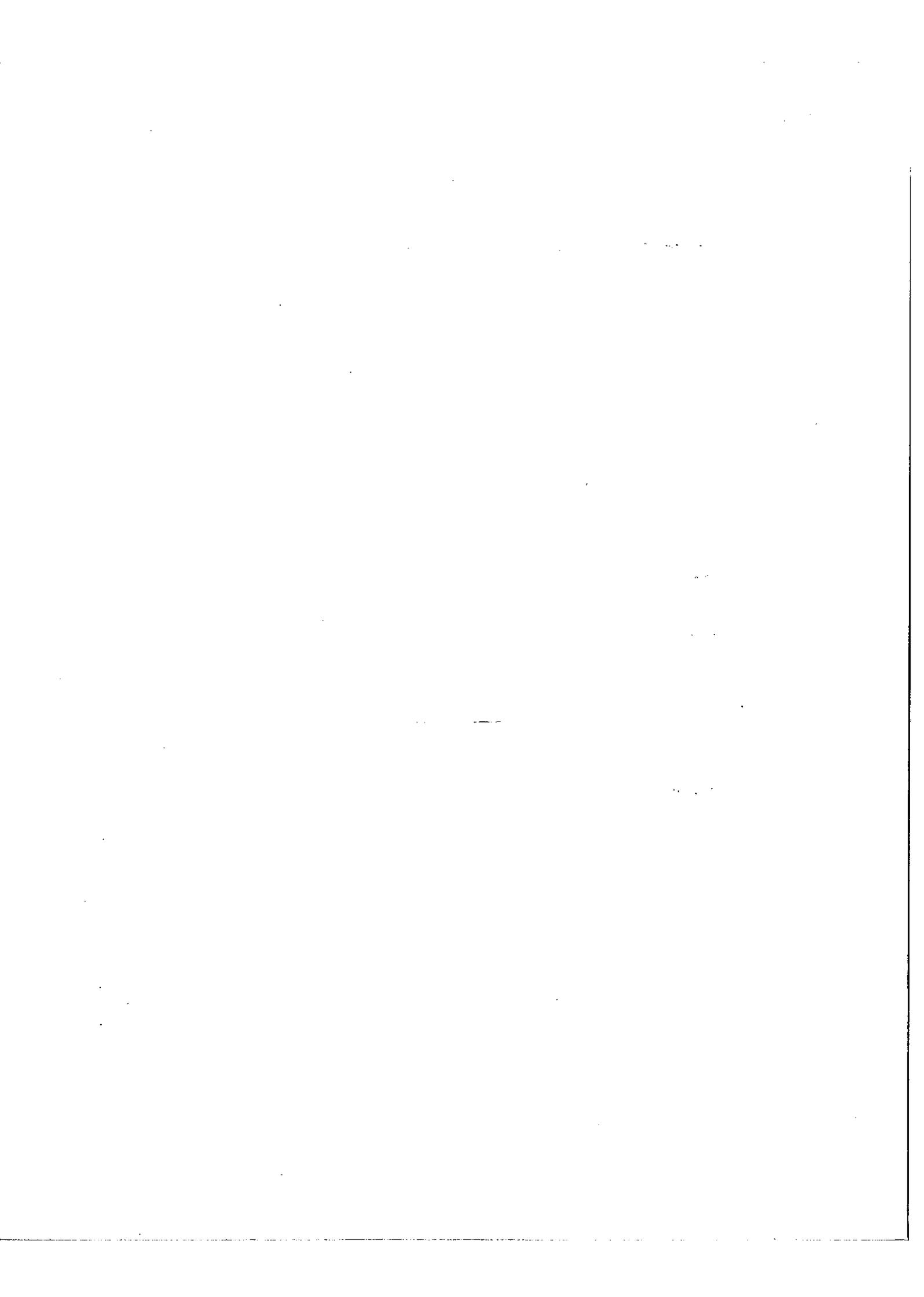
2^{ème} THESE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 1963 devant la Commission d'Examen

Mr. JACQUINOT.....Président

MM. GRIVET..... }
POTIER..... } Examineurs

PARIS 1963

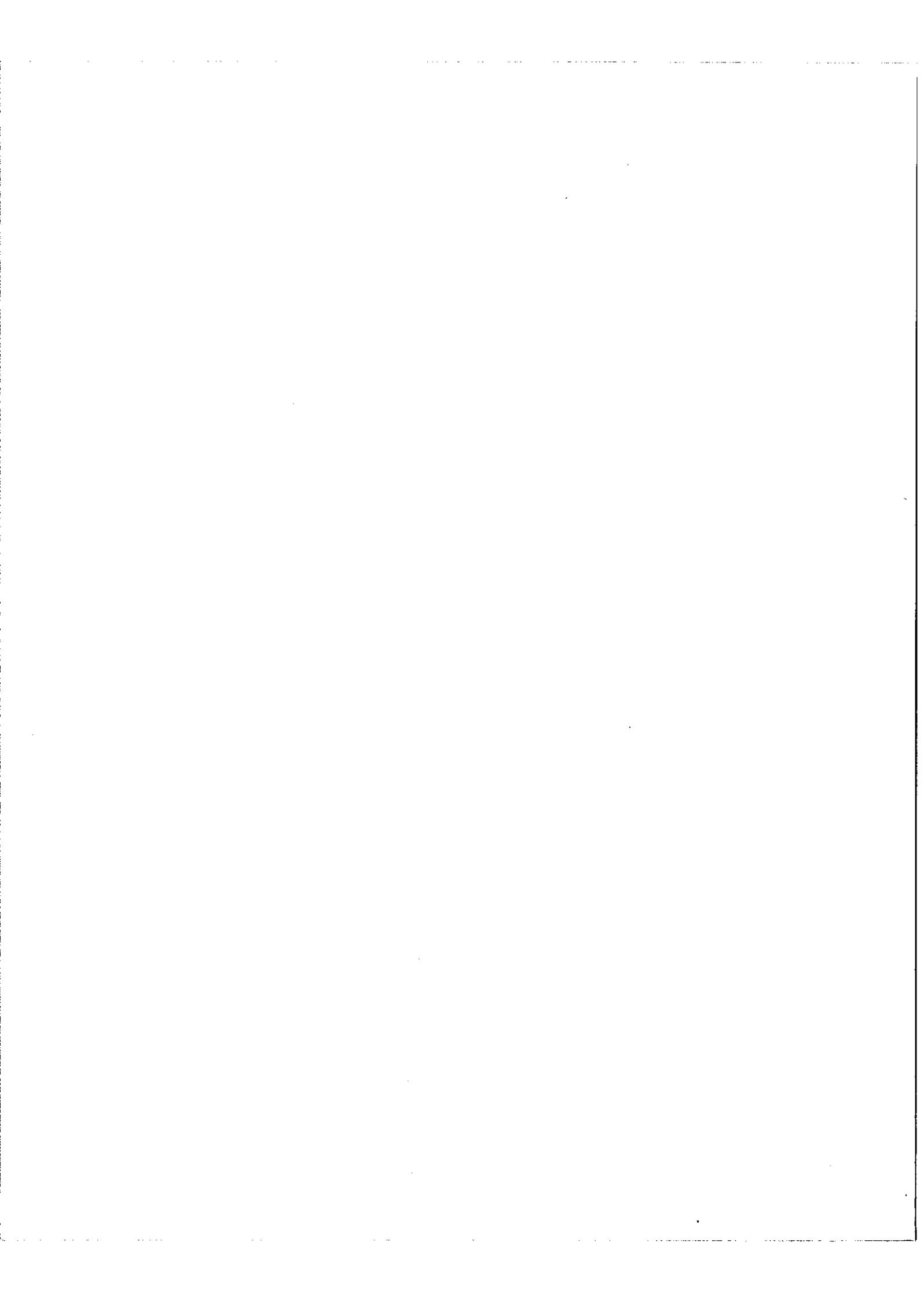


I - INTRODUCTION.

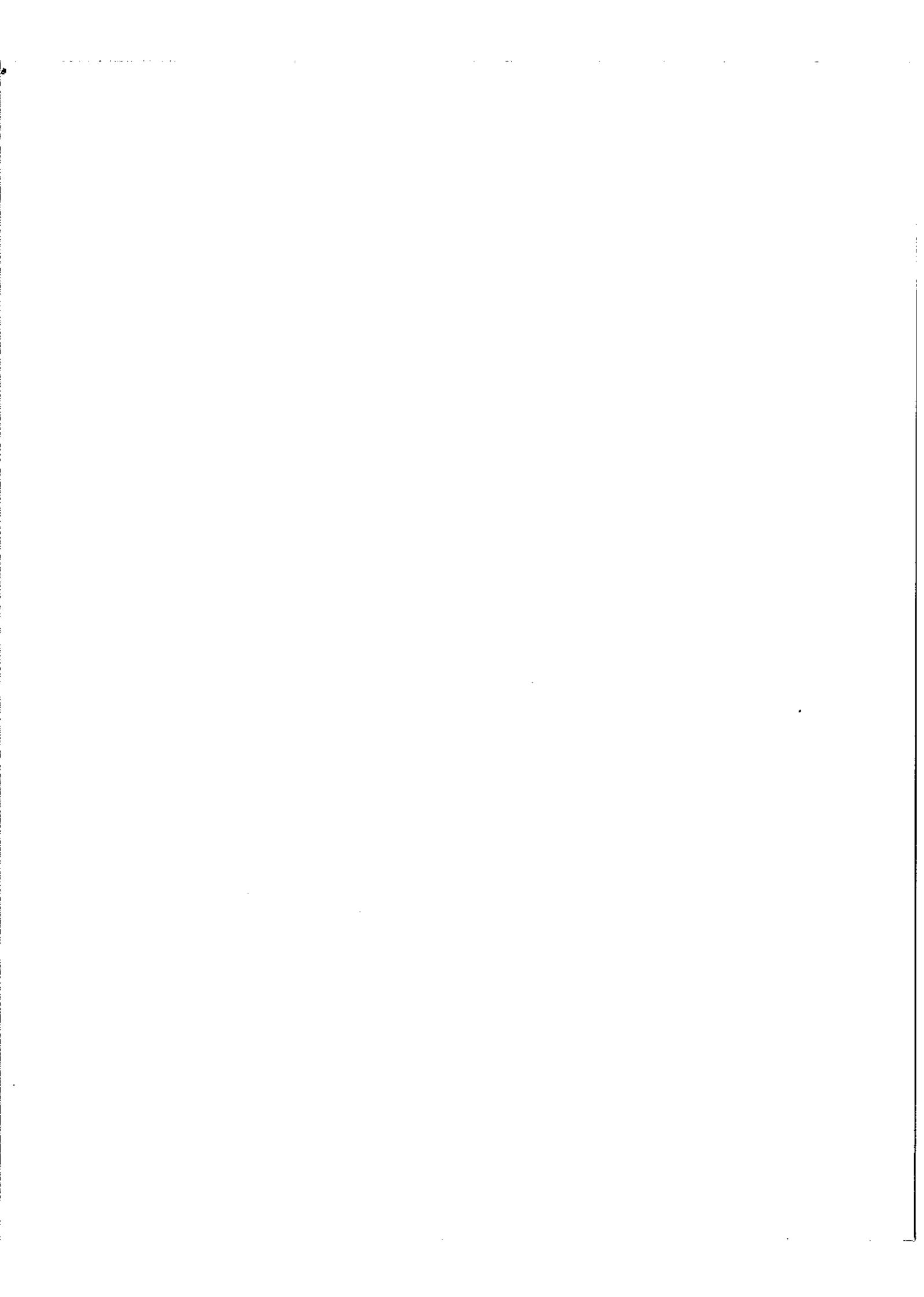
La méthode de Spectroscopie par transformation de Fourier a été proposée indépendamment par P.JACQUINOT [1] et P.FELGETT [2] en 1954. Dans cette méthode, on utilise la propriété des interféromètres à deux ondes qui est de donner la transformée de Fourier du spectre à étudier. La transformation de Fourier étant une opération réciproque, on peut, en principe, retrouver le spectre en faisant l'opération inverse. Cette dernière opération est effectuée par des procédés de calcul numérique ou analogique. L'avantage fondamental de la méthode est qu'elle permet d'obtenir des réductions très importantes du temps d'enregistrement, car le récepteur reçoit simultanément l'énergie provenant de tous les éléments du spectre à étudier. Elle est donc particulièrement bien adaptée à l'étude des spectres très étendus.

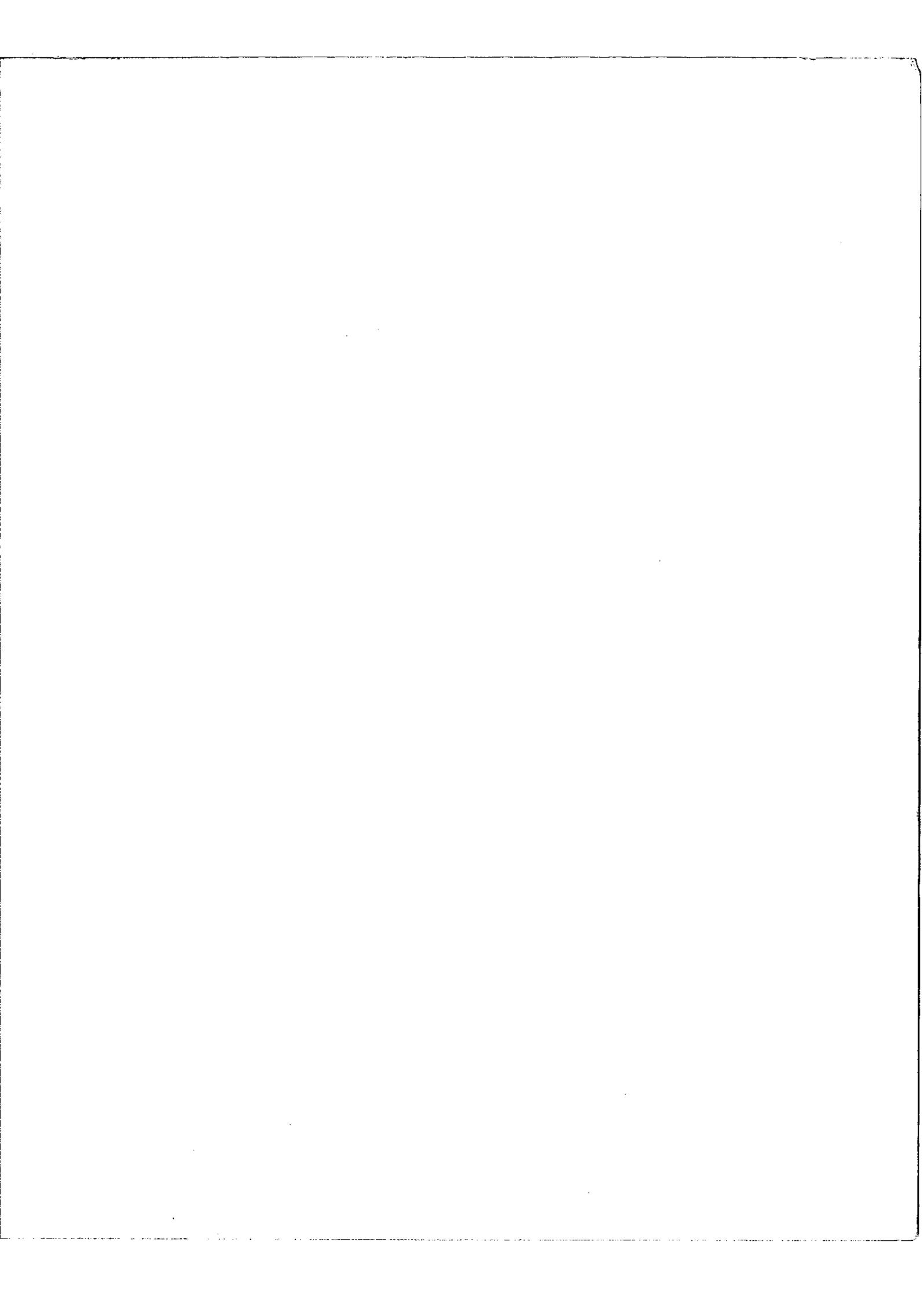
Depuis quelques années, cette méthode a donné lieu à de nombreuses applications parmi lesquelles nous citerons celles de L.MERTZ [3], de J.STRONG et G.VANASSE [4], de J.CONNES [5] et de H.P.GUSH. A la suite de tous ces travaux, il est apparu que pour l'étude des spectres très étendus avec des pouvoirs de résolution élevés où l'on bénéficie pleinement des avantages de la méthode, la durée de calcul devenait prohibitive ; à moins d'utiliser un calculateur mieux adapté à ce type d'opération que les calculateurs numériques conventionnels. C'est dans cet esprit qu'a été entreprise au Laboratoire Aimé COTTON, la réalisation d'un calculateur spécialisé, à grande vitesse de calcul, permettant d'atteindre des pouvoirs de résolution élevés.

Le présent travail a porté sur l'étude et la réalisation de l'élément principal de ce calculateur spécialisé que nous appelons démultiplicateur de fréquence. Avant de décrire ce démultiplicateur de fréquence, nous rappellerons le principe de la méthode de spectroscopie par transformation de Fourier ainsi que les différents procédés qui ont été utilisés pour faire la transformation inverse. Nous donnerons ensuite le principe du calculateur spécialisé en construction à BELLEVUE et nous



passerons à la description détaillée du démultiplicateur de fréquence. Nous terminerons par le résultat des différentes mesures des performances de ce démultiplicateur.





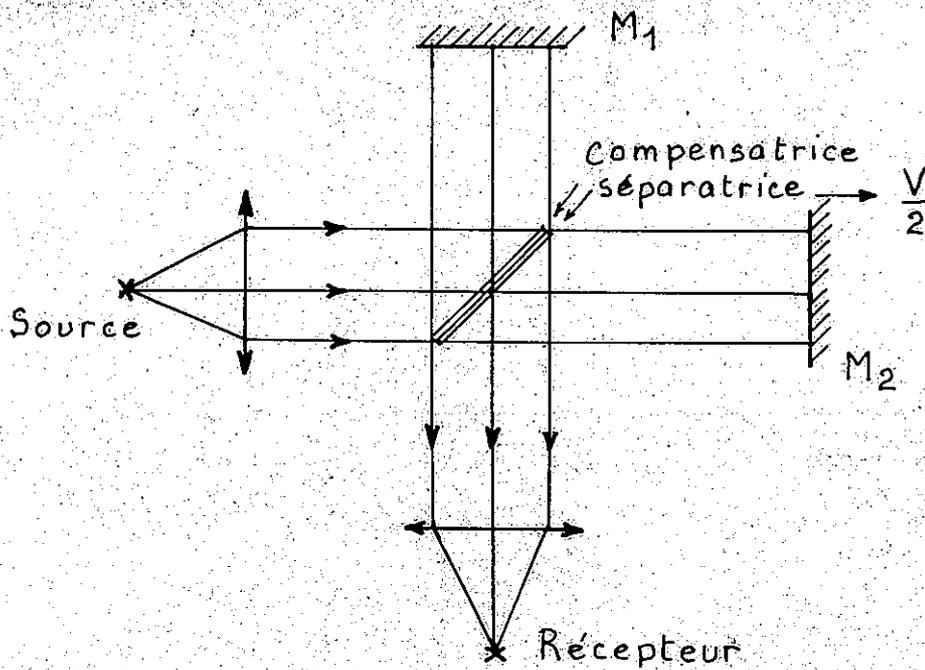


Fig.1 - Schéma de principe d'un interféromètre de Michelson -

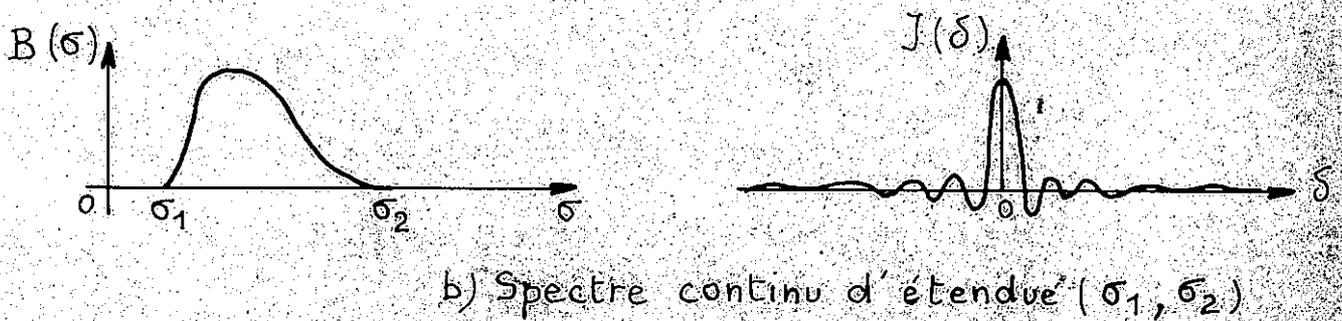
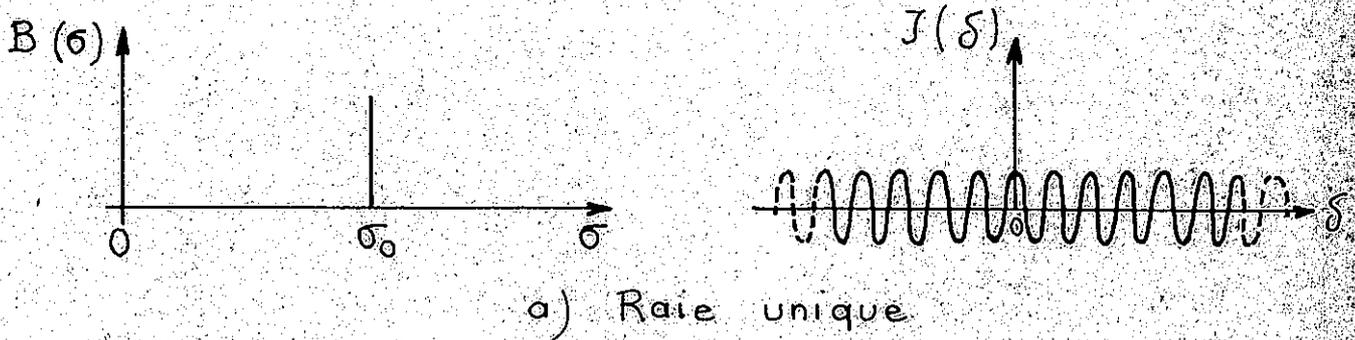


Fig.2 - Correspondance entre $B(\sigma)$ et $J(\delta)$

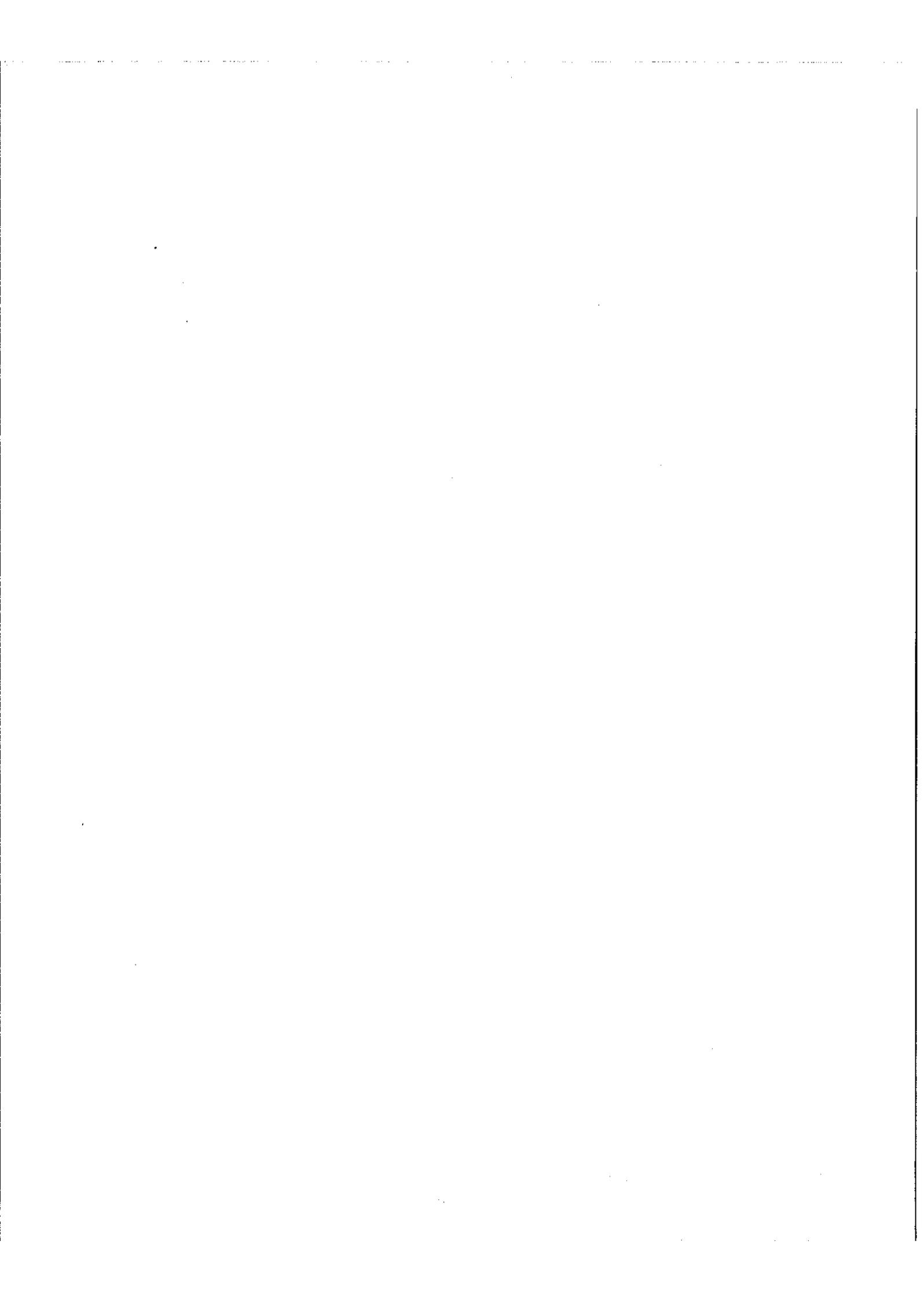
I,1 - Principe de la méthode

La méthode de Spectroscopie par transformation de Fourier met en oeuvre un interféromètre à deux ondes dans lequel on fait varier linéairement en fonction du temps la différence de marche entre les deux faisceaux interférents. Dans le cas de l'interféromètre de Michelson dont nous donnons le schéma de principe fig.1, ce résultat est obtenu en déplaçant à vitesse constante et parallèlement à lui-même l'un des miroirs de l'interféromètre. Nous supposons tout d'abord que la source est monochromatique de fréquence ν_0 et que le miroir mobile s'en éloigne avec une vitesse $\frac{v}{2}$. Il y a alors interférence entre deux faisceaux, l'un qui s'est réfléchi sur le miroir mobile a pour fréquence ν_0 , l'autre qui s'est réfléchi sur le miroir mobile a subi un déplacement de fréquence par effet Doppler - Fizeau, sa fréquence est $(1 - \frac{v}{c}) \nu_0$ - c désignant la vitesse de la lumière. L'interférence de ces vibrations de fréquence voisine produit un battement dont la fréquence est $\frac{v}{c} \nu_0$. Le faisceau résultant à la sortie de l'interféromètre est donc modulé en amplitude et si les faisceaux interférents ont même intensité, l'amplitude résultante est proportionnelle à $(1 + \cos 2\pi \frac{v}{c} \nu_0 t)^{1/2}$.

Le récepteur (photomultiplicateur, cellule photo résistante, récepteur thermique) qui est un détecteur quadratique délivre en sortie un signal proportionnel à $B(1 + \cos 2\pi \frac{v}{c} \nu_0 t)$ où B désigne le luminance de la source. Ce signal est composé d'une partie constante B et d'une partie variable sinusoïdale de fréquence $\frac{v}{c} \nu_0$ seule intéressante, qui est enregistrée et appelée interférogramme. Son expression est:

$$J(t) = B \cos 2\pi \frac{v}{c} \nu_0 t$$

L'interféromètre et le détecteur qui lui est associé font donc correspondre à un signal optique de fréquence ν_0 un signal électrique de fréquence $\frac{v}{c} \nu_0$ que l'on peut facilement amener dans le domaine des très basses fréquences par le choix de v . Nous avons effectué un changement de fréquence qui présente



quelque analogie avec la méthode du changement de fréquence en radioélectricité à ceci près qu'en optique les deux faisceaux interférents doivent être issus d'un même faisceau incident, ce qui est le seul moyen d'assurer leur cohérence; alors qu'en radioélectricité la cohérence est facilement obtenue avec un oscillateur local indépendant du signal incident.

Il est d'usage en optique de parler de nombre d'onde et de différence de marche. Nous allons poser $\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$ où σ est le nombre d'onde et λ la longueur d'onde. Nous poserons également $\delta = \nu \tau$ où δ est la différence de marche. Nous pouvons alors exprimer $J(\tau)$ en fonction de δ et σ soit :

$$J(\delta) = B \cos 2\pi\sigma\delta$$

Dans le cas d'un spectre continu s'étendant de σ_1 à σ_2 de luminance $B(\sigma)$, $J(\delta)$ s'écrit :

$$J(\delta) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} B(\sigma) \cos 2\pi\sigma\delta d\sigma$$

$J(\delta)$ est par définition la transformée de Fourier en cosinus du spectre $B(\sigma)$.

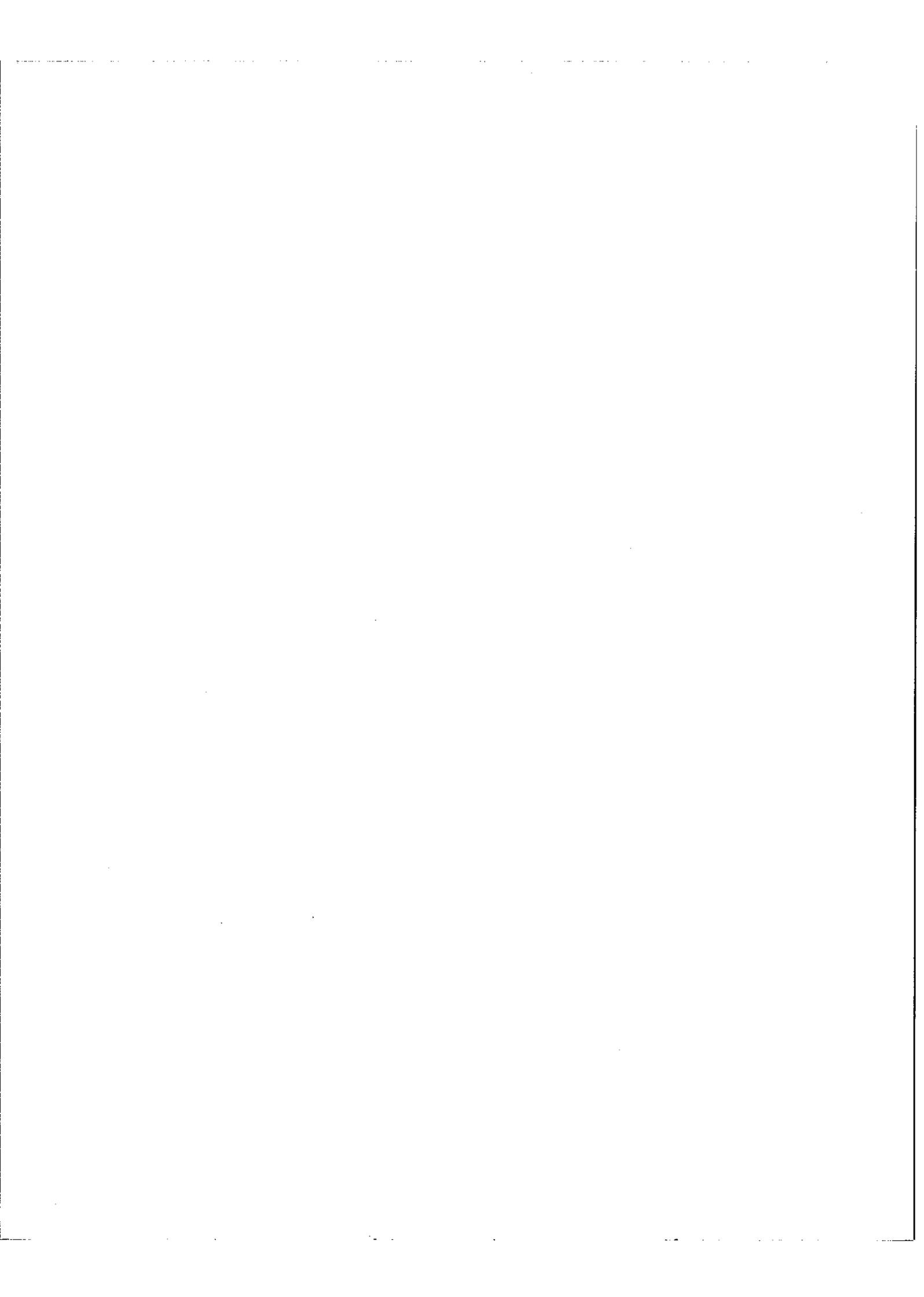
Pour retrouver le spectre il faut faire la transformation inverse ; on a en effet entre $B(\sigma)$ et $J(\delta)$ la correspondance :

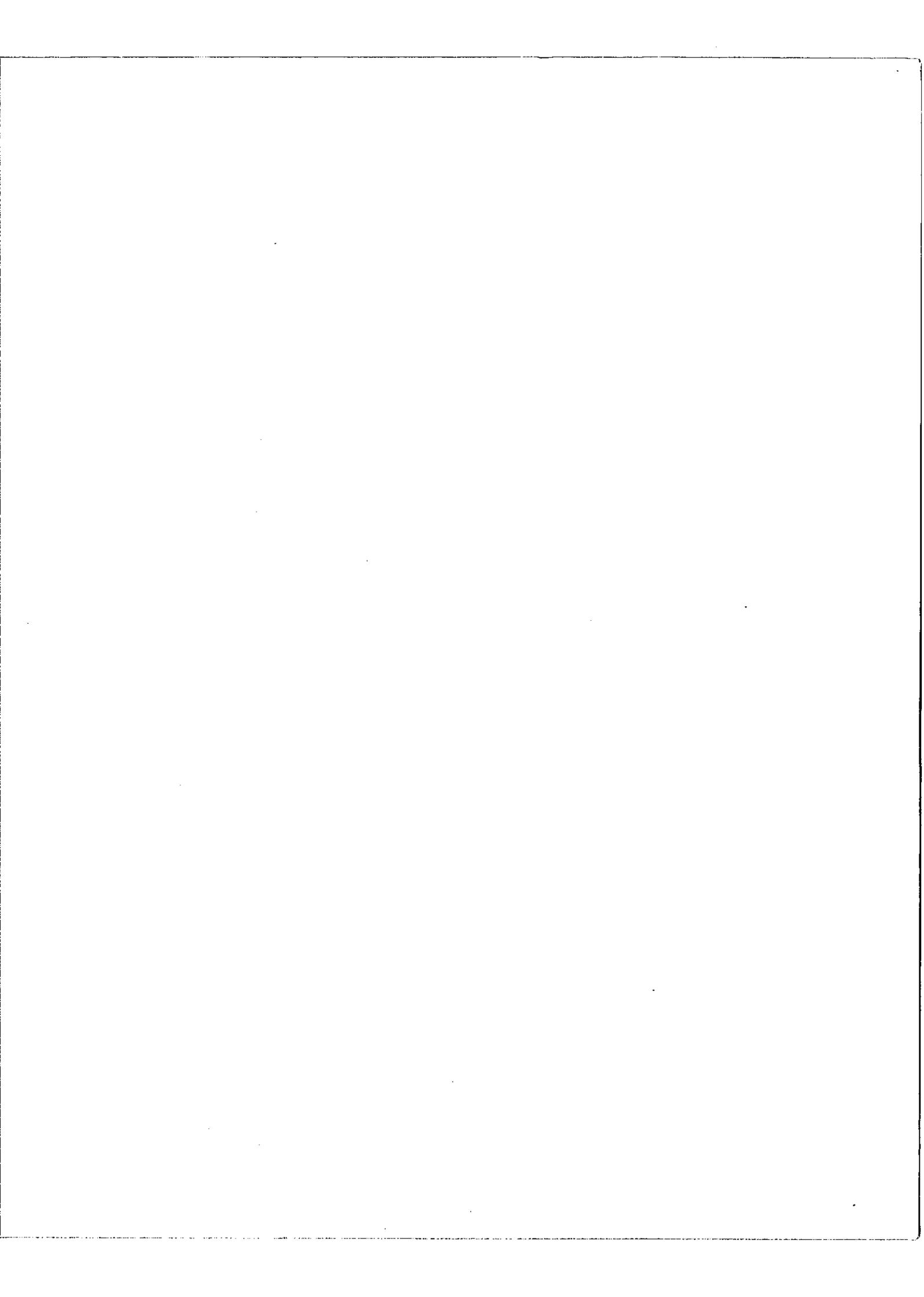
$$B(\sigma) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} J(\delta) \cos 2\pi\sigma\delta d\delta$$

La figure 2 donne les formes de $B(\sigma)$ et $J(\delta)$ dans deux cas particuliers, celui d'une raie unique et celui d'un spectre continu.

Nous remarquons que $J(\delta)$ n'est connu en pratique que dans un domaine fini limité à l'intervalle $(-\delta_{\max}, +\delta_{\max})$. On peut penser que cette restriction va avoir une incidence sur le pouvoir de résolution de l'appareil. En effet, lorsque nous faisons la transformation inverse, nous n'obtenons pas exactement $B(\sigma)$ mais une valeur approchée $B_1(\sigma)$. L'approximation est d'autant meilleure que δ_{\max} est plus élevé. $J(\delta)$ étant une fonction paire nous pouvons réduire l'enregistrement à l'intervalle $(0, \delta_{\max})$. Il vient alors :

$$B_1(\sigma) \propto \int_0^{\delta_{\max}} J(\delta) \cos 2\pi\sigma\delta d\delta$$





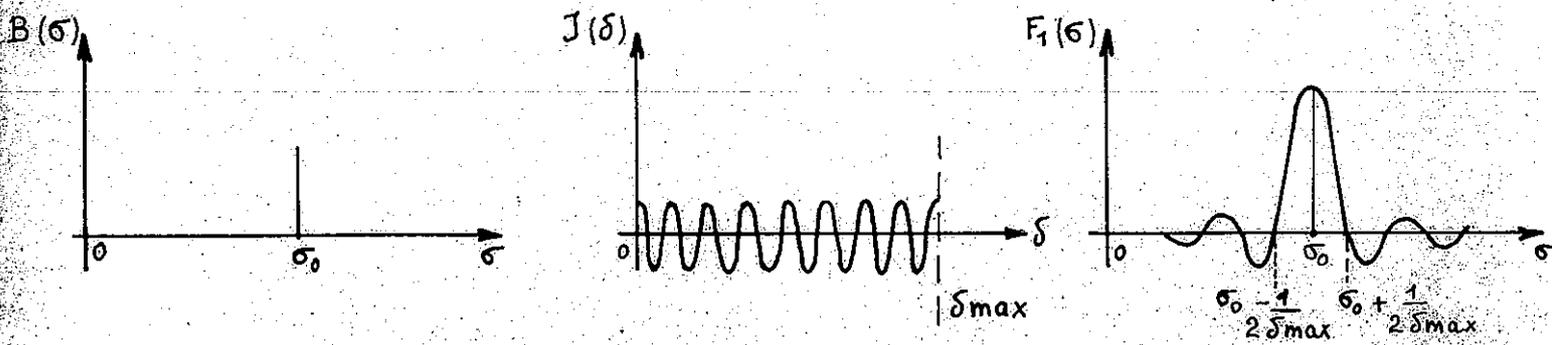


Fig.3 - Réponse de l'interféromètre à une excitation monochromatique -

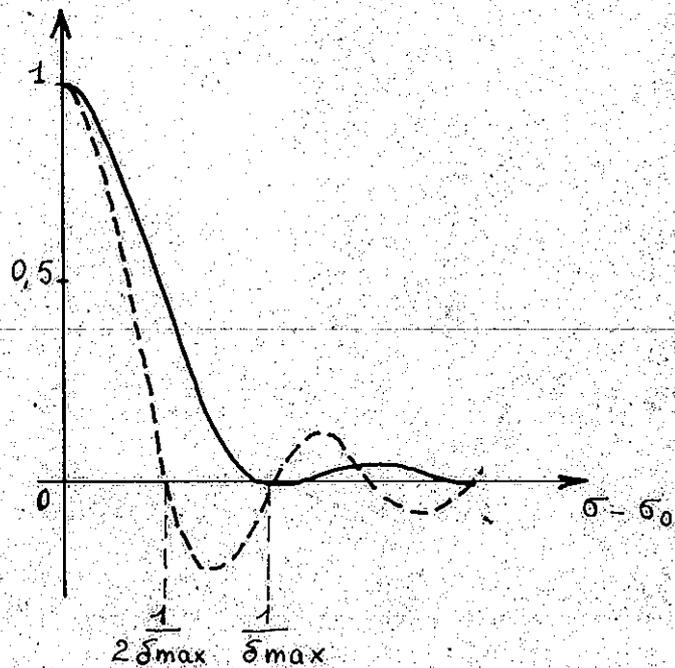


Fig.4 - Fonctions d'appareil :
 - - - $F_1(\sigma)$ - sans apodisation -
 — $F_2(\sigma)$ - avec apodisation -

I,2 - Pouvoir de résolution

Afin de définir le pouvoir de résolution de l'appareil, nous allons étudier sa réponse à une excitation monochromatique. Nous supposons que la source est monochromatique de nombre d'onde σ_0 (fig.3). La fonction interférogramme est alors :

$$J(\delta) = B_0 \cos 2\pi \sigma_0 \delta$$

et

$$B_1(\sigma) = B_0 \int_0^{\delta_{\max}} \cos 2\pi \sigma_0 \delta \cos 2\pi \sigma \delta d\delta$$

d'où

$$B_1(\sigma) = B_0 \delta_{\max} \left[\frac{\sin 2\pi(\sigma_0 + \sigma) \delta_{\max}}{2\pi(\sigma_0 + \sigma) \delta_{\max}} + \frac{\sin 2\pi(\sigma_0 - \sigma) \delta_{\max}}{2\pi(\sigma_0 - \sigma) \delta_{\max}} \right]$$

Le premier terme de la parenthèse où s'introduisent des nombres d'onde négatifs ne correspond à rien physiquement. Le second terme est une fonction centrée sur σ_0 , c'est la fonction d'appareil que nous appellerons $F_1(\sigma)$:

$$F_1(\sigma) = \frac{\sin 2\pi(\sigma_0 - \sigma) \delta_{\max}}{2\pi(\sigma_0 - \sigma) \delta_{\max}} \quad (\text{Fig.3 c})$$

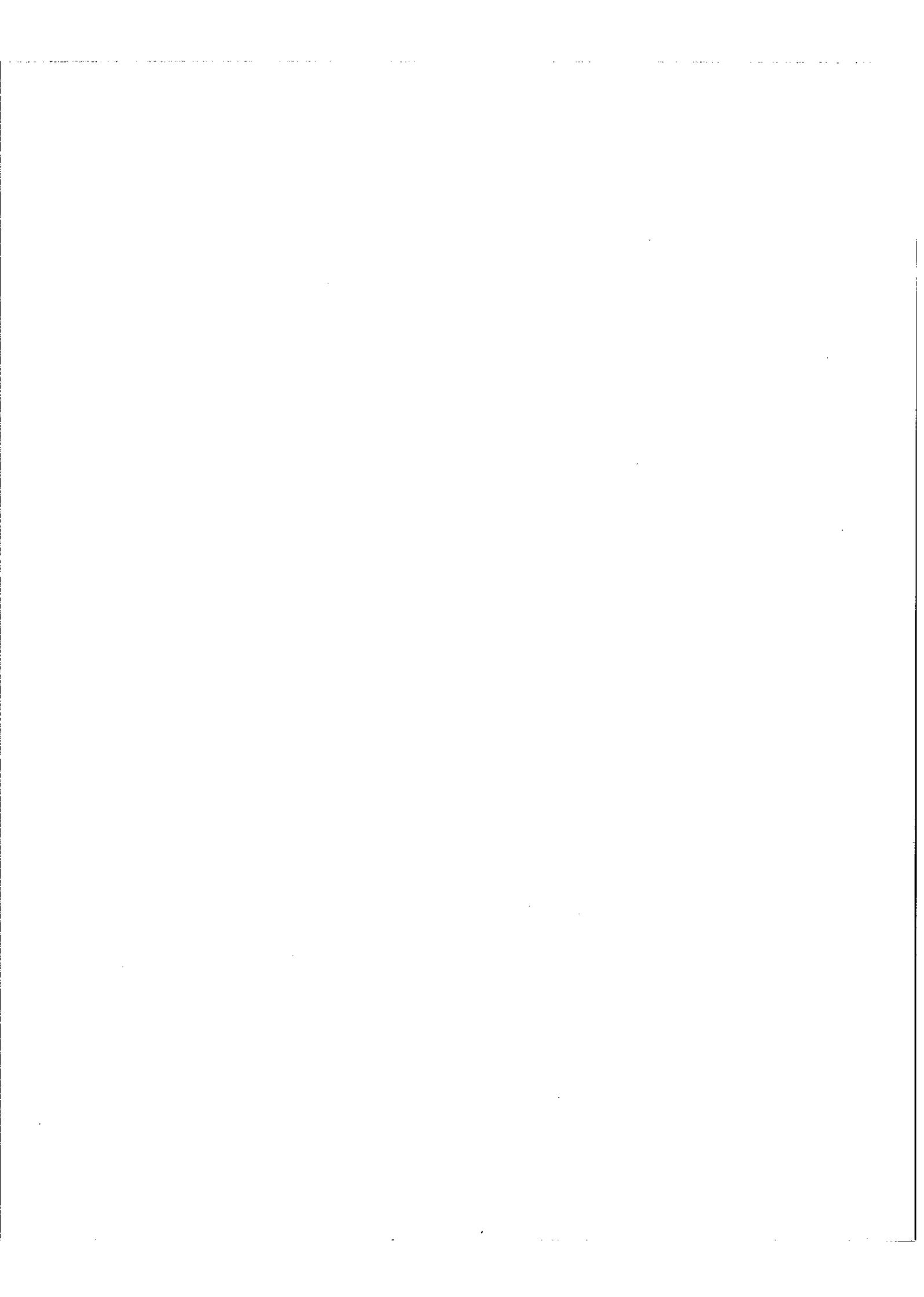
Au lieu de retrouver la raie initiale infiniment fine, nous obtenons une courbe de réponse qui présente un maximum pour σ_0 et qui s'annule une première fois pour $\sigma_0 \pm \frac{1}{2\delta_{\max}}$. Elle possède des maximums secondaires qui ne s'atténuent qu'en $\frac{1}{\sigma - \sigma_0}$; ces derniers sont très gênants dans le dépouillement d'un spectre car ils peuvent masquer des raies faibles. On peut toutefois réduire leur amplitude en multipliant l'interférogramme par une fonction appropriée. Cette opération est équivalente à l'apodisation des opticiens. Une fonction particulièrement simple est la fonction triangle $\left[1 - \frac{\delta}{\delta_{\max}} \right]$.

Si nous faisons le produit de $J(\delta)$ par cette fonction triangle, le spectre est maintenant donné par :

$$B_2(\sigma) = \int_0^{\delta_{\max}} \left[1 - \frac{\delta}{\delta_{\max}} \right] \cos 2\pi \sigma_0 \delta \cos 2\pi \sigma \delta d\delta$$

La fonction d'appareil correspondante est :

$$F_2(\sigma) = \left(\frac{\sin \pi(\sigma_0 - \sigma) \delta_{\max}}{\pi(\sigma_0 - \sigma) \delta_{\max}} \right)^2$$



Les deux fonctions d'appareil avec et sans apodisation sont représentées sur le même graphique fig.4. $F_2(\sigma)$ s'annule pour $\sigma_0 + \frac{1}{J_{max}}$. La largeur au pied est le double de celle obtenue sans apodisation, mais par contre les maximums secondaires s'atténuent très rapidement en $\frac{1}{(\sigma - \sigma_0)^2}$.

A ce type de fonction les opticiens appliquent habituellement le critère de Lord Rayleigh suivant lequel deux raies sont perçues comme séparées lorsqu'elles sont décalées d'une quantité égale à la moitié de la largeur à la base d'un maximum principal. Cette quantité baptisée limite de résolution est désignée par $\Delta\sigma_0$. Elle est donc ici égale à l'inverse de la différence de marche maximum atteinte :

$$\Delta\sigma_0 = \frac{1}{J_{max}}$$

$\Delta\sigma_0$ est sensiblement égal à la largeur à mi-hauteur du pic.

On définit alors le pouvoir de résolution par le rapport $R_0 = \frac{\sigma_0}{\Delta\sigma_0}$.

On a les relations :

$$R_0 = \frac{\sigma_0}{\Delta\sigma_0} = \sigma_0 J_{max} = n_0$$

où n_0 est le nombre de franges enregistrées par la radiation σ_0 .

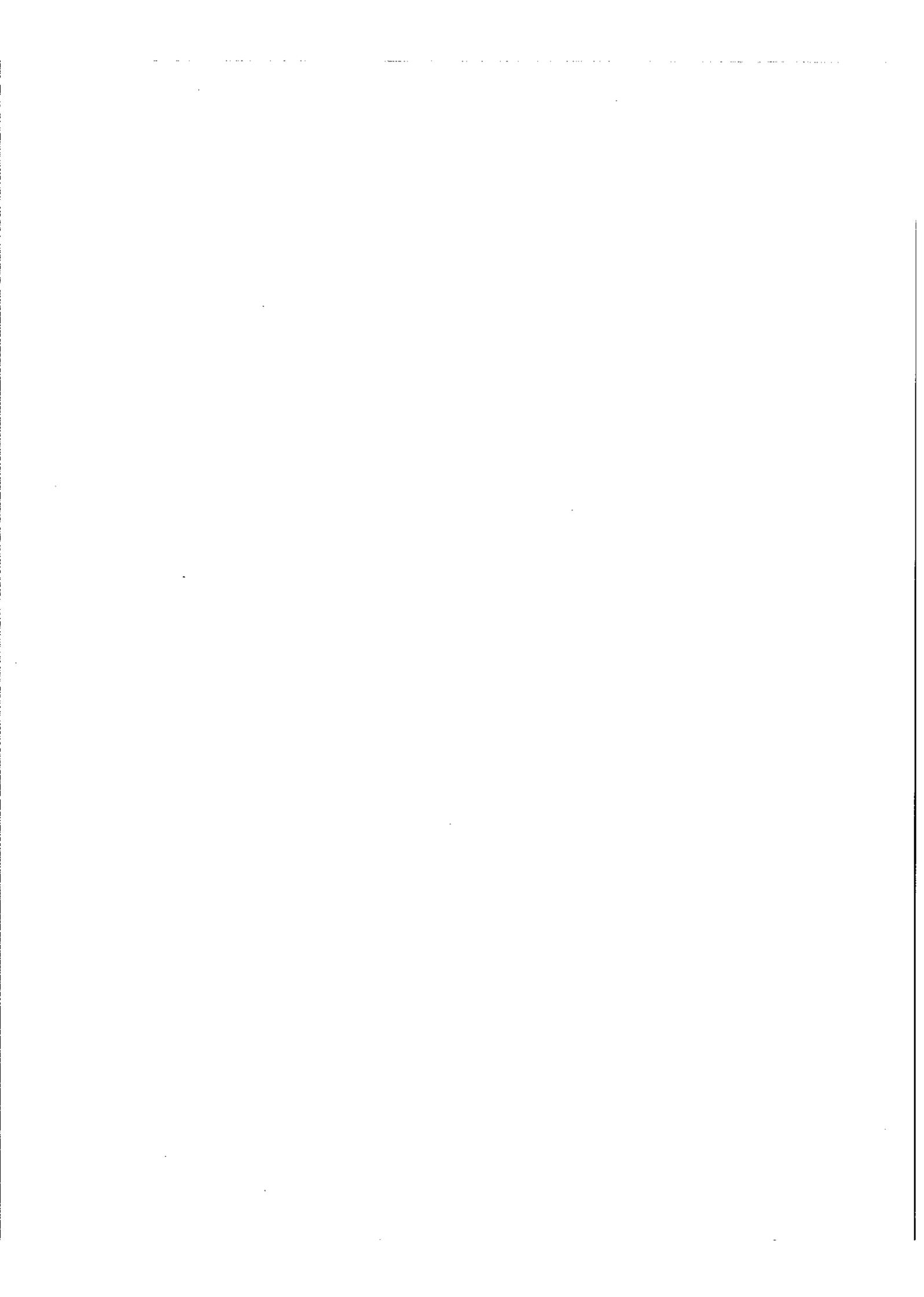
Le pouvoir de résolution est donc proportionnel à la différence de marche maximum, il est égal pour une radiation donnée au nombre de franges enregistrées.

1.3 - Intérêt principal de la méthode

Dans la méthode de Fourier le détecteur reçoit simultanément les informations provenant des M éléments spectraux et la durée d'analyse pour M éléments est la même que pour un seul élément. Cette méthode est donc très avantageuse lorsqu'on a à analyser des spectres très étendus à des résolutions élevées. Nous devons cependant faire des réserves suivant l'origine du bruit perturbant les mesures.

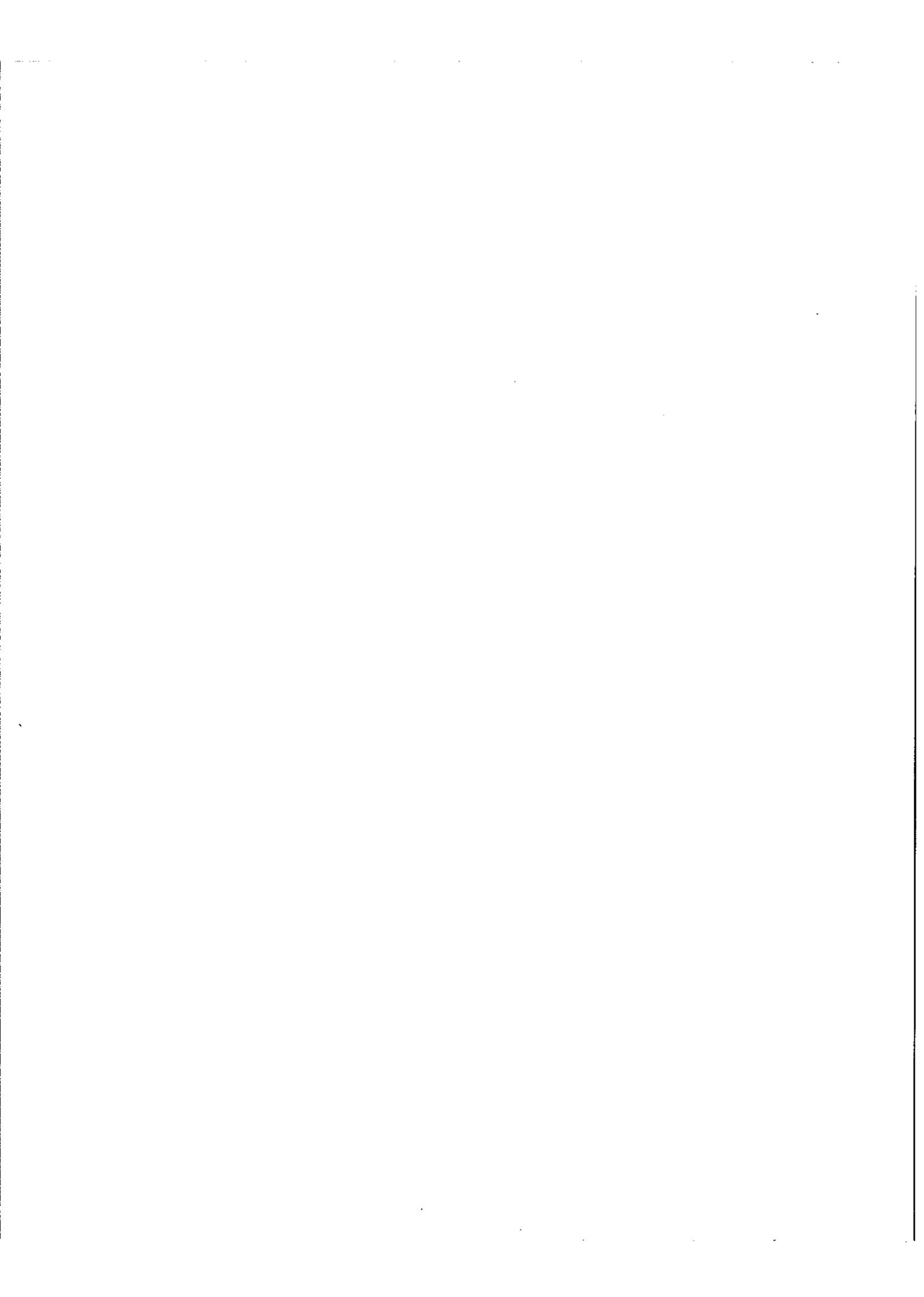
Deux cas sont à considérer :

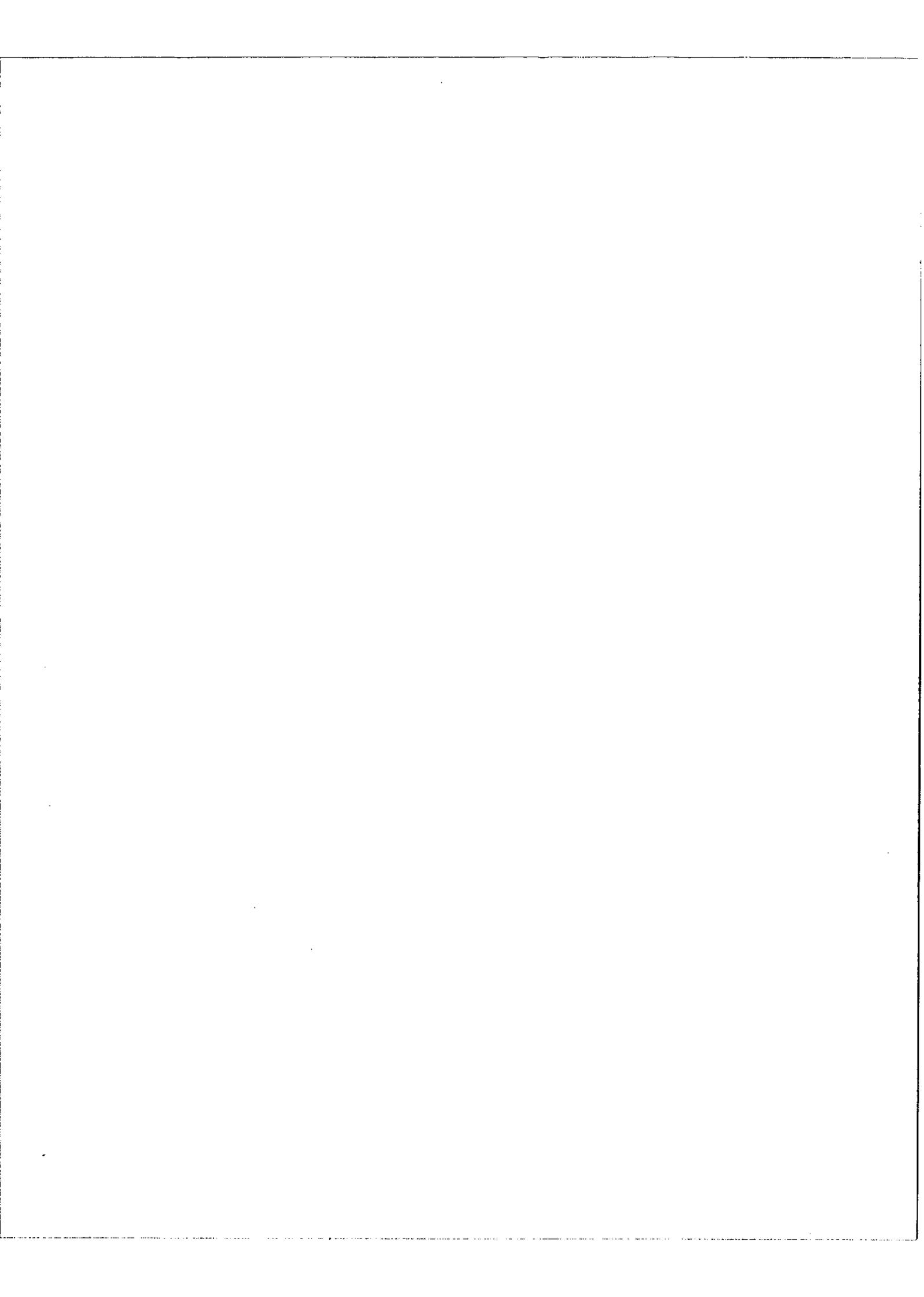
- a) bruit du récepteur prépondérant : le bruit sur l'interférogramme est indépendant du nombre M et l'on bénéficie alors pleinement des avantages de la méthode.



Si T est le temps d'analyse pour un élément, le temps d'analyse pour M éléments est également T ;

- b) bruit de photons prépondérant. Les bruits provenant des M éléments spectraux s'ajoutent quadratiquement et pour un temps T d'analyse le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ est divisé par M . Si nous voulons conserver le même rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ nous devons multiplier le temps d'analyse par M . L'intérêt de la méthode disparaît alors complètement.





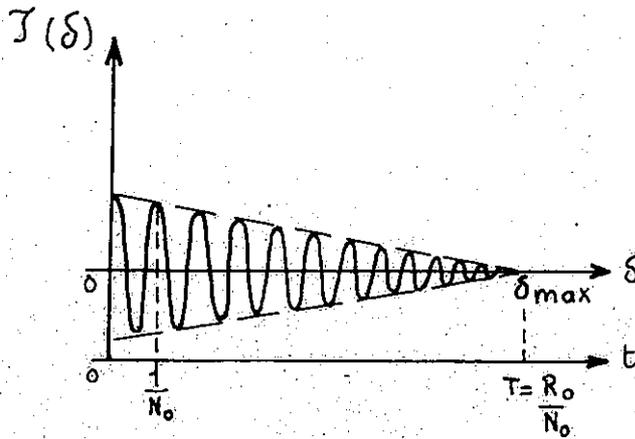


Fig.5 - Interférogramme d'une raie monochromatique - Apodisation par une fonction triangle -

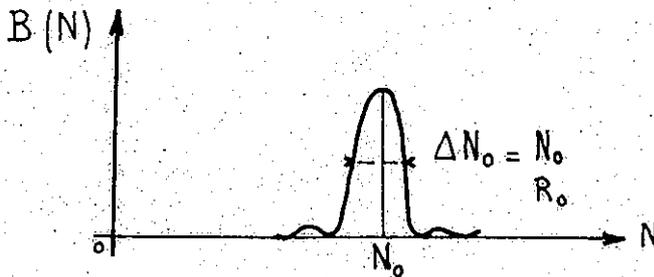


Fig.6 - Spectre de l'interférogramme apodisé par une fonction triangle -

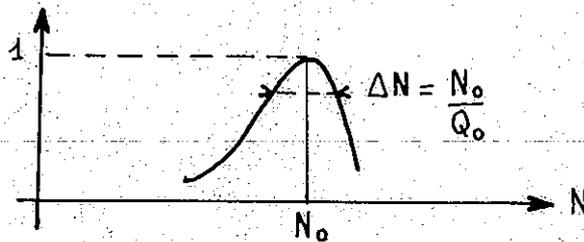


Fig.7 - Courbe de sélectivité d'un circuit oscillant accordé sur N_0 -

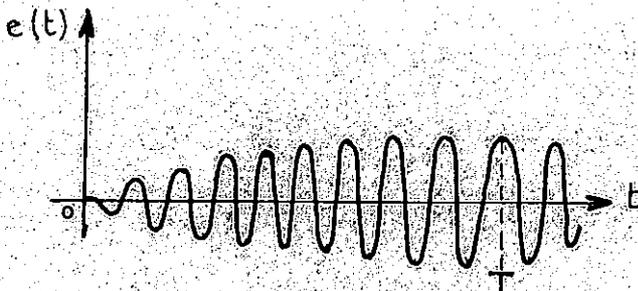


Fig.8 - Etablissement de la tension aux bornes du circuit oscillant -

I I - METHODES POUR OBTENIR $B(\sigma)$ A PARTIR DE SA TRANSFORMEE DE FOURIER $J(\delta)$

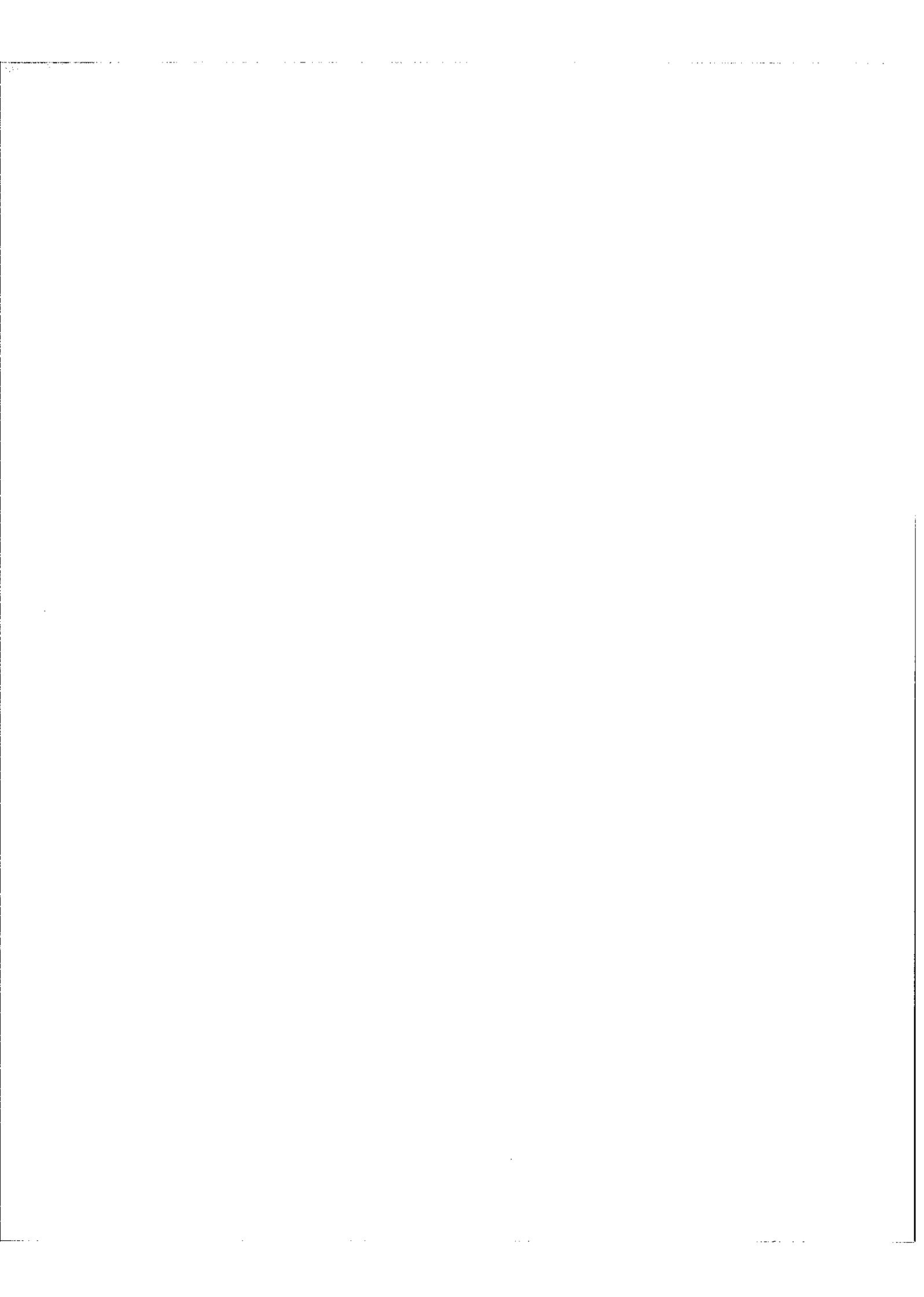
Parmi les différentes méthodes que nous allons citer, nous pouvons distinguer les méthodes instantanées et les méthodes à posteriori. Les méthodes instantanées sont celles qui donnent le spectre dès la fin de la course de l'interféromètre. Les méthodes à posteriori procèdent en deux temps : un premier temps pendant lequel on enregistre l'interférogramme $J(\delta)$ à l'aide d'un enregistreur à plume, magnétique, ou à ruban perforé ; le deuxième temps est consacré à l'analyse faite par des méthodes soit analogiques, soit numériques.

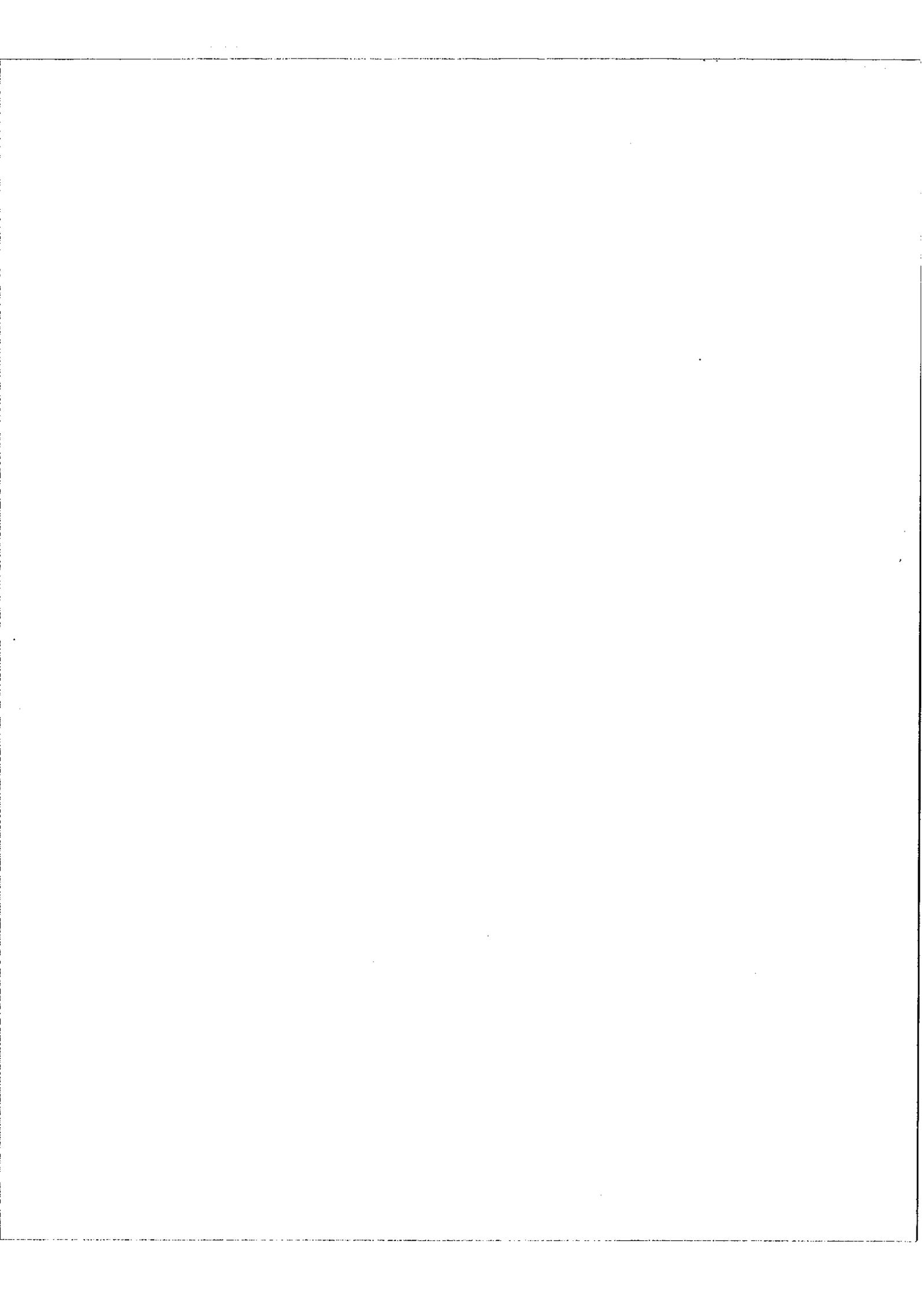
Nous allons donner successivement le principe de plusieurs méthodes qui se rattachent à l'une ou l'autre des catégories précédentes.

II,1 - Analyseur à filtres

Nous avons montré que lorsque nous éclairons l'interféromètre par une source monochromatique σ_0 et que nous faisons varier la différence de marche linéairement en fonction du temps, nous obtenons à la sortie du récepteur un train d'onde sinusoïdal BF de fréquence $N_0 = \frac{v}{c} \nu_0$ (fig.5). Ce train d'onde commence à l'instant $t = 0$ où $\delta = 0$ et prend fin à l'instant $t = T$ où $\delta = \delta_{\max}$. Le spectre de ce train d'onde est donné figure 6 dans le cas de l'apodisation par une fonction triangle (cette apodisation peut être obtenue par exemple en atténuant le train d'onde à l'aide d'un potentiomètre dont le curseur se déplace proportionnellement à δ). La largeur du pic centré sur N_0 est $\Delta N_0 = \frac{N_0}{R_0}$. On sait que le pouvoir de résolution est égal au nombre de périodes du train d'onde, ce qui permet d'écrire $T = \frac{R_0}{N_0}$.

Ceci étant, si nous prenons un filtre électrique, un circuit oscillant par exemple, accordé sur la fréquence N_0 et de qualité $Q_0 = R_0$, sa bande passante est alors $\frac{N_0}{Q_0} = \Delta N_0$ (fig.7). Elle est précisément égale à la largeur à mi-hauteur du pic. Quant à la constante de temps du circuit oscillant $\tau_0 = \frac{Q_0}{\pi N_0} = \frac{R_0}{\pi N_0}$ elle est de l'ordre de grandeur de T , durée du train d'onde.





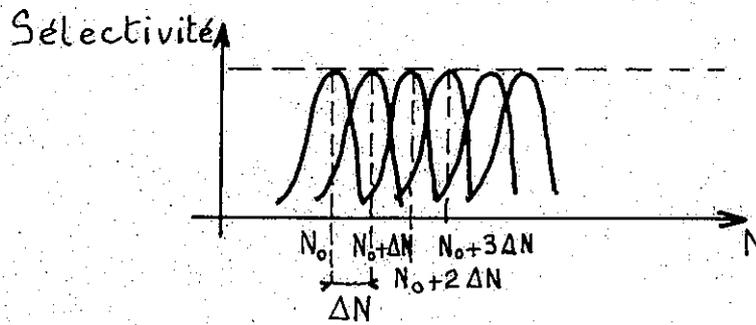
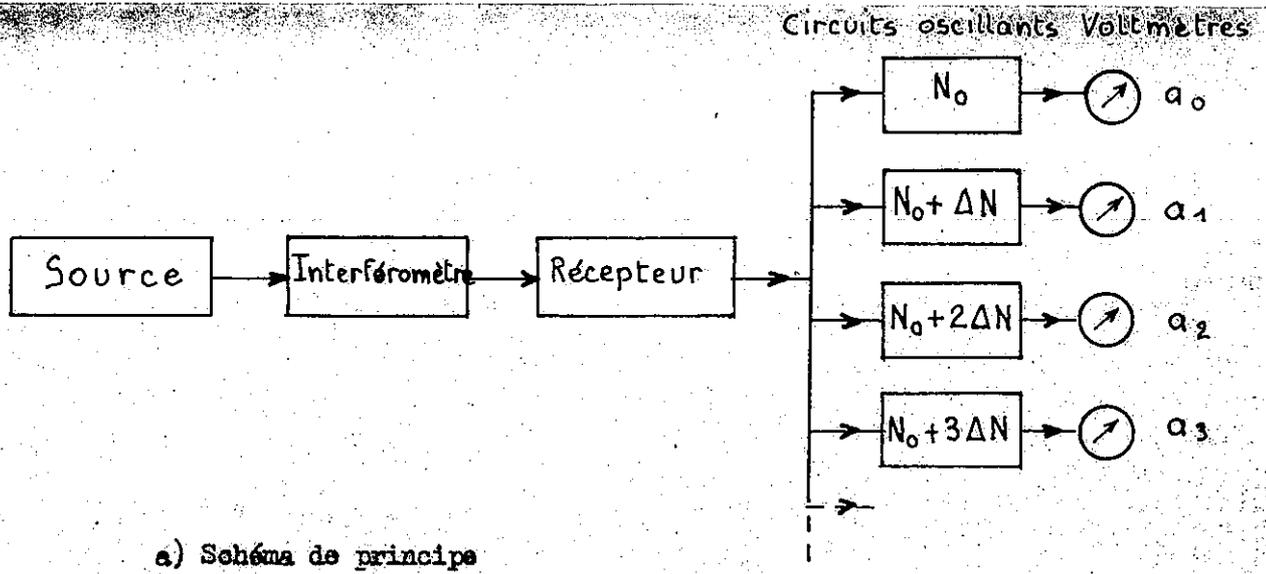


Fig.9 - Analyseur à filtres -

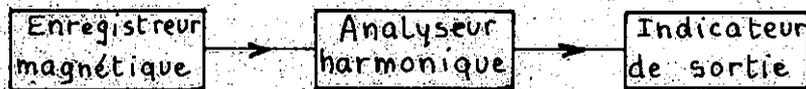
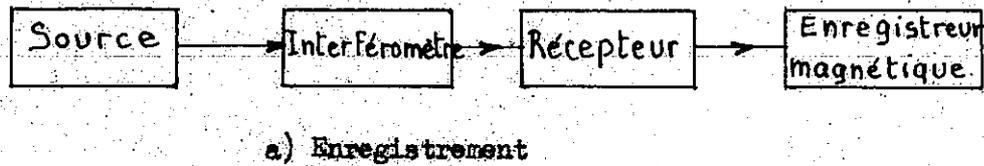


Fig.10 - Schéma de principe de la méthode par analyseur harmonique -

La différence de potentiel va donc s'établir aux bornes du filtre comme le montre la figure 8. Au temps $t = T$ la valeur efficace (indiquée par un voltmètre branché aux bornes du circuit oscillant) sera proportionnelle à l'amplitude de l'élément spectral σ_0 .

Nous pouvons donner maintenant le diagramme d'un appareil fonctionnant sur ce principe fig. 9a. Le signal BF issu du récepteur alimente des filtres en parallèle de sélectivité égale au pouvoir de résolution et accordés sur des fréquences espacées d'une quantité égale à la limite de résolution. La figure 9b montre comment sont réparties les courbes de sélectivité des filtres. A l'instant $t = T$ les tensions indiquées par les voltmètres branchés aux bornes des filtres sont proportionnelles à l'amplitude des éléments spectraux qu'ils sélectionnent.

Un tel appareil (qui n'a donné lieu jusqu'à présent à aucune réalisation) ne permettrait pas d'obtenir des résolutions élevées pour les deux raisons suivantes :

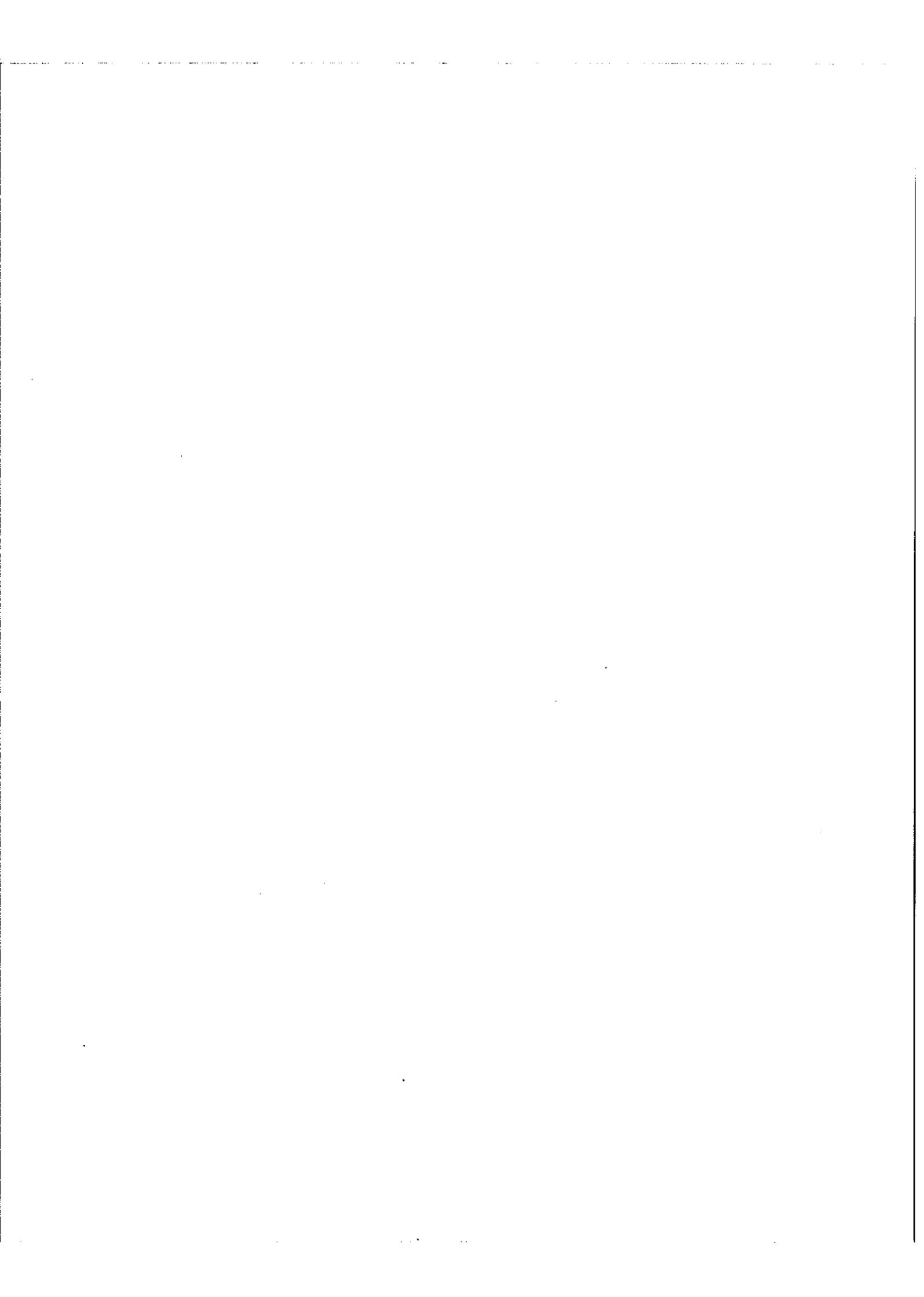
- la qualité des filtres électriques BF n'est jamais très élevée (au plus de l'ordre de 10^2). On ne pourrait utiliser ce système que pour quelques problèmes à très basse résolution.

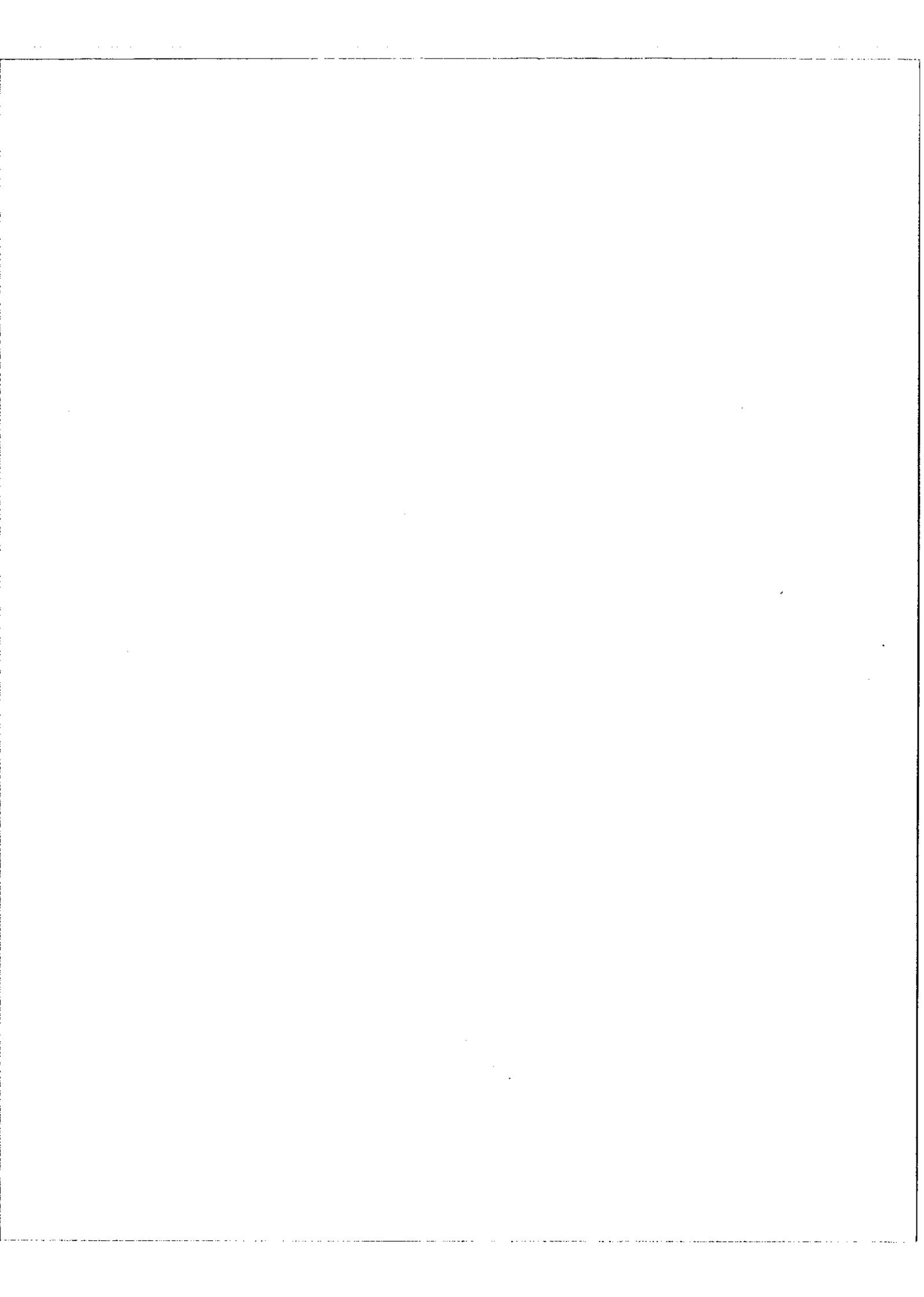
- la différence de marche ne varie pas d'une manière parfaitement linéaire, il s'ensuit des variations dans les fréquences de sortie. Or on ne peut pas faire varier corrélativement la fréquence d'accord des filtres.

Cette méthode est donc incompatible avec l'obtention de pouvoirs de résolution élevés.

II,2 - Emploi d'un analyseur harmonique [3]

Une variante de la méthode précédente mais qui a donné lieu à des applications (Mertz) est schématisée fig. 10. C'est une méthode a posteriori. L'interférogramme est d'abord enregistré sur une bande magnétique. Il est ensuite analysé par un analyseur harmonique BF classique. La limite de résolution de ce genre d'appareil est de l'ordre de 4 Hz, ce qui pour $N_0 = 50$ KHZ donne $R_0 = 12.500$. Une telle





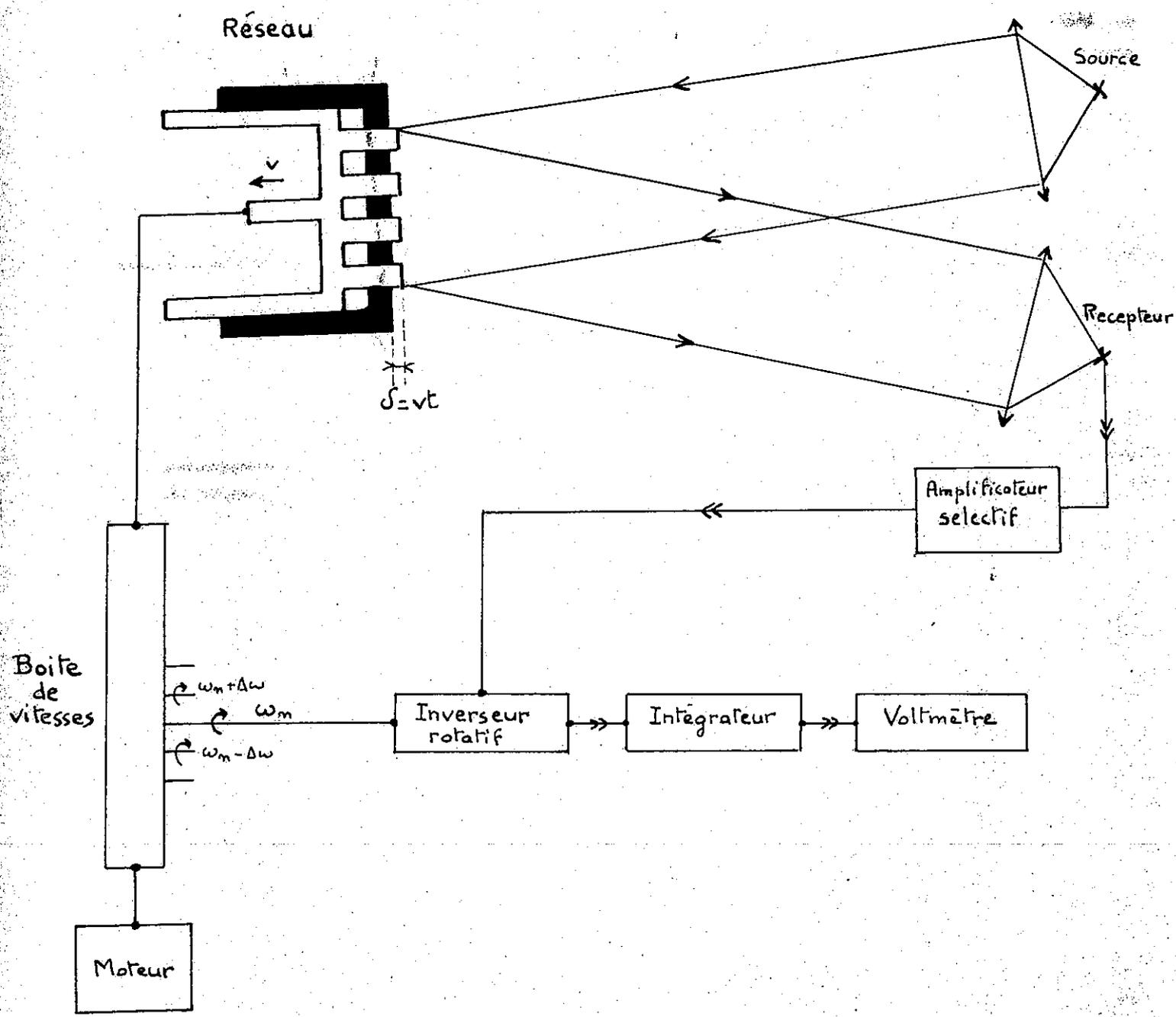


Fig.11 - CALCULATEUR ANALOGIQUE DE STRONG et VANASSE -
 (une seule voie d'analyse a été représentée)

résolution ne peut évidemment pas être utilisable pour les raisons de stabilité invoquées précédemment. Mertz a pu faire des analyses avec une résolution de l'ordre de 10^2 .

Un tel appareil se prête bien à une analyse automatique. Il suffit pour cela d'enregistrer l'interférogramme sur une bande magnétique en boucle fermée. A chaque tour de la bande la fréquence d'accord de l'analyseur augmente de ΔN et le spectre apparaît sur l'écran d'un oscillographe à grande rémanence.

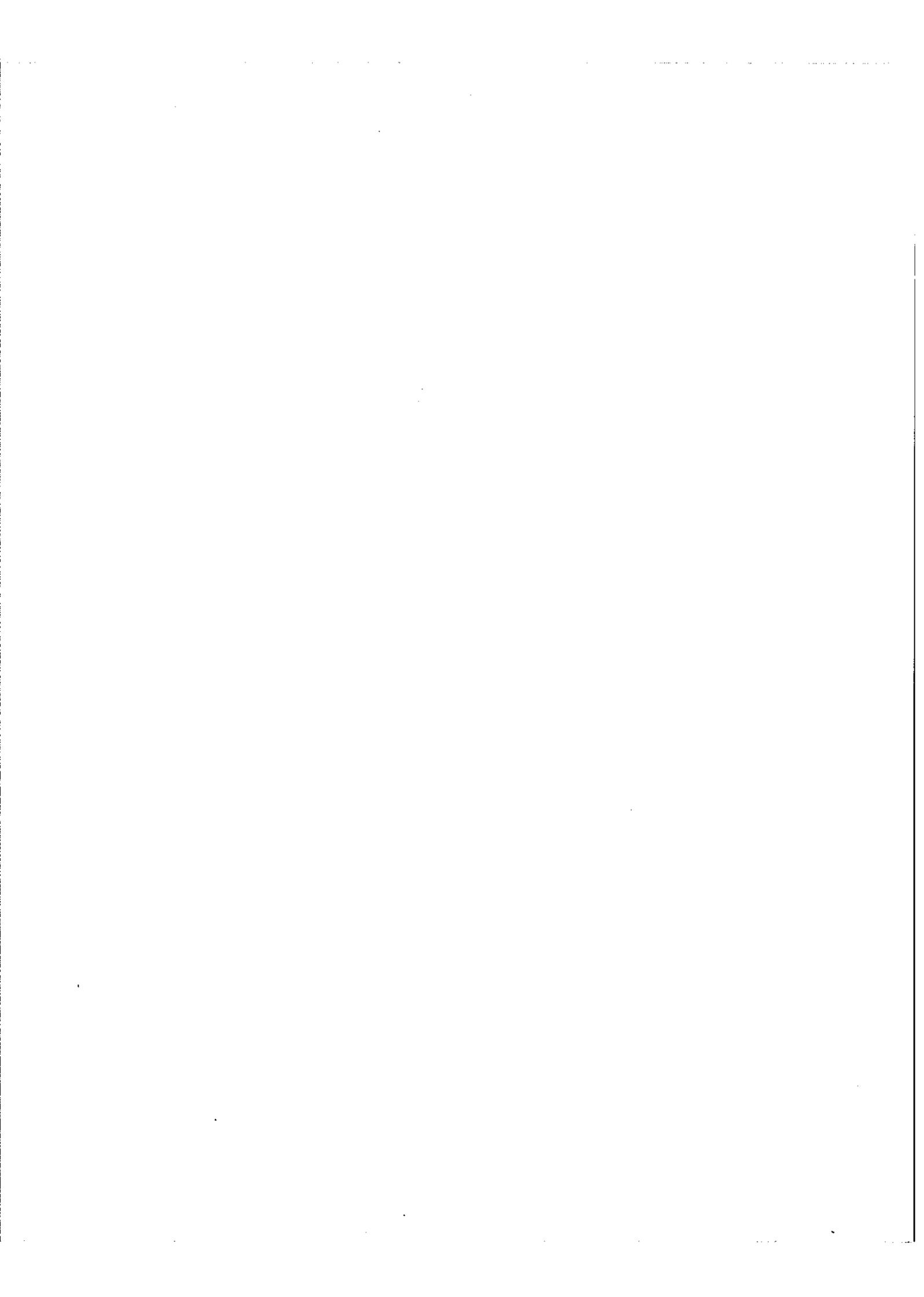
II,3 - Calculateur analogique ^{de} Strong et Vanasse [4]

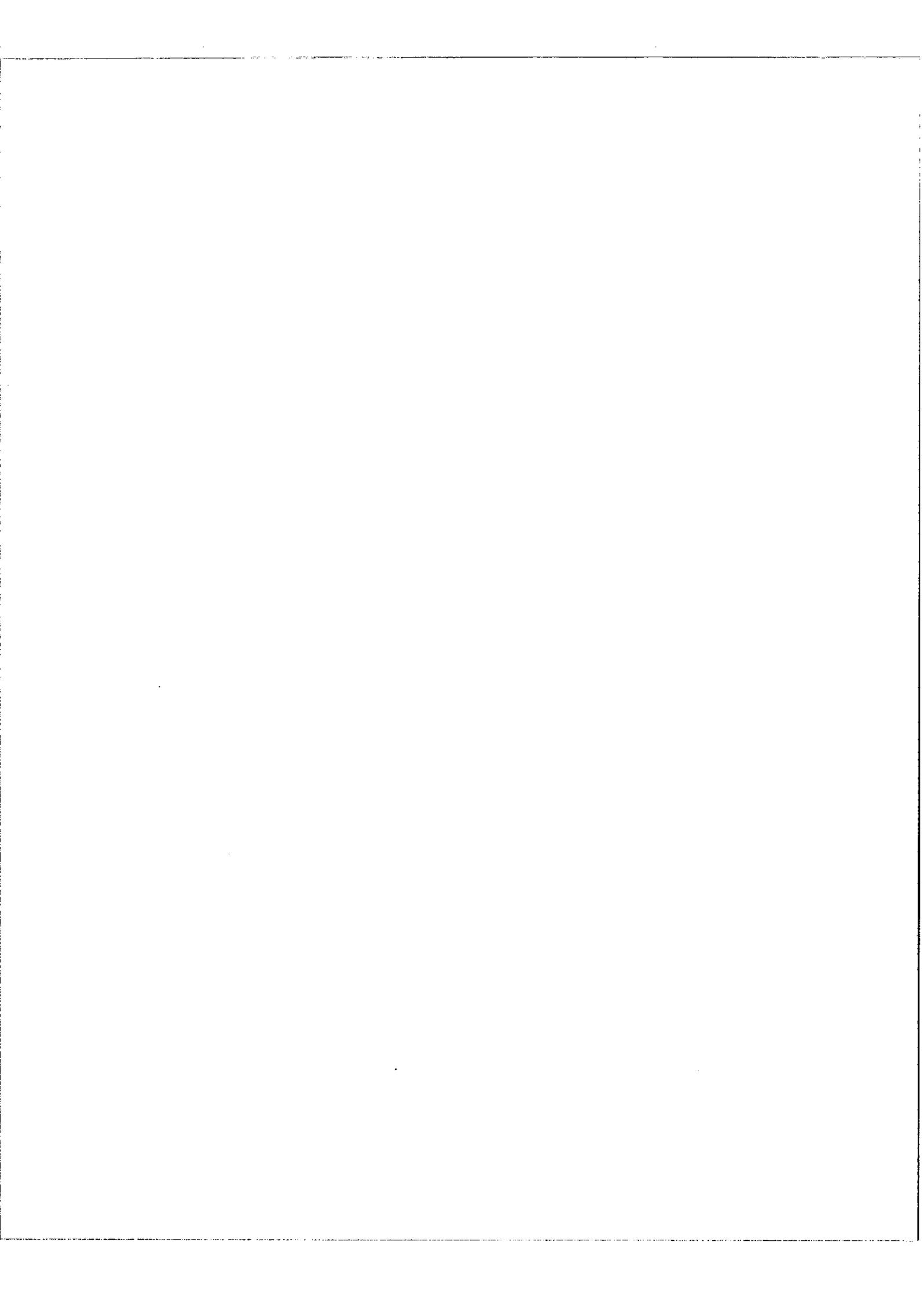
a) Description - (figure 11) -

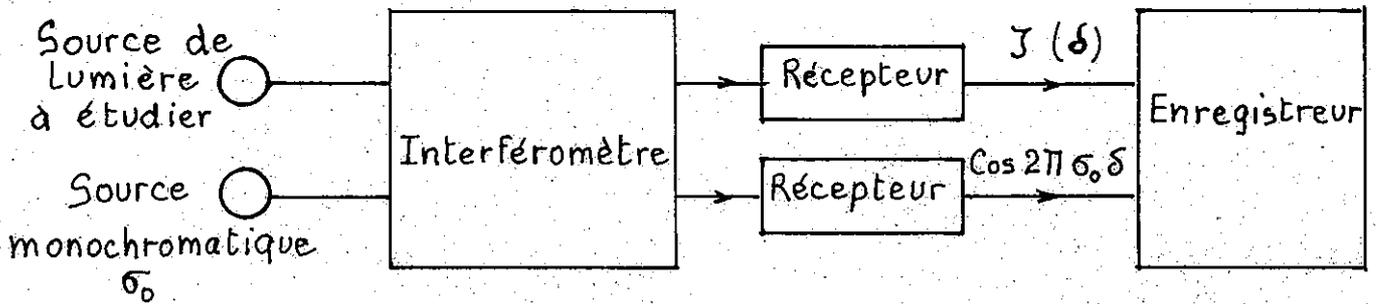
La lumière issue de la source tombe sur un réseau à profondeur de trait variable dont la partie mobile se déplace à vitesse constante. On a ainsi une variation linéaire de la différence de marche. La lumière modulée arrive sur un récepteur qui effectue la détection. Le signal de sortie $J(\delta)$ est envoyé à l'entrée d'un amplificateur sélectif qui isole une étroite bande de 4 Hz centrée sur 13 Hz. La sortie de l'amplificateur alimente dix canaux identiques comportant chacun un inverseur rotatif, un intégrateur et un appareil de lecture.

Dans la partie mécanique nous trouvons un moteur à vitesse constante qui attaque une boîte de vitesse à onze arbres de sortie. L'un des arbres commande le déplacement de la partie mobile de l'interféromètre. Les dix autres tournent avec des vitesses angulaires $\omega_0, \omega_0 + \Delta\omega, \omega_0 + 2\Delta\omega, \dots$ comprises dans la bande passante de l'amplificateur sélectif et actionnent les inverseurs rotatifs.

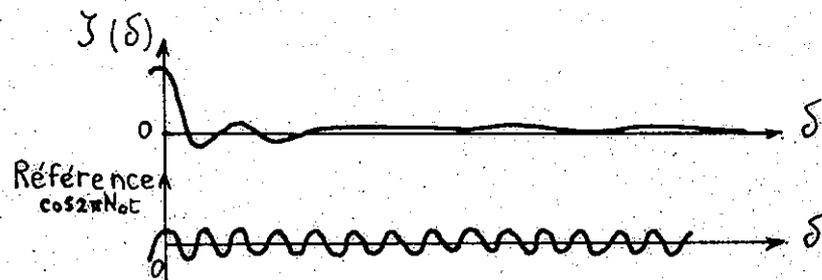
b) Analyse - Le signal appliqué à l'entrée des dix canaux est la partie de $J(\delta)$ limitée à l'étroite bande passante du filtre. L'inverseur rotatif effectue le produit de $J(\delta)$ par un signal carré de pulsation ω_m . Seul le fondamental du signal carré apporte une contribution car ses harmoniques tombent en dehors de la bande passante du filtre où $J(\delta)$ est fortement atténué. A la sortie, tout se passe comme si on avait un signal $J(\delta) \cos \omega_m t$ que l'on peut encore écrire $J(\delta) \cos 2\pi \nu_m t$.



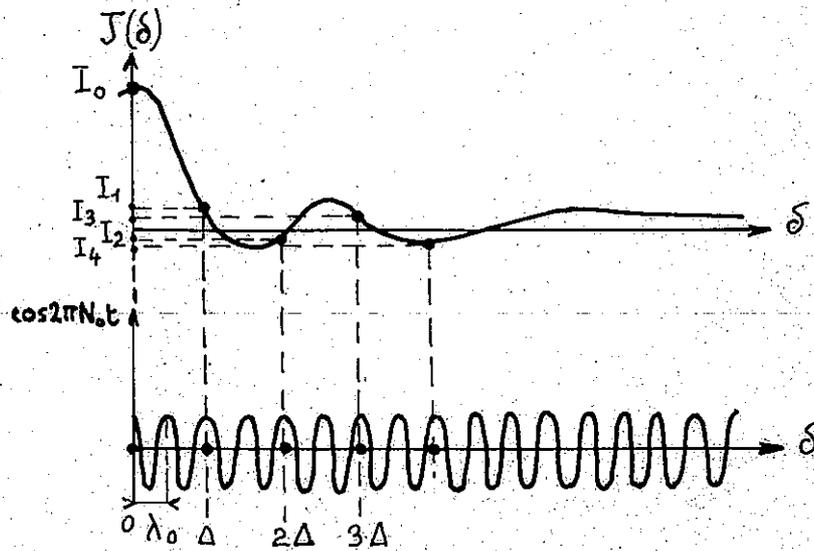




a) Dispositif expérimental



b) Forme d'onde des signaux enregistrés



c) Relevé des ordonnées sur l'interférogramme

Fig.12 - Méthode numérique -

L'intégrateur somme ce signal de 0 à δ_{\max} et donne un résultat proportionnel à $\int_0^{\delta_{\max}} J(\delta) \cos 2\pi \sigma_m \delta d\delta = B(\sigma_m)$ amplitude de l'élément spectral σ_m .

Le multiplicateur et l'intégrateur effectuent donc l'analogue d'une transformée de Fourier.

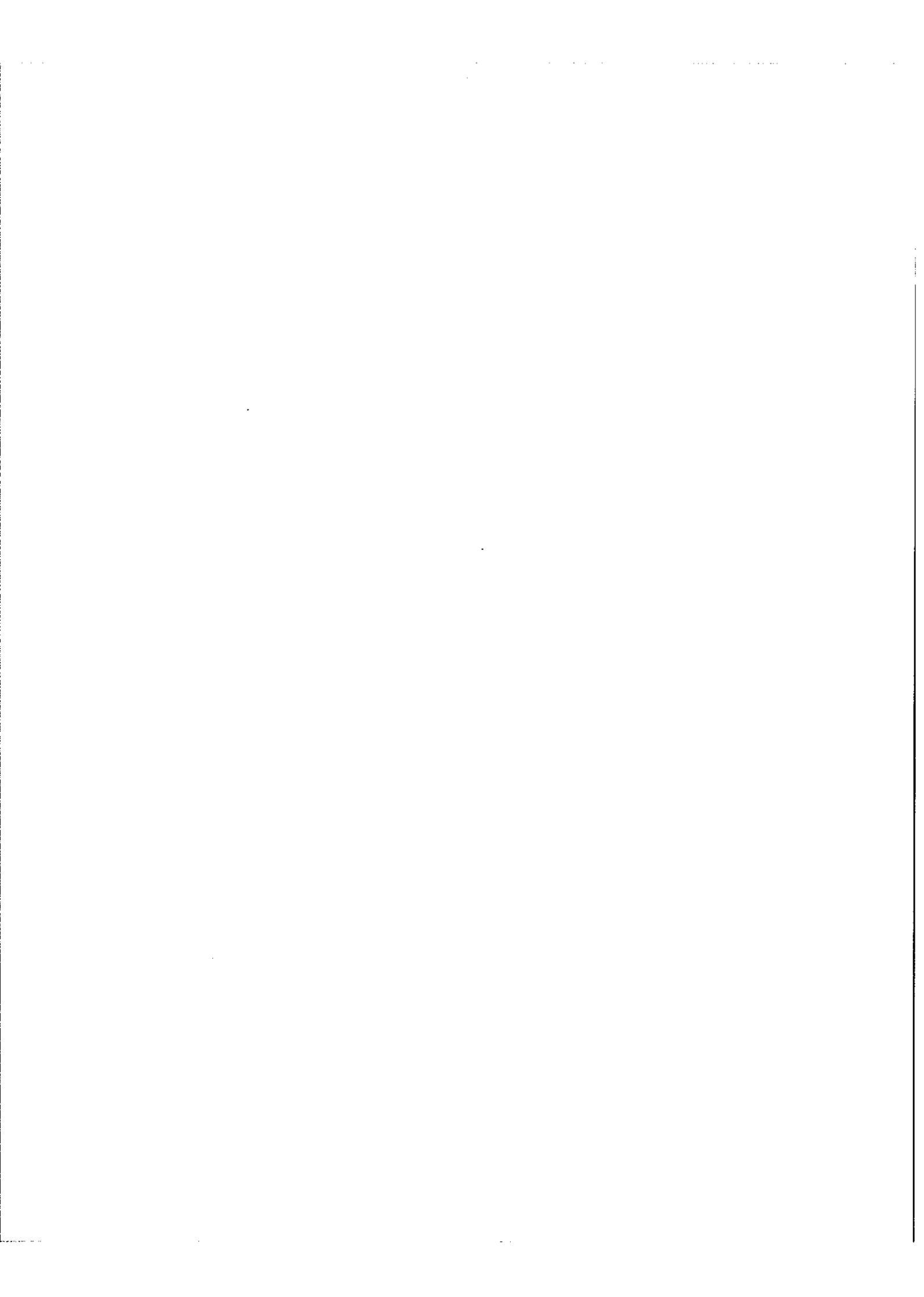
Pour une course complète de l'appareil, on analyse simultanément dix éléments spectraux. Pour analyser dix autres éléments il suffit, tout en conservant les mêmes vitesses angulaires pour les inverseurs rotatifs, de changer la vitesse de l'arbre qui entraîne la partie mobile du réseau et de procéder à une autre course.

Nous devons signaler que ce système est relativement insensible aux fluctuations de vitesse du moteur d'entraînement car la partie mobile de l'interféromètre et les inverseurs rotatifs marchent en synchronisme. Il faut cependant que les dix pulsations tombent toujours dans la bande passante de l'amplificateur, ce qui impose une limite supérieure à ces fluctuations.

Cet appareil semble avoir été abandonné par ses auteurs au profit de la transformation de Fourier par voie numérique probablement parce que ce calculateur relativement complexe ne donnait pas des pouvoirs de résolution suffisants (100) et que le nombre trop faible de canaux (10) n'exploitait pas pleinement les possibilités de la méthode.

II,4 - Méthode numérique [5]

a) Principe - On enregistre simultanément l'interférogramme $J(\delta)$ et un signal de référence donné par une raie monochromatique σ_0 qui permet de repérer avec précision les différences de marche. On élimine ainsi les effets dus aux fluctuations de vitesse de la partie mobile de l'interféromètre. Le dispositif expérimental est schématisé fig.12a. Les signaux enregistrés sur la bande d'un enregistreur à plume ont les formes représentées fig.12b.



Après enregistrement, on relève sur l'interférogramme une suite d'ordonnées $I_0, I_1, I_2, \dots, I_p, \dots$ à des intervalles égaux en différence de marche $0, \Delta, 2\Delta, \dots, p\Delta, \dots$ (fig.12c). L'intégrale :

$$B_i(\sigma_n) \propto \int_0^{\sigma_{\max}} I(\sigma) \cos 2\pi\sigma_n \sigma d\sigma$$

est alors remplacée par la somme :

$$B_i(\sigma_n) \propto \sum_{p=0}^{p=P} I_p \cos [2\pi\sigma_n p\Delta] \Delta$$

Une machine à calculer numérique effectue automatiquement le calcul de cette somme pour des valeurs successives de σ_n : $\sigma_1, \sigma_1 + \Delta\sigma, \sigma_1 + 2\Delta\sigma, \dots$ etc.

b) Durée de calcul - La durée de calcul T est proportionnelle au nombre de points P relevés sur l'interférogramme et au nombre M d'éléments spectraux calculés.

On a :

$$T = K_1 P M$$

où K_1 est une constante dépendant de la machine et du programme utilisés. Evaluons P en fonction du pouvoir de résolution R_0 . Nous supposons pour cela que le spectre s'étend jusqu'à σ_{\max} et que la différence de marche maximum atteinte est σ_{\max} . D'après le théorème de l'échantillonnage, pour pouvoir calculer toutes les fréquences comprises dans le spectre jusqu'à σ_{\max} , l'écart entre deux points successifs relevés sur l'interférogramme doit être au plus égal à $\frac{1}{2\sigma_{\max}}$;

on a donc :

$$P = \frac{\sigma_{\max}}{\frac{1}{2\sigma_{\max}}} = 2 \sigma_{\max} \sigma_{\max} = 2 R_0$$

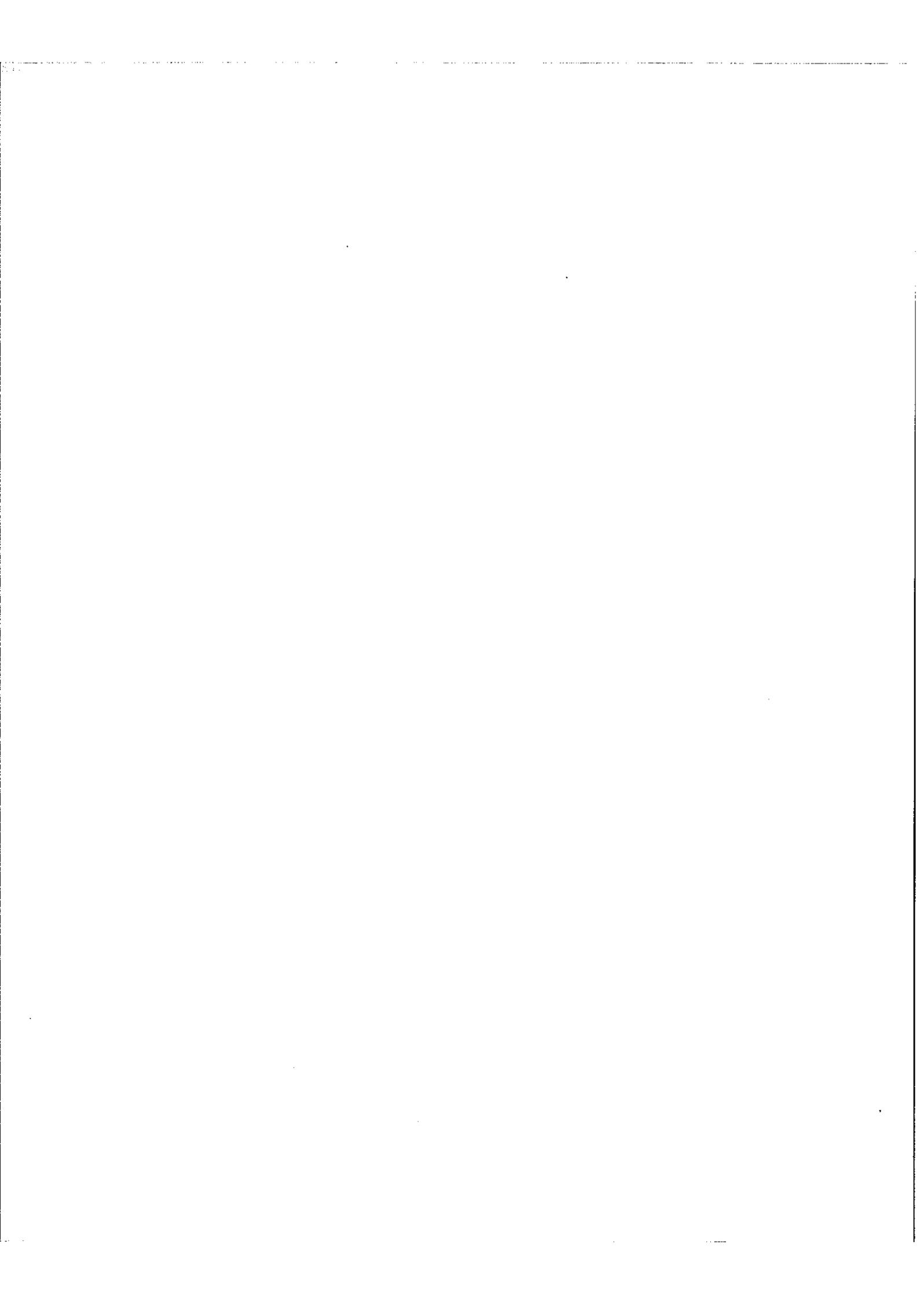
et le temps de calcul s'écrit :

$$T = 2 K_1 R_0 M$$

Nous allons donner un ordre de grandeur de ce temps de calcul en prenant pour K_1 la valeur 1 ms donnée par J. CONNES qui a utilisé une machine IBM 704. Avec $R_0 = 5 \cdot 10^5$ le temps de calcul pour un élément est :

$$T = 10^3 \text{ s} \approx 17 \text{ minutes.}$$

.../...

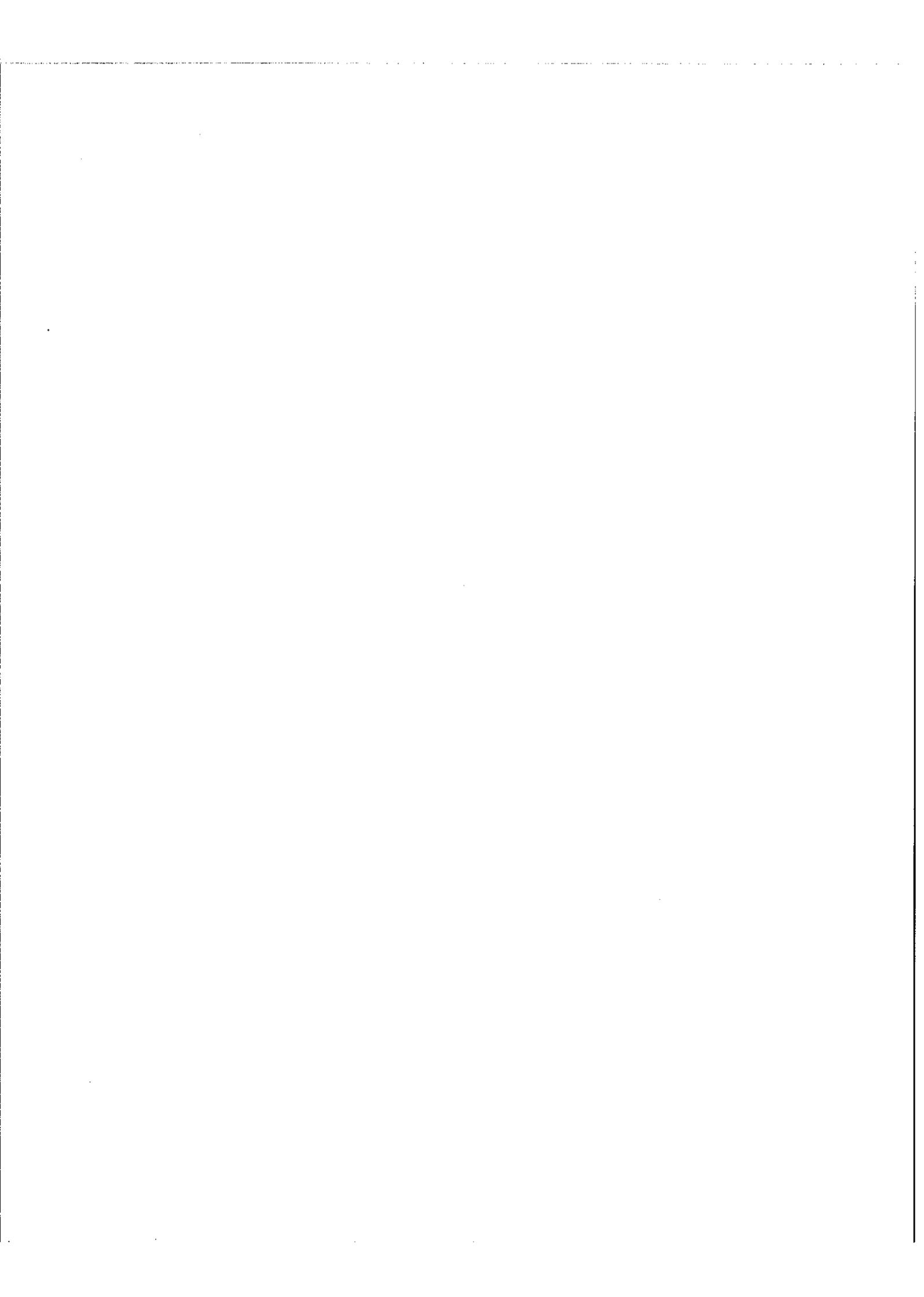


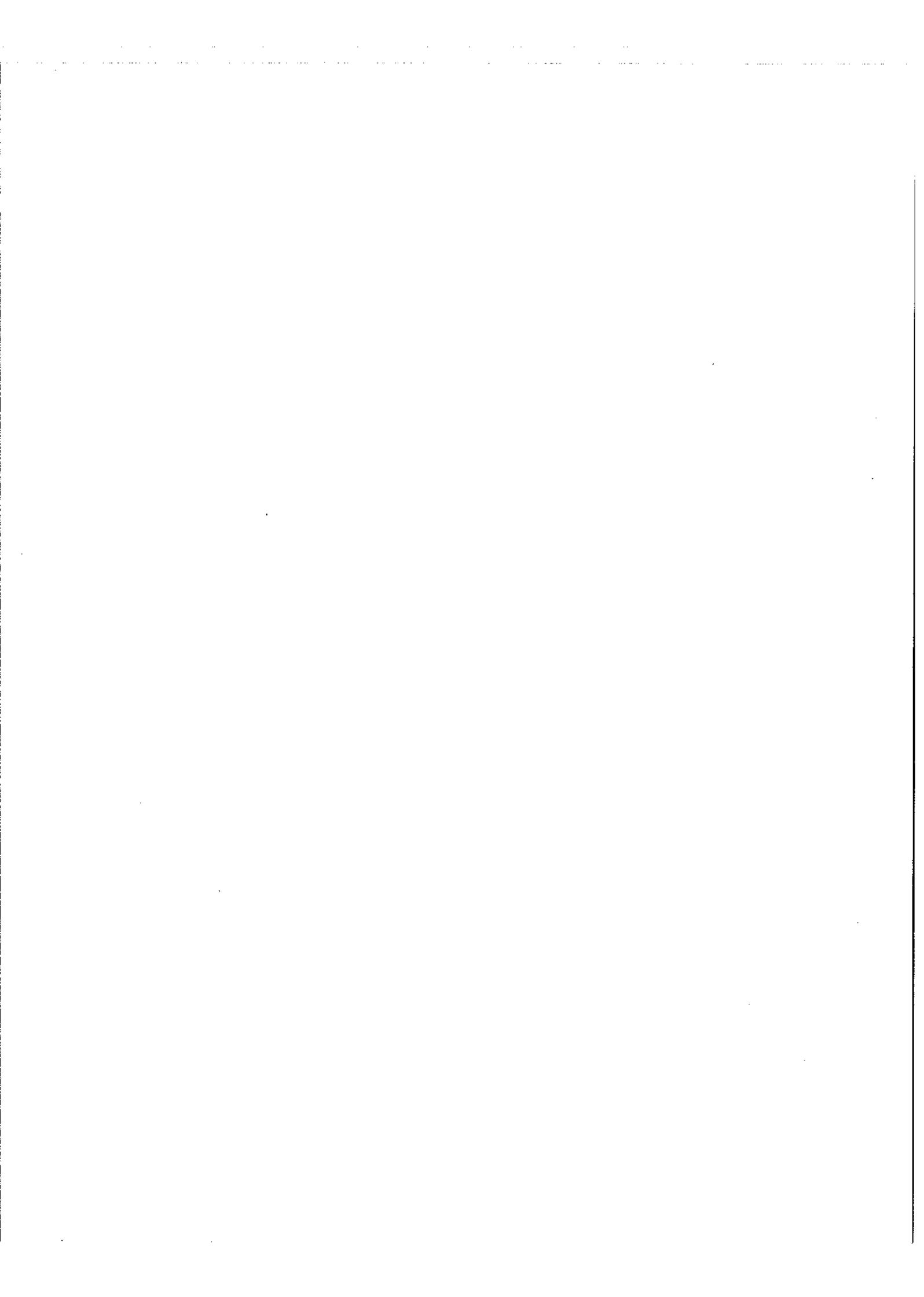
Dans ces conditions il faudrait 10 jours pour analyser seulement 10^3 éléments. Pour certains spectres le nombre d'éléments à analyser pourrait même être aussi élevé que R . Le temps de calcul constitue donc une très sérieuse limite aux possibilités de cette méthode.

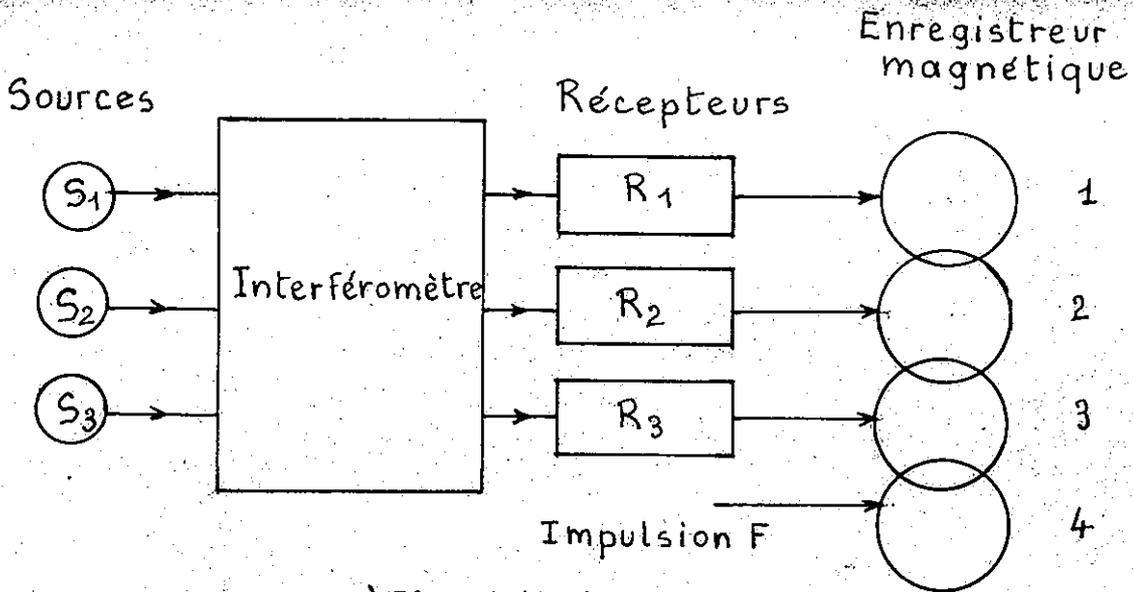
Par ailleurs nous devons signaler des inconvénients d'ordre pratique :

- le relevé des points sur l'interférogramme est une opération fastidieuse ;
- il s'écoule souvent un délai important entre l'enregistrement et l'analyse car il faut attendre que la machine soit disponible ;
- l'heure de calcul sur une machine IBM 704 coûte 3000 Fr, ce qui est très lourd pour le budget d'un Laboratoire.

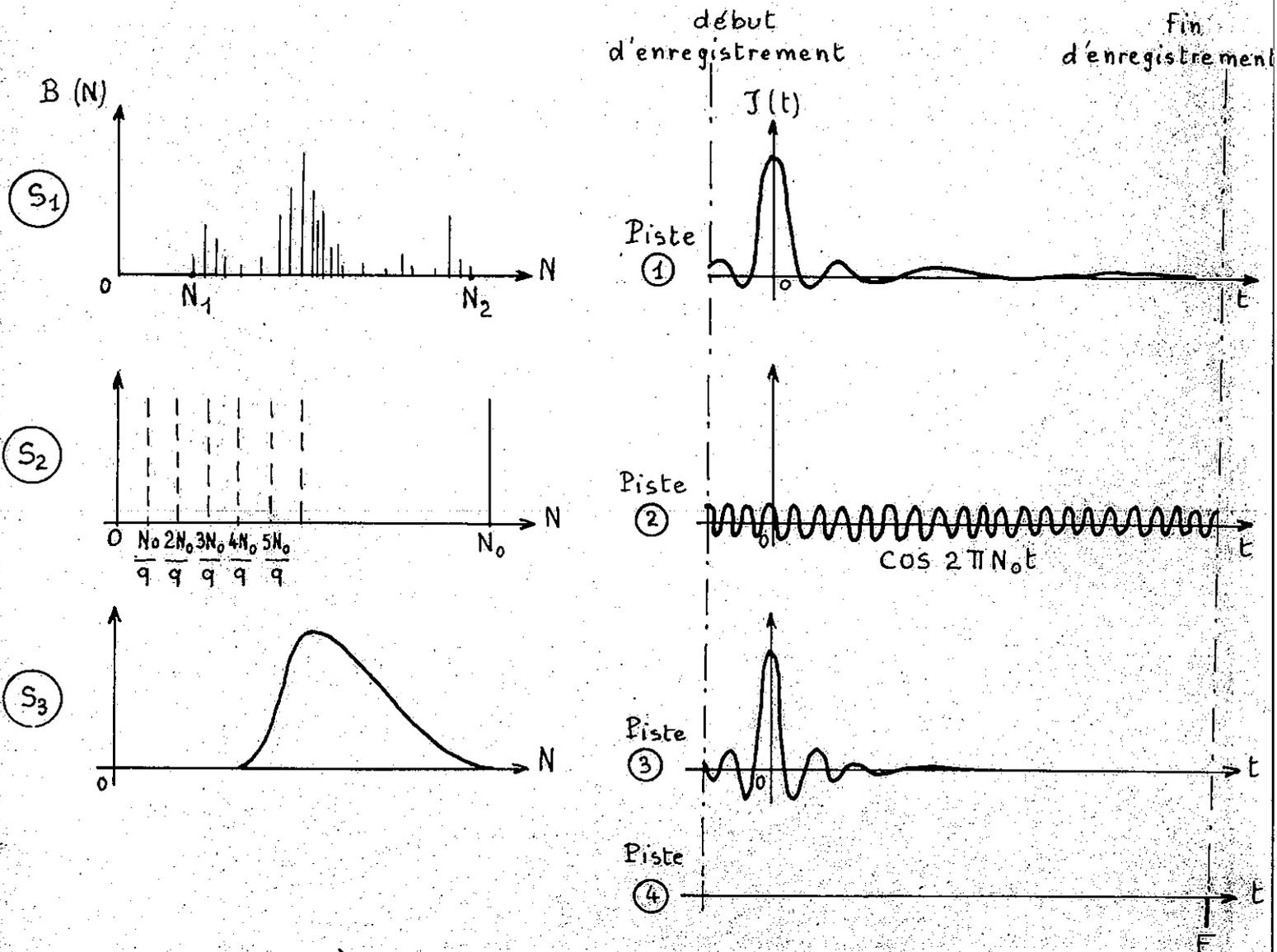
Toutes les méthodes que nous venons de voir sont mal adaptées à l'étude des spectres étendus à haute résolution. Aussi nous a-t-il semblé nécessaire de réaliser une calculatrice spécialisée pour la spectrométrie par transformation de Fourier qui permettrait d'obtenir des résolutions élevées (10^6) et dont le temps de calcul serait raisonnable.







a) Dispositif d'enregistrement



b) Spectre des sources et interférogrammes correspondants

Fig.13 - Calculateur spécialisé - Enregistrement -

III - CALCULATEUR SPECIALISÉ.-

Ce calculateur pour spectrométrie par transformation de Fourier peut être considéré comme à la fois digital et analogique. Les fréquences spectrales sont en effet mesurées par rapport à une raie de référence par un procédé purement digital de précision aussi grande que l'on veut. On n'est limité en principe que par la précision avec laquelle on connaît la raie de référence elle-même. Quant aux amplitudes, elles sont mesurées par un procédé analogique de précision limitée mais qui demeure cependant suffisant pour le problème qui nous intéresse.

Ce calculateur procède des méthodes a posteriori. Deux étapes sont à considérer dans l'étude d'un spectre : l'enregistrement et l'analyse.

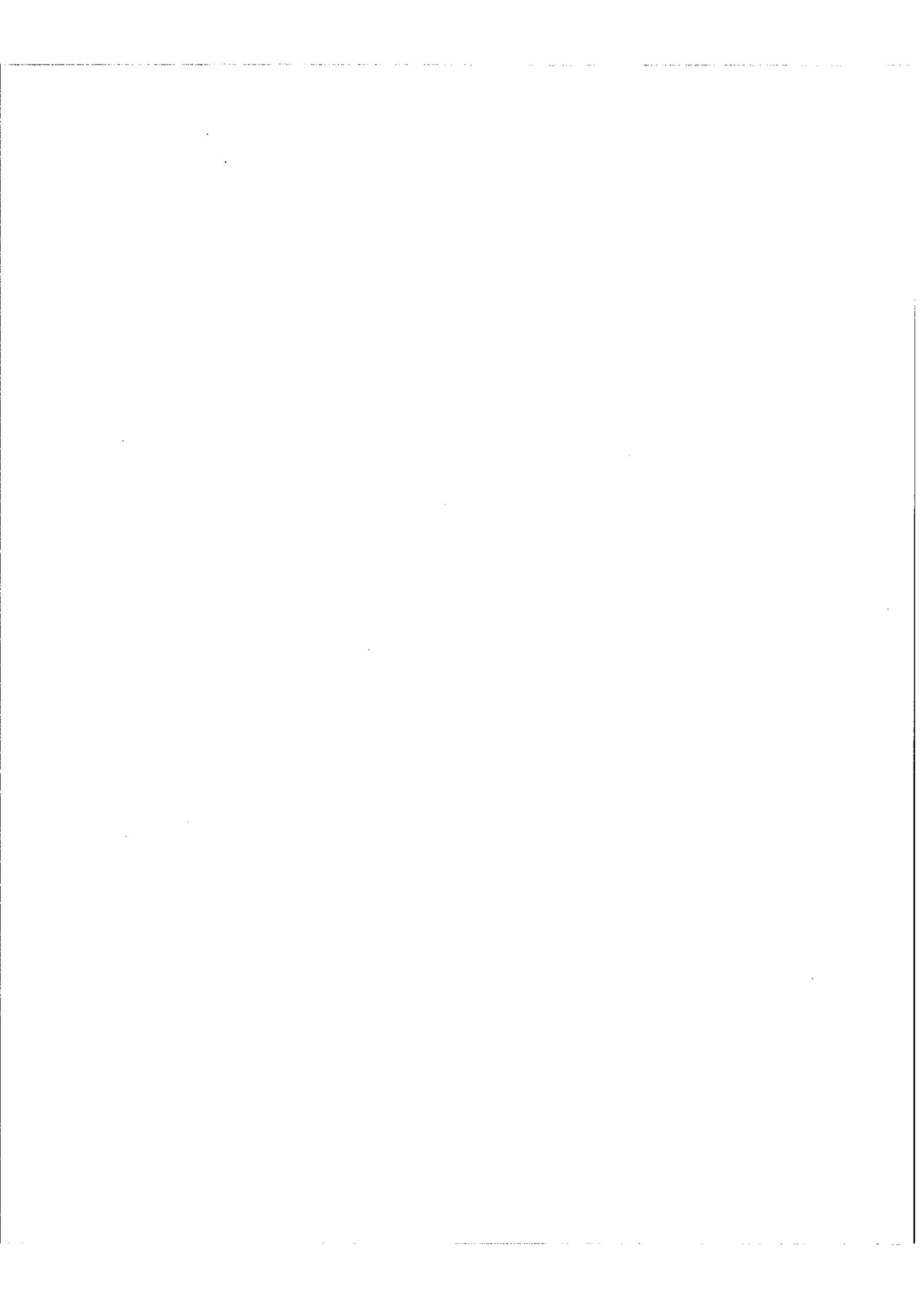
III,1 - Enregistrements - (fig.13a)

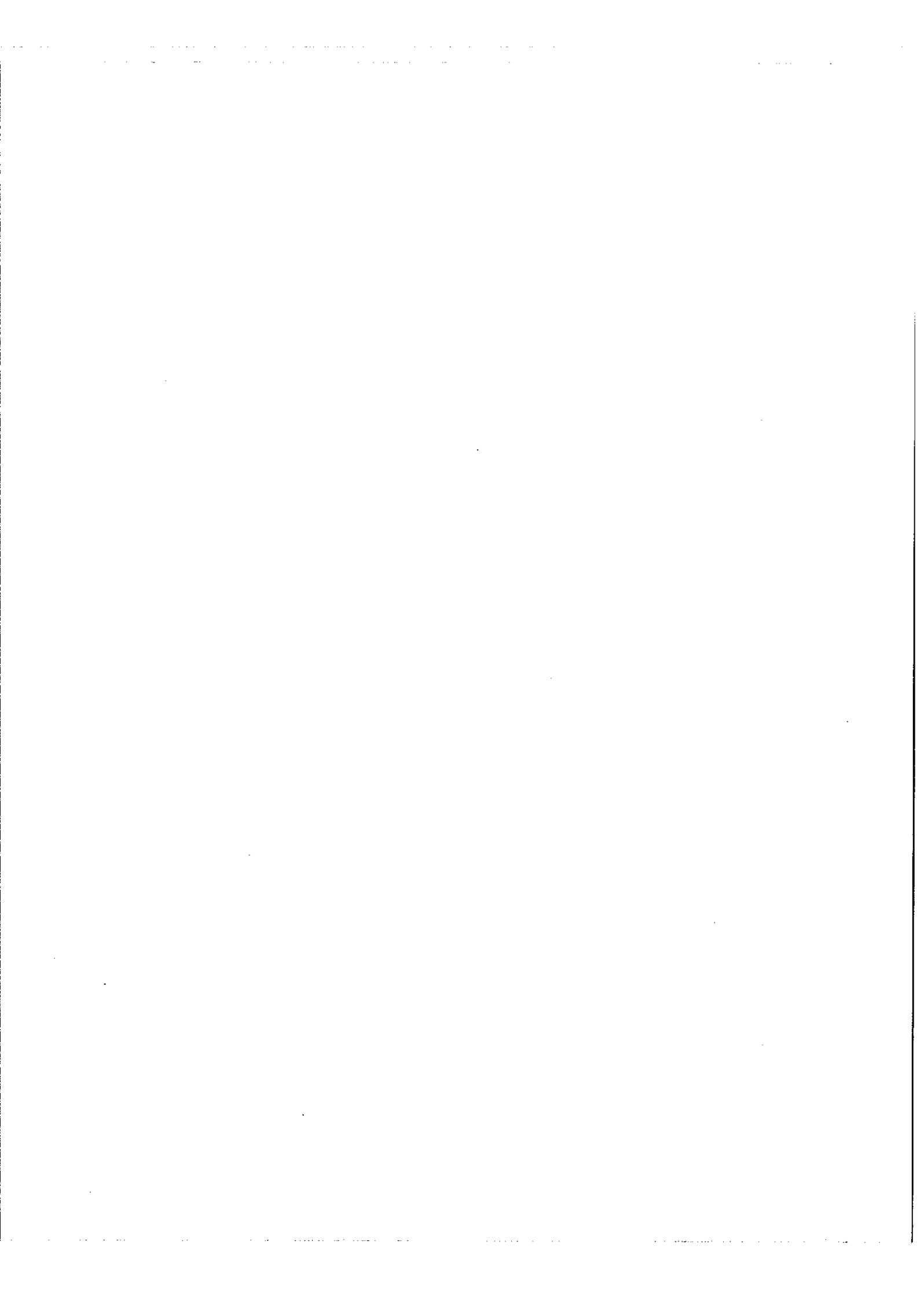
L'interféromètre de Michelson est éclairé par trois sources S_1, S_2, S_3 qui sont respectivement la source de lumière à étudier, une source de lumière monochromatique et une source de lumière blanche.

A la sortie de l'interféromètre, les faisceaux interférents tombent sur trois récepteurs R_1, R_2, R_3 . Les signaux provenant de ces récepteurs sont enregistrés sur trois pistes parallèles d'une bande magnétique en boucle fermée. De plus sur une quatrième piste nous enregistrons une impulsion F marquant la fin de l'enregistrement.

Nous désignerons désormais par N les fréquences enregistrées en nous rappelant que $N = \frac{v}{\lambda}$. Les spectres seront alors appelés $B(N)$. Pour les interférogrammes nous prendrons la variable t en sachant que $\lambda = v t$.

Les signaux enregistrés sur les pistes (1) (2) (3) sont les transformées de Fourier des spectres des trois sources. Leur forme d'onde est représentée sur la figure 13b qui donne la correspondance entre les spectres et les interférogrammes.





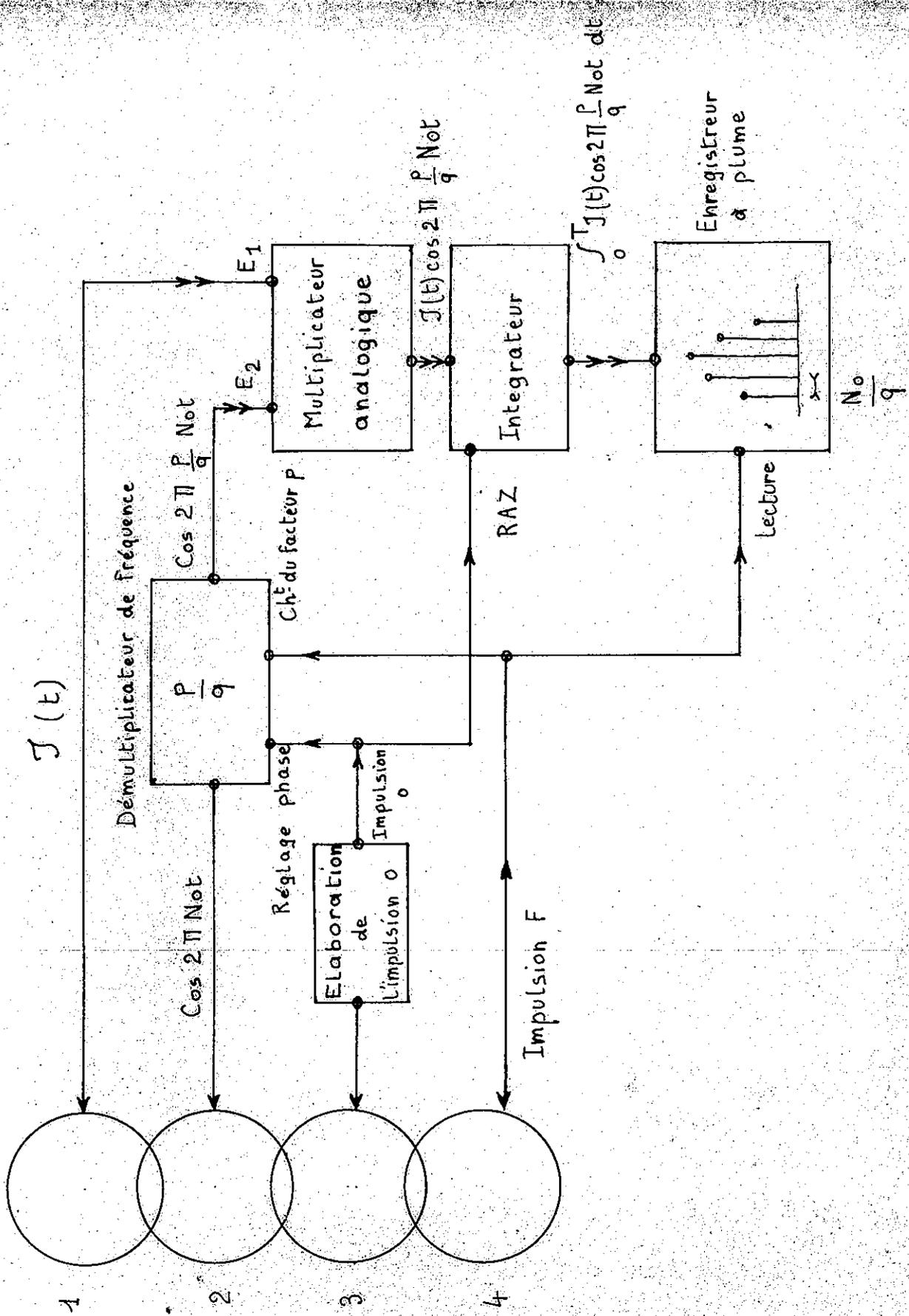


Fig.14 - Calculateur spécialisé - Analyse -

Sur la piste (1) nous avons l'interférogramme $J(\tau)$ transformée du spectre $B(N)$ d'étendue (N_1, N_2) .

Sur la piste (2) nous avons un signal sinusoïdal $\cos 2\pi N_0 t$ que nous appelons signal de référence. Il est produit par une raie de nombre d'onde σ_0 .

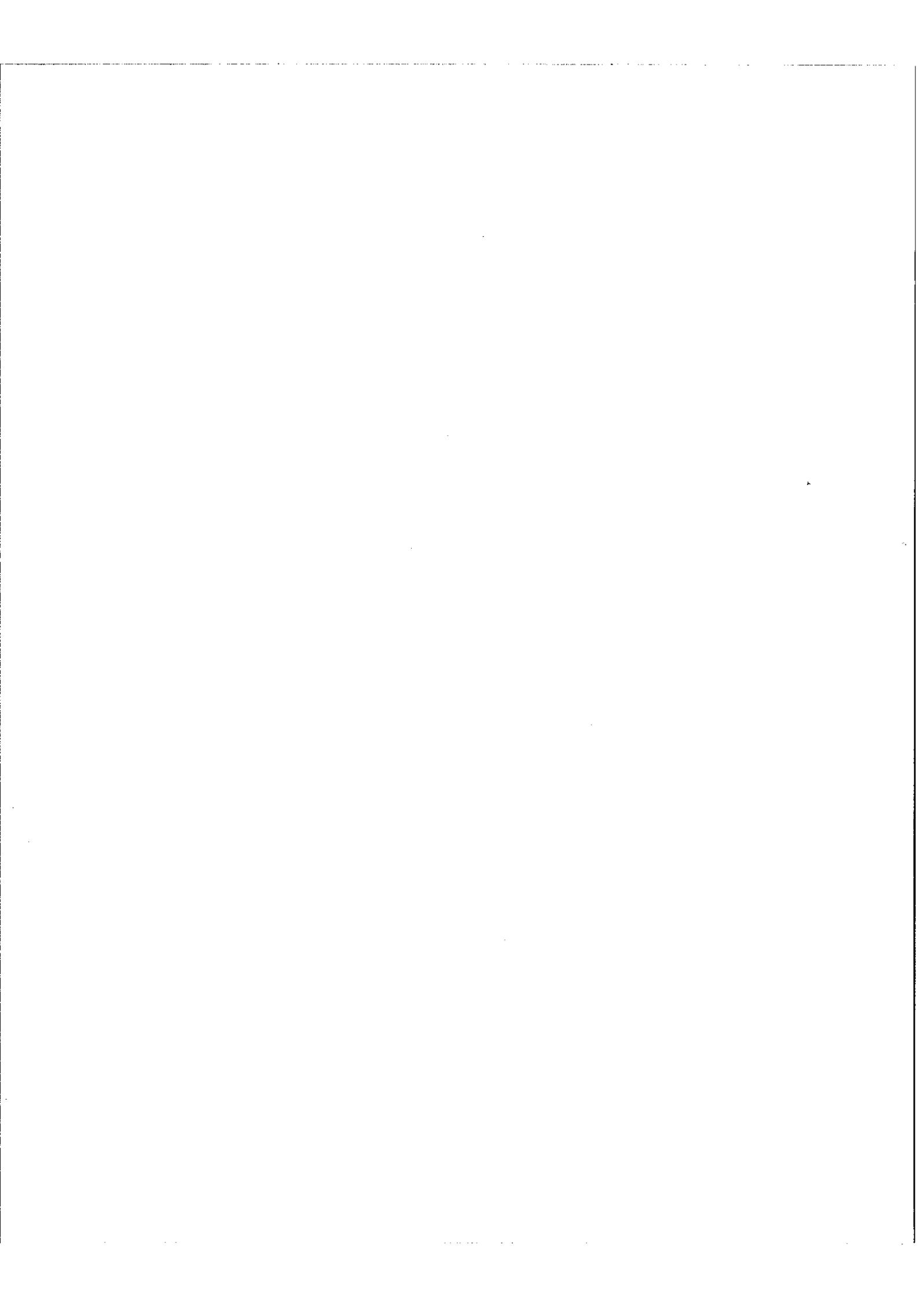
Sur la piste (3) le signal présente un maximum assez prononcé pour $\sigma = 0$ car les signaux modulés provenant des différents éléments spectraux sont en phase précisément pour cette valeur de la différence de marche. Lorsqu'on s'éloigne de part et d'autre de $\sigma = 0$ les phases deviennent quelconques, l'amplitude résultante s'écarte peu de zéro.

A l'enregistrement le choix de la vitesse de la bande magnétique est essentiellement déterminé par l'intensité de la source dont on dispose et par le rapport $\frac{\text{signal}}{\text{bruit}}$ désiré. Elle sera de l'ordre de quelques mm/s et les fréquences enregistrées d'une fraction de Hz à quelques Hz.

A l'analyse la bande défile à la vitesse maximum permise par l'enregistreur magnétique soit 1500mm/s, les fréquences sont augmentées proportionnellement. La fréquence du signal de référence est de l'ordre de 50 KHz.

III,2 - Description du calculateur -(fig.14)

Le signal de référence issu de la piste (2) est appliqué à l'entrée d'un ensemble que nous appelons démultiplicateur de fréquence. Ce démultiplicateur fait subir au signal de référence des opérations pratiquement équivalentes à une multiplication de fréquence de rapport p suivie d'une division de fréquence de rapport q . A la sortie nous avons donc un signal sinusoïdal dont la fréquence est $\frac{p}{q}$ fois celle du signal de référence. p est un facteur qui peut prendre successivement toutes les valeurs entières de 1 à 2^n . q est un facteur constant dans l'analyse d'un spectre donné. Il peut être choisi parmi les valeurs $2^n, 2^{n-1}, \dots, 2^2, 2^1$. C'est lui qui détermine l'intervalle entre deux fréquences successivement analysées. q étant fixé, le démultiplicateur délivre la suite de fréquences $\frac{N_0}{q}, \frac{2N_0}{q}, \dots$



$\frac{3N_0}{q}$, ... etc, l'intervalle entre deux fréquences successives est $\Delta N = \frac{N_0}{q}$.
Cette suite de fréquences est représentée en pointillé sur la figure 1b en S_2 .

Le signal provenant du démultiplicateur et le signal interférogramme de la piste (1) sont appliqués aux entrées E_1 et E_2 d'un multiplicateur analogique qui effectue le produit des deux signaux d'entrée. Le signal de sortie attaque ensuite un intégrateur. La valeur finale de la tension de sortie de l'intégrateur est lue par un enregistreur.

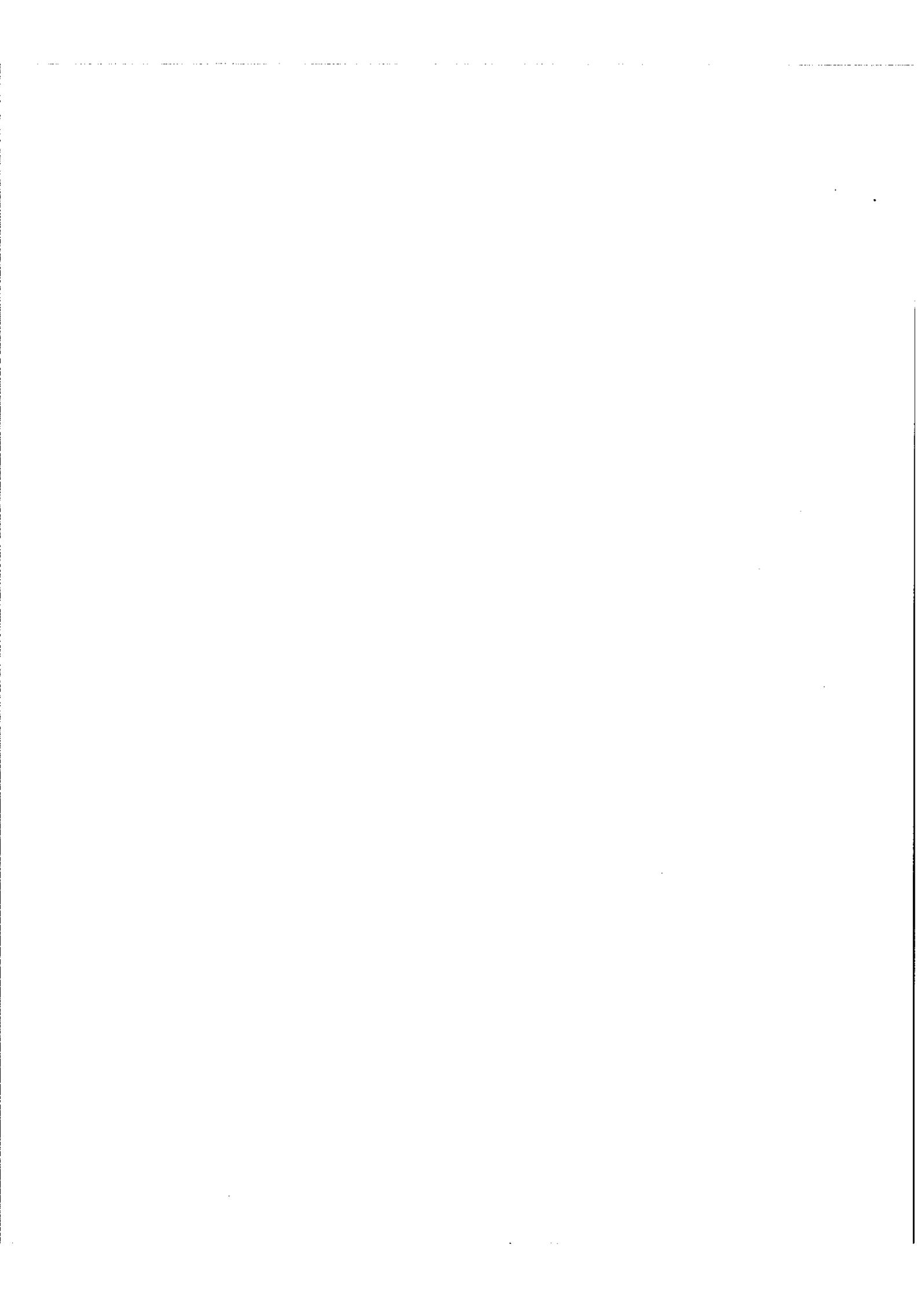
Le signal de la piste (3) est appliqué à un ensemble de circuits qui délivrent une impulsion à l'instant où la dérivée du pic s'annule. Nous l'appelons impulsion 0; elle marque exactement la différence de marche zéro autrement dit l'instant initial de l'intégration. Cette impulsion est envoyée simultanément au démultiplicateur de fréquence et à l'intégrateur. Elle règle la phase du signal délivré par le démultiplicateur et remet à zéro l'intégrateur.

L'impulsion F de la piste (4) appliquée à l'enregistreur et au démultiplicateur commande la lecture et augmente d'une unité le facteur p.

III,3 - Séquence des opérations

Supposons la bande magnétique à l'arrêt de façon que la partie où est enregistrée l'impulsion 0 soit en amont de la tête de lecture, l'opérateur fixe le facteur q qui détermine l'intervalle entre les points d'analyse et affiche le facteur p_1 qui détermine la valeur initiale de la fréquence $N_1 = \frac{p_1 N_0}{q}$.

Mettons alors en route la bande magnétique. L'impulsion 0 remet à zéro l'intégrateur et règle la phase du signal de sortie du démultiplicateur. A la sortie du multiplicateur analogique nous avons une différence de potentiel proportionnelle au produit $I(t) \cos 2\pi \frac{p}{q} N_0 t$. L'intégration pour l'élément de fréquence $\frac{p}{q} N_0$ commence et se poursuit jusqu'à l'instant où l'impulsion F commande la lecture. La plume de l'enregistreur s'abaisse et marque un point d'élongation proportionnelle à la valeur finale de la différence de potentiel de sortie de l'intégrateur. L'impulsion F augmente également de 1 unité le facteur p, ce cycle recommence pour



l'élément de fréquence $\frac{p+1}{q} N_0$ et ainsi de suite.

Comme pour le calculateur Strong-Vanasse, on peut montrer facilement que l'appareil effectue par une méthode analogique une opération qui n'est autre qu'une transformation de Fourier sur $\mathcal{F}(t)$. La valeur finale de la différence de potentiel de sortie de l'intégrateur est proportionnelle à $B \left(\frac{p}{q} N_0 \right)$.

III,4 - Vitesse de calcul

Elle est imposée soit par la fréquence maximum que peut passer l'enregistreur magnétique, soit par la fréquence maximum à laquelle peut travailler le démultiplicateur de fréquence. Il est facile de l'évaluer lorsqu'elle est imposée par l'enregistreur magnétique. En effet, nous savons que le pouvoir de résolution R_0 est égal au nombre de périodes du signal de fréquence maximum effectivement enregistrées. Nous supposons que cette fréquence est $N_0 = 50$ Khz, limite supérieure de la bande passante de notre enregistreur actuel. La durée d'analyse pour un élément est donc $\frac{R_0}{N_0} = \frac{R_0}{50}$ ms, c'est le temps que met la bande magnétique pour faire un tour. Nous pouvons écrire :

$$T = \frac{R_0 M}{50} \text{ ms}$$

que nous pouvons exprimer sous une forme analogue à celle obtenue dans le cas de la méthode numérique en posant $K_2 = \frac{1}{100}$ ms. On a alors :

$$T = 2 K_2 M R_0$$

A pouvoir de résolution égal, le gain de temps du calculateur spécialisé sur le calculateur numérique est donc $\frac{K_2}{K_1} = 100$.

La fréquence maximum admise par le démultiplicateur est moins facile à estimer, car elle dépend de l'amplitude relative des ghosts tolérés à l'analyse, ce qui ne pourra être apprécié qu'après un essai de l'ensemble du calculateur.

I V - DEMULTIPLICATEUR DE FREQUENCE

Le démultiplificateur de fréquence est un ensemble qui reçoit à l'entrée le signal de référence, signal sinusoïdal basse fréquence de pulsation ω_0 et délivre en sortie un signal en principe sinusoïdal de pulsation $\frac{p}{q}\omega_0$. La fréquence à l'entrée n'est pas stable mais peut présenter des fluctuations atteignant plusieurs pour cent. Cette instabilité est due aux fluctuations de la vitesse de translation du miroir de l'interféromètre et de déroulement de la bande magnétique tant à l'analyse qu'à l'enregistrement.

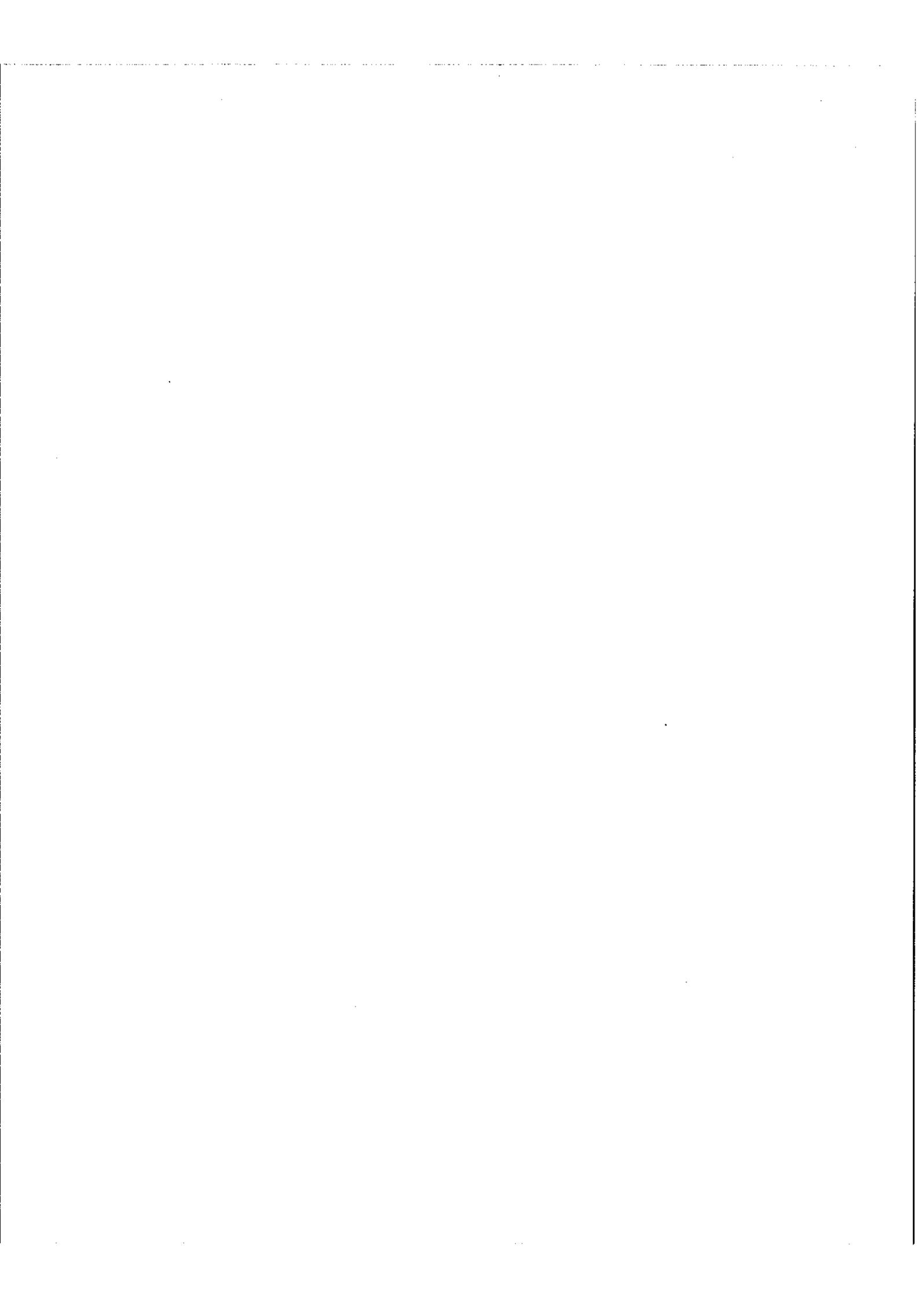
IV,1 - Conditions à remplir

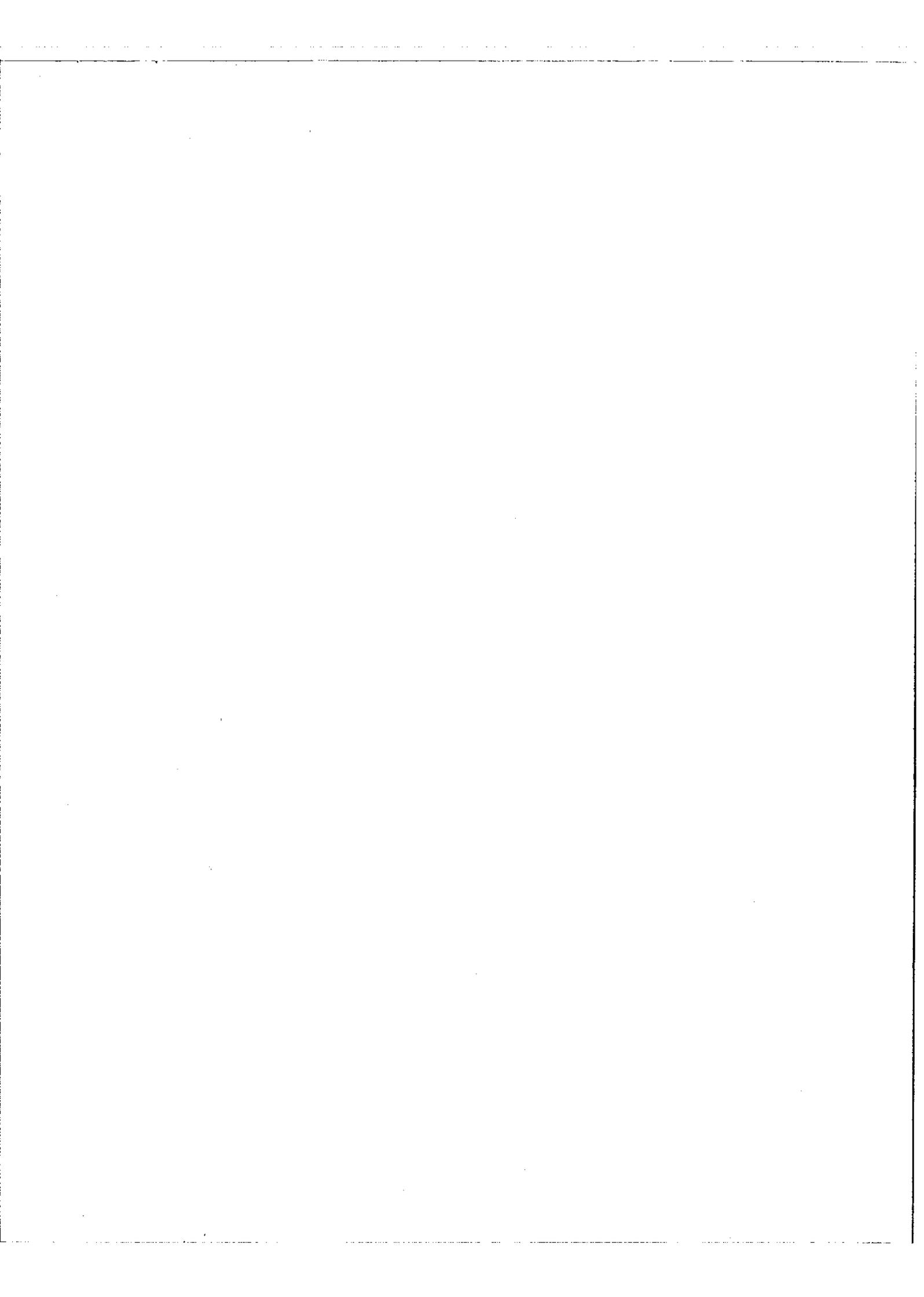
Elles sont au nombre de trois :

- a) La phase du signal de sortie est imposée : en effet, nous savons que si le signal de référence est de la forme $\cos \omega_0 t$ avec pour origine l'instant marqué par l'impulsion 0, le signal de sortie propre à la transformation de Fourier doit être $\cos \frac{p}{q} \omega_0 t$.
- b) Le démultiplificateur de fréquence doit être rigoureusement apériodique de façon à suivre, sans introduire de rotation de phase, les fluctuations de fréquence du signal d'entrée.
- c) Le changement du rapport de démultiplication doit être une opération automatique très rapide.

Ces exigences, en particulier la deuxième, éliminent les méthodes classiques pour obtenir des fréquences sous-multiples d'une fréquence donnée. Toutes ces méthodes qui procèdent par sélection d'harmoniques utilisent des circuits accordés. Lorsque la fréquence du signal d'entrée ne présente pas une stabilité suffisante, la phase du signal de sortie est fonction de la fréquence du signal d'entrée. Le signal de sortie est de la forme $\cos \left[\frac{p}{q} \omega_0 t + \varphi(\omega_0) \right]$ et ne répond pas au problème.

Pour faire une division de fréquence rigoureusement apériodique, on ne peut guère faire appel qu'aux circuits de comptage d'impulsions utilisés dans les machines à calculer numériques. L'unité élémentaire est l'échelle de deux, circuit qui divise





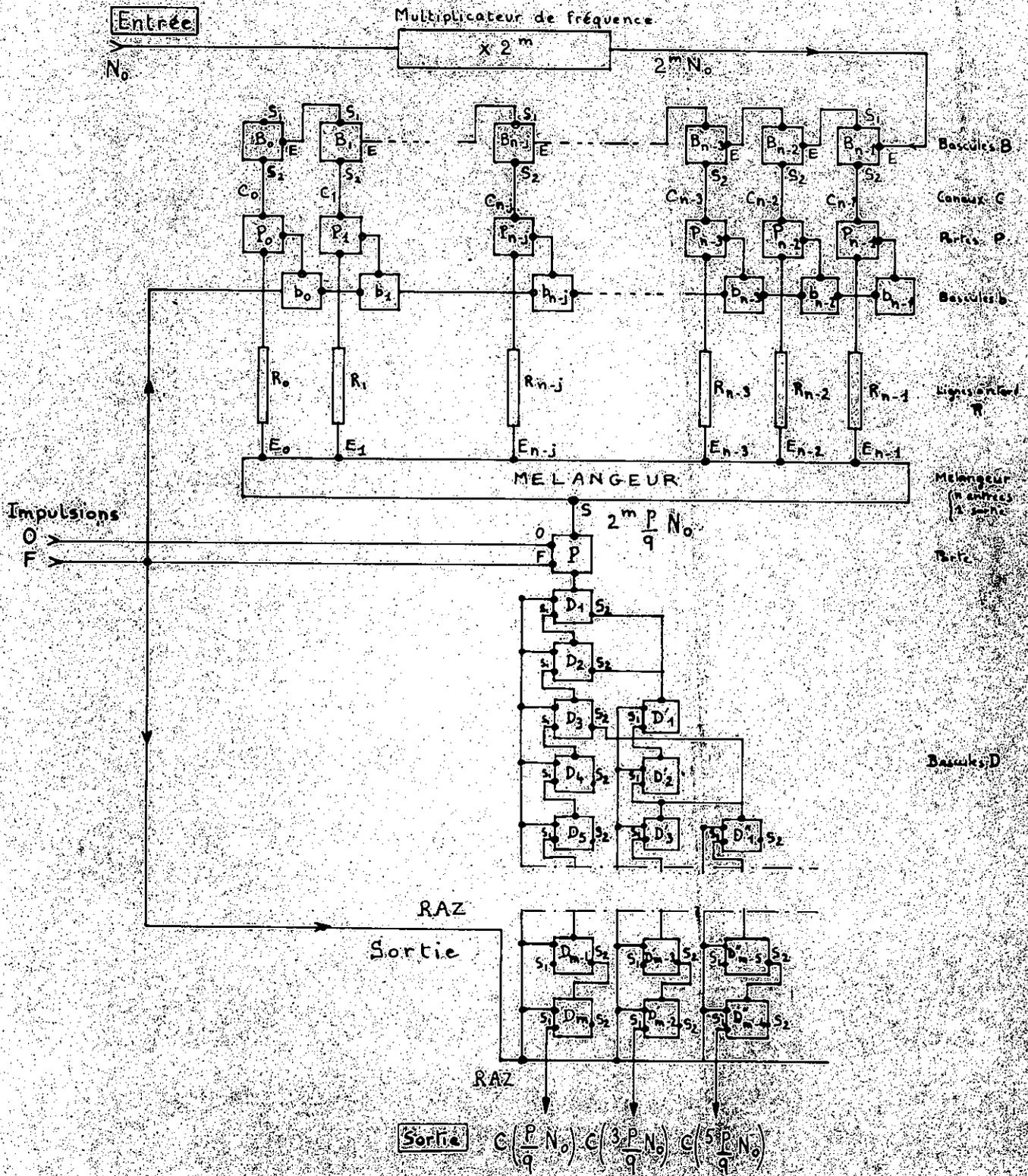


Fig. 15 - schéma de principe du démultiplicateur de fréquence -

par deux le nombre des impulsions appliquées à l'entrée. Un tel circuit est aperi-
dique pour des fréquences de répétition d'impulsions allant de la fréquence 0 à une
fréquence maximum correspondant à sa limite de résolution.

Nous allons donner le principe d'un dispositif rigoureusement aperiodique qui
utilise comme circuit de base l'échelle de deux appelée aussi bascule et réalise
approximativement la démultiplication de fréquence de rapport $\frac{p}{q}$ annoncée.

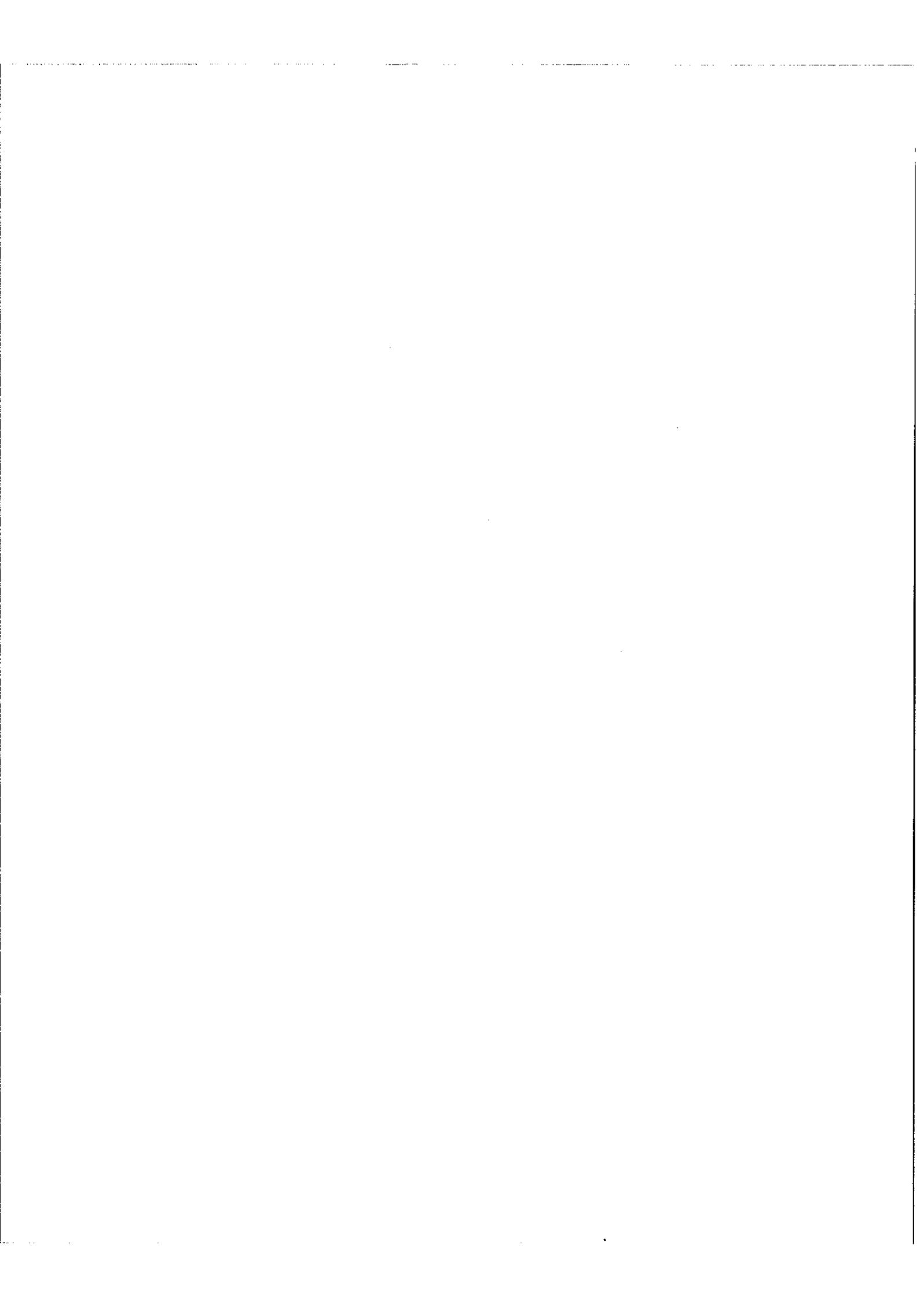
IV,2 - Description (fig.15)

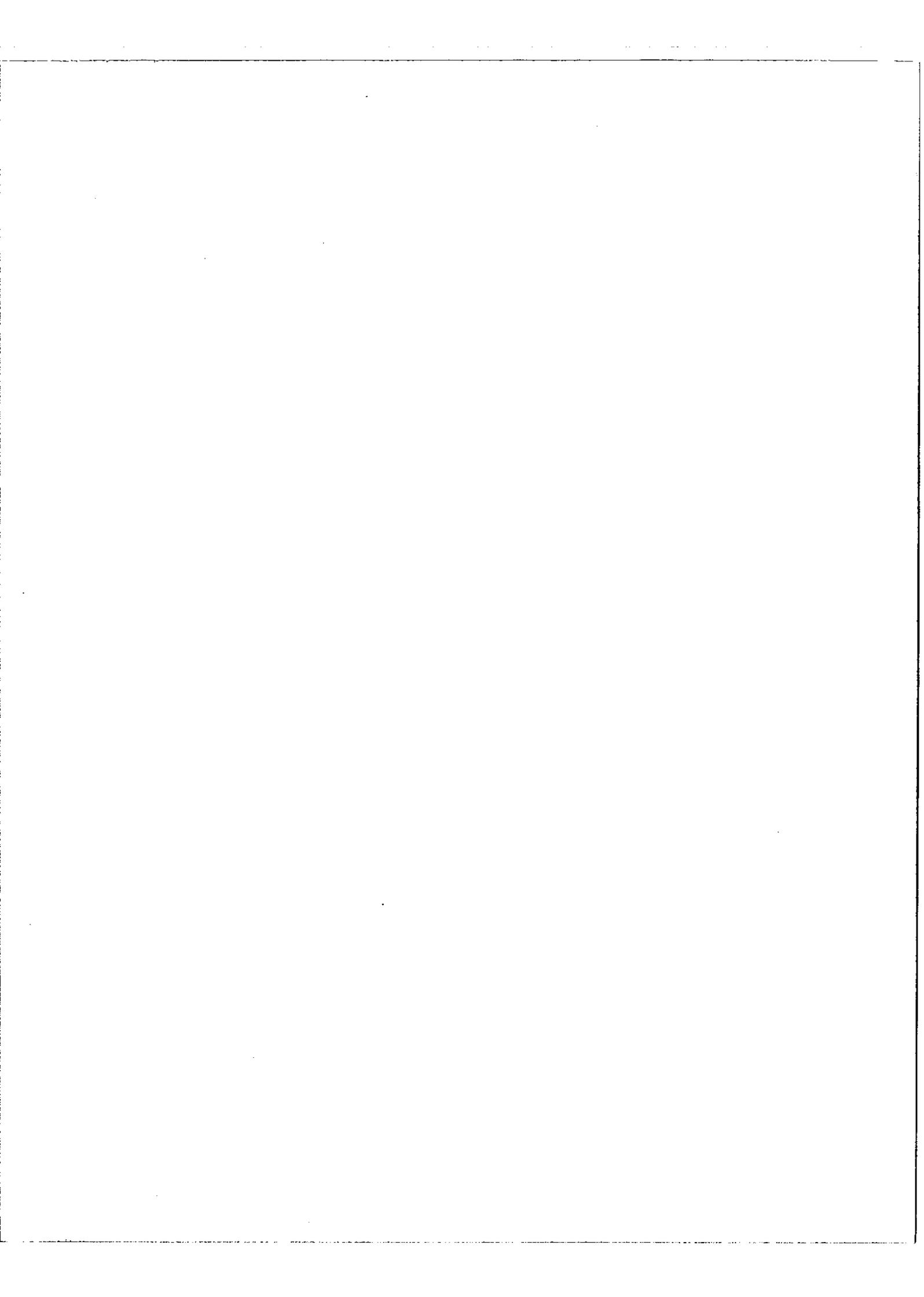
Le signal de référence de fréquence N_0 est tout d'abord appliqué à l'entrée
d'un multiplicateur de fréquence par 2^m . Différents dispositifs permettant de faire
cette opération seront décrits plus loin (§ 4). Le rôle du facteur m sera précisé
au chapitre V,1. Nous pouvons cependant annoncer que le démultiplicateur ne délivre
pas en sortie un signal rigoureusement harmonique mais un signal qui présente une
légère modulation de phase ; cette modulation de phase est d'autant plus faible que
le facteur m est élevé.

Le signal de fréquence $2^m N_0$ attaque après mise en forme une chaîne de
 n bascules que nous appelons $B_{n-1}, B_{n-2}, B_{n-j}, \dots, B_1, B_0$. Chaque bascule a
deux sorties ; l'une attaque la bascule suivante, l'autre un canal C_{n-j} . Dans
chaque canal nous trouvons une porte P_{n-j} et une ligne à retard R_{n-j} destinée
à compenser le retard introduit par chaque bascule.

Les portes sont commandées par un registre de n bascules b_{n-j} . A l'entrée
de la bascule b_0 sont appliquées les impulsions F qui commandent le changement
du rapport de démultiplication à chaque tour de la bande magnétique.

Les extrémités des n lignes à retard convergent dans un mélangeur à n entrées
dont l'unique sortie attaque une chaîne de m bascules appelées D_1, D_2, \dots, D_m .
La bascule D_m délivre non pas des impulsions mais un signal carré. Le rôle des
chaînes supplémentaires D', D'' sera décrit plus loin.





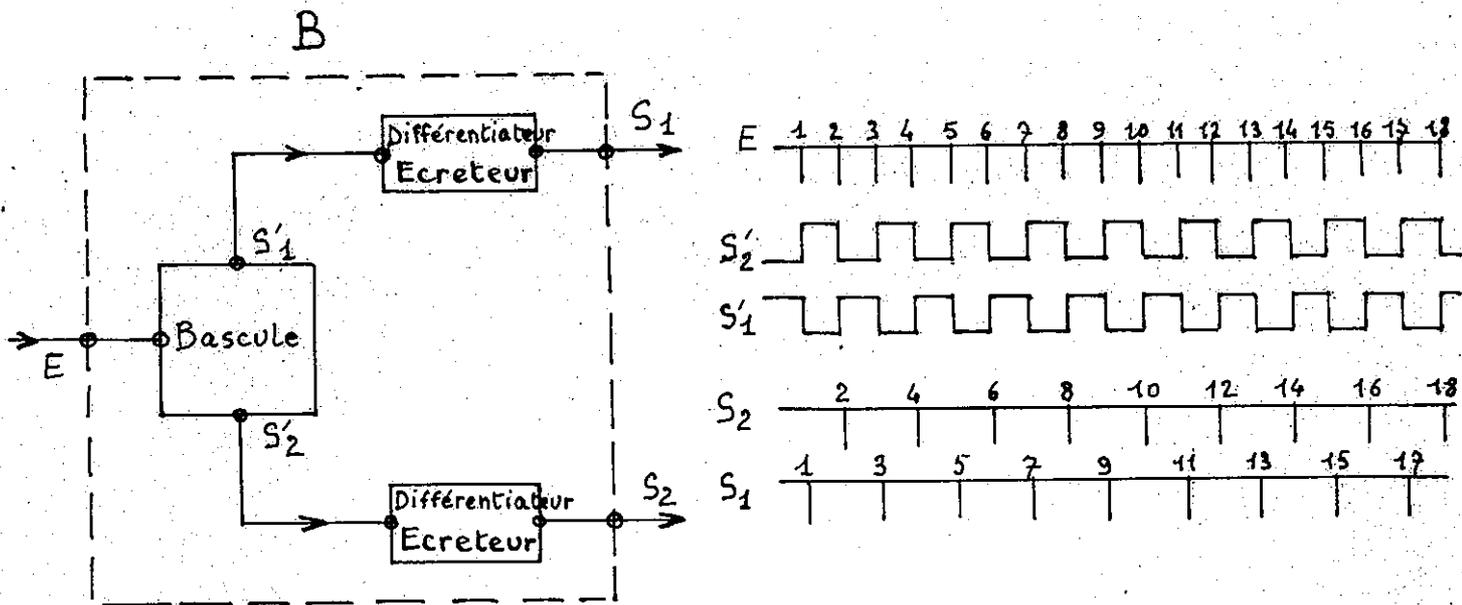


Fig.16 - Fonction des bascules B -

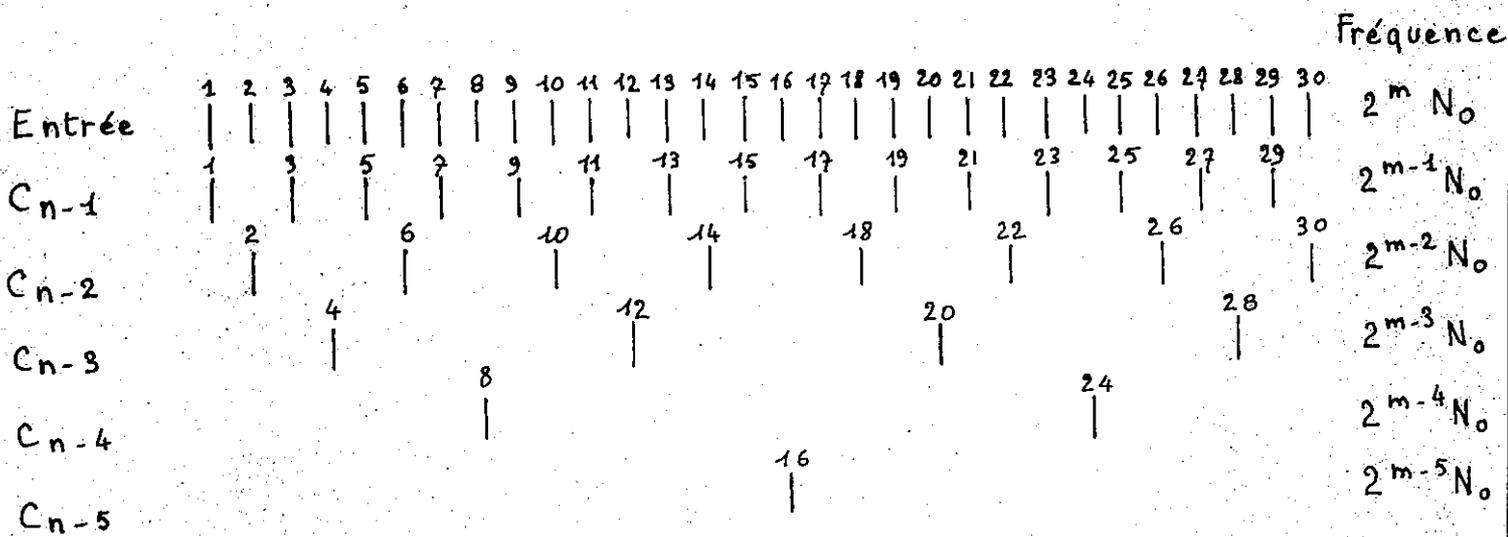


Fig.17 - Répartition des impulsions dans les canaux C -

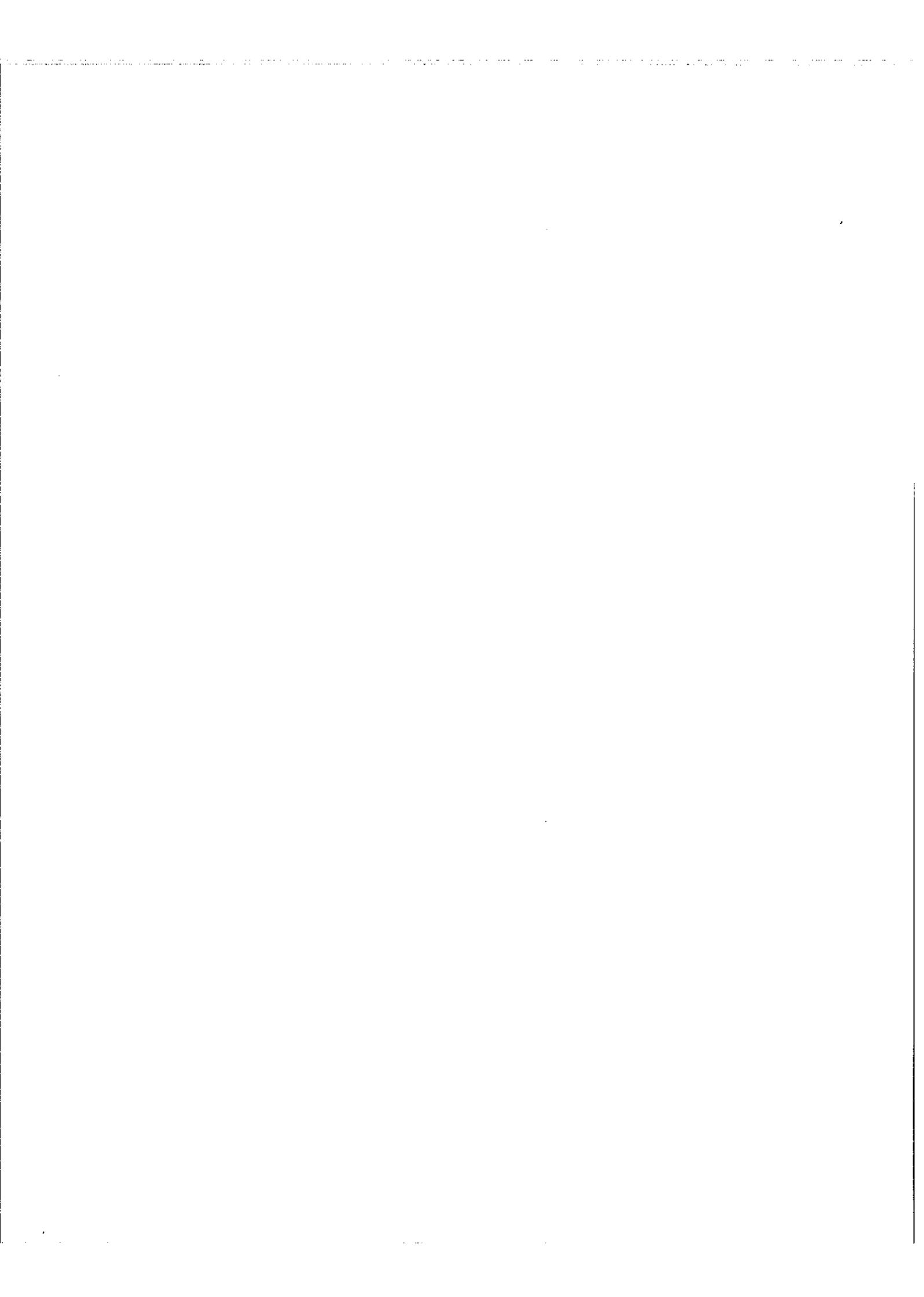
IV,3 - Analyse du fonctionnement

a) Fonction des bascules B (fig. 16 & 17) - Les bascules B sont des circuits à une entrée et deux sorties. Si nous appliquons à l'entrée une suite d'impulsions numérotées 1, 2, 3, 4, ... nous obtenons aux sorties S'_1 et S'_2 des signaux rectangulaires en opposition de phase, chaque front raide correspondant à une impulsion d'entrée. Après différentiation et élimination des impulsions par exemple positives, on obtient deux suites d'impulsions S_1 et S_2 formées respectivement des impulsions 1, 3, 5, 7, ... et 2, 4, 6, 8, Nous pouvons dire que la bascule aiguille alternativement sur une voie ou sur l'autre les impulsions appliquées à l'entrée. Par la suite nous supposons que les circuits de différentiation et d'élimination des impulsions positives sont incorporés à la bascule.

Si nous mettons en série des bascules de ce type avec les connexions indiquées fig.15, nous avons dans le canal C_{m-1} une sur deux des impulsions appliquées à l'entrée tandis que dans le canal C_{m-2} nous avons une sur deux des impulsions restantes, c'est-à-dire une sur quatre des impulsions entrantes et ainsi de suite pour les autres canaux. Les impulsions d'entrée se répartissent dans les différents canaux comme le montre la figure 17.

L'ensemble des n bascules B constitue dans notre montage un répartiteur d'impulsions. Nous pouvons remarquer qu'il ne peut y avoir coïncidence entre les impulsions issues de canaux C différents ~~à l'entrée de la chaîne~~ dans le cas idéal où les bascules effectueraient un aiguillage sans inertie. En fait les bascules introduisent un retard non négligeable entre les impulsions des canaux et leurs homologues à l'entrée de la chaîne.

b) Compensation des retards - Si nous voulons faire un mélange des impulsions des canaux nous devons au préalable compenser les retards. On parvient à ce résultat en introduisant dans le canal C_{m-1} , une ligne à retard de $(n-1)\theta$, où θ désigne le retard introduit par une bascule, dans C_{m-2} une ligne de $(n-2)\theta$ etc...



c) Définition du rapport $\frac{p}{q}$ - Nous disposons d'une série de n canaux parallèles dans lesquels la fréquence de récurrence des impulsions est :

- pour le canal C_{m-1} $2^{m-1} N_0$
- pour le canal C_{m-2} $2^{m-2} N_0$
- pour le canal C_{m-j} $2^{m-j} N_0$
- pour le canal C_0 $2^{m-n} N_0$

Le nombre moyen \mathcal{N} d'impulsion par unité de temps à la sortie du mélangeur peut donc s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{N} = [A_{0p} 2^{m-n} + A_{1p} 2^{m-n+1} + \dots + A_{jp} 2^{m-n+j} + \dots + A_{m-1p} 2^{m-1}] N_0$$

où les A_{jp} sont égaux à 1 ou 0 suivant que la porte P_j est ouverte ou fermée. Ces impulsions sont appliquées à une chaîne de m bascules qui constituent une échelle de division par 2^m . A la sortie de la $m^{\text{ième}}$ bascule nous avons un signal carré de fréquence moyenne N telle que :

$$N = \frac{[A_{0p} 2^{m-n} + A_{1p} 2^{m-n+1} + \dots + A_{jp} 2^{m-n+j} + \dots + A_{m-1p} 2^{m-1}] N_0}{2^m}$$

ou encore

$$N = \frac{1}{2^n} \sum_{j=0}^{j=m-1} A_{jp} 2^j N_0$$

nous poserons

$$p = \sum_{j=0}^{j=m-1} A_{jp} 2^j \quad \text{et} \quad q = 2^n$$

La fréquence moyenne du signal de sortie est alors : $N = \frac{p}{q} N_0$

où $\frac{p}{q}$ est le rapport de démultiplication introduit précédemment.

Insistons sur le fait qu'il s'agit seulement d'une valeur moyenne.

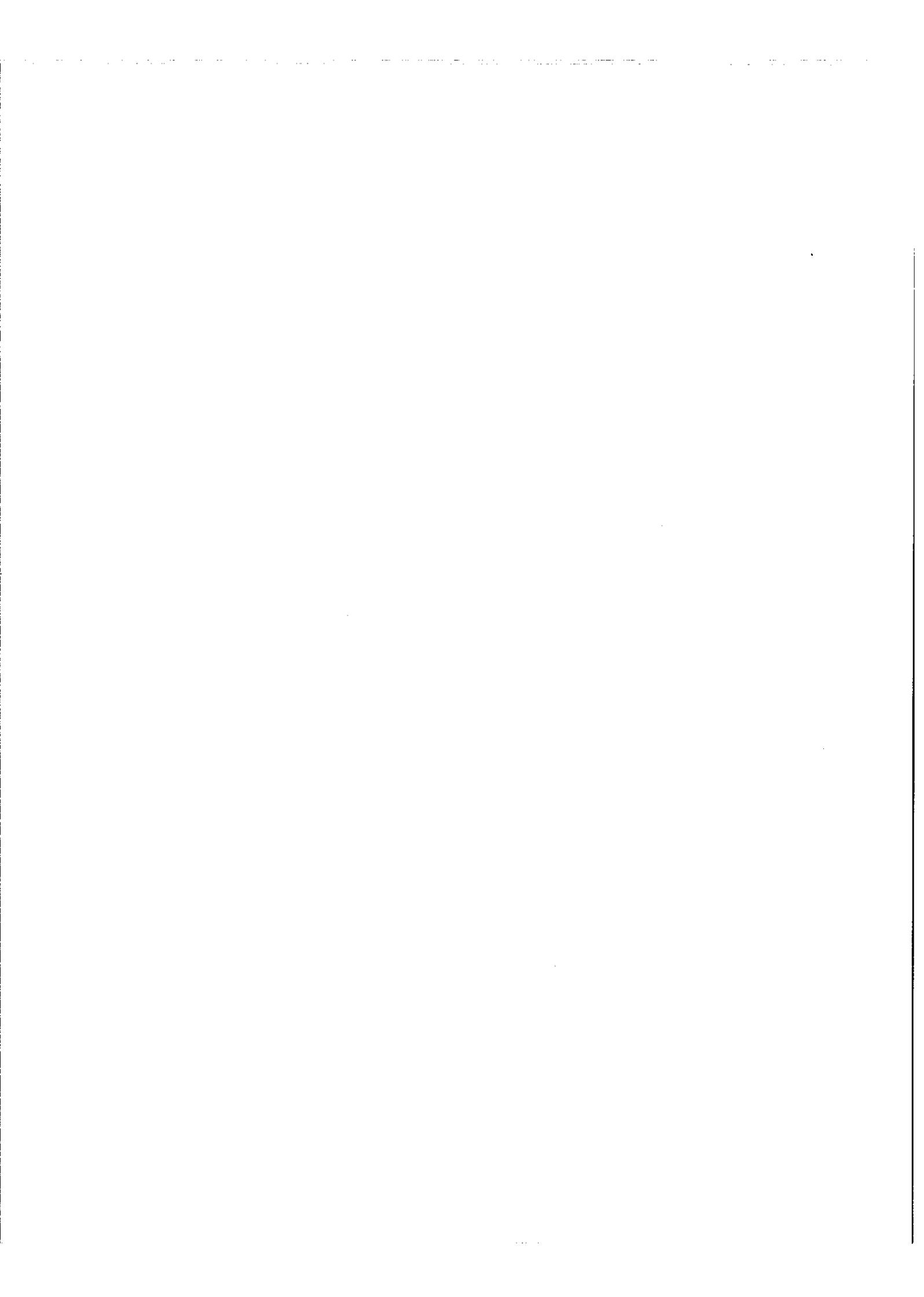
Entre quelles limites peut varier ce rapport ?

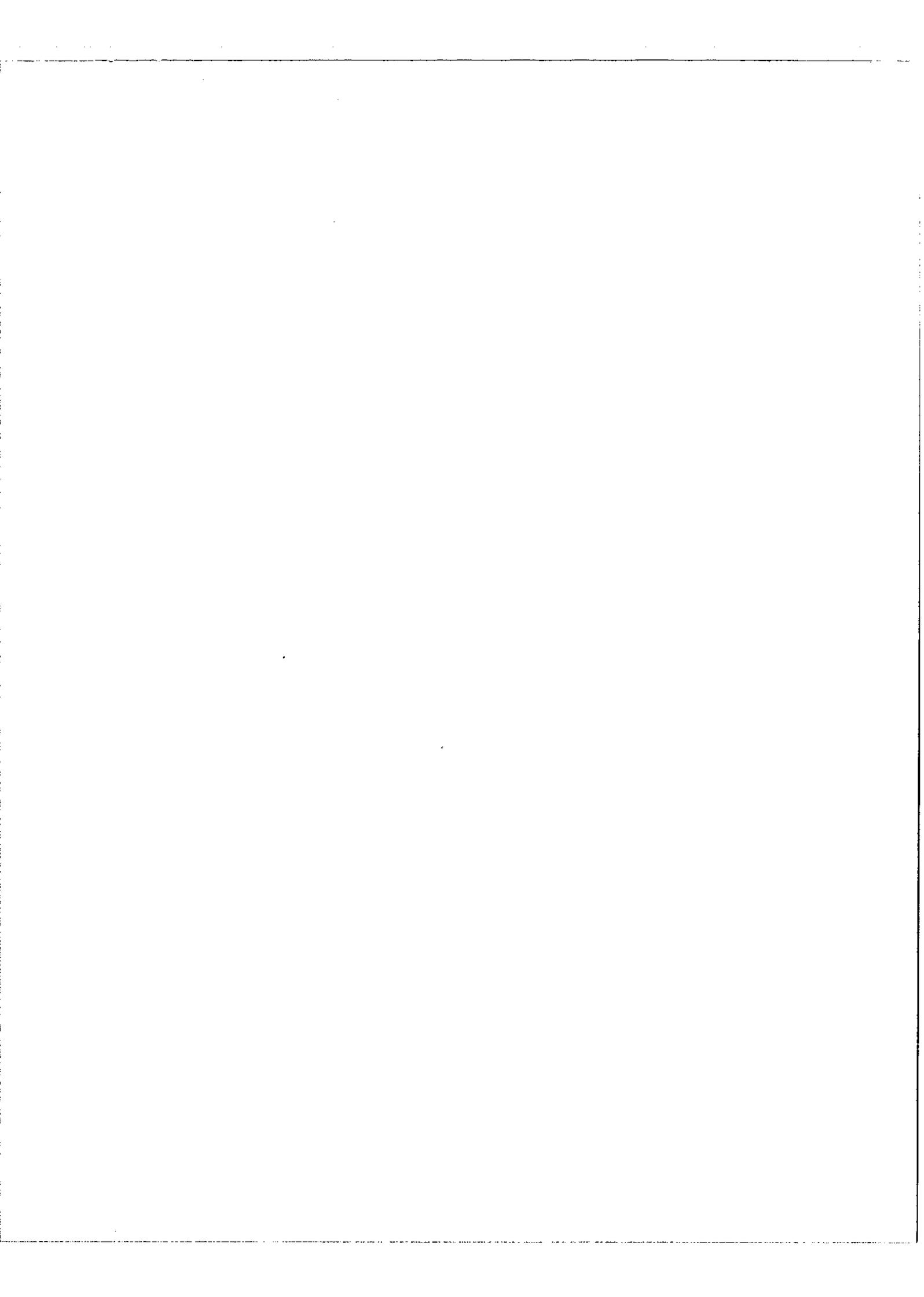
Il suffit de considérer les deux cas extrêmes suivants :

Toutes les portes sont ouvertes - les A_{jp} sont égaux à 1

$$p = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^j + \dots + 2^{m-1} = 2^m - 1$$

.../...





P	P_{noi}	P_5	P_4	P_3	P_2	P_1	P_0
1	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	0	1	0	1
6	0	0	0	0	1	1	0
7	0	0	0	0	1	1	1
8	0	0	0	1	0	0	0
$2^n - 1$	1	1	1	1	1	1	1

Fig.18 - Etat des portes pour les valeurs successives de p -

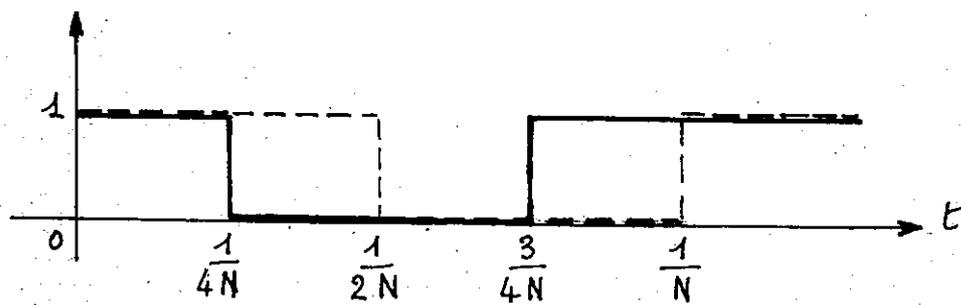


Fig.19 - Phase du signal de sortie : - - - - signal ne donnant que des termes en sinus
 _____ signal ne donnant que des termes en cosinus

et
$$\frac{p}{q} = \frac{2^{m-1} - 1}{2^m} = 1 - \frac{1}{2^m} \approx 1 \text{ si } 2^m \gg 1$$

Toutes les portes sont fermées sauf P_0 :

on a $p = 2^0 = 1$ et $\frac{p}{q} = \frac{1}{2^m}$

Entre ces deux limites le facteur de démultiplication peut prendre une suite de valeurs discrètes, l'intervalle minimum possible entre deux valeurs successives étant

$$q^{-1} = 2^{-n}$$

Le tableau de la figure 18 donne l'état des portes pour les valeurs successives les plus faibles du rapport de démultiplication. Nous voyons que le nombre lu sur les lignes n'est autre que l'écriture binaire du nombre p .

d) Changement automatique du rapport de démultiplication -

De façon à rendre automatique le changement du rapport de démultiplication l'état des portes est lui-même commandé par un registre de n bascules. Si à l'instant initial toutes les portes sont fermées et si nous appliquons les impulsions F à l'entrée de la bascule b_0 nous obtenons pour $\frac{p}{q}$ la suite de valeurs :

$$\frac{1}{2^n}, \frac{2}{2^n}, \frac{3}{2^n}, \dots, \frac{2^n - 1}{2^n} \text{ et } q^{-1} = 2^{-n}$$

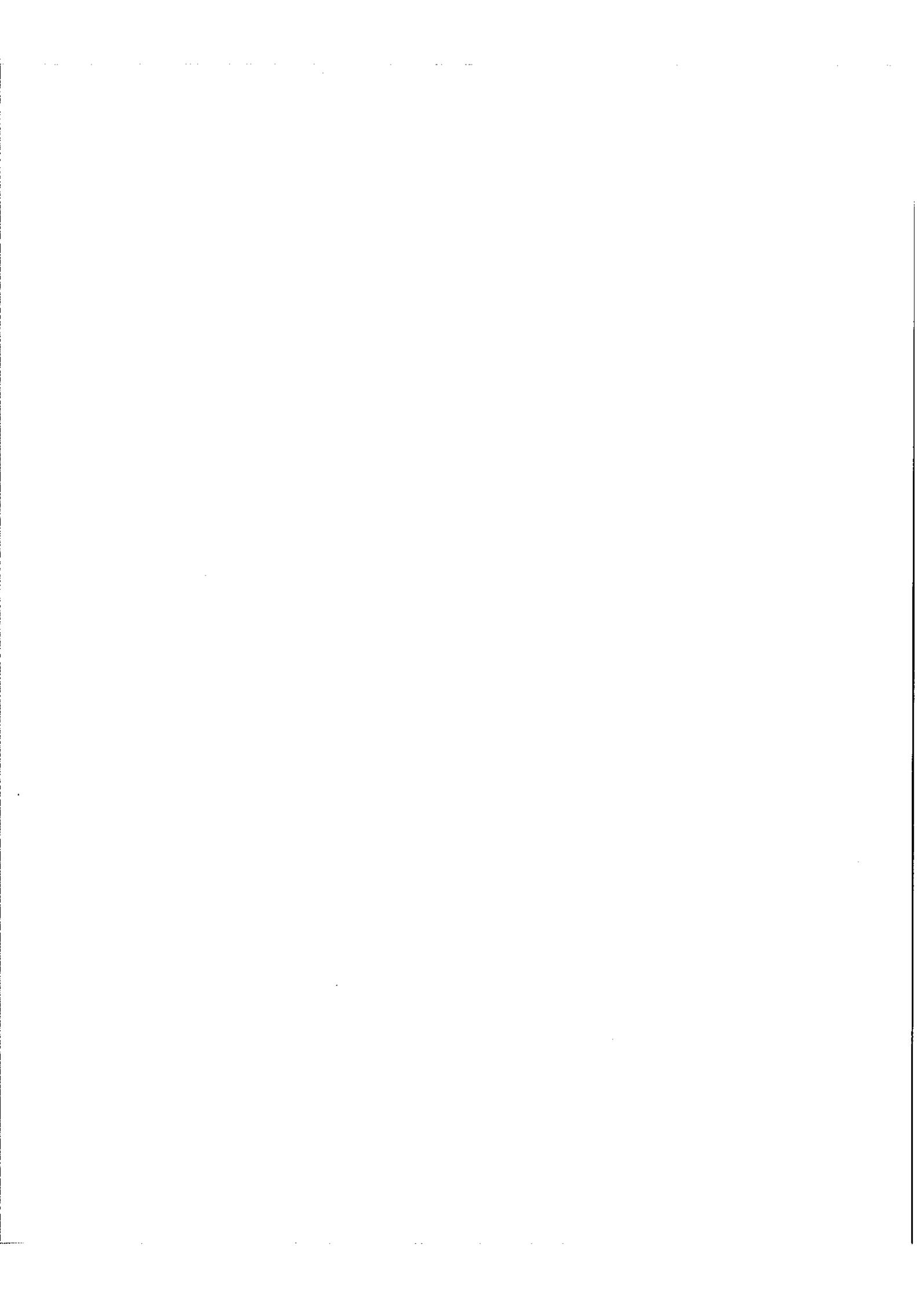
Si les impulsions F sont appliquées à l'entrée de la bascule b_1 nous obtenons la suite :

$$\frac{2}{2^n}, \frac{4}{2^n}, \dots, \frac{2^n - 2}{2^n} \text{ et } q^{-1} = 2^{-n+1}$$

Plus généralement si nous appliquons les impulsions F à la bascule b_{n-j} nous avons $q^{-1} = 2^{-j}$.

e) Choix de la valeur initiale de $\frac{p}{q}$ - Si nous voulons obtenir une valeur K du rapport de démultiplication telle que $\frac{1}{2^n} \leq K \leq 1 - \frac{1}{2^n}$ il suffit d'écrire le nombre $p = Kq$ dans le système binaire et d'afficher la valeur trouvée. A cet effet les bascules D_{n-j} possèdent chacune deux boutons poussoirs qui permettent

.../...



de faire prendre à la porte P_{n-j} l'état 1 ou l'état 0. Un voyant lumineux s'éclaire lorsque la porte est dans l'état 1. On visualise ainsi l'écriture binaire de p.

De cette manière pour une fréquence d'entrée donnée nous choisissons à volonté la fréquence initiale, le démultiplicateur délivre ensuite automatiquement une suite de fréquences, l'intervalle entre deux fréquences étant déterminé par le rang de la bascule b à laquelle sont appliquées les impulsions de commande.

Pour fixer les idées nous allons donner quelques ordres de grandeur. Le démultiplicateur a été construit avec $n = 20$, donc $q = 2^{20} \approx 10^6$. A l'analyse la fréquence du signal de référence sera de l'ordre de 50 KHz. L'intervalle minimum entre deux fréquences successives sera de $\frac{510^4}{10^6} = 0,05$ Hz et la plaque s'étendra de 0,05 Hz à 49 999,95 Hz.

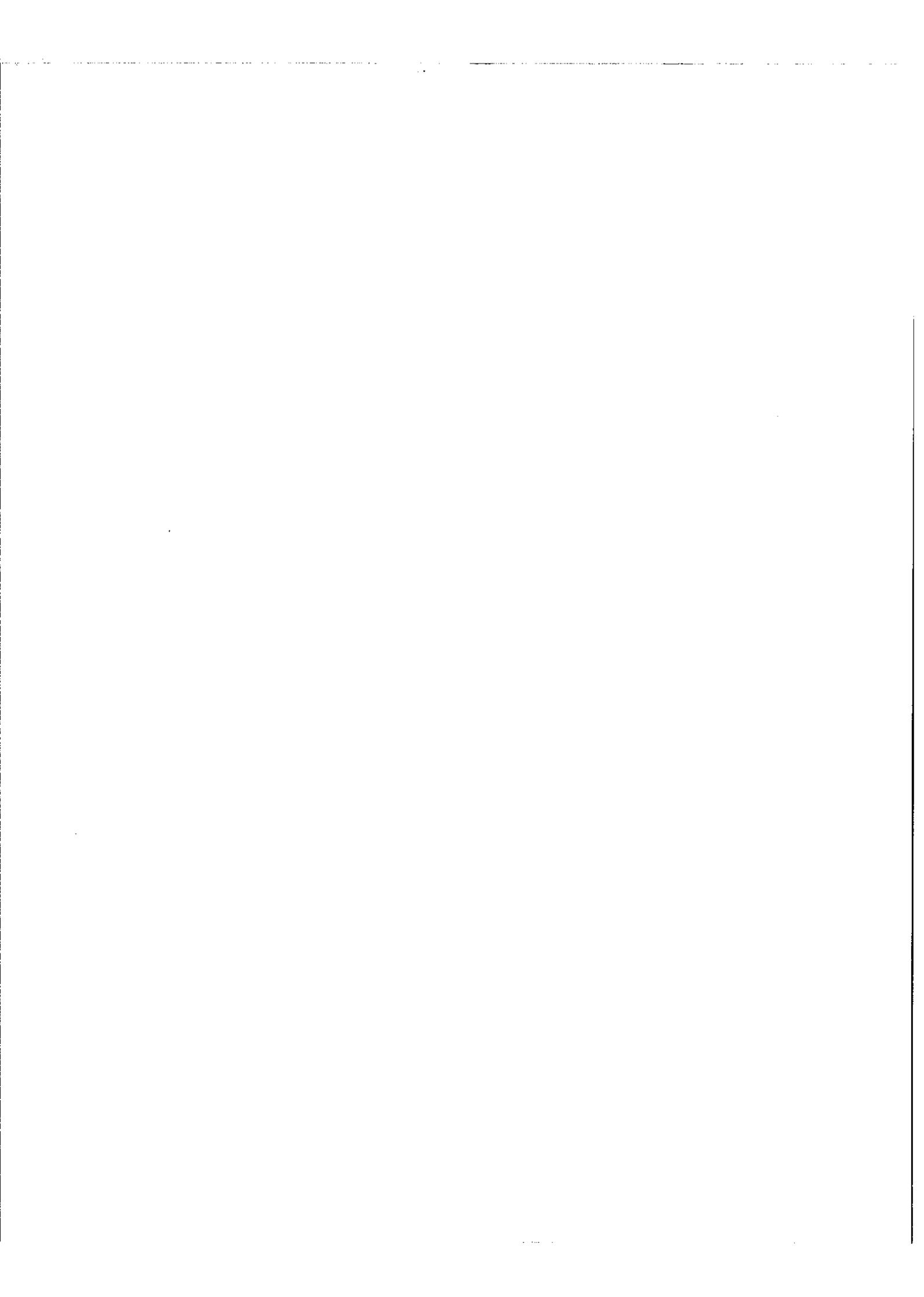
f) Obtention d'un signal sinusoïdal - Nous allons montrer qu'il est théoriquement possible d'obtenir un signal sinusoïdal de fréquence N à partir de signaux carrés de fréquence $N_1, 3N, 5N, ; \dots$ etc. Appelons $C(N)$ un signal carré de fréquence N. En prenant l'origine comme il est indiqué figure 6, la décomposition en série de Fourier donne pour $C(N), C(3N), C(5N), C(7N), C(9N) \dots$:

$$\begin{array}{l}
 C(N) \propto \cos 2\pi Nt - \frac{1}{3} \cos 3 \cdot 2\pi Nt + \frac{1}{5} \cos 5 \cdot 2\pi Nt - \frac{1}{7} \cos 7 \cdot 2\pi Nt + \frac{1}{9} \cos 9 \cdot 2\pi Nt - \dots \\
 C(3N) \propto \frac{1}{3} \cos 3 \cdot 2\pi Nt - \frac{1}{9} \cos 9 \cdot 2\pi Nt + \dots \\
 C(5N) \propto -\frac{1}{5} \cos 5 \cdot 2\pi Nt + \dots \\
 C(7N) \propto \frac{1}{7} \cos 7 \cdot 2\pi Nt + \dots \\
 C(9N) \propto -\frac{1}{9} \cos 9 \cdot 2\pi Nt + \dots
 \end{array}$$

Si nous faisons la somme des fonctions C avec phase et amplitude convenable nous pouvons obtenir un signal sinusoïdal, en effet :

$$\cos 2\pi Nt = C(N) + \frac{1}{3} C(3N) - \frac{1}{5} C(5N) + \frac{1}{7} C(7N) - 0 \cdot C(9N) + \dots$$

On remarque l'absence des termes $C(9N), C(25N),$ etc ...



Pratiquement les fonctions $C(N)$, $C(3N)$, $C(5N)$, sont obtenues de la manière suivante: Reportons-nous à la figure 15. Nous avons après le mélangeur des séries de bascules D , D' , D'' , ayant respectivement m , $m-2$, $m-4$, ... bascules. Supposons que le rapport de démultiplication ait été fixé à la valeur $\frac{p}{q}$. Le nombre moyen d'impulsions par unité de temps à l'entrée de la chaîne est $\frac{p}{q} N_0$. A la sortie de la $m^{\text{ième}}$ bascule nous obtenons un signal carré $C(N)$ de fréquence moyenne $N = \frac{p}{q} N_0$.

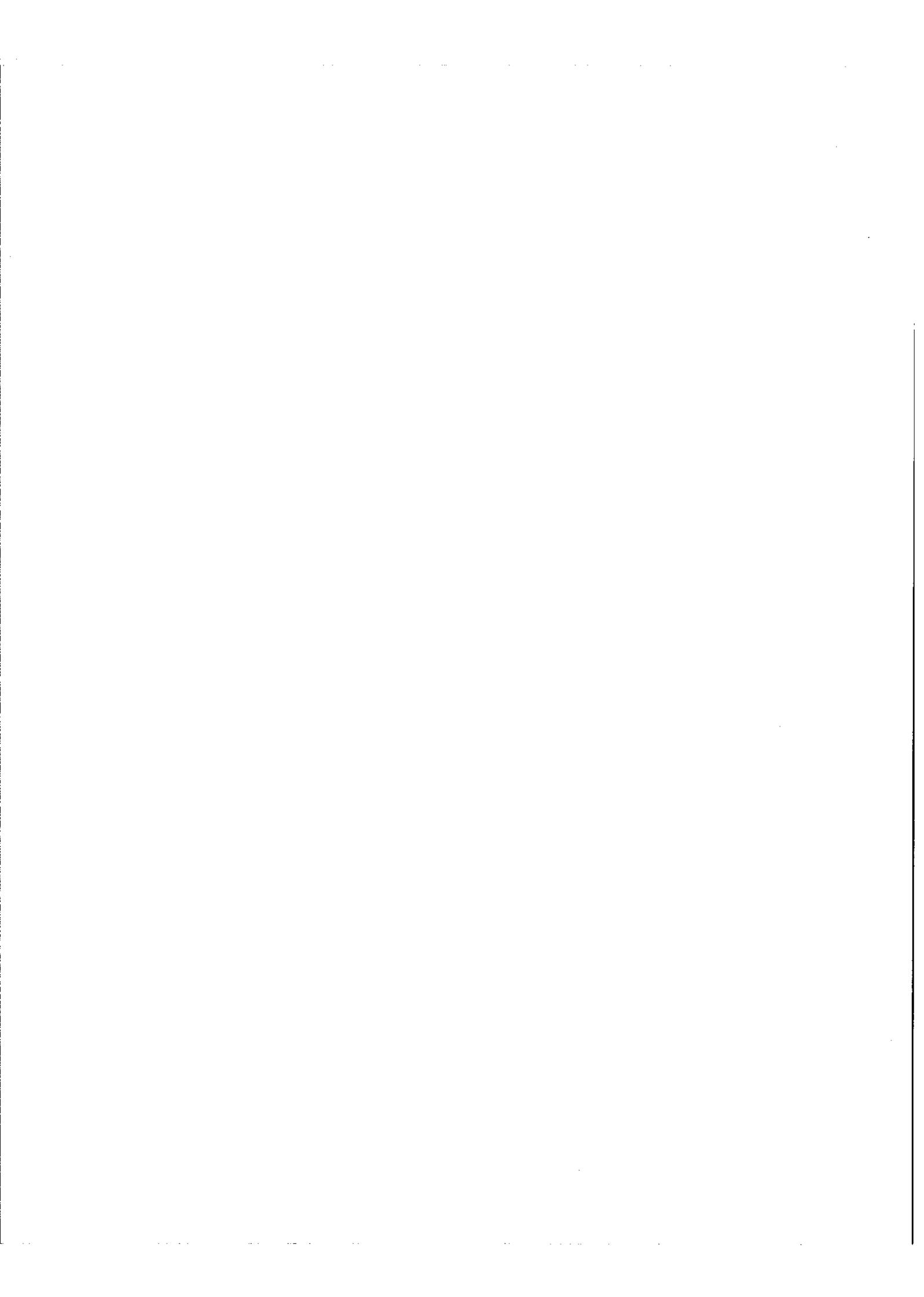
A l'entrée de la chaîne D' nous appliquons la somme des impulsions provenant de D_1 et D_2 dont le nombre moyen est $2^m \frac{p}{q} N_0 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right] = 2^{m-2} 3 \frac{p}{q} N_0$. A la sortie de la bascule D'_{m-2} la fréquence moyenne du signal carré $C(N)$ est $3 \frac{p}{q} N_0$.

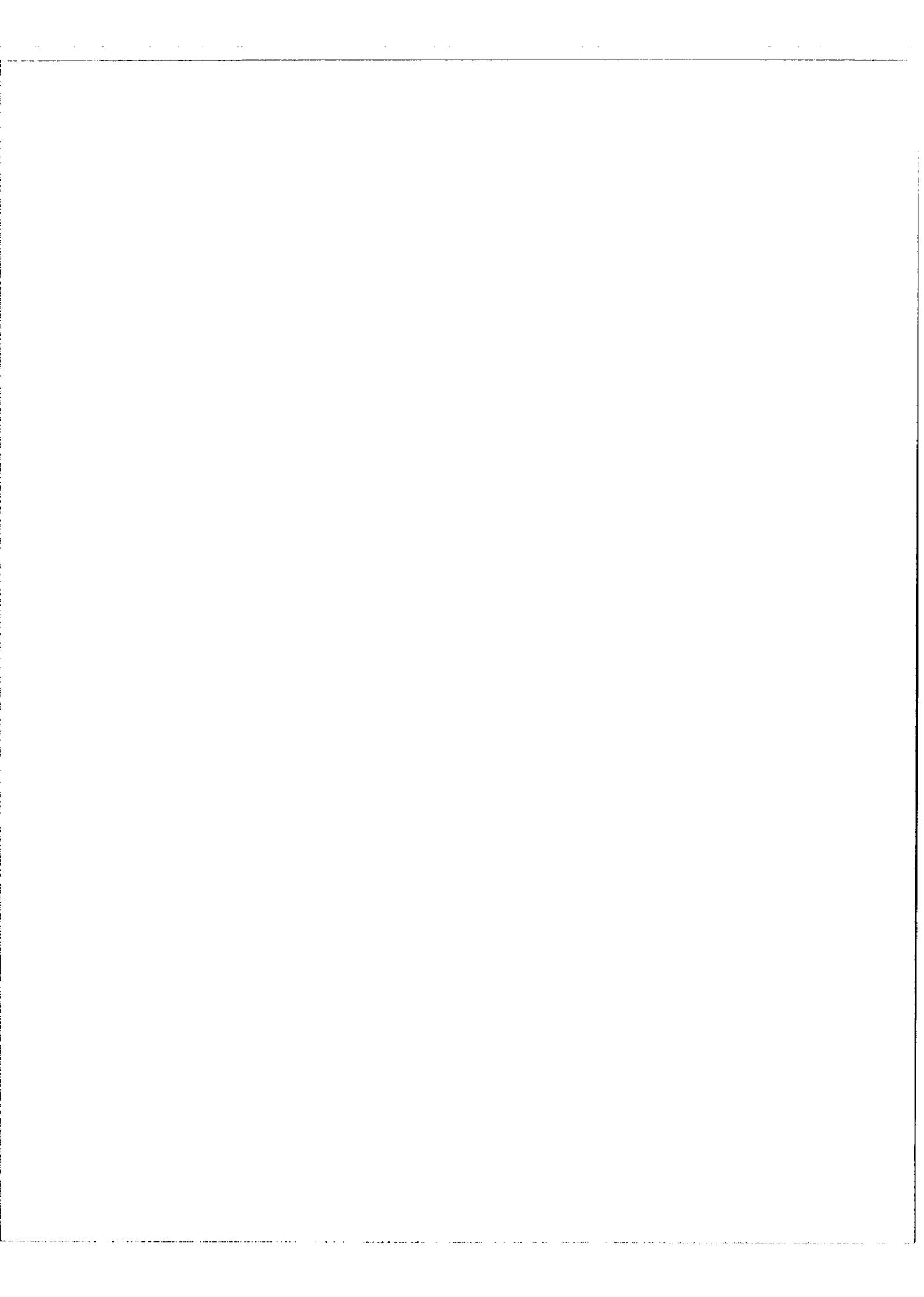
La bascule D''_1 reçoit la somme des impulsions provenant de D_3 et D'_2 dont le nombre moyen par unité de temps est $2^m \frac{p}{q} N_0 \left[\frac{3}{16} + \frac{1}{8} \right] = 2^{m-4} 5 \frac{p}{q} N_0$. A la sortie de la bascule D''_{m-4} la fréquence moyenne du signal carré $C(N)$ est $5 \frac{p}{q} N_0$.

Nous pouvons donc disposer de signaux carrés de fréquence $\frac{p}{q} N_0, 3 \frac{p}{q} N_0, 5 \frac{p}{q} N_0$ etc... qui nous permettent d'obtenir, comme nous l'avons montré, un signal de sortie sinusoïdal.

g) Réglage de la phase initiale - Nous avons vu que si nous prenons pour origine l'instant marqué par l'impulsion 0, le signal de sortie doit être de la forme $\cos \frac{p}{q} \omega_c t$. Dans notre démultiplicateur la phase du signal à l'instant $t = 0$ est déterminée par l'état des bascules D à cet instant. De façon à définir avec précision la phase, nous avons introduit le dispositif suivant :

- a) une porte P se trouvant à la sortie du mélangeur est ouverte et fermée respectivement par les impulsions 0 et F.
- b) toutes les bascules de la chaîne D sont remises à zéro par l'impulsion F.





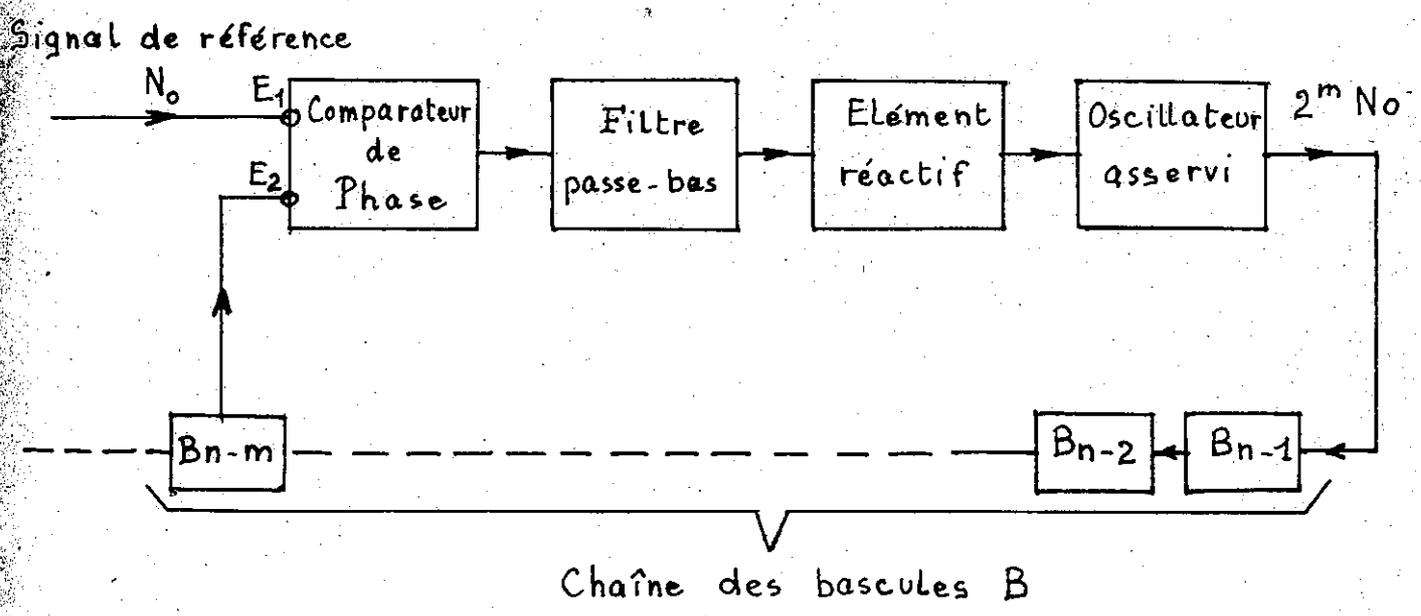


Fig.20 - Multiplication de fréquence par 2^m
 1ère méthode : Oscillateur asservi -

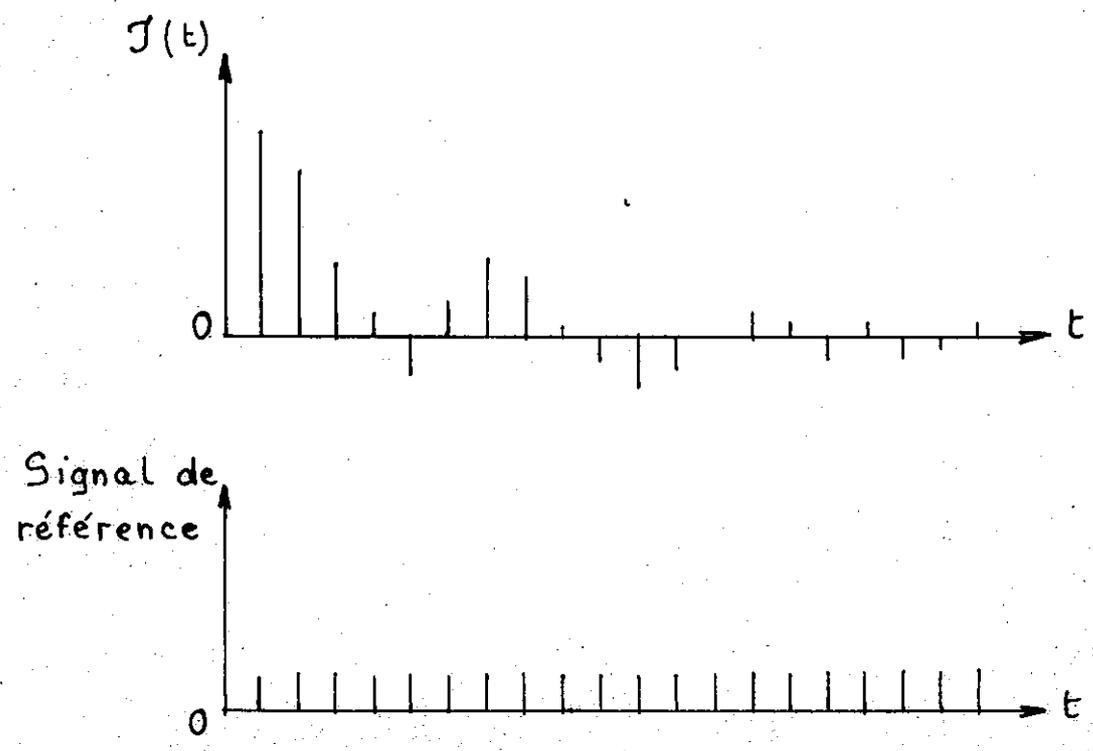


Fig.21 - Enregistrement pas à pas

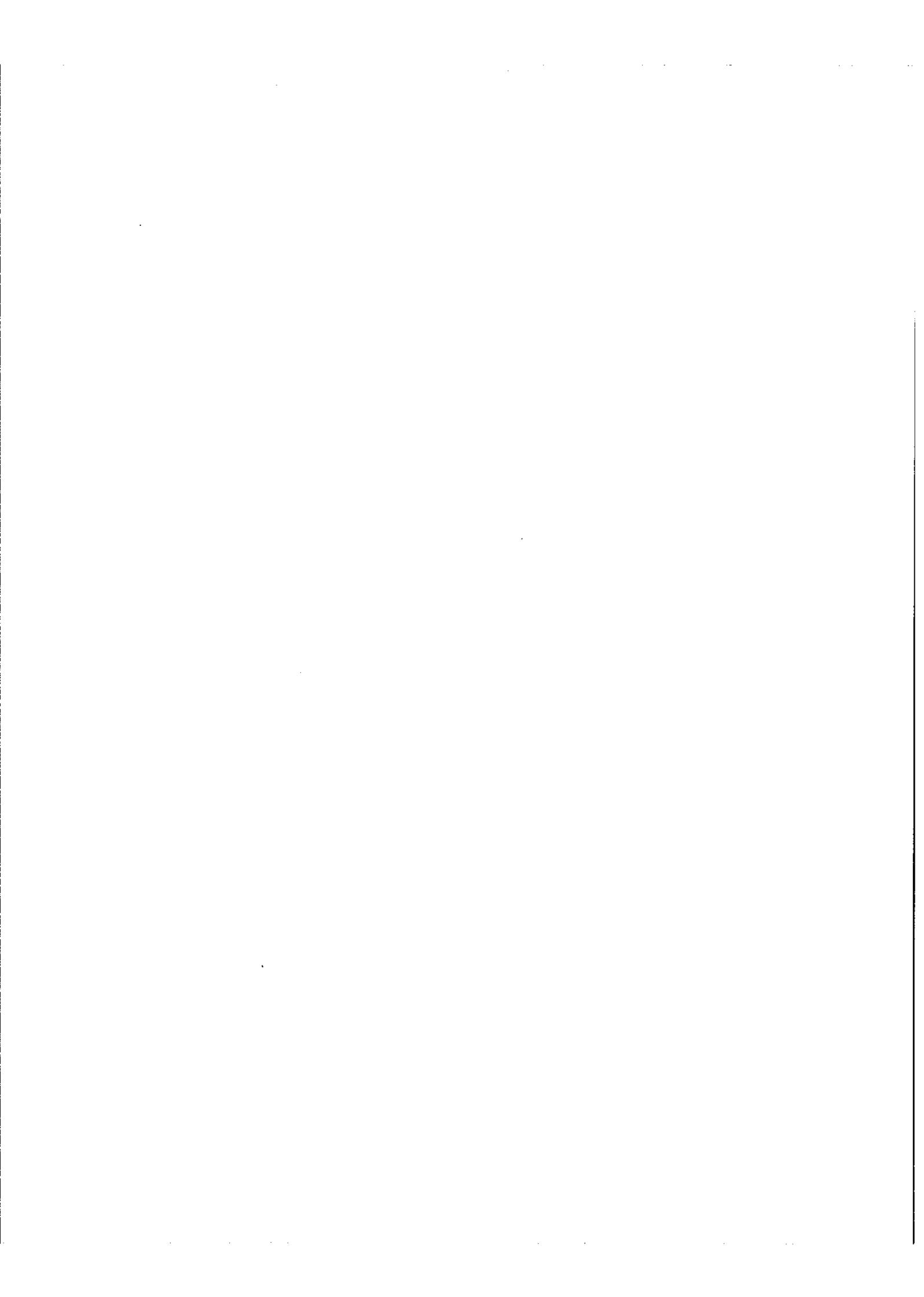
Ainsi lorsque l'impulsion 0 ouvre la porte, toutes les bascules sont dans le même état. La bascule D_m changera d'état une première fois après que 2^{m-1} impulsions aient été appliquées à l'entrée. Supposons ces impulsions récurrentes à la fréquence $2^m N$, nous obtenons en sortie un signal carré de fréquence N représenté en pointillé fig.19. Un tel signal ne peut convenir car son développement en série de Fourier ne donne que des termes en sinus. Pour avoir des termes en cosinus il faut que les changements d'état se produisent aux instants $\frac{1}{4N}$, $\frac{3}{4N}$, ... etc, ce qui est obtenu en attaquant D_m non pas par les impulsions de la sortie S_1 de D_{m-1} mais par celles de la sortie S_2 qui sont décalées de $\frac{1}{4N}$ par rapport à celles de S_1 .

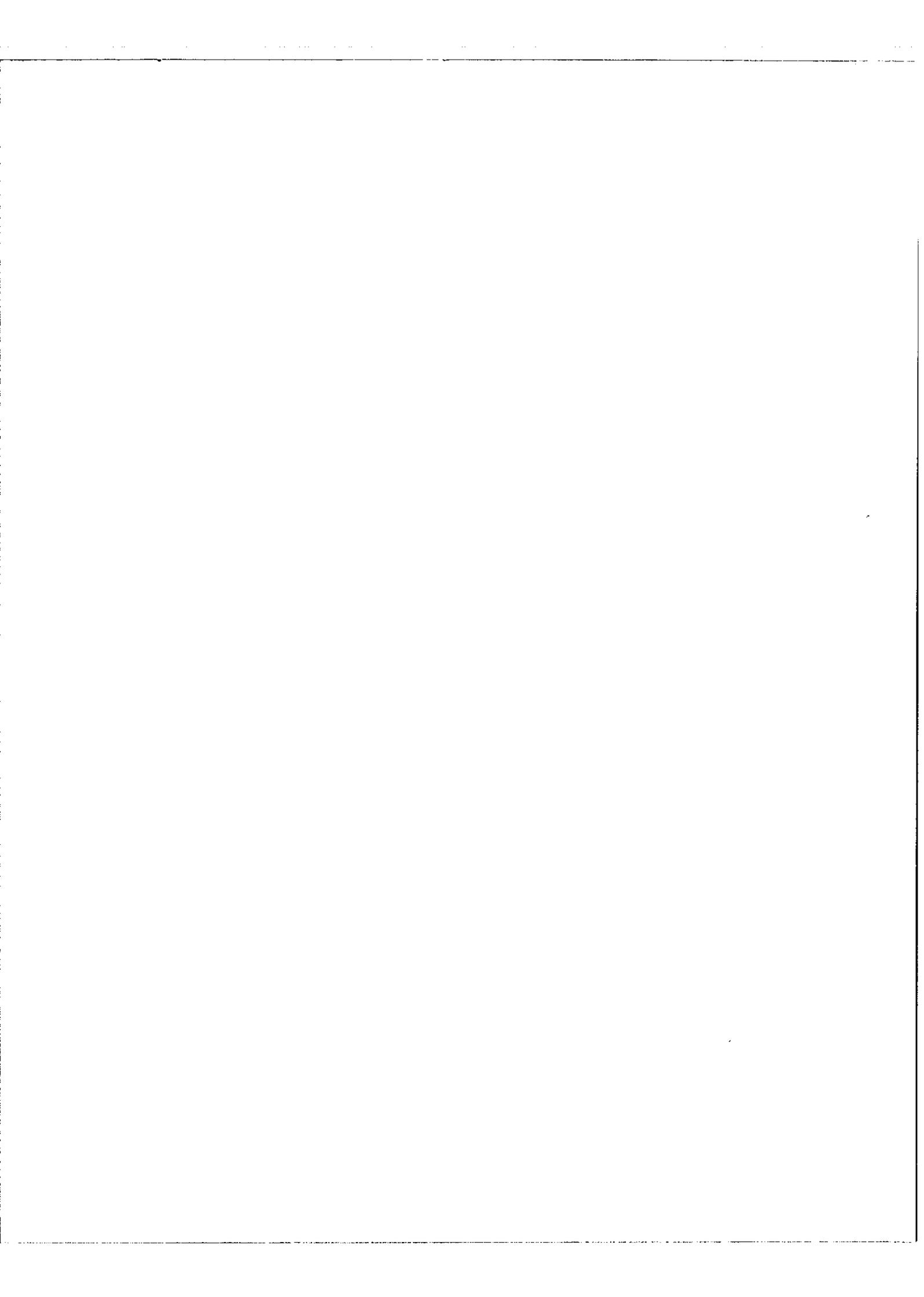
IV,4 - Multiplication de fréquence par 2^m

Le signal de référence doit être multiplié en fréquence par le facteur 2^m , avant d'être appliqué à l'entrée de la chaîne des bascules : B et cette multiplication doit être aperiodique. Nous devons donc éliminer toutes les méthodes classiques qui procèdent par sélection d'harmoniques de rang élevé. Nous allons présenter deux méthodes possibles.

Première méthode - Elle consiste à asservir au signal de référence N_0 la phase d'un oscillateur centré sur la fréquence $2^m N_0$. Le schéma de principe est donné fig.20. Les impulsions provenant de la bascule B_{n-m} dont la fréquence de récurrence est N_0 sont envoyées ainsi que le signal de référence aux deux entrées d'un comparateur de phase. La tension continue de sortie est proportionnelle à la différence de phase entre les deux signaux d'entrée. Cette tension après filtrage par un filtre passe-bas agit avec un sens convenable sur la fréquence de l'oscillateur par l'intermédiaire d'un élément réactif (tube réactance, capacité variable avec la tension, self saturée).

L'asservissement obtenu n'est pas rigoureusement aperiodique car il a une constante de temps, celle du filtre passe-bas, dont l'ordre de grandeur est une période du signal de référence. Néanmoins les résultats sont satisfaisants car les





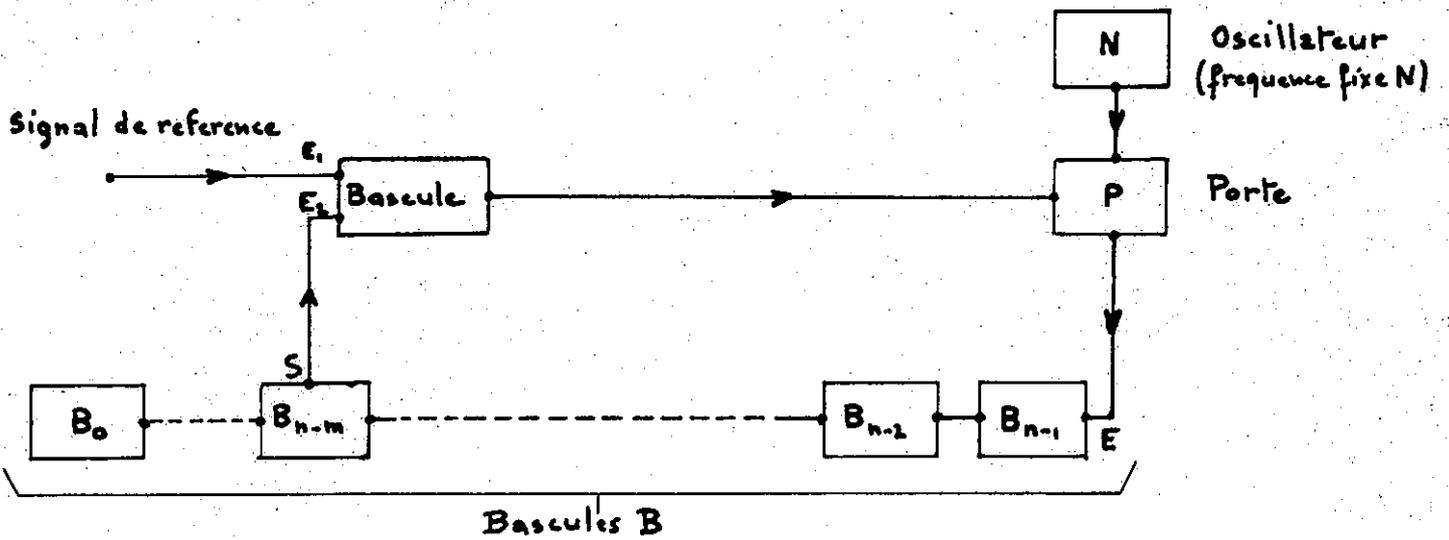


Fig.22 - Multiplication de fréquence par 2^m ;
2ème Méthode - Schéma de principe -

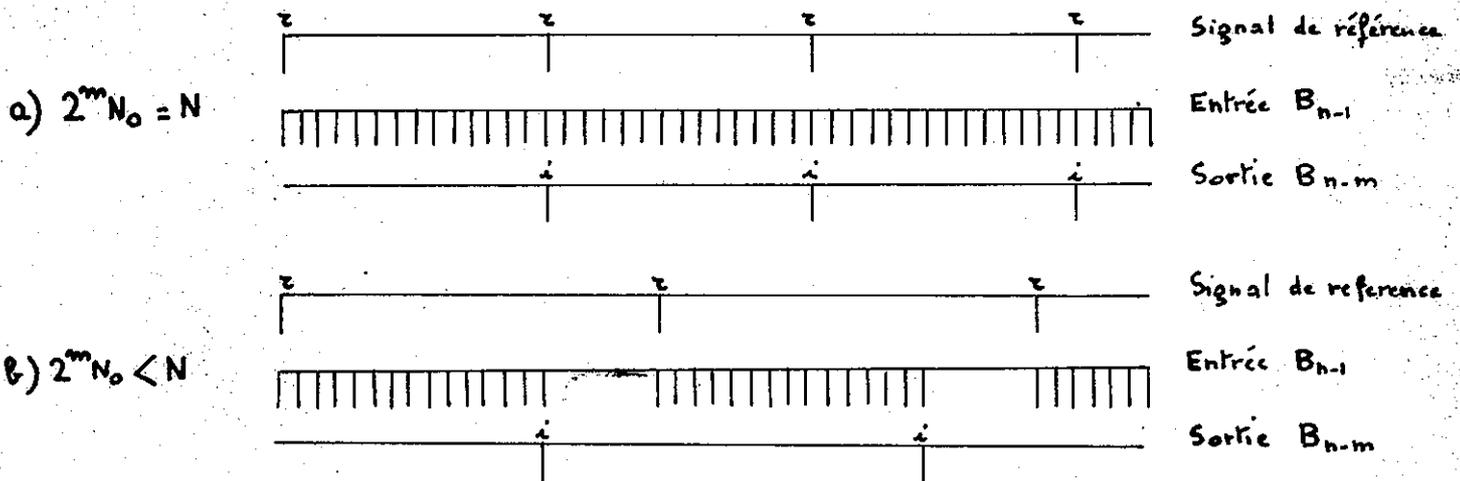


Fig.23 - Impulsions à l'entrée de la bascule B_{n-1}

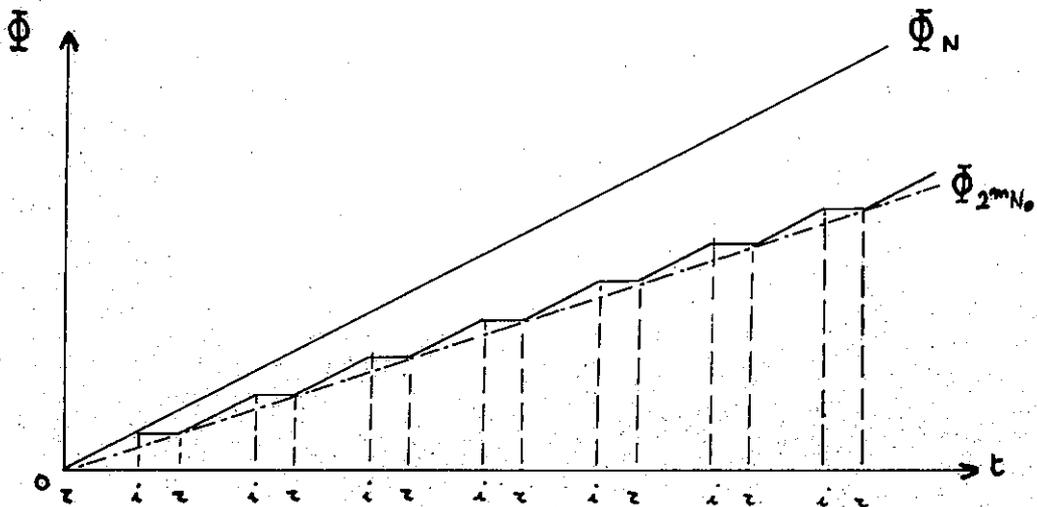


Fig.24 - Variation en fonction du temps de la phase du signal
d'entrée de la bascule B_{n-1} -

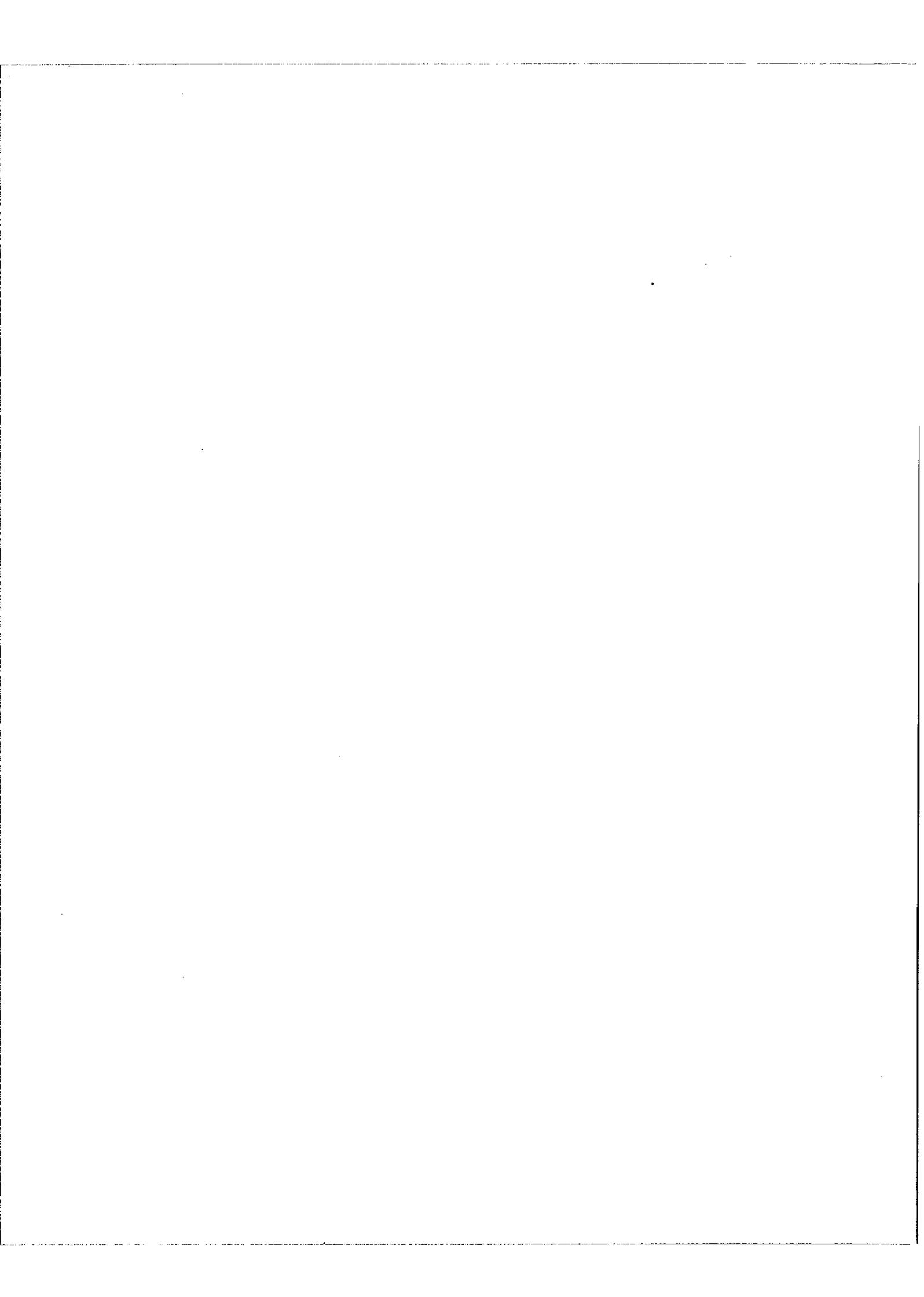
fluctuations de fréquence du signal de référence se situent surtout dans le domaine des T.B.F.

Deuxième méthode - Cette deuxième méthode que nous avons effectivement mise en pratique est uniquement adaptée au cas où l'enregistrement est fait "pas à pas".

a) Enregistrement "pas à pas" (fig.21) : On échantillonne l'interférogramme à des intervalles égaux en différence de marche en faisant avancer pas à pas le miroir mobile de l'interféromètre. L'interférogramme et le signal de référence se réduisent alors à une suite d'impulsions. En principe rien n'est changé pour ce qui est de l'analyse. Pour faire l'équivalent d'une multiplication en fréquence par 2^m nous utilisons le dispositif suivant.

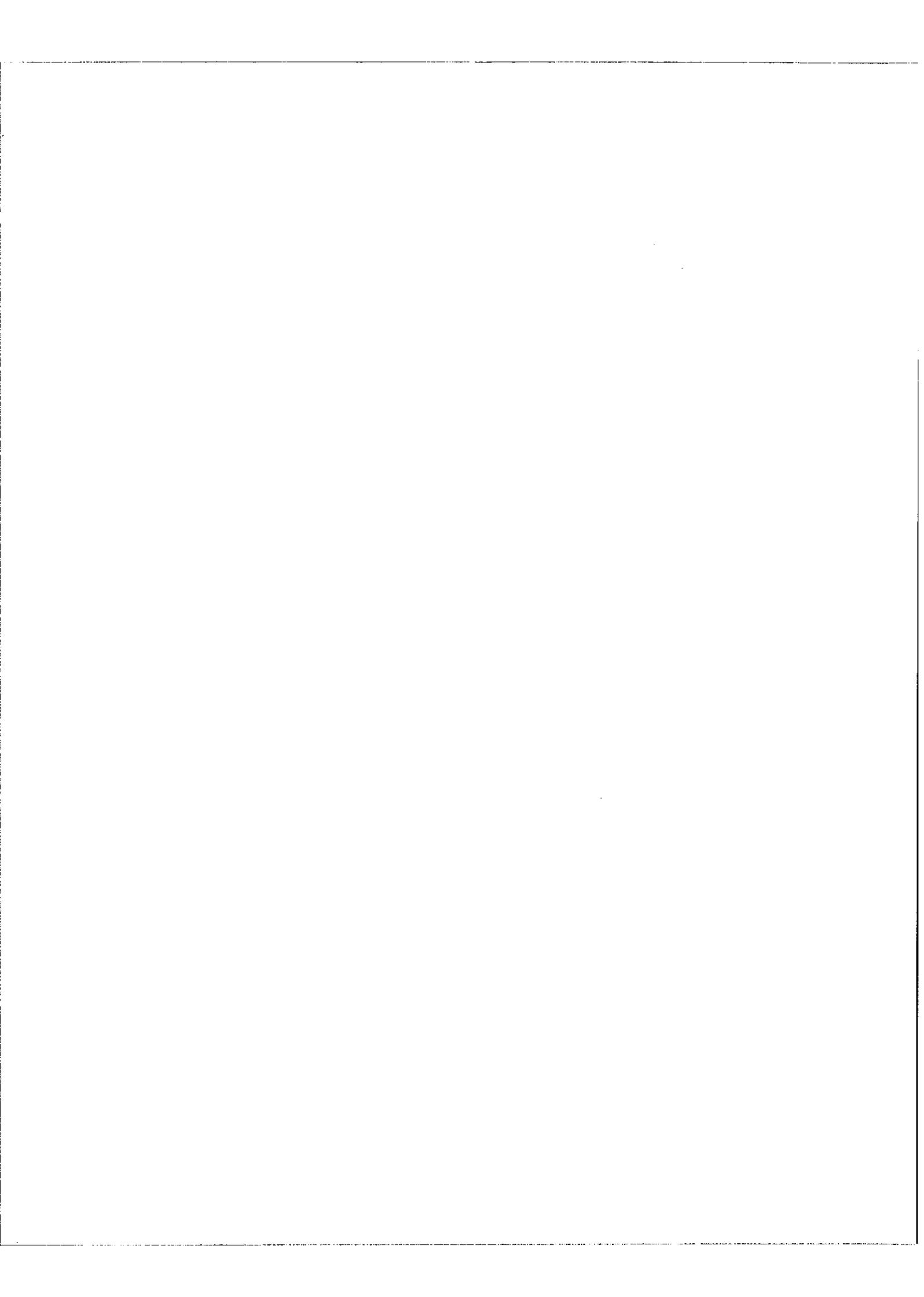
b) Description du dispositif (fig.22) : Nous trouvons un oscillateur accordé sur une fréquence fixe $N \gg 2^m N_0$ où N_0 est la valeur maximum que peut prendre la fréquence du signal de référence. Cet oscillateur délivre des impulsions qui sont transmises à l'entrée de la chaîne B par l'intermédiaire d'une porte P. Cette porte est commandée par une bascule à deux entrées dont l'une reçoit les impulsions de référence que nous appellerons τ et l'autre les impulsions délivrées par la bascule B_{n-m} .

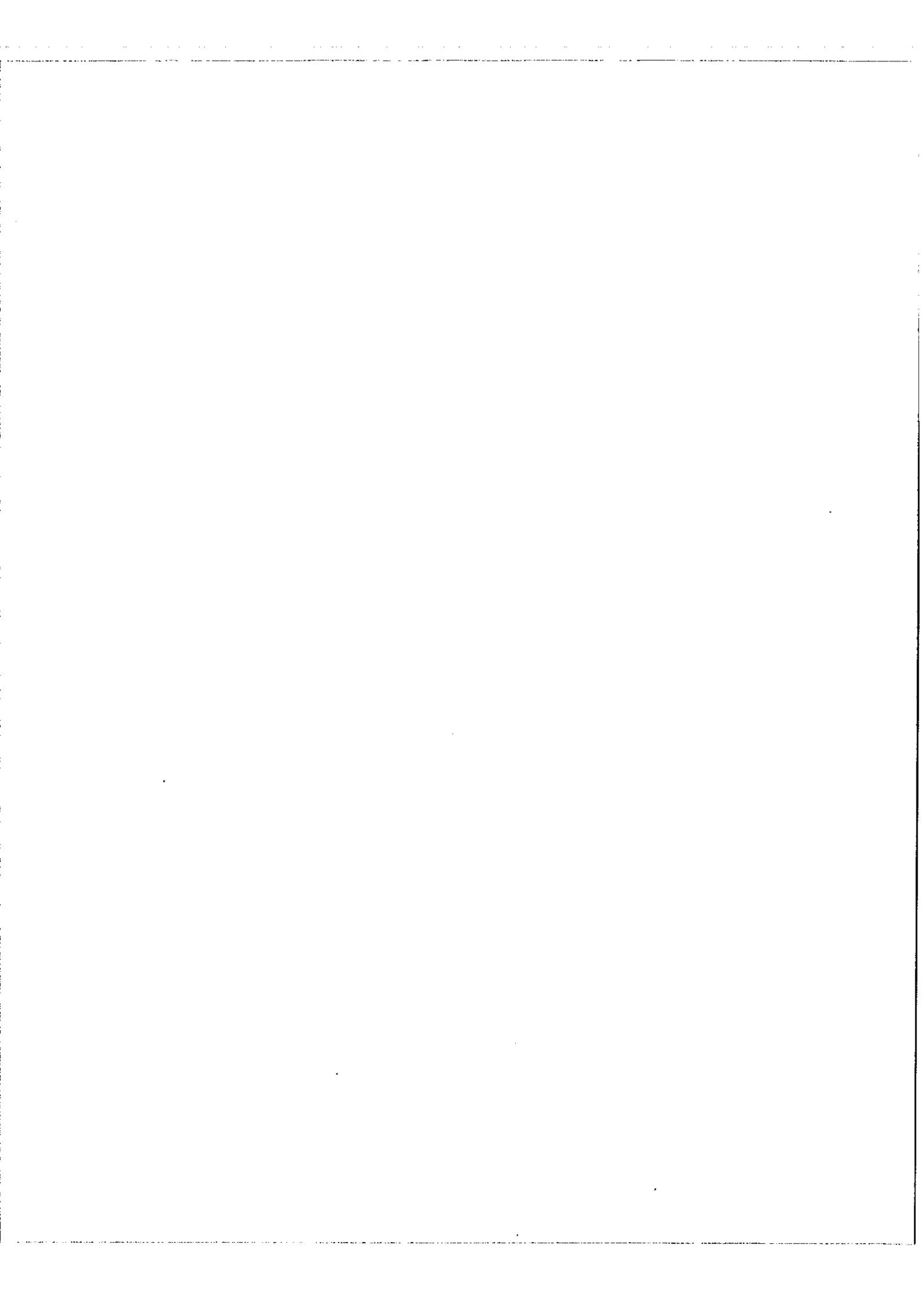
c) Principe de fonctionnement (fig.23a) : Une impulsion de référence τ appliquée à l'entrée de la bascule de commande ouvre la porte. Les impulsions à la fréquence de récurrence N venant de l'oscillateur sont alors comptées par la chaîne des bascules B et la bascule B_{n-m} délivre une impulsion lorsque 2^m impulsions ont été appliquées à l'entrée de la chaîne B. Cette impulsion que nous appellerons impulsion i ferme la porte. A chaque impulsion τ la porte laisse donc passer 2^m impulsions venant de l'oscillateur. Considérons les deux cas suivants :
- $2^m N_0 = N$ (fig.23b). La porte n'est fermée que pendant l'intervalle de temps qui sépare deux impulsions successives de l'oscillateur ; nous avons donc à l'entrée de la chaîne B des impulsions récurrentes à la fréquence N . Nous pouvons



représenter l'évolution en fonction du temps de la phase du signal à l'entrée de la chaîne B par une droite $\Phi_N = 2\pi Nt$ (fig.24).

$- 2^m N_0 < N$ (fig.24); La variation de phase en fonction du temps du signal idéal à l'entrée de la chaîne B serait une droite $\Phi_{2^m N_0} = 2\pi 2^m N_0 t$. Celle du signal réel est en fait une courbe discontinue car nous avons à l'entrée de la chaîne B des trains d'impulsions. Supposons qu'au temps $t = 0$ une impulsion τ ouvre la porte. La phase du signal réel croît avec une pente égale à celle de la droite Φ_N jusqu'au moment où une impulsion i ferme la porte. La phase est alors stationnaire jusqu'à ce qu'une nouvelle impulsion τ ouvre la porte. Nous pouvons remarquer que la phase du signal réel n'est égale à celle du signal idéal qu'aux instants marqués par l'impulsion τ ; or c'est précisément à ces instants que s'effectuent les opérations analogiques d'analyse. Nous obtenons donc bien l'équivalent d'une multiplication par 2^m de la fréquence du signal de référence.





V - SPECTRE DU SIGNAL DE SORTIE

Nous avons annoncé (IV.2) que les impulsions à la sortie du mélangeur ne sont pas équidistantes sauf dans le cas particulier où une seule porte est ouverte et qu'il en résulte un signal de sortie présentant une légère modulation de phase dont l'indice est d'autant plus faible que m est élevé. Nous allons préciser ce dernier point dans un cas particulier qui montre le rôle du facteur m .

V,1 - Rôle du facteur m

Supposons que deux portes soient ouvertes, par exemple les deux portes consécutives P_{n-1} et P_{n-2} . Les impulsions à la sortie du mélangeur sont réparties comme le montre la figure 25. Le nombre moyen d'impulsions par unité de temps est:

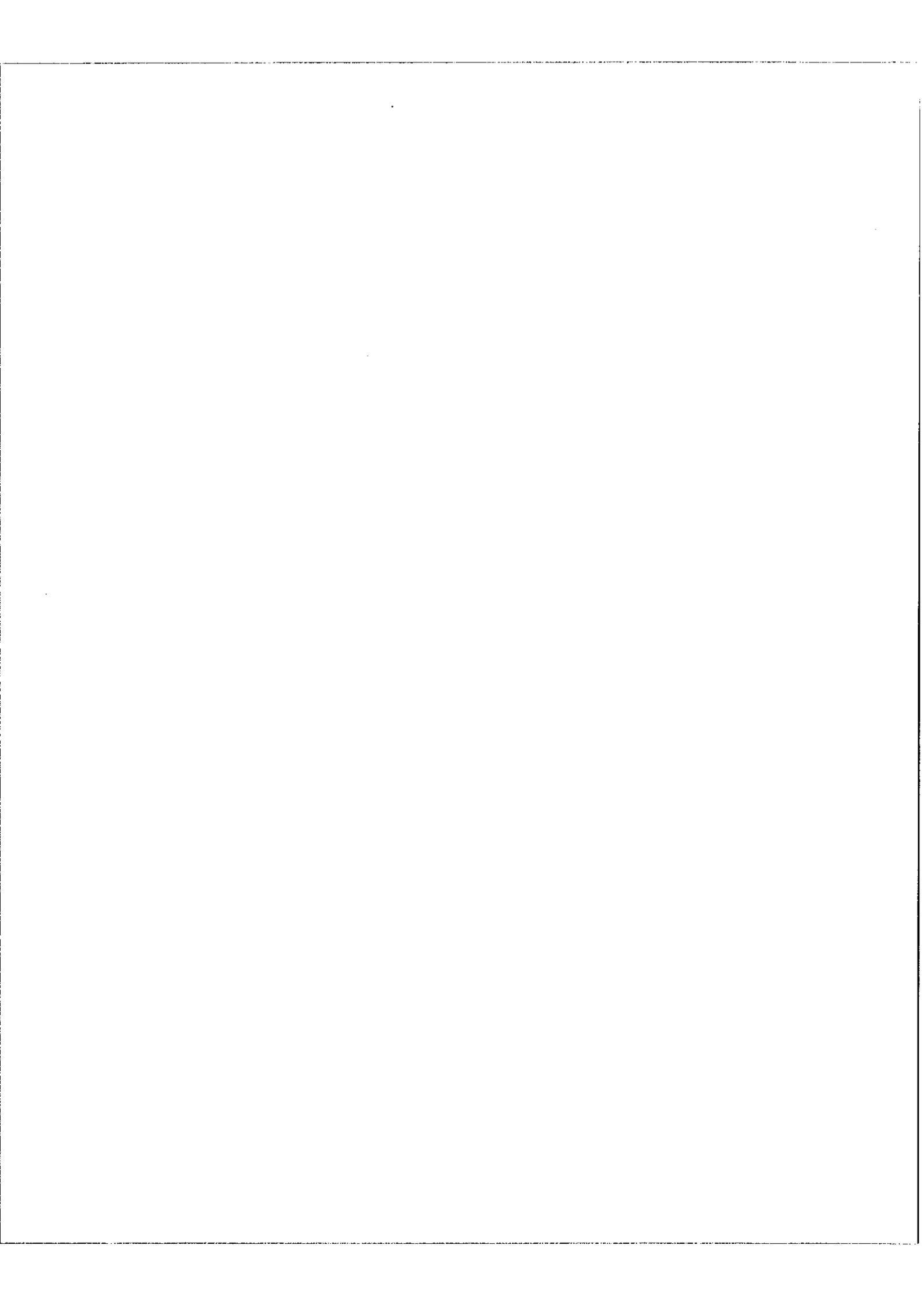
$$2^m N_0 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right] = \frac{3}{4} \cdot 2^m N_0$$

Ces impulsions sont fortement modulées en position. Le rapport entre l'intervalle le plus long et l'intervalle le plus court séparant deux impulsions successives est 2. A la sortie de la bascule D_1 , ce rapport est de $\frac{3}{2} = 1,5$, en D_2 il est de $\frac{6}{5} = 1,2$, en D_3 il est de $\frac{11}{10} = 1,1$...etc. Il est évident que les impulsions sont d'autant plus régulièrement espacées que le nombre m des bascules de division D est élevé. Autrement dit l'indice de modulation de phase du signal de sortie délivré par la n ième bascule est d'autant plus faible que le nombre m est élevé.

V,2 - Calcul du spectre du signal de sortie

a) Remarque préliminaire - Une chaîne de m bascules constitue une échelle de division par 2^m . Si nous appliquons à l'entrée de cette chaîne des impulsions dont la fréquence de récurrence est $2^m N$ nous obtenons à la sortie un signal carré de fréquence N . Il faut donc 2^m impulsions à l'entrée pour produire une variation de phase de 2π du signal de sortie. Autrement dit une impulsion à l'entrée produit une augmentation de phase de $\frac{2\pi}{2^m}$ du signal de sortie. Nous pouvons alors définir pour chaque canal une fonction de phase Φ qui est la variation de phase en fonction du temps du signal de sortie produite par le canal C agissant seul.

b) Fonction de phase - Reportons-nous sur le graphique fig.26. En abscisse nous avons porté le temps et nous avons repéré sur cet axe la position des impulsions à l'entrée de la



chaîne B par leurs numéros d'ordre, l'unité est $\frac{1}{2^m N_0}$. En ordonnée nous avons la variation de phase relative à chaque canal.

Dans le canal C_{m-1} nous avons les impulsions 1, 3, 5, 7, ... etc et la fonction de phase $\bar{\Phi}_{m-1}$ correspondante est une fonction en escalier dont chaque marche a pour hauteur $\frac{2\pi}{2^m}$. Dans le canal C_{m-2} nous avons les impulsions 2, 6, 10, ... etc, la fonction de phase est $\bar{\Phi}_{m-2}$ et ainsi de suite pour les autres canaux. Chaque fonction de phase peut se décomposer en la somme d'une fonction linéaire du temps et d'une fonction périodique en dent de scie. On peut écrire :

$$\bar{\Phi}_{m-1} = \frac{2\pi}{2^m} 2^{m-n+1} N_0 t + \frac{\pi}{2^m} f(2^{m-n+1} N_0)$$

où $f(2^{m-n+1} N_0)$ désigne une fonction en dent de scie de fréquence $2^{m-n+1} N_0$ et d'amplitude unité.

Plus généralement pour le canal C_j nous pouvons écrire :

$$\bar{\Phi}_{m-j} = \frac{2\pi}{2^m} 2^{m-n+j} N_0 t + \frac{\pi}{2^m} f(2^{m-n+j} N_0)$$

c) Phase du signal de sortie - Le système fonctionnant par addition d'impulsions, la phase $\bar{\Phi}_p$ du signal de sortie sera la somme des fonctions de phase de chaque canal effectivement utilisé soit :

$$\bar{\Phi}_p = \sum_{j=0}^{j=m-1} A_{jp} \left[\frac{2\pi}{2^m} 2^{m-n+j} N_0 t + \frac{\pi}{2^m} f(2^{m-n+j} N_0) \right]$$

or

$$\sum_{j=0}^{j=m-1} A_{jp} 2^{m-n+j} = \frac{p}{q}$$

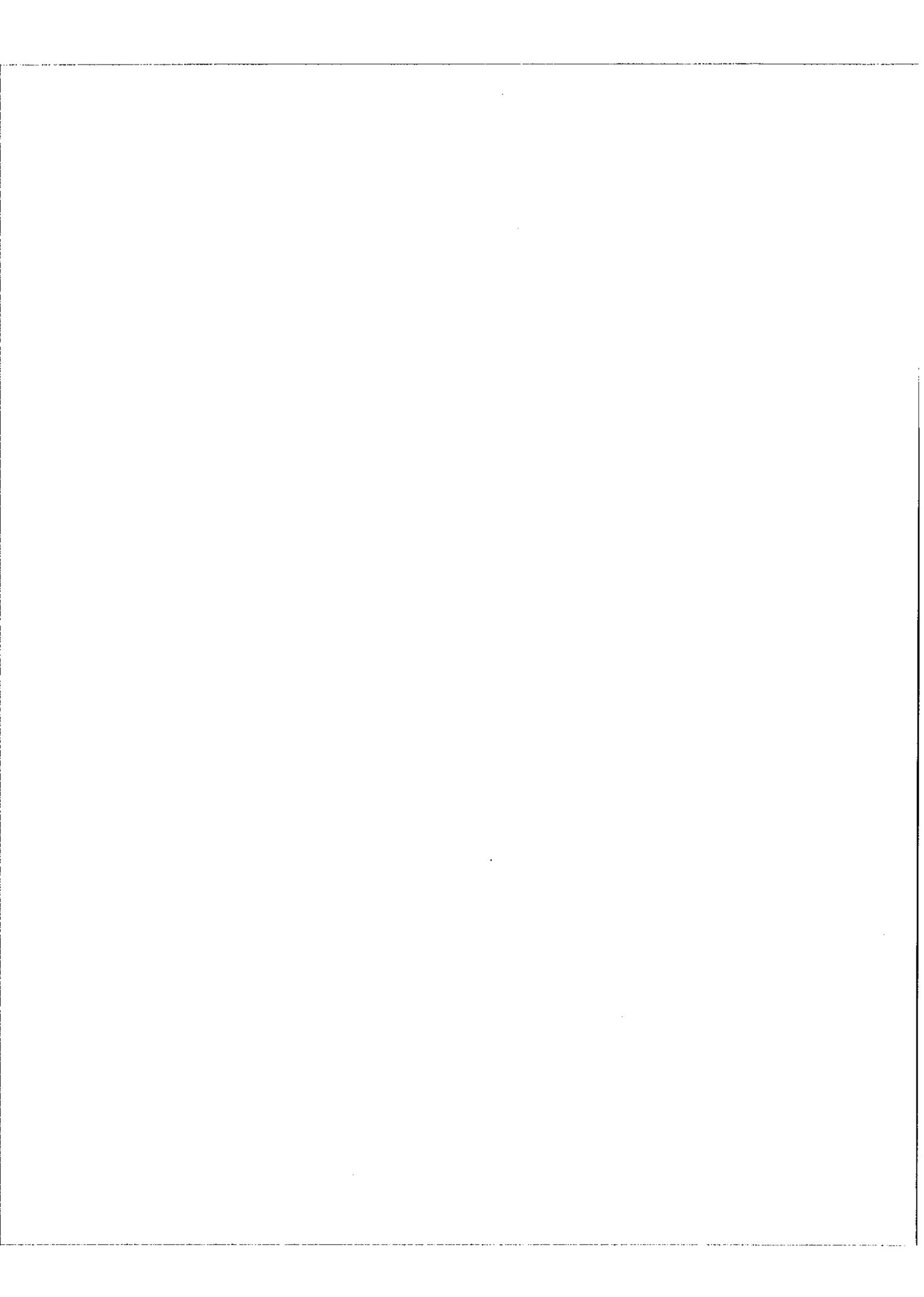
d'où

$$\bar{\Phi}_p = 2\pi \frac{p}{q} N_0 t + \frac{\pi}{2^m} \sum A_{jp} f(2^{m-n+j} N_0)$$

et le signal de sortie a pour expression

$$S = \cos \left[2\pi \frac{p}{q} N_0 t + \frac{\pi}{2^m} \sum_{j=0}^{j=m-1} A_{jp} f(2^{m-n+j} N_0) \right]$$

Le premier terme de la parenthèse correspond à la fréquence moyenne ou fréquence centrale et le deuxième terme correspond à la modulation de phase. Nous pouvons remarquer que l'indice de modulation de phase $\frac{\pi}{2^m}$ est d'autant plus faible que m est élevé.



d) Spectre du signal de sortie - Pour des valeurs de m suffisamment élevées (par exemple pour $m = 10$, $2^m \approx 10^3$) on a $2^m \gg 1$. On peut alors limiter le développement du cosinus aux termes du premier ordre :

$$S \approx \cos 2\pi \frac{p}{q} N_0 t - \frac{\pi}{2^m} \sum_{j=0}^{m-1} A_{jp} f(2^{m-n+j} N_0) \cdot \sin 2\pi \frac{p}{q} N_0 t$$

Le terme $\sum A_{jp} f(2^{m-n+j} N_0)$ est une somme de fonctions en dent de scie que nous pouvons remplacer par leur développement en série de Fourier. On peut écrire :

$$f(2^{m-n+j} N_0) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k\pi}{k\pi} \sin 2k\pi 2^{m-n+j} N_0 t$$

et

$$\sum_{j=0}^{m-1} A_{jp} f(2^{m-n+j} N_0) = \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{k=1}^{\infty} A_{jp} \frac{\cos k\pi}{k\pi} \sin 2k\pi 2^{m-n+j} N_0 t$$

S prend la forme suivante :

$$S \approx \cos 2\pi \frac{p}{q} N_0 t - \frac{\pi}{2^m} \sum_j \sum_k A_{jp} \frac{\cos k\pi}{k} \sin 2k\pi 2^{m-n+j} N_0 t \cdot \sin 2\pi \frac{p}{q} N_0 t$$

On obtient finalement en développant le produit de sinus :

$$S \approx \cos 2\pi \frac{p}{q} N_0 t + \frac{1}{2^m} \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{k=1}^{\infty} A_{jp} \frac{\cos k\pi}{k} \cos \left(\frac{p+k}{2^m} 2^{m-n+j} \right) 2\pi N_0 t$$

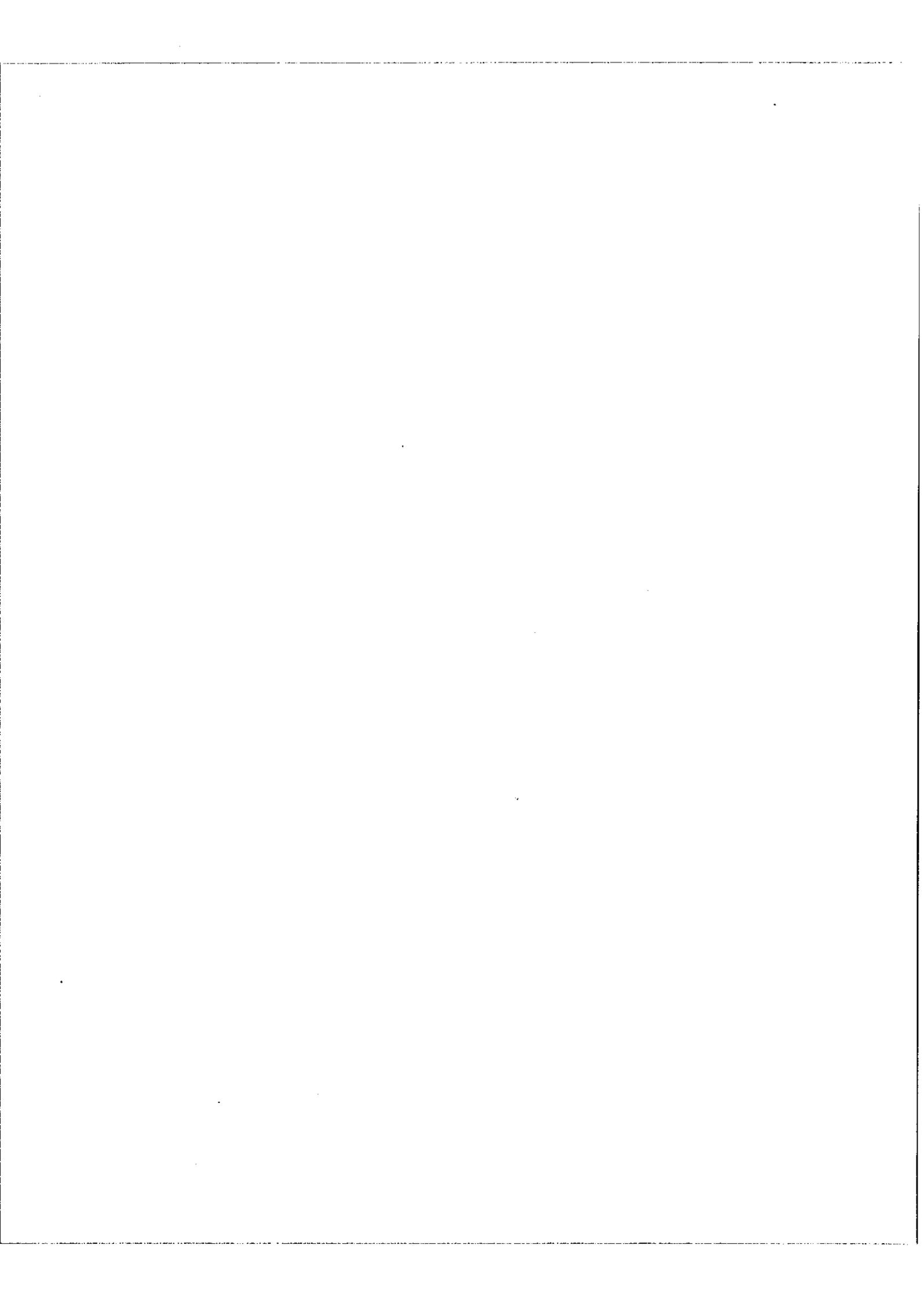
$$- \frac{1}{2^m} \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{k=1}^{\infty} A_{jp} \frac{\cos k\pi}{k} \cos \left(\frac{p-k}{2^m} 2^{m-n+j} \right) 2\pi N_0 t$$

Le spectre du signal de sortie comporte donc une raie centrale à la fréquence $\frac{p}{q} N_0$ et une infinité de satellites de modulation de phase aux fréquences $\frac{p}{q} N_0 \pm k \frac{2^j 2^m}{2^m} N_0$. L'écart entre satellites consécutifs est $2^{m-n+j} \min$ où j_{\min} est la valeur minimum de j pour la valeur de p considérée.

V,3 - Influence de cette modulation de phase sur la réponse globale du calculateur analogique -

Supposons que nous analysons par variation de p un spectre composé d'une raie unique correspondant à la valeur p_1 du facteur p . Le signal interférogramme à analyser est donc $V = \cos 2\pi \frac{p_1}{q} N_0 t$ et la réponse du calculateur analogique est :

$$\overline{SV} = \frac{1}{T} \int_0^T SV dt$$



$$\text{d'où } \overline{SV} \propto \int_0^T \cos 2\pi p_1 N_0 t \cos 2\pi p_1 N_0 t + \frac{1}{2^m} \int_0^T \sum_d \sum_k A_{j,p} \frac{\cos k\pi}{k} \left\{ \begin{array}{l} \cos 2\pi p_1 N_0 t \cos \left(\frac{p+k}{2^m} 2^j 2^m \cdot 2\pi N_0 t \right) \\ - \cos 2\pi p_1 N_0 t \cos \left(\frac{p-k}{2^m} 2^j 2^m \cdot 2\pi N_0 t \right) \end{array} \right\} dt$$

Nous obtenons donc effectivement une raie dont le maximum se produit pour $p = p_1$, mais aussi une infinité de raies parasites (ghosts) aux valeurs $p = p_1 \pm k 2^j 2^m$ situées de part et d'autre de la raie véritable. Les termes correspondant à une même raie parasite correspondent à une même valeur du produit $k 2^j$ que nous poserons égal à K , rang de la raie parasite :

$$K = k 2^j$$

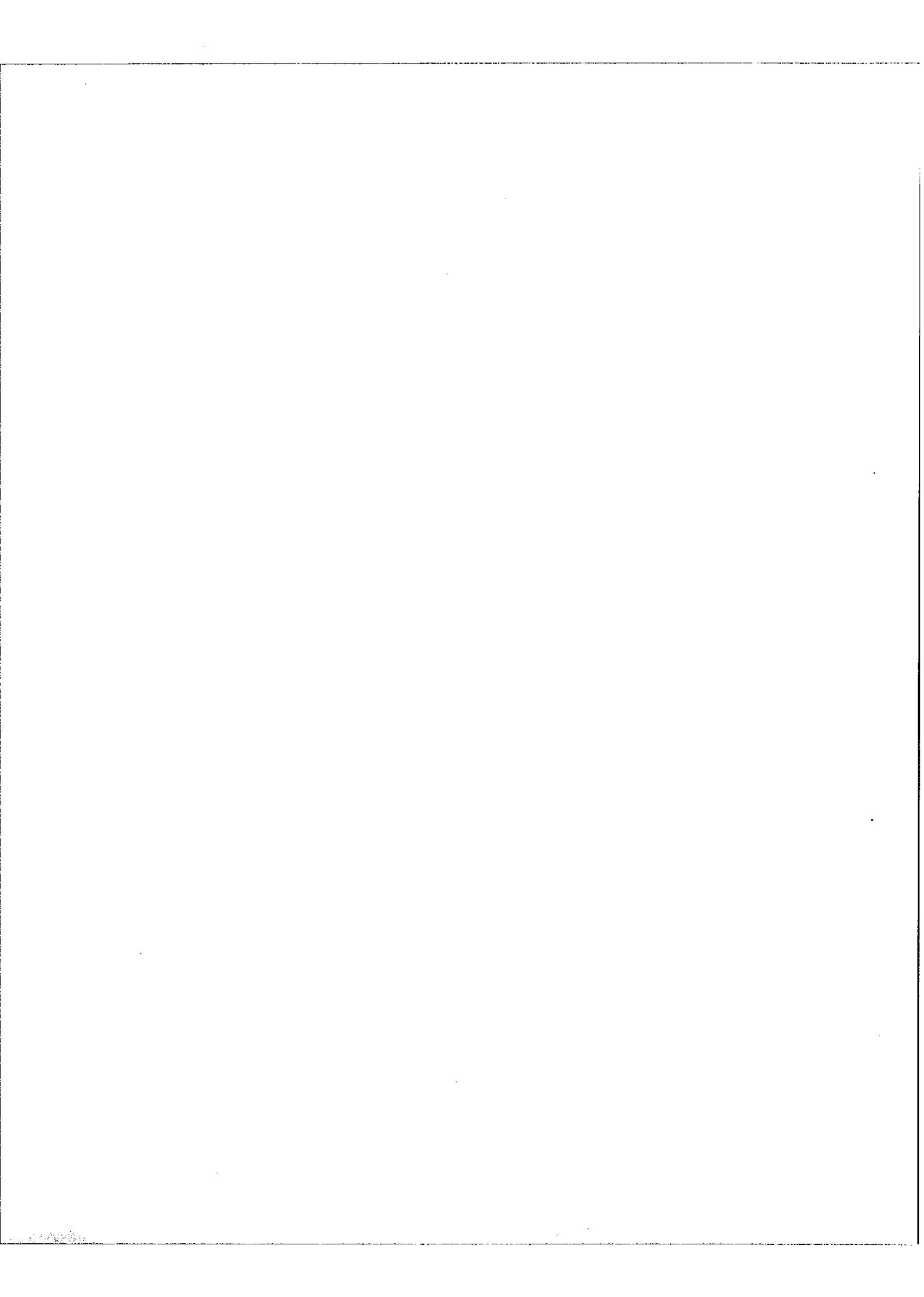
L'écart en fréquence de deux raies parasites successives est $2^{m-n} N_0$ et l'amplitude relative des raies de rang K est :

$$\text{pour } p = p_1 + K 2^m \quad H_K = \frac{1}{2^m} \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=1}^{\infty} A_{j,p} \frac{\cos k\pi}{k}$$

$$\text{et } p = p_1 - K 2^m \quad H_K = -\frac{1}{2^m} \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{k=1}^{\infty} A_{j,p} \frac{\cos k\pi}{k}$$

Les sommes $\sum_j \sum_k$ étant prises en respectant $K = k 2^j = C^{te}$

En résumé nous pouvons dire que nous obtenons une infinité de raies parasites et que l'écart en fréquence entre deux raies parasites successives est $2^{m-n} N_0$. Leur amplitude relative est de l'ordre de $\frac{1}{2^m}$, elle dépend non seulement de K mais aussi de p_1 position de la raie étudiée ; Pour décrire complètement le phénomène il faudrait étudier pour chaque valeur de p (de 1 à $2^n - 1$) la valeur des H_K correspondants, ce qui reviendrait à analyser par variation de p non plus une raie unique mais un spectre uniforme. On pourrait alors montrer que, quel que soit p , l'amplitude des raies parasites est au plus égale à $\frac{1}{2^m}$.



VI - ETUDE DES CIRCUITS DU DEMULTIPLICATEUR -

VI,1 - Conditions à remplir

Pour utiliser pleinement les possibilités de vitesse de calcul offertes par l'enregistreur magnétique, nous devons travailler à la vitesse maximum de défilement de la bande magnétique soit 1500 mm/s. Dans ces conditions, la fréquence du signal de référence est $N_0 = 50$ Khz. De plus, pour réduire à un taux négligeable (10^{-3}) l'amplitude des ghosts, il faut que $\frac{1}{2^m} = 10^{-3}$ d'où $m \approx 10$. Il résulte que la fréquence à l'entrée de la chaîne des bascules B est $f_e = 2^m N_0 \approx 50$ Mhz. Les bascules B sont donc nécessairement des bascules rapides.

Nous allons montrer que le démultiplicateur dont nous avons exposé le principe nécessiterait pour un fonctionnement à $N_0 = 50$ Khz, des bascules ayant une fréquence de coupure $f_c \gg 50$ Mhz. C'est le problème de la dispersion et de la stabilité des retards qui impose cette condition. Le retard introduit par une bascule peut s'écrire sous la forme $\theta \pm \Delta\theta$, où θ est le retard moyen et $\Delta\theta$ la somme de la dispersion et des variations de retard.

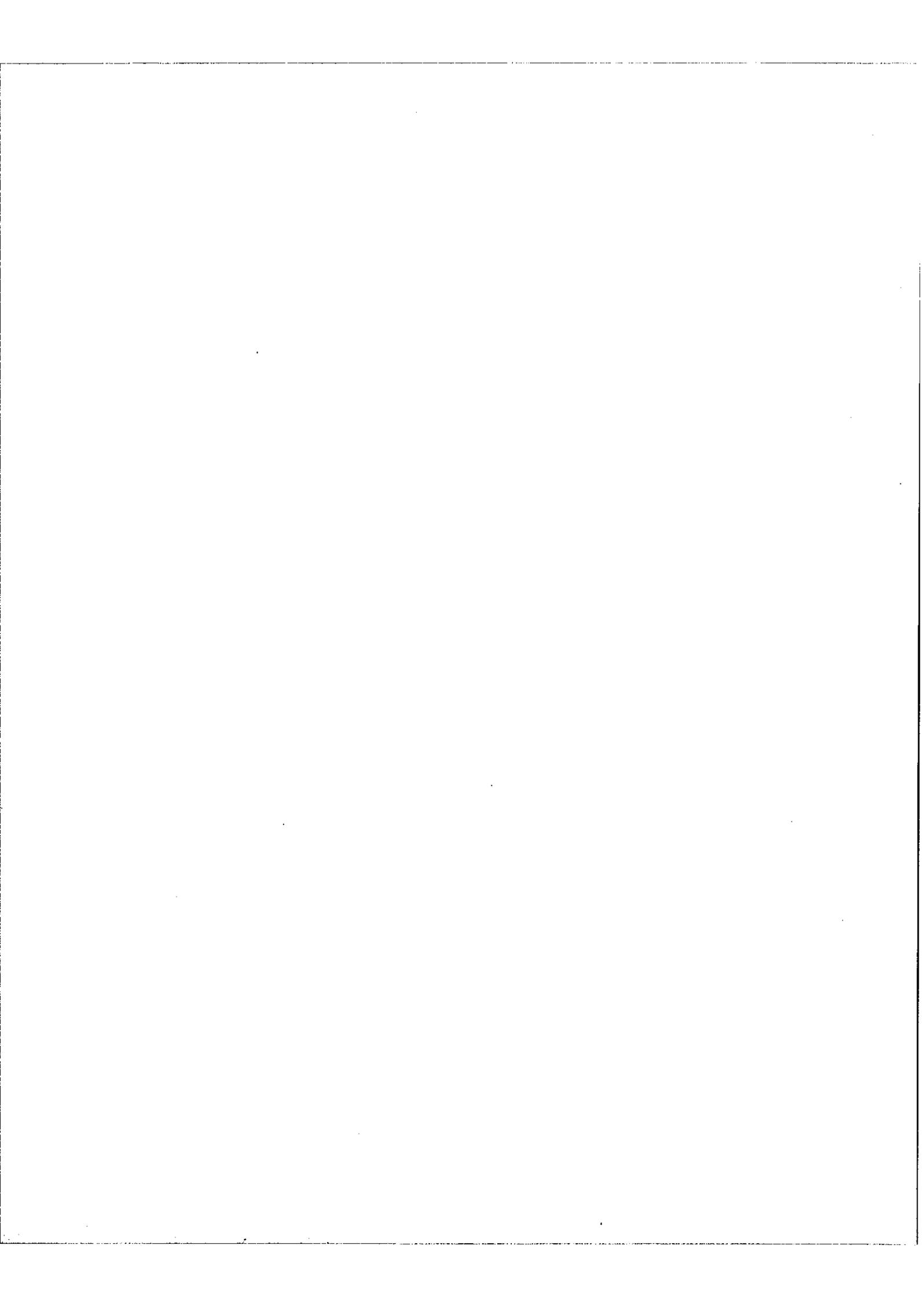
Les variations de retard sont de deux sortes :

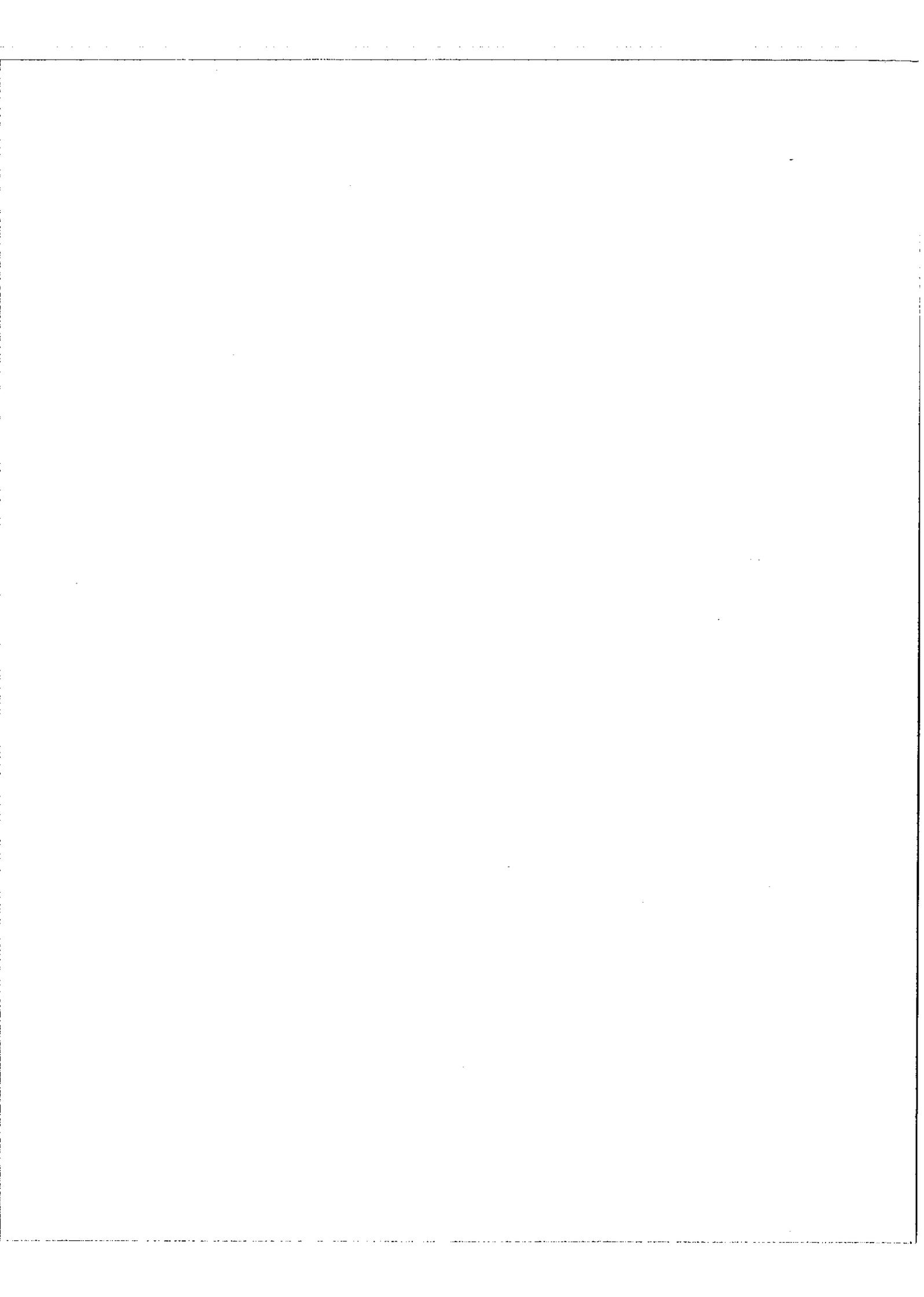
- variations à court terme dues essentiellement aux variations de température ;
- variations à long terme dues au vieillissement des tubes.

Dans tout ce qui suit, nous supposons que le retard moyen θ est exactement compensé par des lignes de longueur convenable et il ne sera question que des variations de retard.

VI, 1 a) Cheix de la fréquence f_e

Soit un démultiplicateur composé de bascules B ayant une fréquence de coupure f_c . Ces bascules délivrent des impulsions dont la durée est de l'ordre de $\frac{1}{f_c}$. Plaçons-nous dans le cas où nous faisons la somme des impulsions des canaux C_{n-1} et C_0 (c'est le cas le plus défavorable en ce qui concerne la stabilité des retards car les variations de retard des impulsions de C_0 sont la somme de celles des $n-1$ bascules précédentes), l'impulsion de C_0





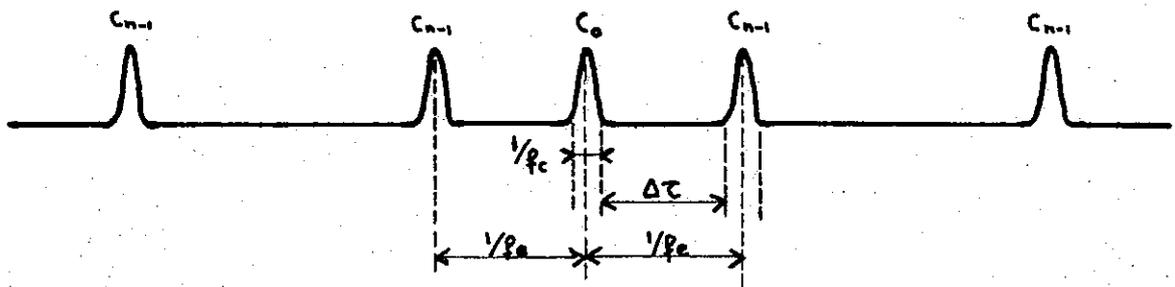


Fig.27 - Impulsions à la sortie du mélangeur : $C_{n-1} + C_0$

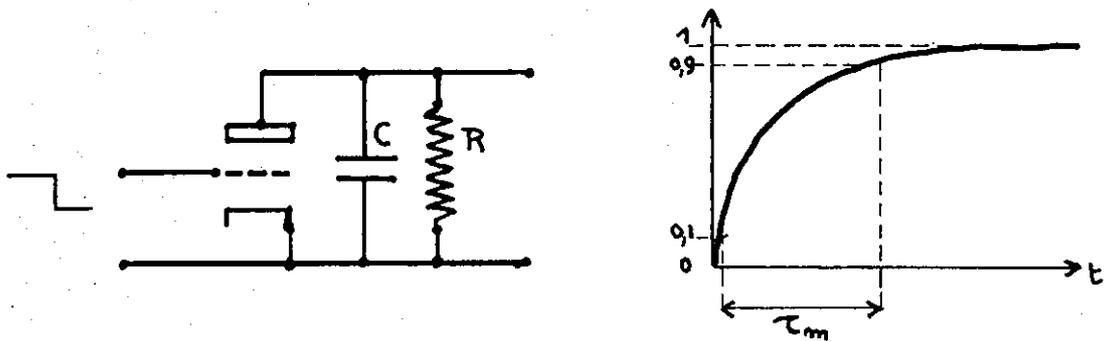


Fig.28 - Temps de montée d'un amplificateur video -

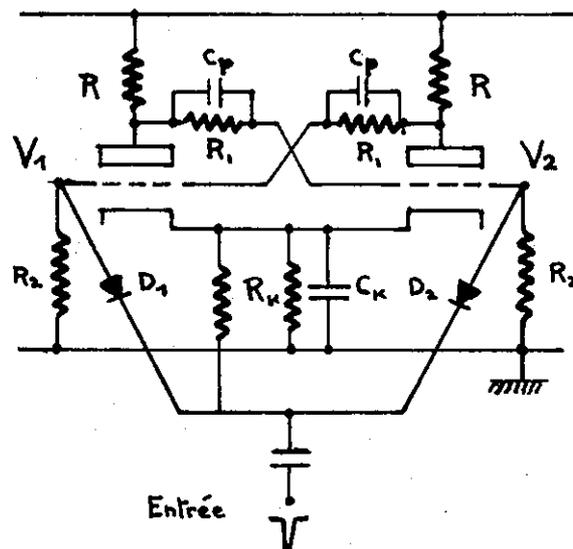


Fig.29 - Bascule de Eccles Jordan -

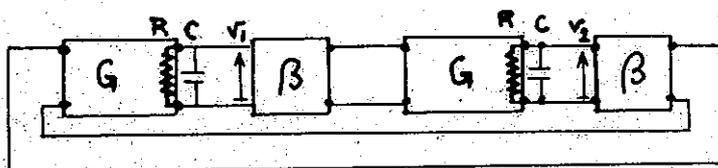


Fig.30 - Schéma équivalent à la bascule de Eccles Jordan -

vient se placer exactement entre deux impulsions de C_{n-1} (fig.27). L'excursion $\Delta\tau$ permise à l'impulsion de C_0 est :

$$\Delta\tau = \frac{1}{f_e} - \frac{1}{f_c} \quad (1)$$

ce qui autorise pour une bascule une variation de retard $\Delta\tau_B$ de :

$$\Delta\tau_B = \frac{\Delta\tau}{n-1} \quad (2)$$

Pour rendre le démultiplicateur indépendant de la dispersion et de l'instabilité des retards nous devons donc avoir :

$$\Delta\theta \leq \Delta\tau_B \quad (3)$$

Connaissant $\Delta\theta$, f_c et n nous pouvons déduire de (2) et (3) la fréquence f_e ~~max~~ possible de fonctionnement.

Par exemple dans notre démultiplicateur nous avons $n = 20$ et $f_c = 50$ Mhz. L'expérience a montré que la dispersion des retards était inférieure à 2 ns et que les fluctuations à court terme étaient de l'ordre de 0,1 ns. Ce qui donne $\Delta\theta = 2,1$ ns d'où $f_{e \text{ max}} = 17,5$ Mhz. Si, en outre, nous voulons nous affranchir du vieillissement des tubes, il est raisonnable de prendre $\Delta\theta = 4$ ns ce qui impose une fréquence d'entrée f_e de l'ordre de 10 Mhz.

Nous pouvons chiffrer la sécurité de fonctionnement par le rapport $S = \frac{\Delta\tau}{1/f_e}$, soit ici pour $f_e = 10$ Mhz, $S = \frac{80}{20} = 4$.

Quelle devrait être la fréquence de coupure des bascules B pour un fonctionnement à 50 Mhz en conservant la même sécurité de fonctionnement que précédemment ?

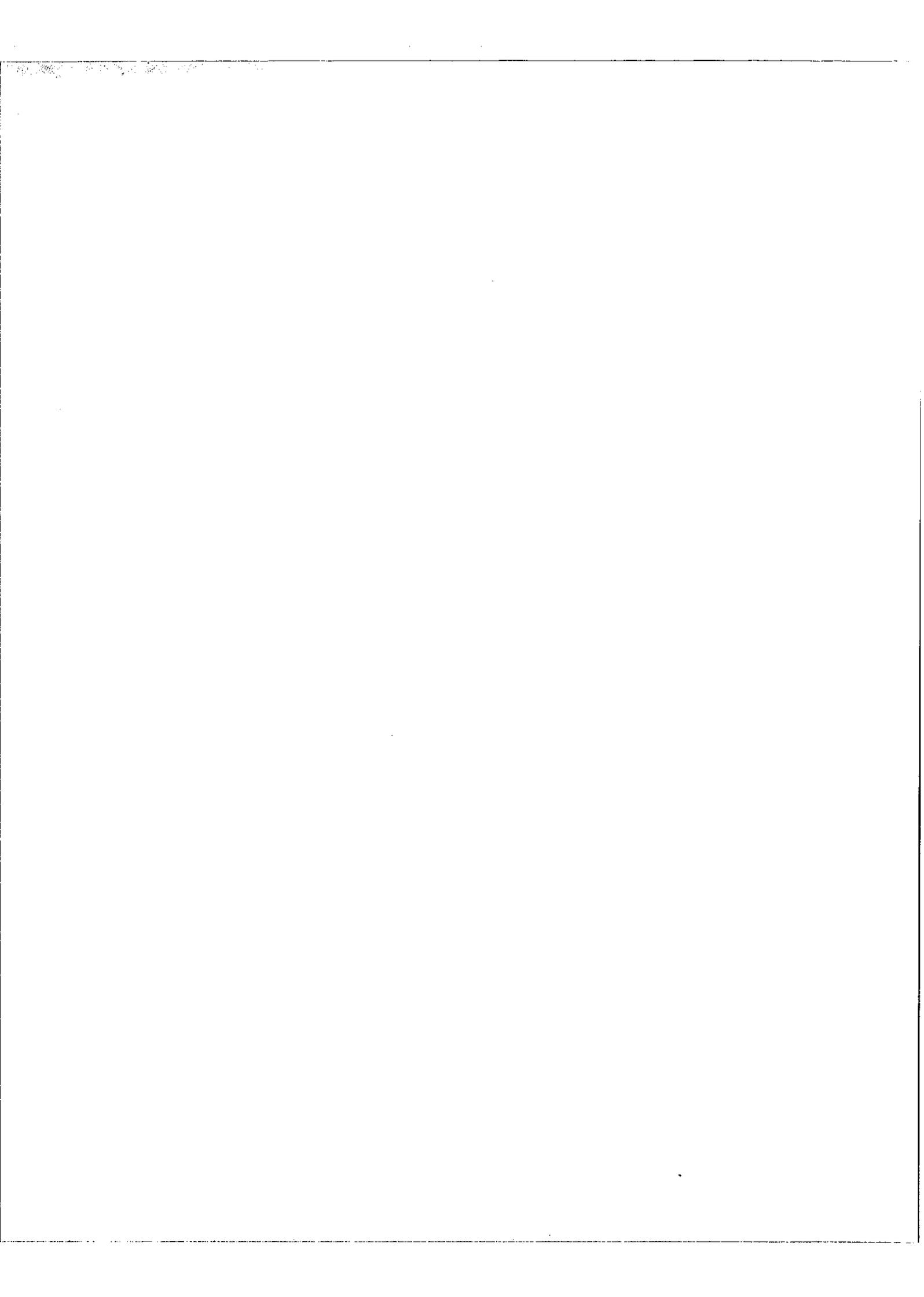
On peut écrire d'après (1) et la définition de S :

$$\Delta\tau = \frac{S}{f_c} = \frac{1}{f_e} - \frac{1}{f_c}$$

d'où

$$f_c = (1+S)f_e$$

avec $S = 4$ et $f_e = 50$ Mhz on a : $f_c = 250$ Mhz



VI, 1 b) Solution adoptée

A l'époque où nous avons entrepris la réalisation du démultiplicateur (début 1959), il ne semblait pas possible de dépasser la fréquence 100 Mhz avec des circuits à tubes très compliqués, utilisant 5 tubes à émission secondaire par bascule [6],[7]. Les transistors de commutation rapide qui existaient alors, ne permettaient pas d'aller au-delà de 20 Mhz. Nous avons choisi une solution à la mesure de nos moyens, en mettant au point une bascule rapide, à tubes de construction relativement simple, ayant néanmoins une fréquence de coupure de 50 Mhz et permettant un fonctionnement correct du démultiplicateur jusqu'à 15 Mhz ($f_{e \text{ max}} = 18,5 \text{ Mhz}$).

Avant de décrire cette bascule rapide, nous rappellerons quelques données élémentaires sur le temps de montée d'un amplificateur vidéo et sur la vitesse de commutation d'une bascule de ECCLES JORDAN. Nous passerons ensuite aux différents circuits du démultiplicateur.

VI,2 - Introduction à l'étude d'une bascule rapide

a) Temps de montée d'un amplificateur vidéo (fig.28) -

La résistance de charge R est shuntée par une capacité C , somme de la capacité de sortie du tube et de la capacité d'entrée de l'étage suivant que nous supposons identique au premier. Si nous appliquons à l'entrée un échelon de tension, nous avons à la sortie une transition exponentielle de la forme $1 - \exp(-\frac{t}{RC})$. Le temps de montée τ_m pris entre 0,1 et 0,9 de la variation de tension totale est :

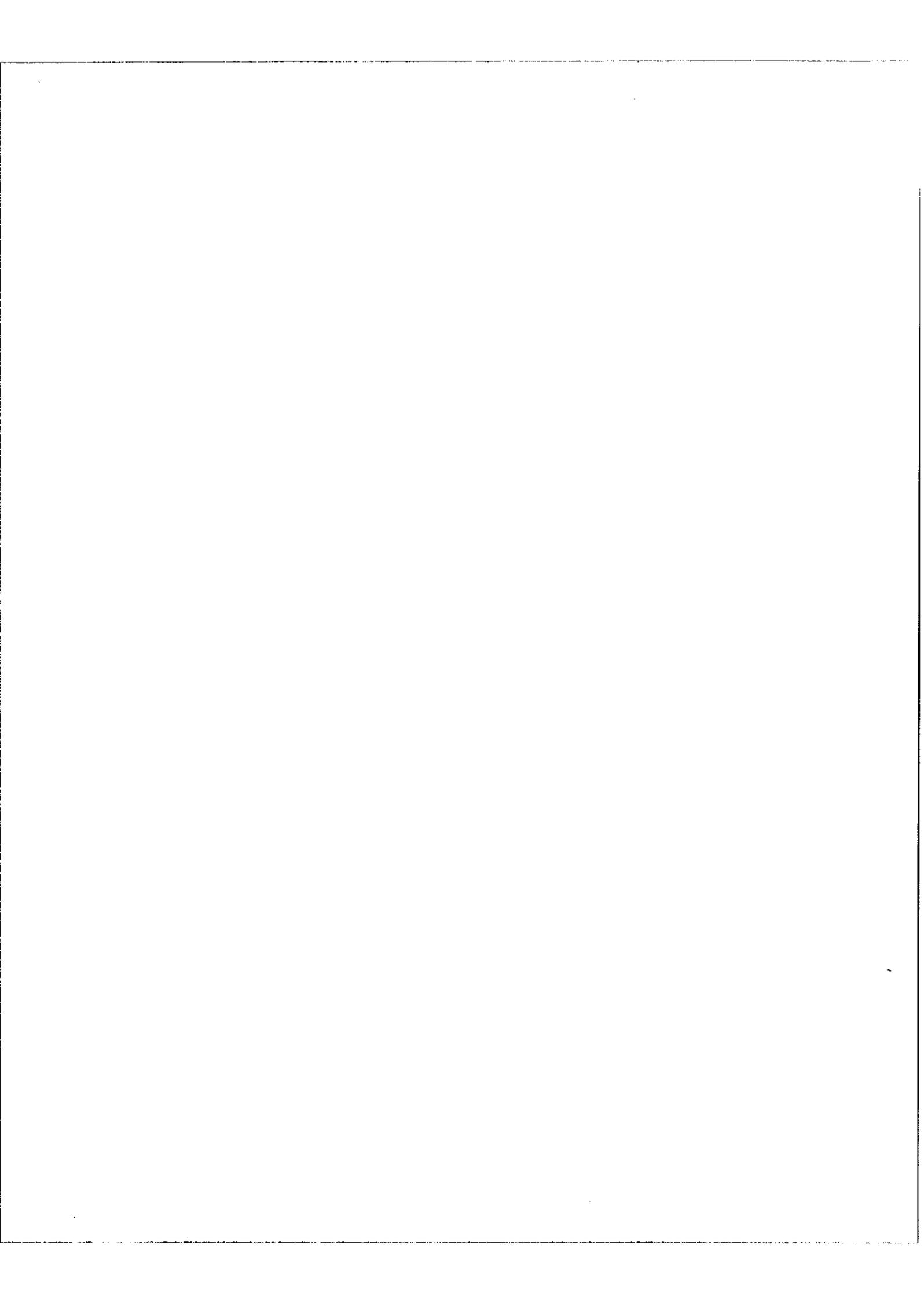
$$\tau_m = 2,2 RC$$

En introduisant le gain G de l'étage et la pente g_m du tube, on a la relation bien connue :

$$\tau_m = 2,2 \frac{C}{g_m} G$$

Pour un temps de montée faible nous devons choisir un tube ayant un $\frac{C}{g_m}$ aussi faible que possible et réduire le gain de l'étage.

.../...



Nous allons donner un ordre de grandeur de ce temps de montée pour un étage utilisant une triode E88CC avec les valeurs suivantes qui sont celles que nous rencontrerons dans la bascule réalisée :

$$C = 12 \text{ pF} \quad g_m = 10 \text{ mA/volt} \quad G = 5$$

$$\tau_m = \frac{2,2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 10^{-12}}{10 \cdot 10^{-3}} = 13,2 \text{ ns}$$

b) Amélioration du temps de montée - [8]

On peut diminuer notablement le temps de montée en utilisant les techniques de correction des amplis video. Avec une simple correction shunt, la largeur de bande du circuit RC est multipliée par 1,7, avec un circuit plus élaboré on peut atteindre 2,5. Etant donné que le produit temps de montée \times bande passante est sensiblement constant, il est donc possible en corrigeant un circuit RC d'obtenir un temps de montée 2,5 fois plus faible.

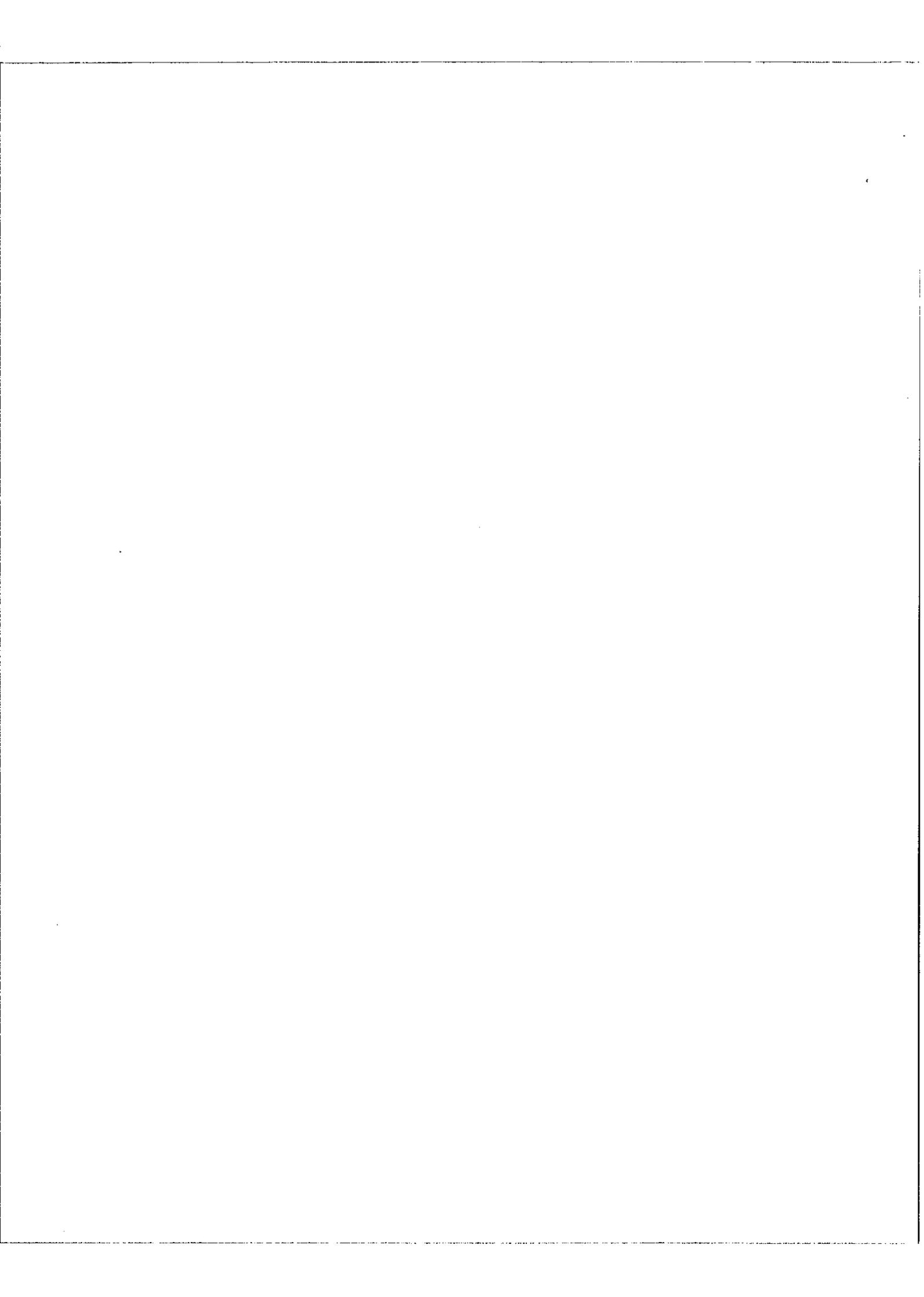
VI,3 - Vitesse de commutation d'une bascule de ECCLES JORDAN [9]

Le schéma de principe de cette bascule est donné fig.29. Le système a deux états stables. On a, soit V_1 conducteur et V_2 bloqué, soit V_1 bloqué et V_2 conducteur.

a) Cas idéal : les conditions de fonctionnement sont les suivantes :

- lorsqu'un tube est conducteur sa grille est au potentiel de la cathode. Lorsqu'un tube est bloqué sa grille est juste en cut off ;
- les impulsions de déclenchement ont une durée négligeable devant le temps de montée propre de la bascule ;
- les ponts diviseurs de liaison entre tubes sont parfaitement compensés. Ce sont donc des circuits parfaitement apériodiques.

Nous pouvons passer immédiatement au schéma équivalent pendant la commutation, fig.30. On peut considérer la bascule comme formée de deux amplis video en cascade et en boucle fermée. Nous désignons par C la somme des capacités de sortie



de l'étage et d'entrée du pont diviseur, par β l'atténuation du pont diviseur et par G le gain d'un étage.

Les équations des circuits pour les deux mailles sont

$$\begin{cases} RC \frac{dv_1}{dt} + v_1 + G v_2 = 0 \\ RC \frac{dv_2}{dt} + v_2 + G v_1 = 0 \end{cases}$$

V_1 et V_2 sont prises par rapport aux états stables précédant une transition.

La solution de ce système est :

$$\begin{cases} v_1 = A \exp\left(\frac{G\beta-1}{RC} t\right) + B \exp\left(-\frac{G\beta-1}{RC} t\right) \\ v_2 = -A \exp\left(\frac{G\beta-1}{RC} t\right) + B \exp\left(-\frac{G\beta-1}{RC} t\right) \end{cases}$$

Nous voyons qu'un changement d'état n'est possible que si $G\beta - 1 > 0$, c'est la condition de réaction, sinon les exponentielles sont décroissantes et après l'impulsion de déclenchement la bascule revient à son état initial.

Nous allons déterminer les constantes A et B dans le cas du déclenchement asymétrique où nous envoyons une impulsion négative sur la grille du tube conducteur. Après l'impulsion, le potentiel de l'anode du tube conducteur a varié d'un montant Δe tandis que celui du tube bloqué est resté à 0. Au temps $t = 0$, on a donc :

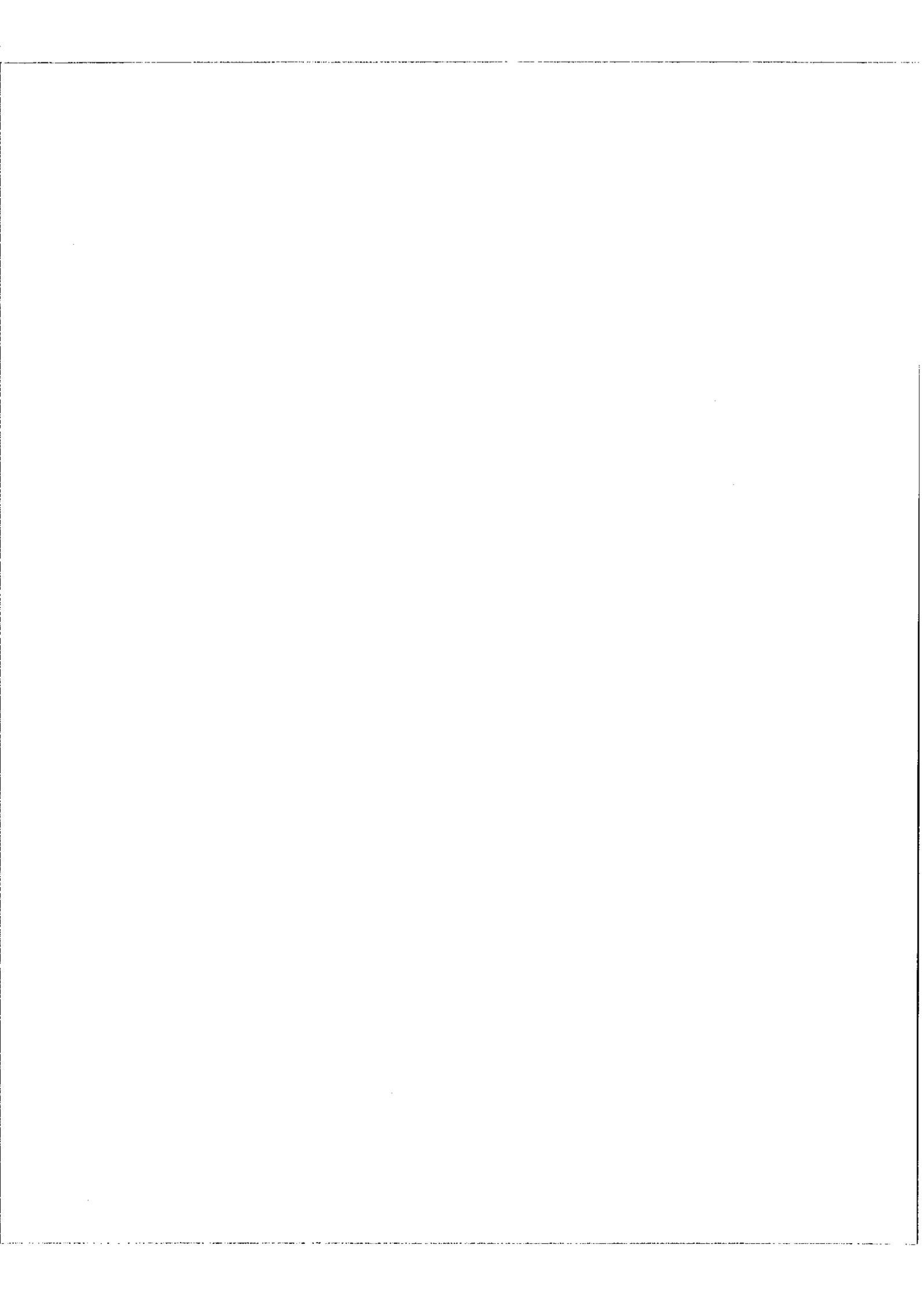
$$\begin{aligned} \Delta e &= A + B \\ 0 &= -A + B \end{aligned} \Rightarrow A = B = \frac{\Delta e}{2}$$

En négligeant les exponentielles négatives qui s'atténuent très rapidement on a :

$$\begin{aligned} v_1 &\approx \frac{\Delta e}{2} \exp\left(\frac{G\beta-1}{RC} t\right) \\ v_2 &\approx -\frac{\Delta e}{2} \exp\left(\frac{G\beta-1}{RC} t\right) \end{aligned}$$

Si V est l'amplitude de la transition séparant deux états stables, le temps de commutation τ s'écrit :

$$\tau = \frac{RC}{G\beta-1} \text{Log} \frac{2V}{\Delta e}$$



en faisant apparaître la pente du tube μ sachant que $G = g_m R$, on a :

$$\tau = \frac{C}{g_m} \cdot \frac{G}{G\beta - 1} \cdot \text{Log} \frac{2V}{\Delta e}$$

Le rapport $\frac{G}{G\beta - 1}$ peut être considéré comme indépendant du tube. En pratique, on est toujours amené à choisir pour β une valeur de l'ordre de $1/2$, de sorte que $\frac{G}{G\beta - 1} \neq 2$, même pour des valeurs relativement faibles du gain et le temps de montée dépend surtout de $\frac{C}{g_m}$. Pour une commutation rapide, nous retrouvons donc la même condition que dans le cas de l'ampli video.

Donnons un ordre de grandeur de ce temps de montée avec les valeurs de la bascule rapide utilisant une double triode E 88 CC :

$$C = 12 \text{ pF} \quad g_m = 10 \text{ mA/V} \quad R = 500 \Omega \quad \beta = \frac{1}{2} \quad G = 5$$

$$V = 5 \text{ volts} \quad \Delta e = 0,1 \text{ volt/}$$

$$\tau = 1,2 \cdot \frac{10}{3} \cdot 2,3 \log 100 \text{ nS}$$

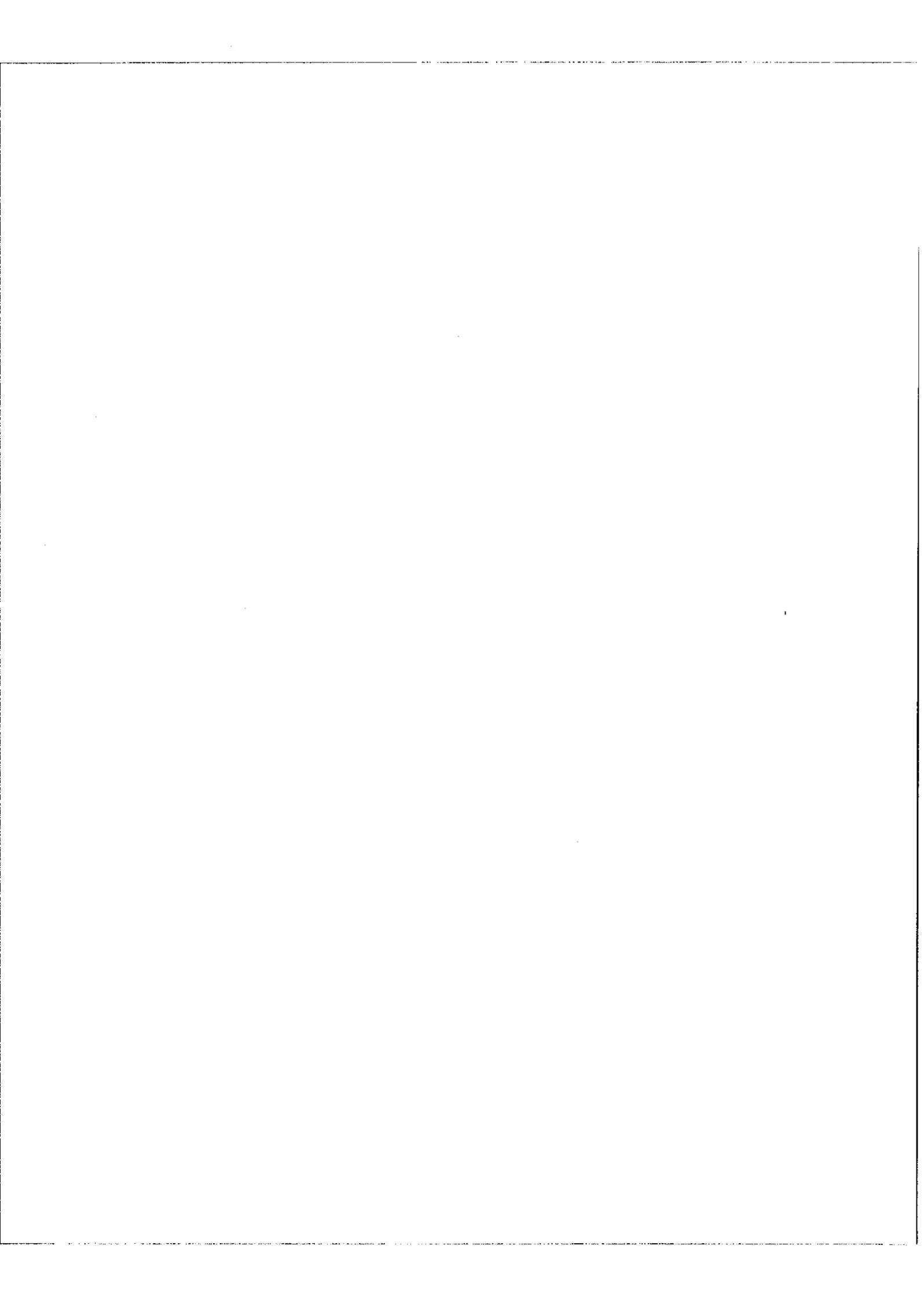
$$\tau = 18,5 \text{ nS}$$

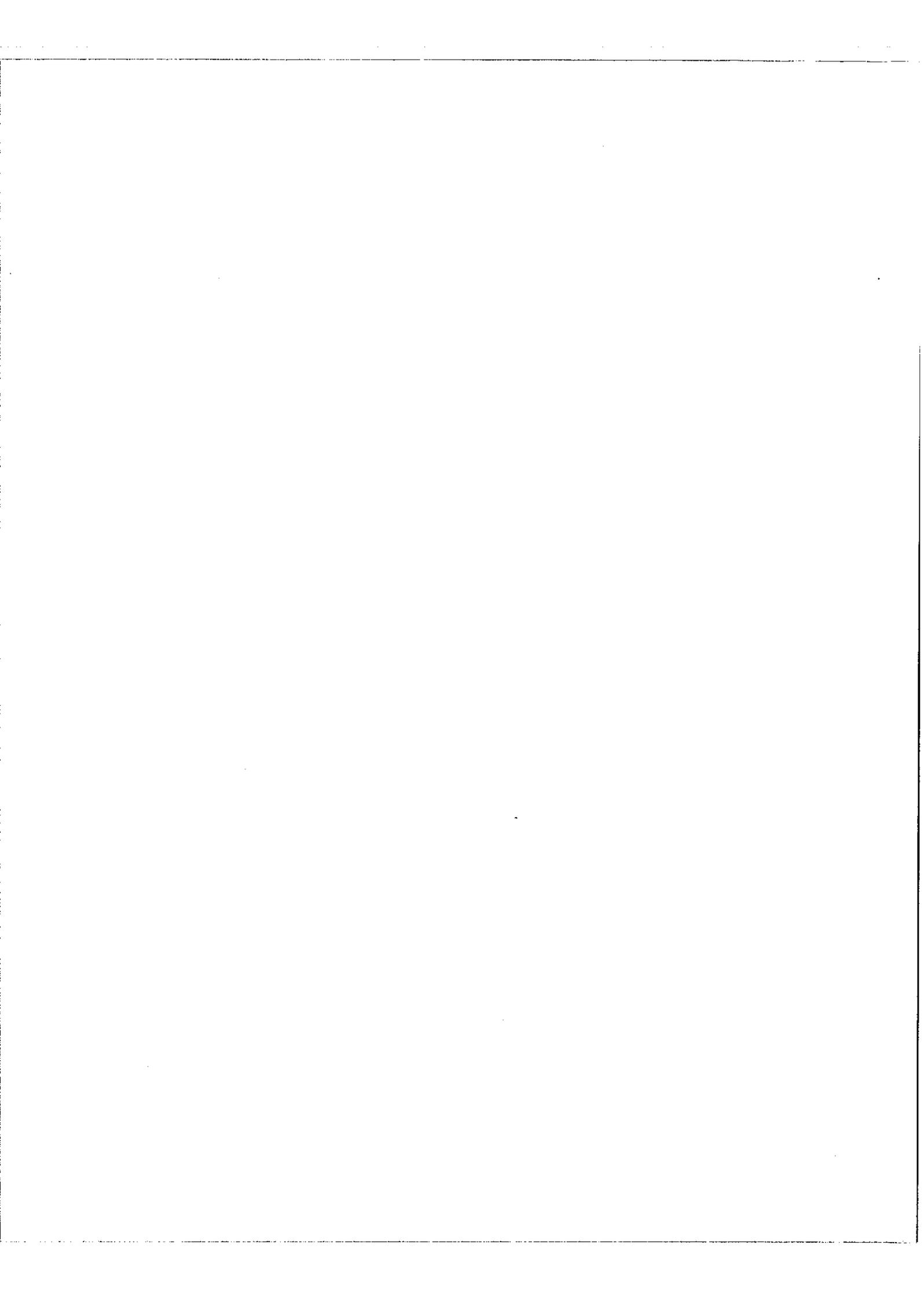
b) Cas réel - Il diffère du cas idéal sur les deux points suivants dont nous allons montrer qualitativement l'influence :

- la durée de l'impulsion de déclenchement n'est pas négligeable devant le temps de montée ;
- le tube bloqué a pour des raisons de stabilité sa grille portée à un potentiel bien supérieur au cut off V_{g0} .
- Influence de la durée des impulsions de déclenchement -

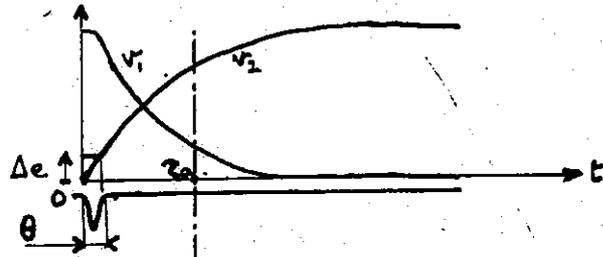
Nous nous placerons dans le cas de la bascule dont le schéma est donné fig.29, où les impulsions de déclenchement sont aiguillées sur la grille du tube conducteur par des portes à diodes. Nous comparerons la durée des impulsions au temps de montée

τ_a des circuits d'anode. Dans tout qui suit, nous supposerons que le tube

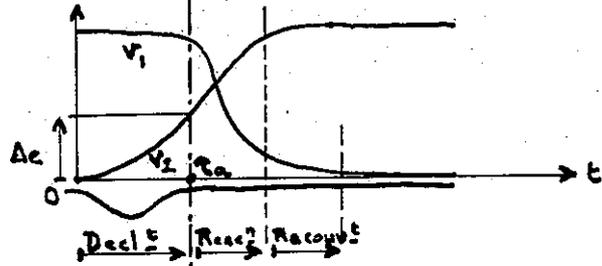




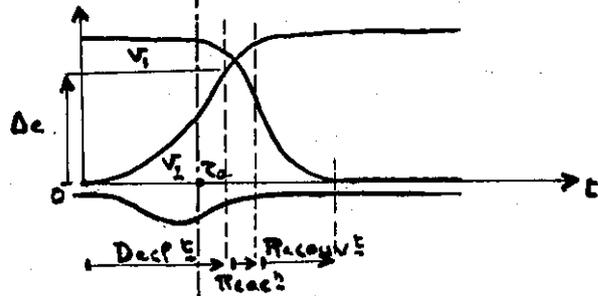
a) $\theta \ll \tau_a$



b) $\theta \approx \tau_a$



c) $\tau_a < \theta < 2\tau_a$



d) $\theta = 2\tau_a$

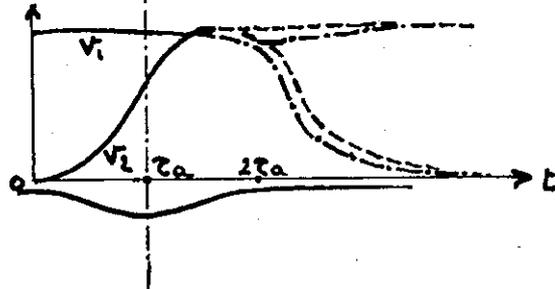


Fig.31 - Déclenchement d'une bascule de Eccles Jordan -

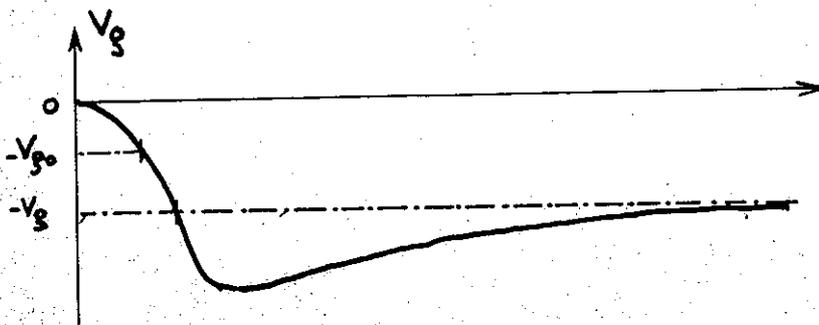


Fig.32 - Formes d'onde de la tension grille -

initialement conducteur est V_1 .

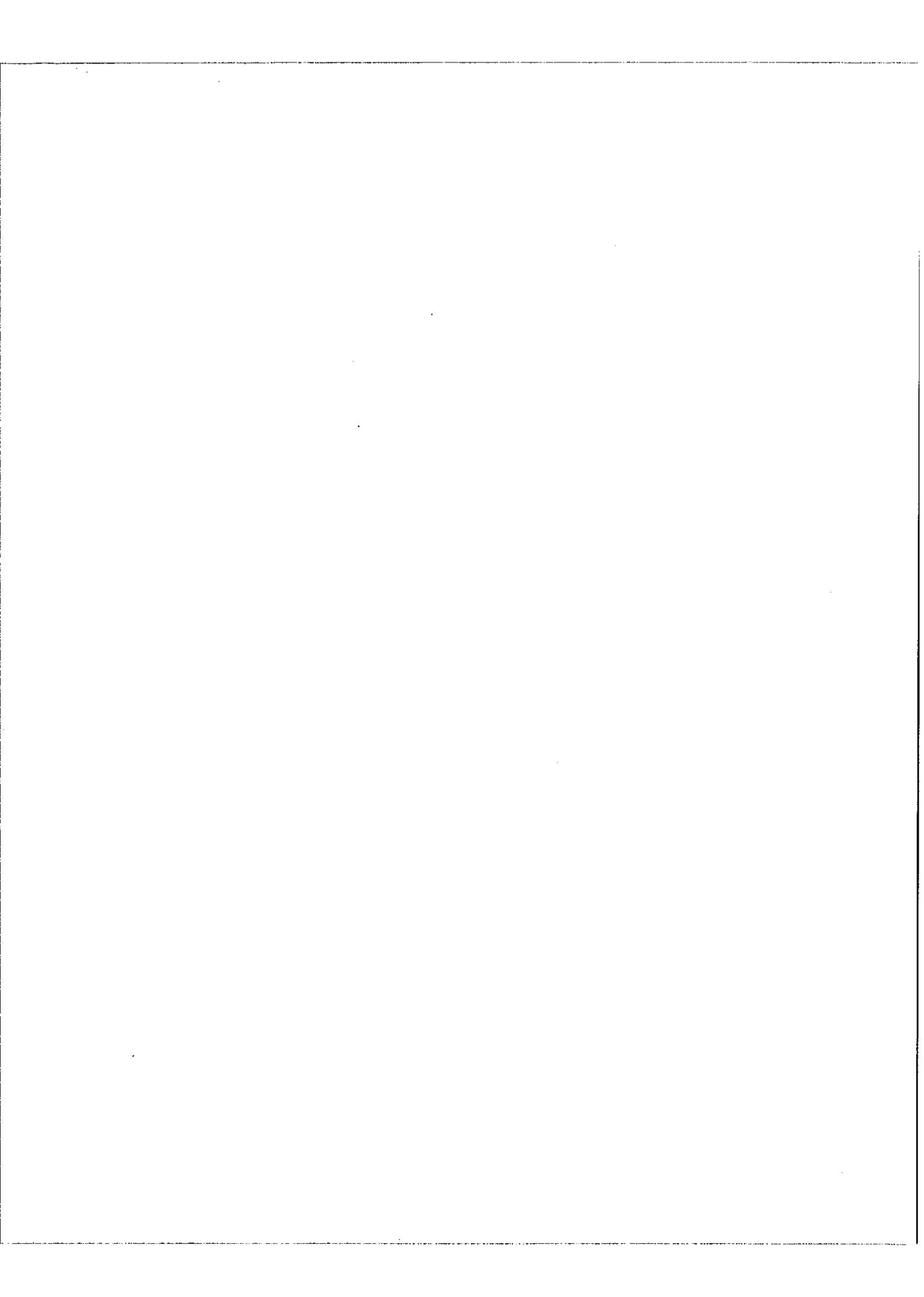
Les différents cas sont représentés fig. 31 a) b) c) d).

- fig. 31 a) - Nous sommes dans les conditions de déclenchement idéal. Après l'impulsion de déclenchement, il y a une phase de réaction avec le Δe sur l'anode du tube initialement bloqué. Le temps nécessaire au changement d'état est celui calculé précédemment.

- fig. 31 b) - L'impulsion de déclenchement apparaît amplifiée et positive sur la grille de V_2 . La diode D_2 , soumise côté anode à l'impulsion positive et côté cathode à l'impulsion négative de déclenchement, devient conductrice. Le potentiel de la grille de V_2 reste quasi stationnaire pendant toute la durée de l'impulsion. V_2 reste donc pratiquement bloqué. Après l'impulsion de déclenchement, il y a une phase de réaction avec le Δe sur l'anode de V_1 . Cette phase prend fin avant que V_2 ait atteint son état stable. La commutation se termine alors pour lui avec une constante de temps égale à celle du circuit d'anode. Cette dernière phase est appelée phase de recouvrement.

- fig. 31 c) - C'est dans ces conditions que la bascule travaille le plus souvent. La phase de réaction est alors très réduite et la durée de commutation ne dépend pratiquement que de la constante de temps des circuits d'anode. Elle est sensiblement égale à $2\tau_a$.

- fig. 31 d) - Au temps $t = \theta$, les deux tubes sont simultanément bloqués. Le sens du basculement est alors indéterminé. Ou bien il y a changement d'état ou bien les deux tubes reviennent à l'état initial. Les trajectoires possibles sont représentées en pointillé sur la figure.



$|V_g| > |V_{go}|$ (fig.32) : Le pont diviseur n'est exactement compensé qu'entre 0 et $-V_{go}$. Au delà le tube est bloqué. Sa capacité d'entrée décroît brusquement car il n'y a plus d'effet Miller. La tension grille présente donc un overshoot. Elle tend ensuite vers $-V_g$ avec une constante de temps déterminée par les résistances du pont diviseur et les capacités C_{ga} , C_{gk} , C_{ak} . Cette constante de temps peut être élevée mais elle ne perturbe pas le fonctionnement en régime d'impulsions récurrentes. Elle produit simplement une variation du niveau moyen des grilles et de la cathode.

Par contre, si nous attaquons la bascule par des trains d'impulsions, à la fin de chaque train d'impulsions le niveau moyen des grilles subit une transition. Au cours de cette transition les deux tubes peuvent être simultanément conducteurs et on assiste à une suite de basculements désordonnés pendant une durée sensiblement égale à la constante de temps définie précédemment. La bascule répond alors d'une manière incohérente aux impulsions appliquées à l'entrée. Pour réduire ce temps mort il faut diminuer les constantes de temps de grille et de cathode ; ce qui revient à réduire la valeur des résistances du pont diviseur et à utiliser une capacité de découplage de cathode juste suffisante pour que le découplage soit effectif.

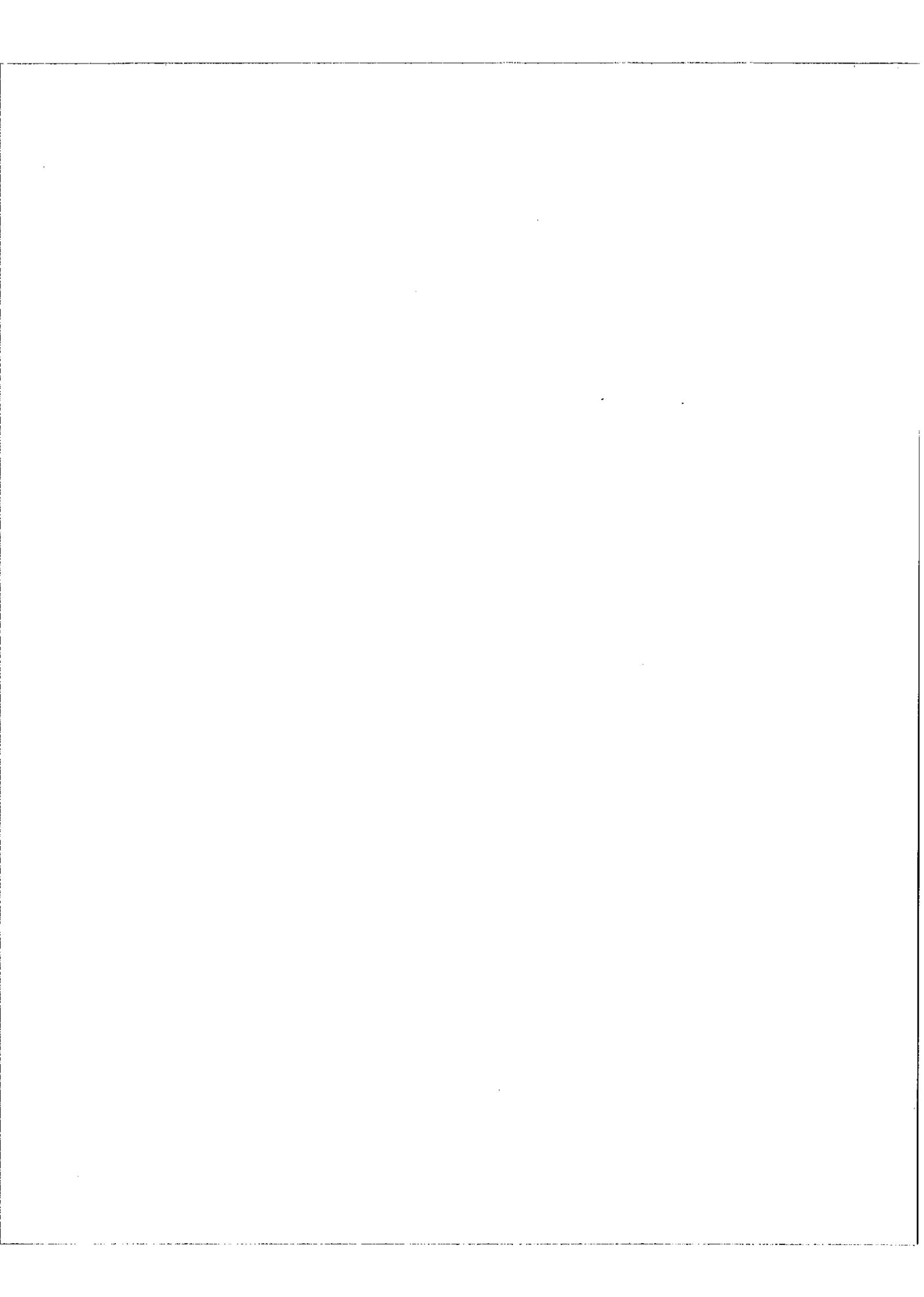
Nous pouvons donner un ordre de grandeur de ce temps mort T_m dans le cas de la bascule construite. On a :

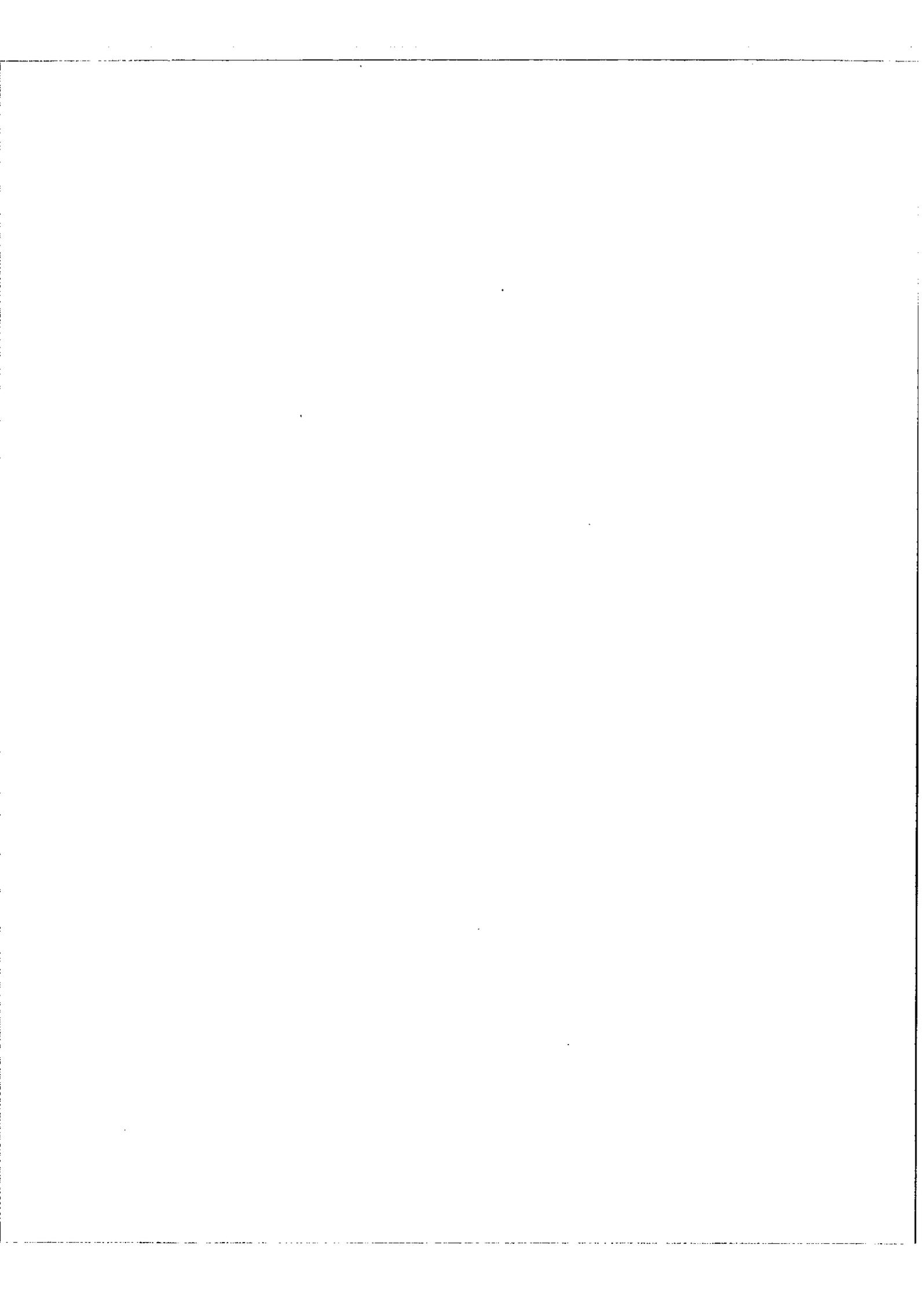
$$C_{ak} = 15 \text{ pF} \quad C_{gk} + C_{ga} = 5 \text{ pF} \quad R_1 = R_2 = 20 \text{ K}$$
$$T_m = \frac{R_1}{2} (C_{ak} + C_{gk} + C_{ga}) = 200 \text{ ns}$$

En résumé, pour faire une bascule rapide, nous devons satisfaire les conditions suivantes :

- pour le tube : capacité interélectrodes faibles - forte pente
- pour le circuit : charges faibles
- correction vidéo des circuits d'anode

.../...





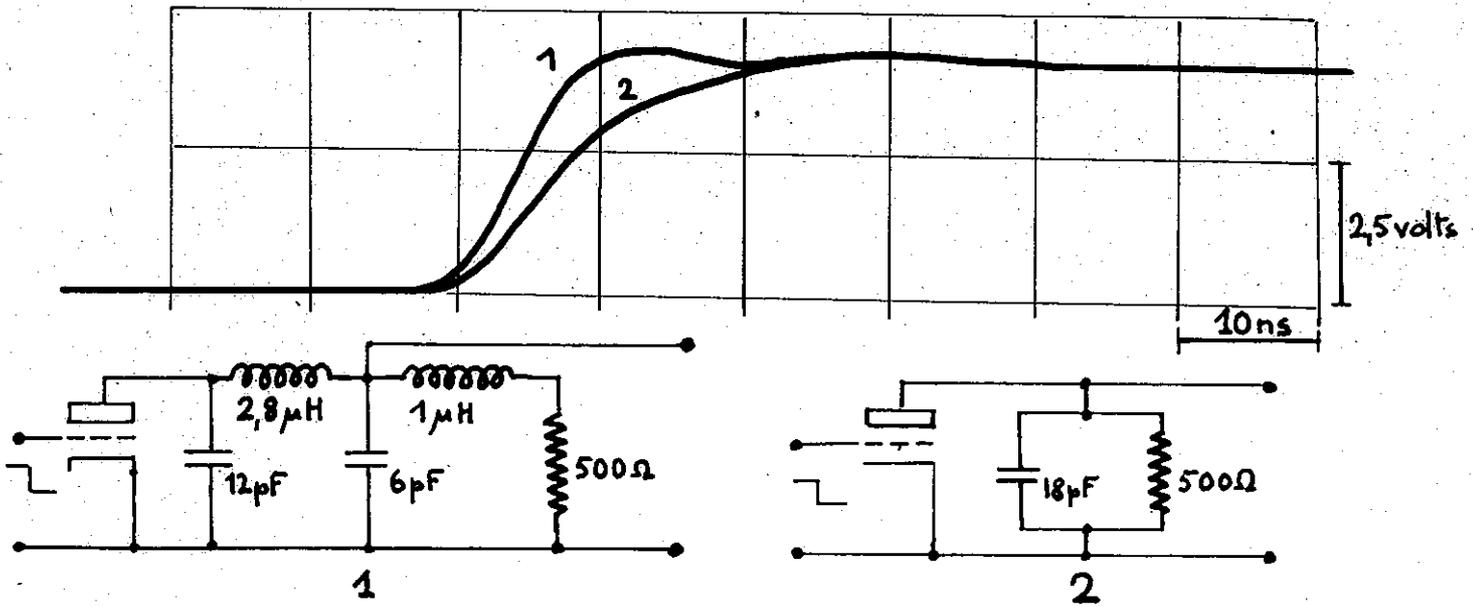


Fig.34 - Réponse du circuit anodique à un échelon unité -

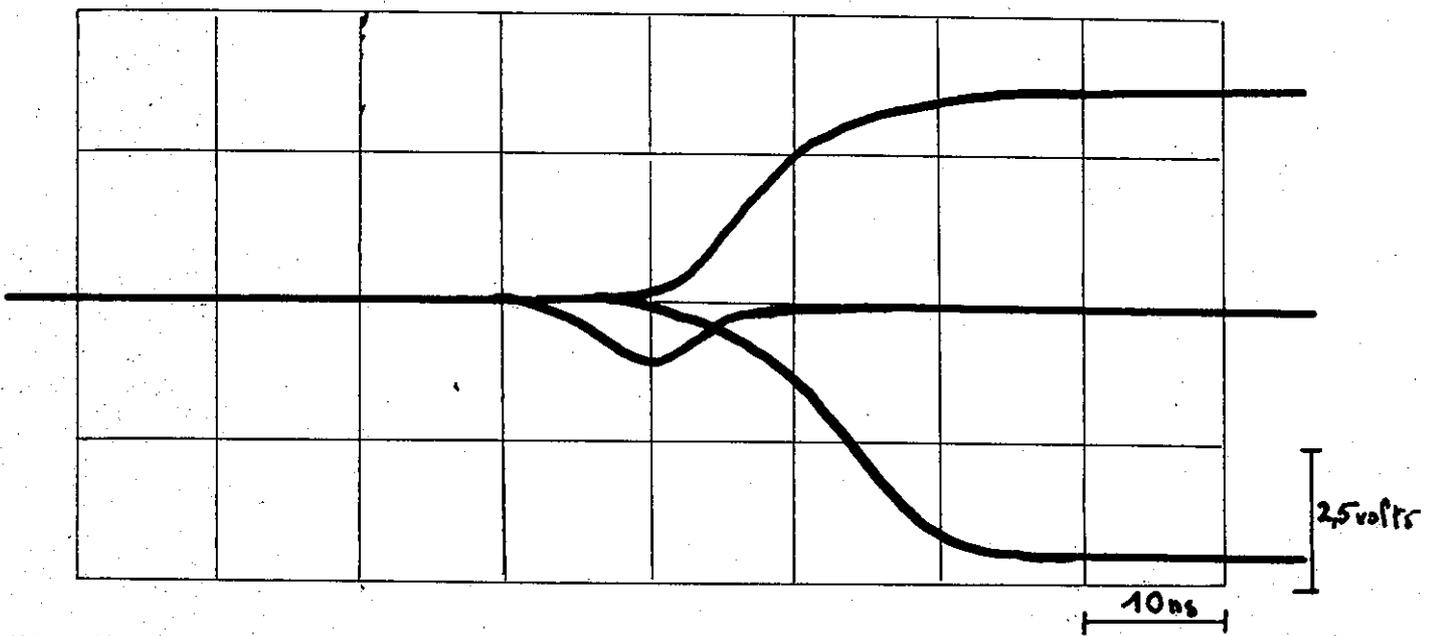


Fig.35 - Réponse de la bascule à une impulsion brève
(oscilloscope Tektronix - bande passante 70 Mhz)

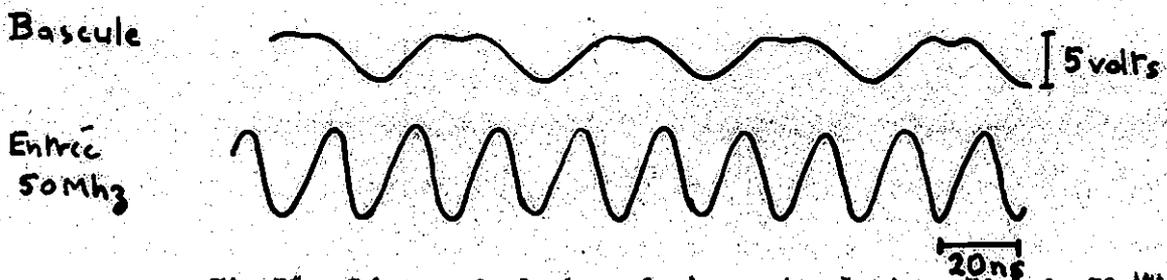


Fig.36 - Réponse de la bascule à un signal sinusoïdal de 50 Mhz
(oscilloscope Edgerton - bande passante 1000 Mhz)

- pont diviseur compensé
- résistance des ponts diviseurs faibles
- pour les impulsions d'attaque : durée inférieure à deux fois le temps de montée des circuits d'anode.

VI.4 - Bascule rapide et circuits annexes

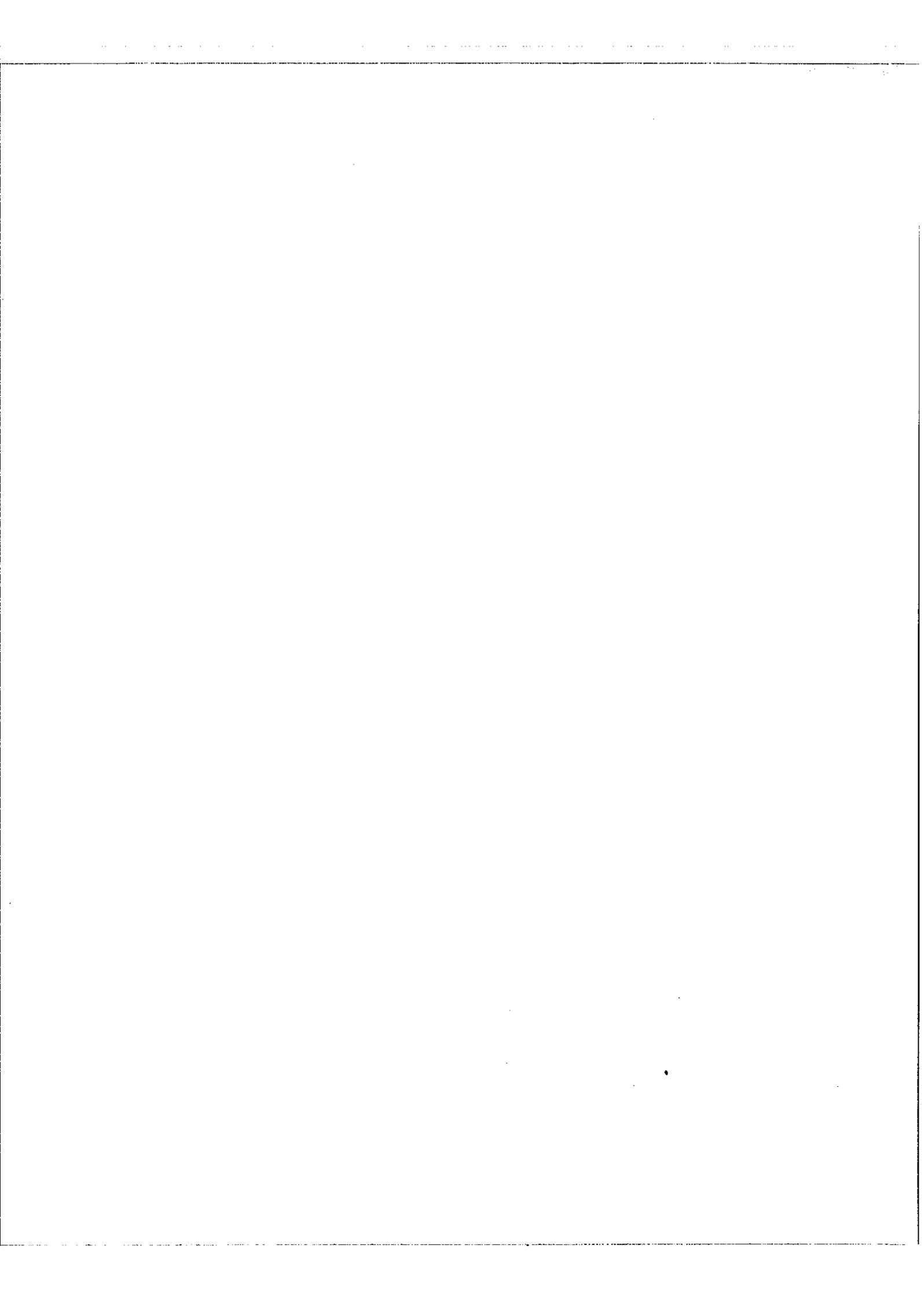
Nous avons construit les bascules B suivant les directives précédentes. Le schéma de la bascule et de ses circuits annexes de différentiation et porte est donné fig.33.

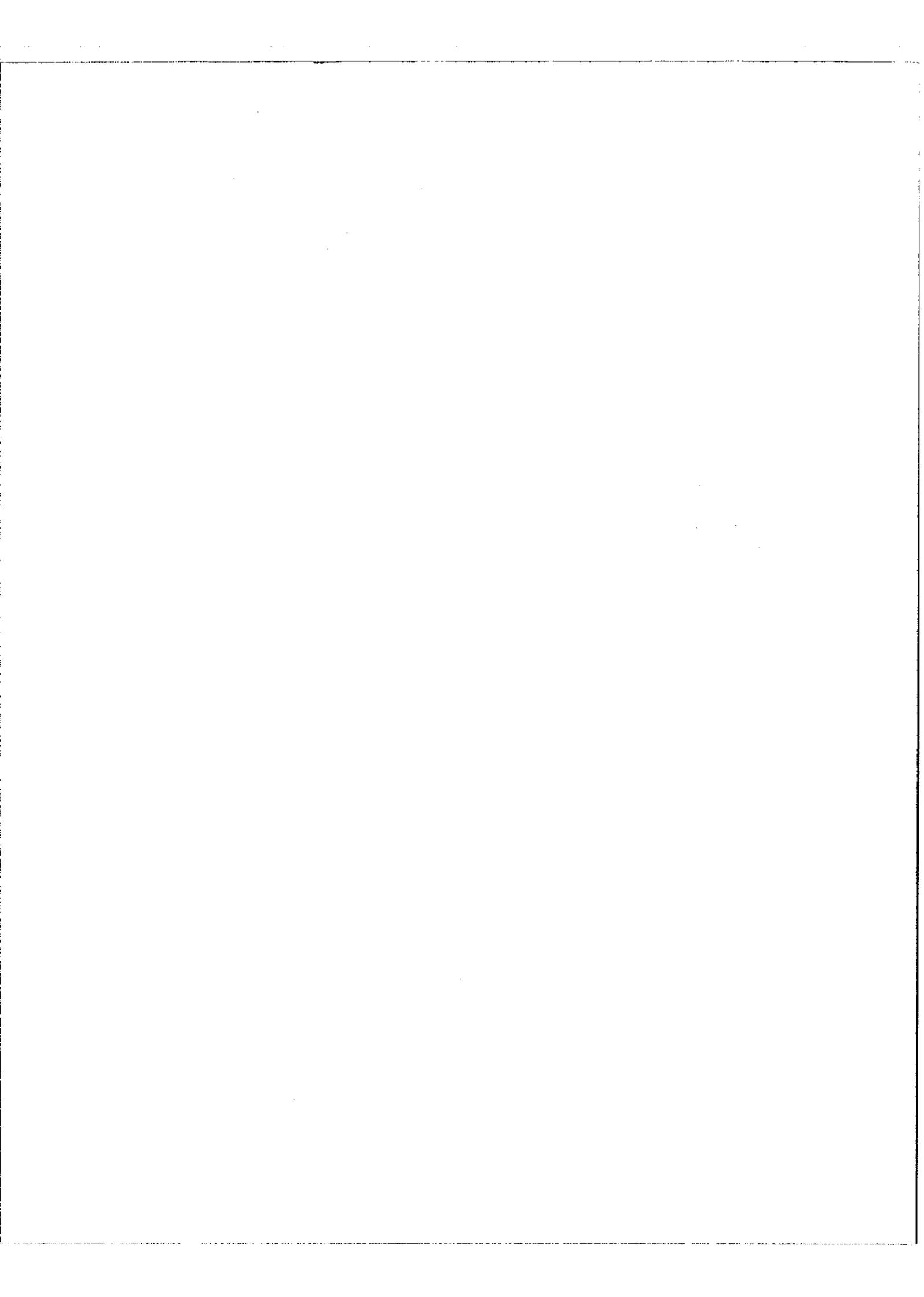
VI, 4.1 - La bascule rapide

a) Conditions statiques de fonctionnement - Avec une tension d'alimentation de 70 v. et $\beta = 0,5$, la tension anodique des triodes est de 35 volts. Le cut off est à - 1,4 volt et le courant débité avec grille sur potentiel de la cathode est de 8,5mA, ce qui donne entre les deux états, des variations de tension de 4,35 volts.

Pour un fonctionnement sûr, il faut que les deux états de la bascule soient parfaitement définis, c'est-à-dire qu'il y ait toujours un tube conducteur et un tube bloqué dans les limites de dispersion des résistances et du tube. Nous nous sommes affranchis de la dispersion des résistances par l'emploi de résistances à couche de précision 1 %. En ce qui concerne le tube E 88 CC nous pouvons dire que, grâce à la contre réaction introduite par la résistance de cathode de 4 K Ω qui a un effet stabilisateur sur le point de fonctionnement, la grille du tube bloqué se trouve toujours au moins à 0,55 volt au-dessous du cut off.

b) Circuits anodiques - Pour augmenter la bande passante des circuits anodiques, nous avons introduit la capacité d'anode de la bascule et la capacité d'entrée du tube de différentiation dans la structure d'un filtre passe bas en π , terminé par une cellule d'adaptation. L'impédance de ce filtre est de 500 Ω . L'oscillogramme de la figure 34 donne la réponse du circuit RC sans correction et du même circuit avec correction par filtre. Le temps de montée du circuit RC est de 20 ns et celui du filtre de 8 ns soit un gain de 2,5.





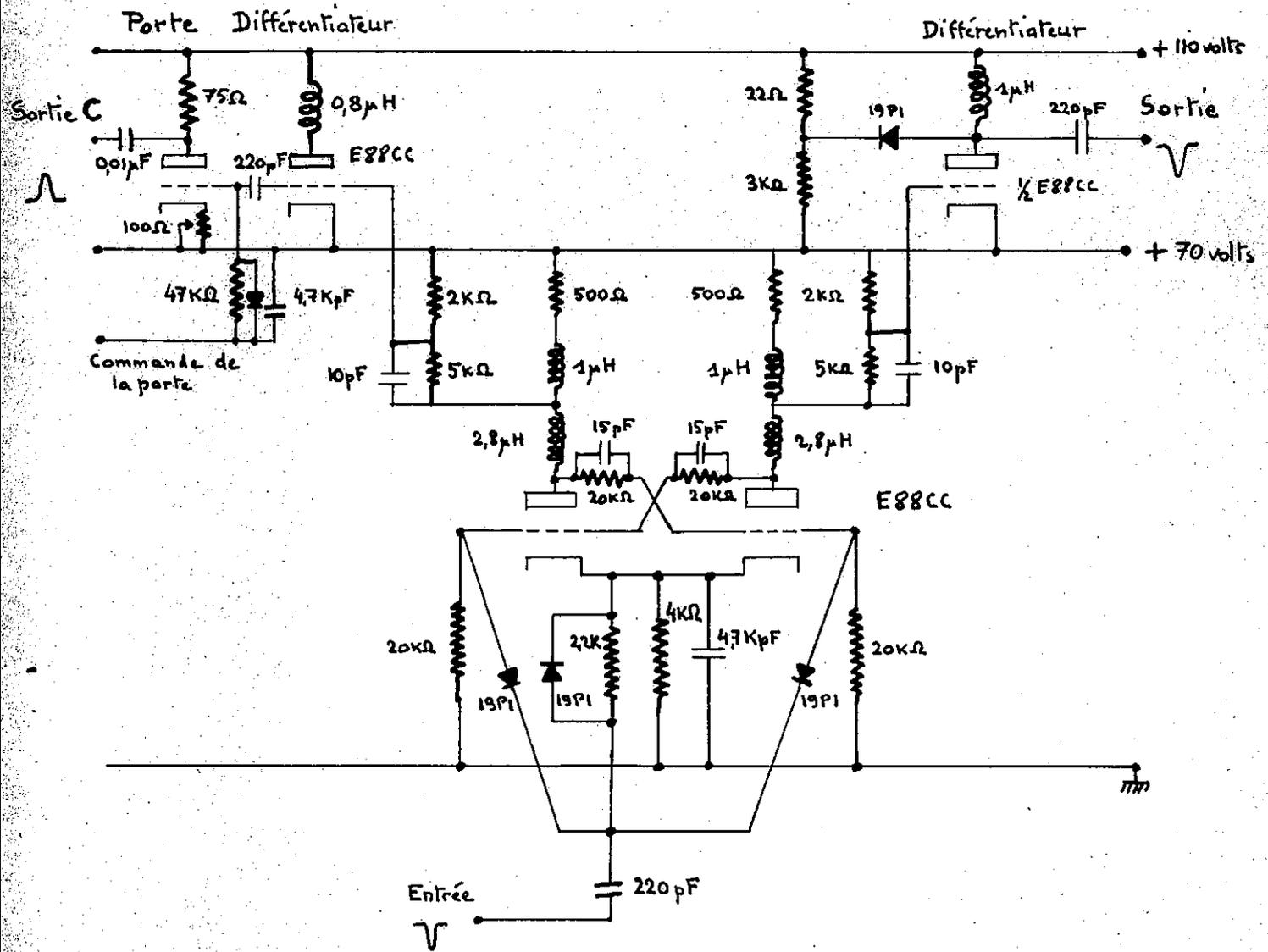


Fig.33 - Schéma de la bascule et de ses circuits de différenciation -

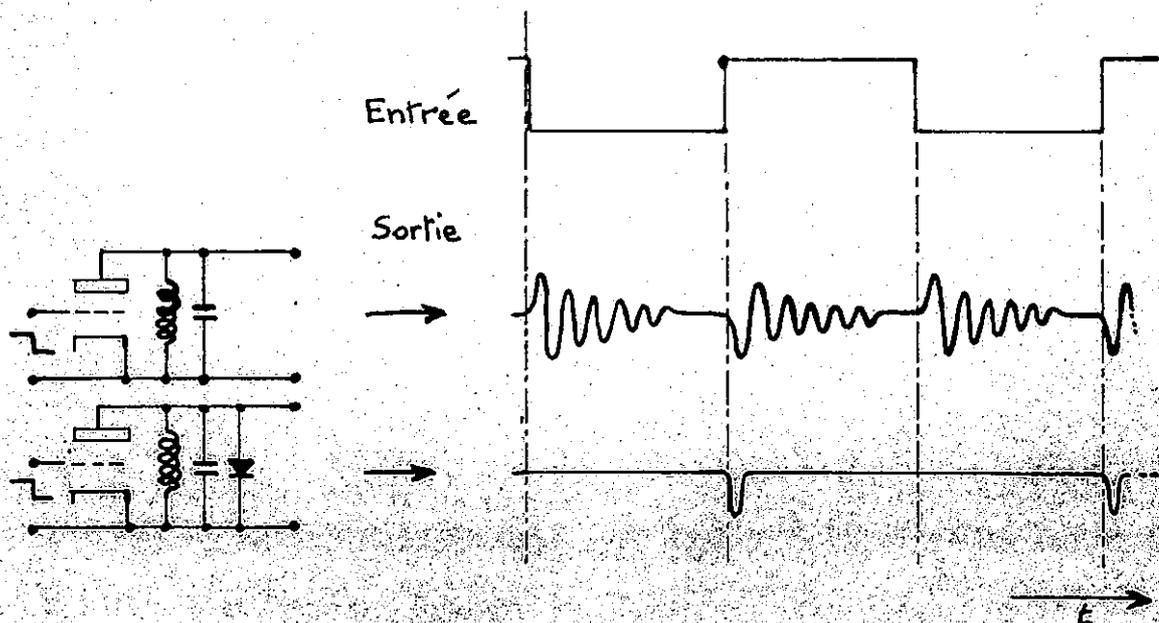


Fig.37 - Circuit différenciateur -

c) Diodes d'aiguillage - L'aiguillage des impulsions négatives d'entrée sur la grille du tube conducteur est fait par des portes à diodes. Les qualités demandées à ces diodes sont :

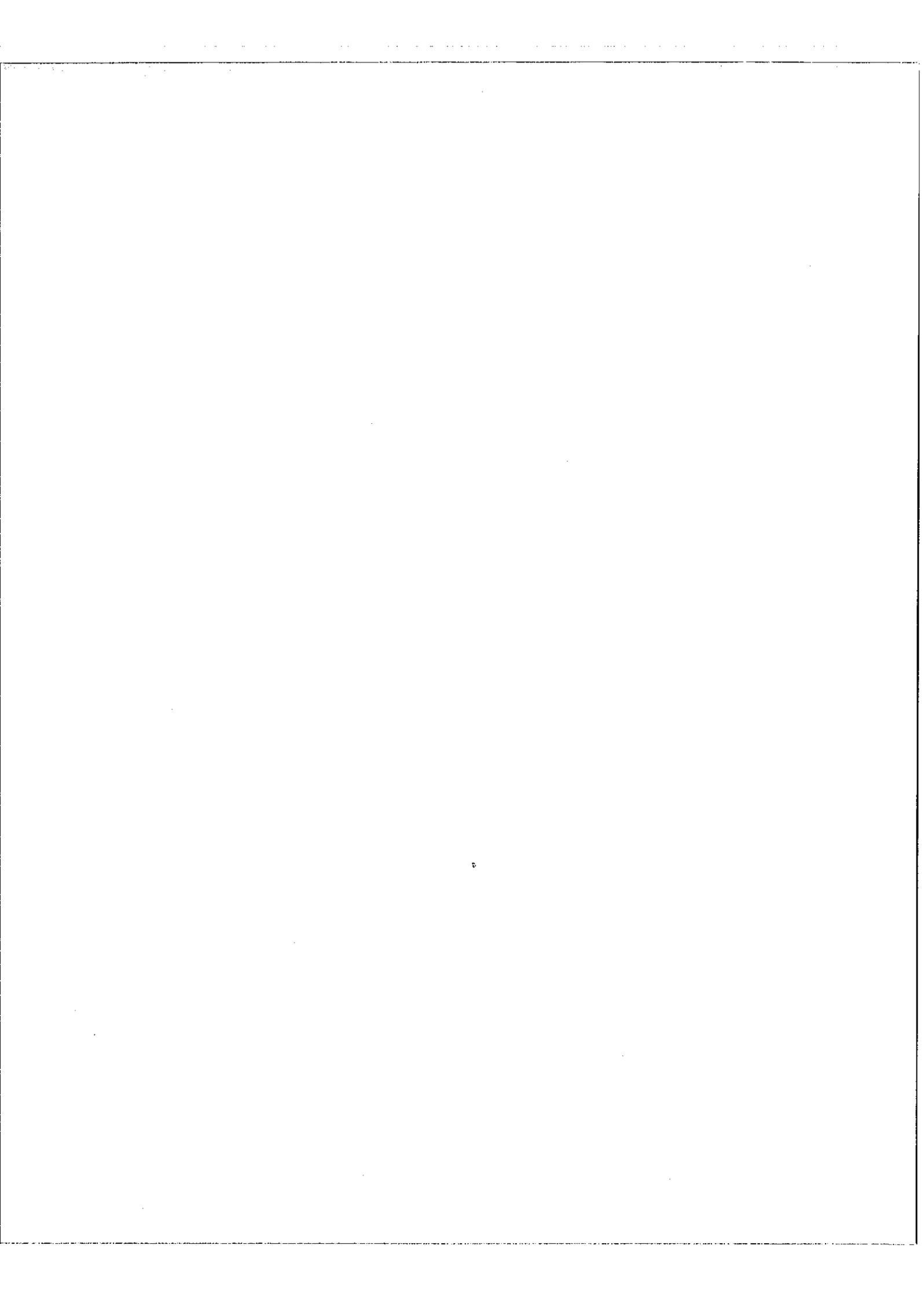
- résistance directe faible pour ne pas atténuer les impulsions d'attaque.
- capacité grille-cathode faible pour ne pas introduire de couplage entre grilles pendant la commutation.
- temps de recouvrement faible.

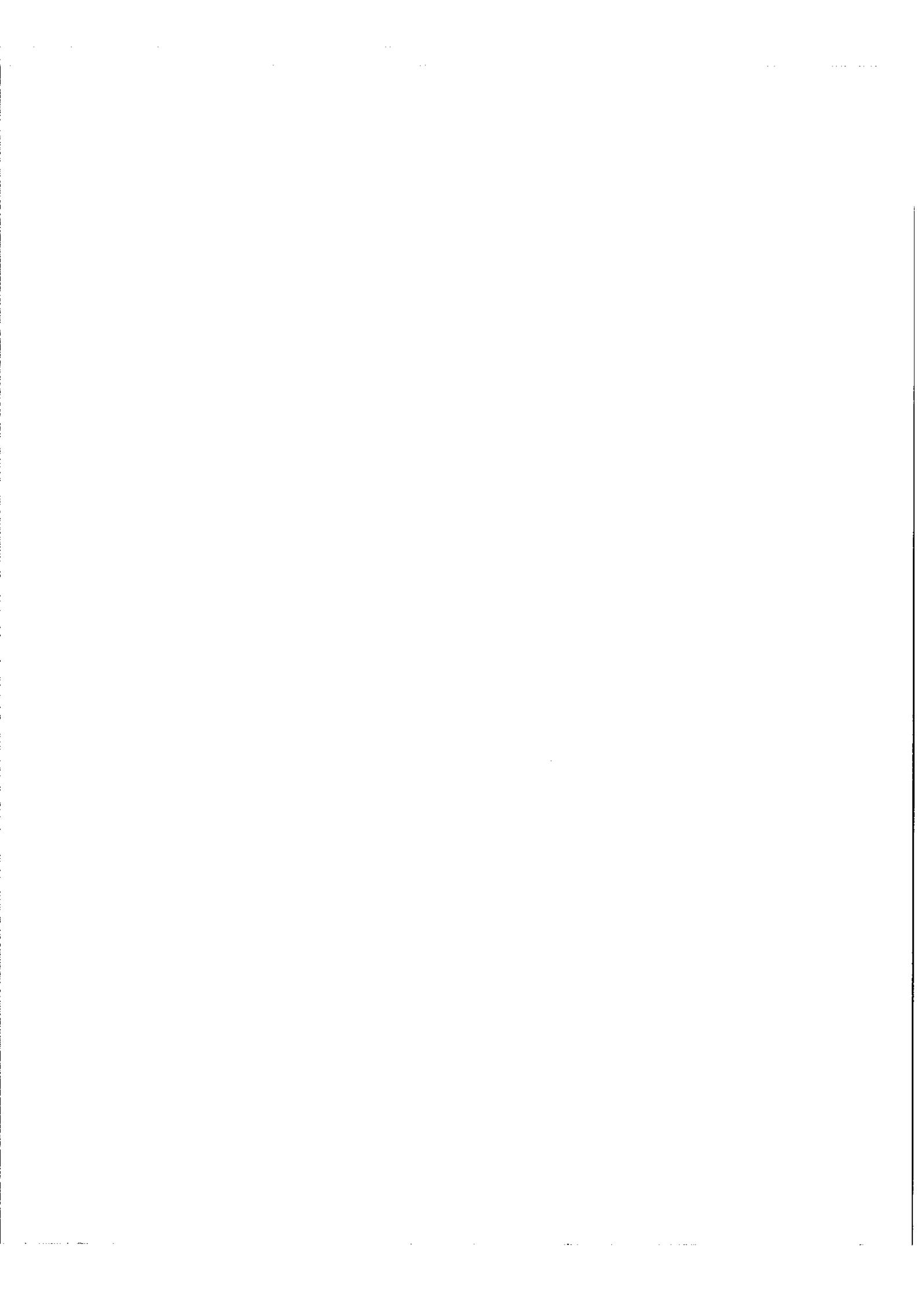
Toutes ces qualités sont requises pour les diodes de détection vidéo (à défaut de diodes de commutation rapide qui étaient rares à l'époque où nous avons réalisé le circuit). Nous avons utilisé une diode THOMSON 19 P 1 qui a un courant de 100 mA à + 1 volt et qui est utilisée en détection jusqu'à 100 Mhz.

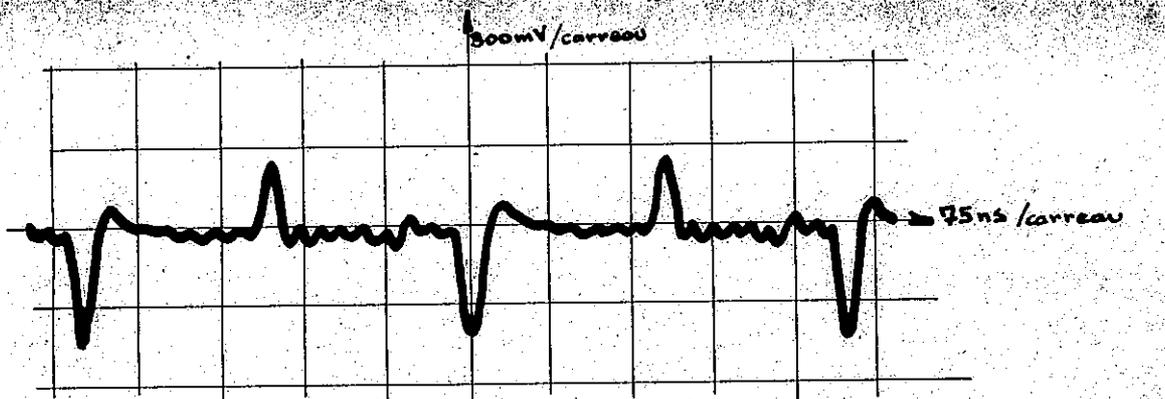
d) Vitesse de commutation de la bascule - L'oscillogramme de la figure 35 donne la réponse de la bascule à une impulsion de 8 ns et d'amplitude 1,8 volt. Le temps de montée et le temps de descente sont respectivement de 12 ns et 15 ns. La commutation est terminée en 20 ns, ce qui permet une réponse à des impulsions récurrentes jusqu'à 50 Mhz. Le retard du front de montée par rapport à l'impulsion d'attaque est de 7 ns, celui du front de descente est de 13 ns. L'oscillogramme de la figure 36 donne la réponse de la bascule à un signal sinusoïdal de 50 Mhz. La forme d'onde indique que l'on est près de la limite de résolution.

VI.4.2 - Circuit de différentiation et d'écrêtage

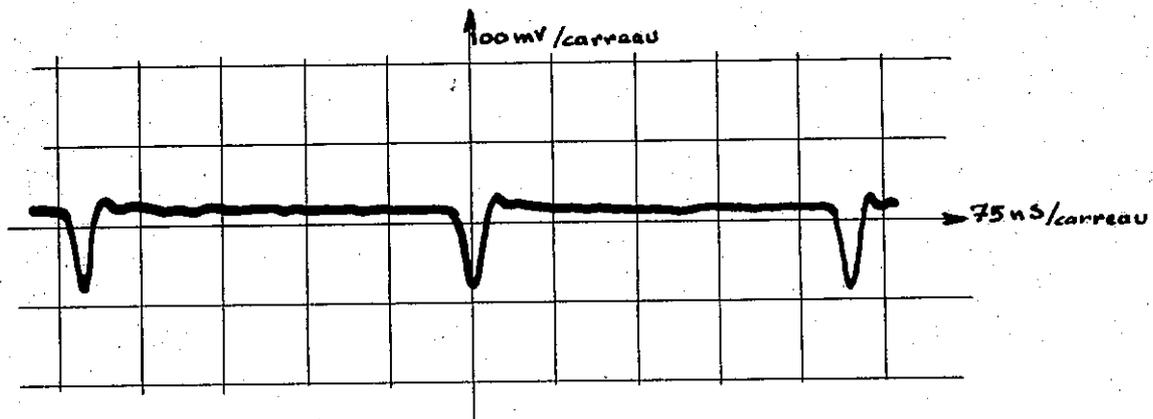
La fonction de différentiation et d'écrêtage est obtenue à l'aide d'un circuit oscillant shunté par une diode. Le circuit oscillant est placé dans le circuit anodique d'un tube qui reçoit sur sa grille le signal carré de la bascule, (fig.33). Les opérations sont illustrées par la figure 37 qui donne successivement la réponse du circuit oscillant sans diode et avec diode. La diode a pour action d'amortir très fortement le circuit pour les alternances positives, de sorte que dès la première alternance positive, toute l'énergie du circuit oscillant est dissipée dans la diode.







a) Entrée



b) Sortie

Fig:38 Signaux d'entrée et de sortie du mélangeur

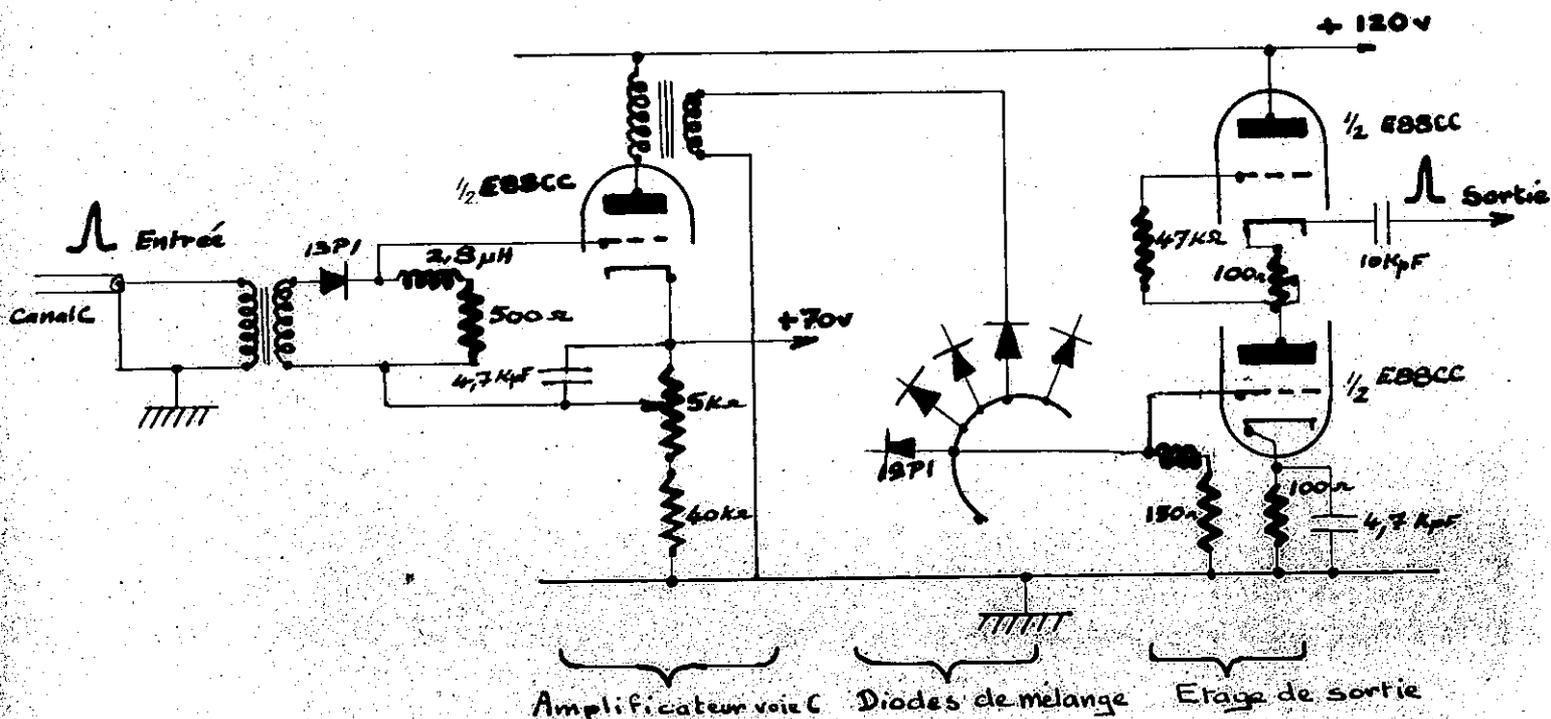


Fig:39 Schéma du mélangeur (une seule voie est représentée)

Le résultat est que l'on obtient en sortie une impulsion négative correspondant à chaque front positif de la bascule. La durée de l'impulsion est sensiblement égale à une demi-période du circuit oscillant, soit dans le cas de notre circuit 15 ns ; l'amplitude est de 2 volts.

VI, 4.3 - Circuit porte

La fonction porte est obtenue en bloquant à l'aide d'une tension de commande (venant du registre des bascules b) une triode qui reçoit sur sa grille les impulsions du tube de différentiation. La triode est chargée par une résistance de 75Ω , impédance caractéristique du câble coaxial de retard. Un potentiomètre de 100Ω dans la cathode permet de régler l'amplitude de l'impulsion de sortie qui est au maximum de 350 mV. La tension de commande est de 70 volts porte ouverte et de 65 volts porte fermée.

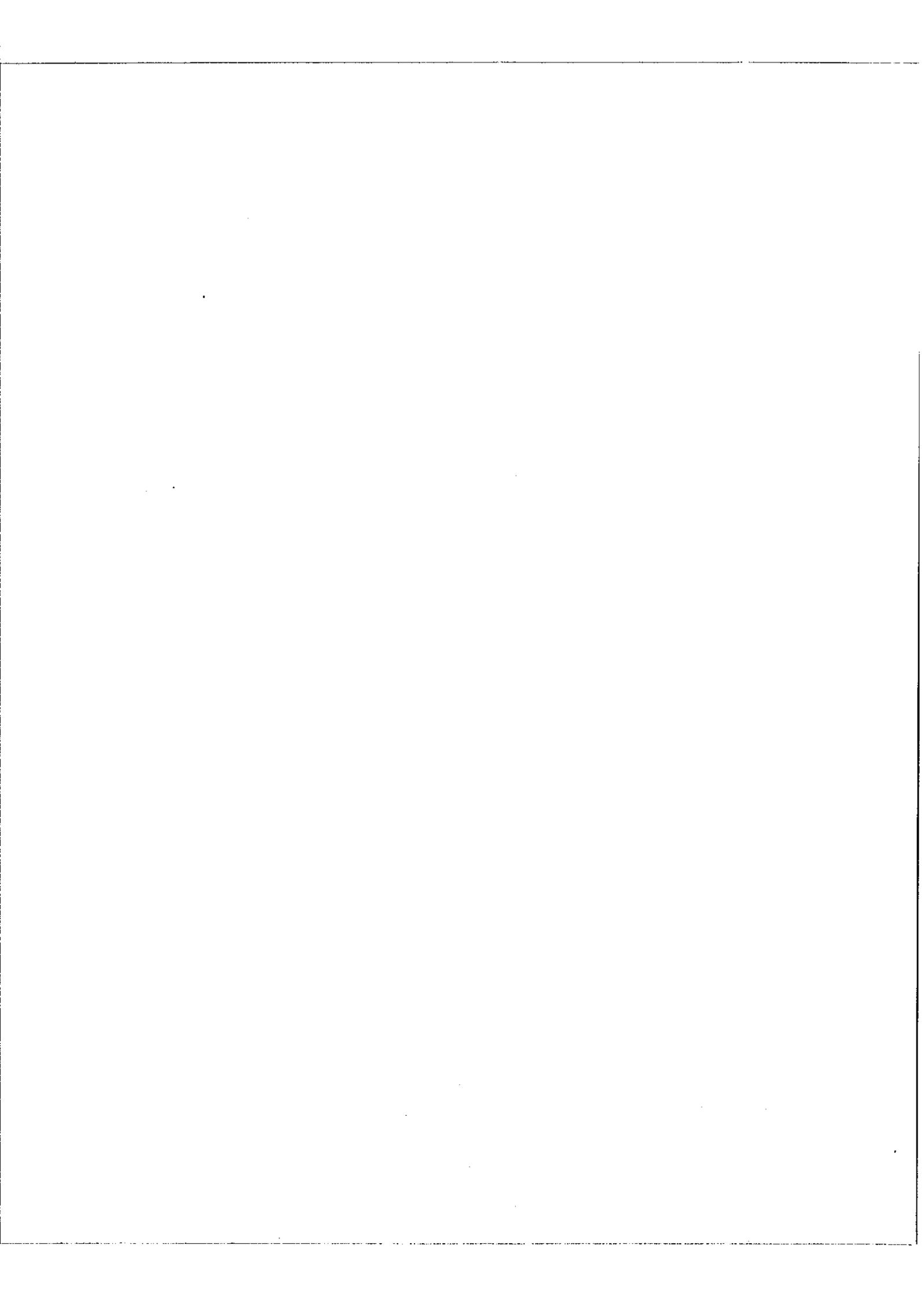
VI,5 - Compensation des retards

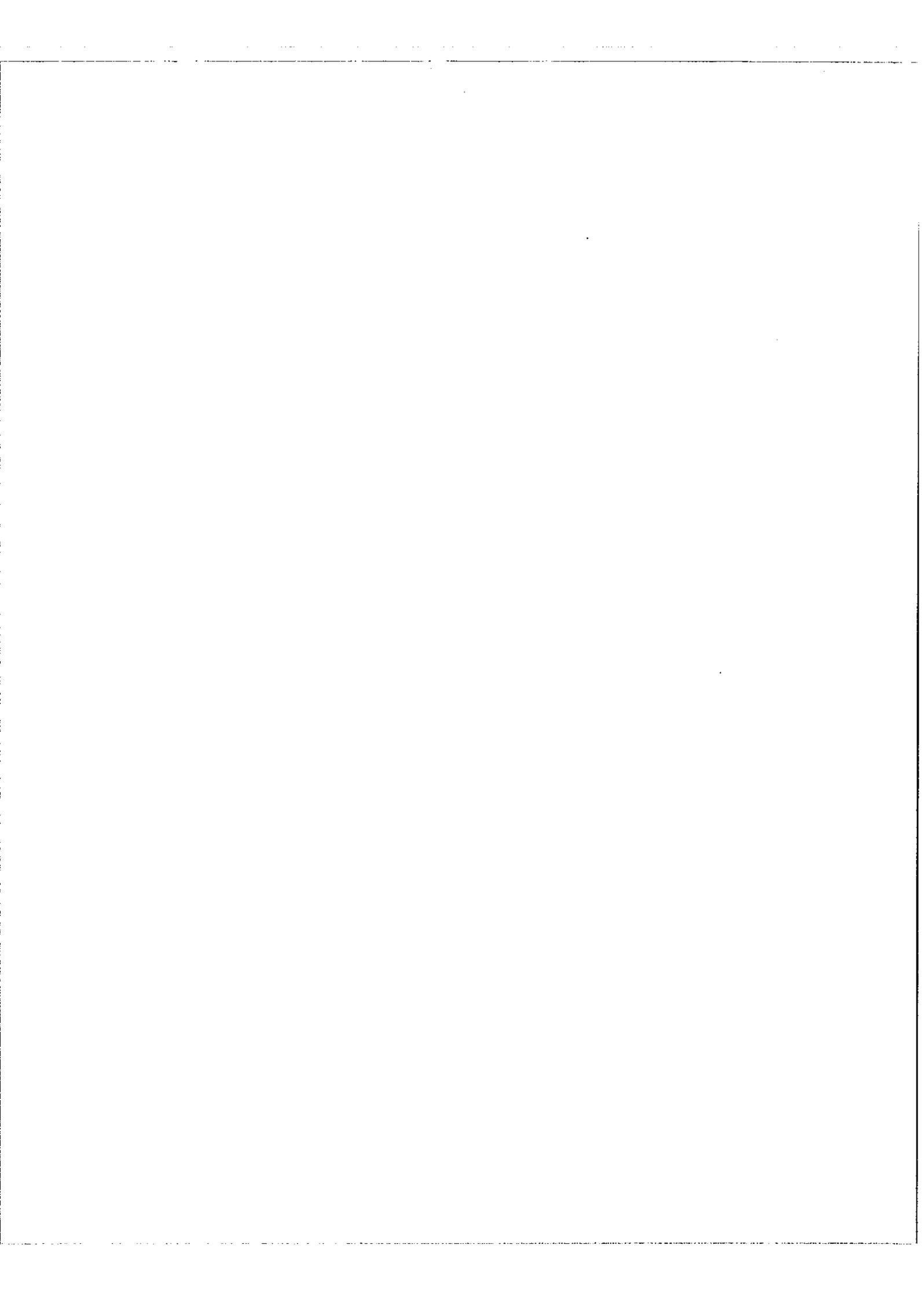
Le retard moyen entre une impulsion à la sortie de la porte et son homologue à l'entrée de la bascule est de 17 ns. Les impulsions ayant une durée de 15 ns, il est nécessaire d'utiliser une ligne à retard à large bande passante (65 Mhz). Les câbles coaxiaux à retard à conducteur central en hélice n'ont pas une bande passante suffisante. Nous avons dû utiliser du câble coaxial 75Ω qui a un retard de 4,96 ns/m mais qui, par contre, transmet sans déformation et avec une atténuation très faible les impulsions de quelques ns. L'affaiblissement n'est que de 3,7 dB pour 100 m avec des impulsions de 5 ns.

Avec ce câble une unité de retard nécessite $\frac{17}{4,96} = 3,4$ m. Nous avons besoin pour les 20 lignes de $(1 + 2 + 3 + \dots + 18 + 15 + 20) = 210$ unités, soit environ 700 m de câble. L'ensemble tient dans un volume de 50 x 50 x 25 cm et pèse 40 kg.

VI, 6 - Mélangeur

Il est composé de 20 voies identiques convergeant en un point par l'intermédiaire de diodes d'isolement qui ont aussi pour fonction de supprimer les impulsions



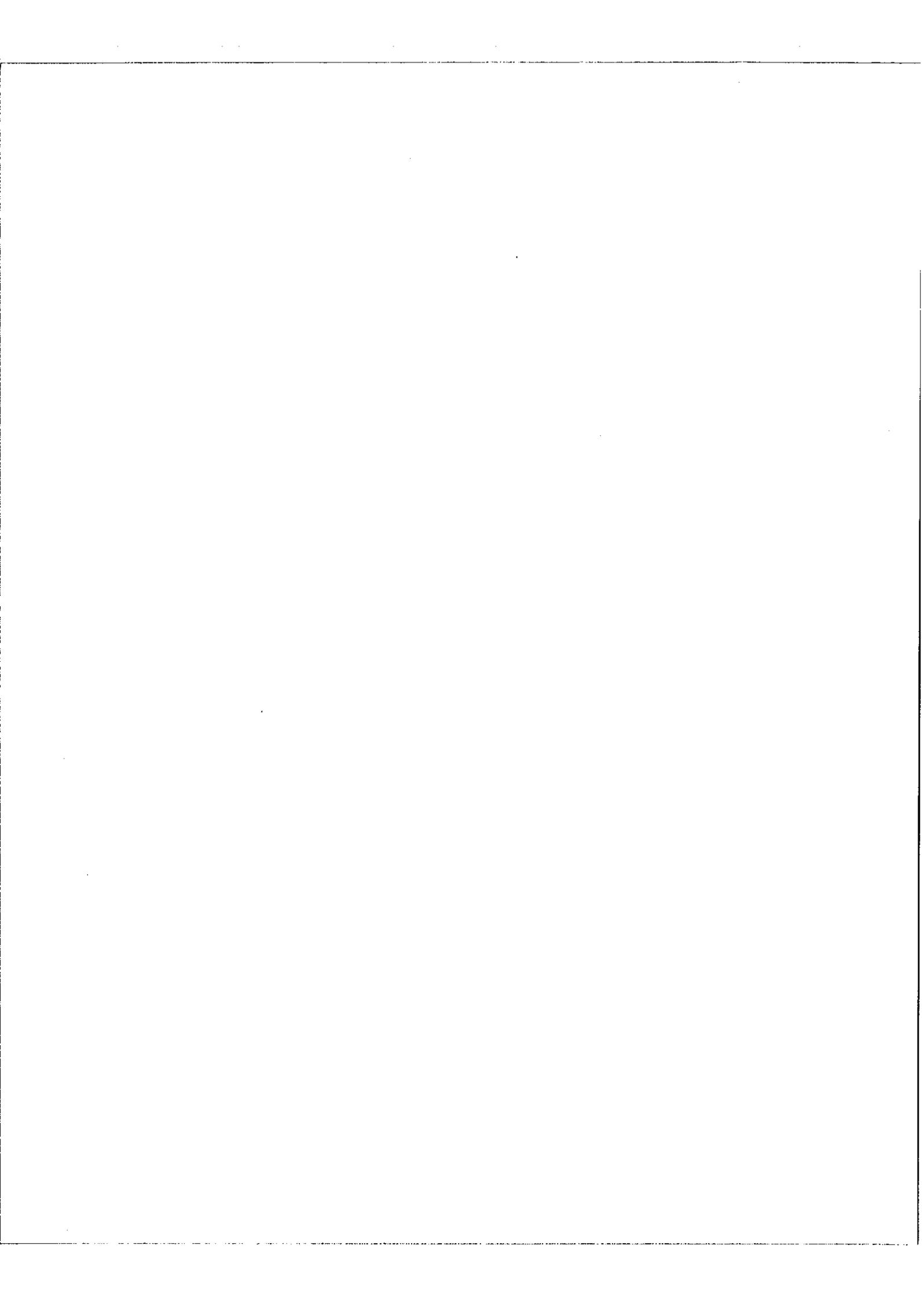


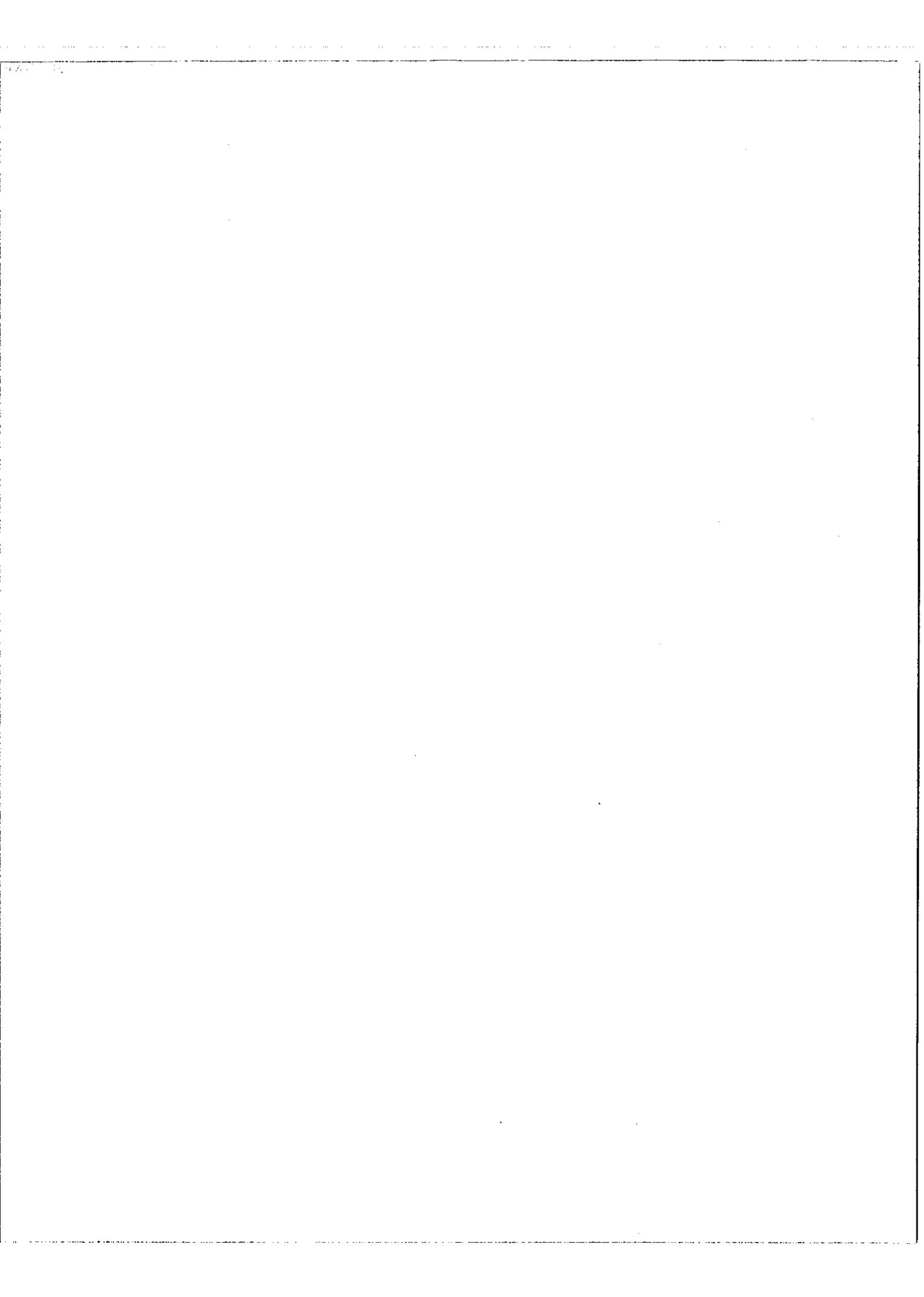
indésirables. Comme nous pouvons le voir sur l'oscillogramme de la figure 38 a), il y a dans les canaux C des impulsions négatives utiles de 250 mV et des impulsions positives parasites de 180 mV qui correspondent aux fronts négatifs de la bascule. Les impulsions parasites doivent être fortement atténuées avant le mélange car elles peuvent coïncider avec des impulsions utiles et diminuer leur amplitude. Pour certaines combinaisons de canaux, il peut même arriver qu'elles annulent une impulsion utile. L'amplitude sur laquelle doit porter cet écrêtage est très faible et pour que les diodes d'écrêtage soient efficaces, les impulsions doivent au préalable être amplifiées.

Le schéma du circuit est donné fig.39. Les impulsions sont appliquées à l'entrée d'un transformateur à tore de ferrite de rapport 2,5 fermé sur une résistance de 500Ω , qui réalise l'adaptation avec le câble coaxial. Le tube amplificateur est une E 88 CC chargée par un transformateur de rapport 1. Le secondaire est fermé sur une diode qui attaque le point de mélange commun à toutes les voies. En ce point, la capacité totale est de l'ordre de 50 pF. Pour ne pas trop élargir les impulsions de 15 ns, il est nécessaire de limiter la valeur de la résistance de charge à 150Ω et d'utiliser un self de correction. On a ainsi un circuit dont le temps de montée est de 10 ns. L'étage de sortie formé de deux triodes dans un montage série a une impédance de sortie d'environ 75Ω et un gain de 1,5. L'oscillogramme de la figure 38 b donne la forme des impulsions de sortie. Le mélangeur a un gain global inférieur à l'unité, mais il élimine les impulsions indésirables.

VI,7 - Amplificateur écrêteur (fig.40 et 41)

Les impulsions d'attaque des bascules doivent avoir une amplitude calibrée à 2 volts. Or, les impulsions délivrées par le mélangeur n'ont que 100 mV et présentent d'un canal à l'autre, des variations d'amplitude assez importantes (fig.40). Il est donc nécessaire, non seulement d'amplifier mais encore d'écrêter les impulsions du mélangeur. C'est le rôle de l'amplificateur-écrêteur dont le schéma est donné fig.41. Les cinq premiers étages ont un gain total de 40 et une bande passante





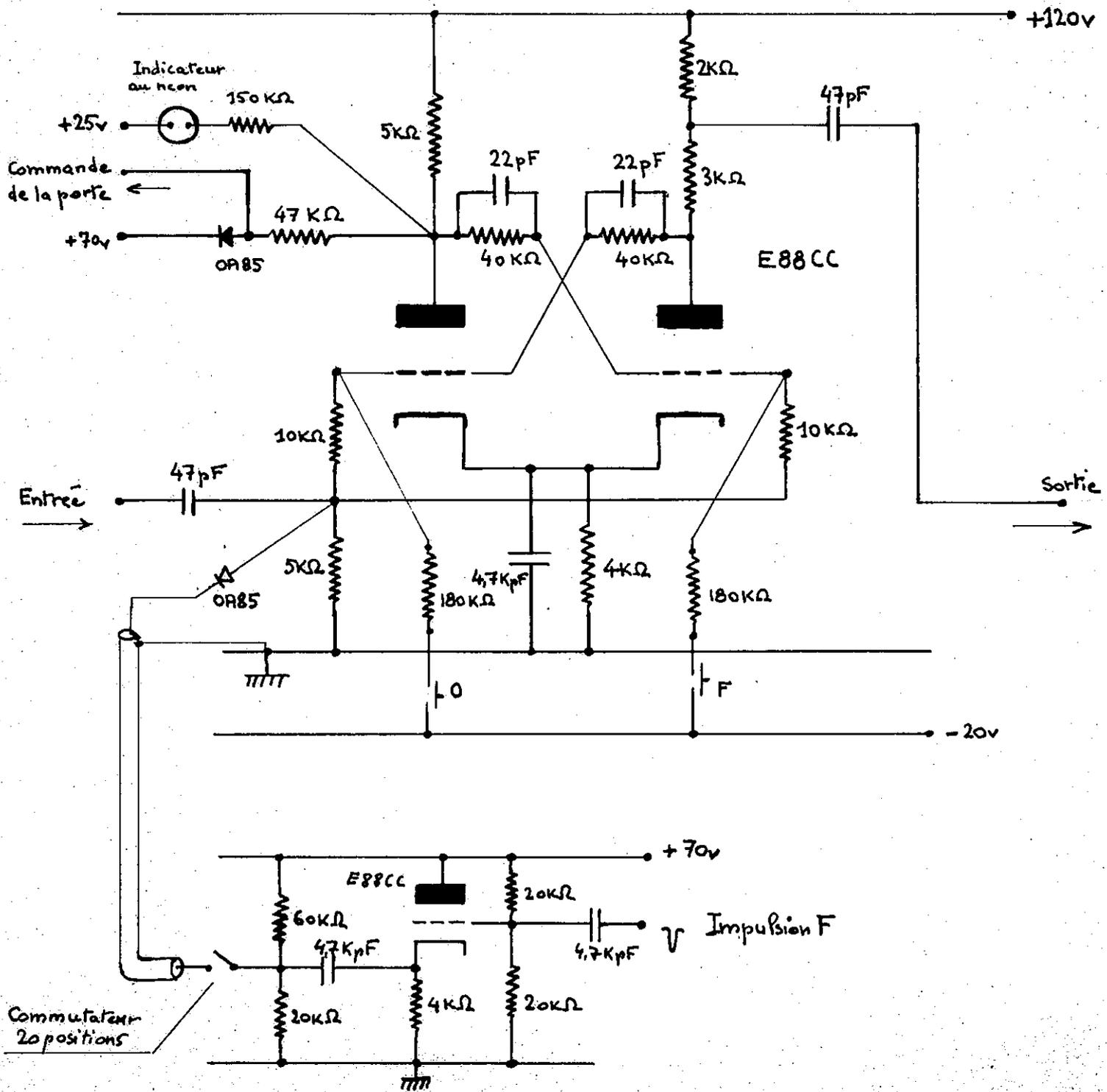


Fig. 42 - Bascule b -

de 30 Mhz à 3 dB. A la sortie de cet étage, nous trouvons un circuit émetteur à deux diodes polarisées respectivement à + 1 volt et + 3 volts, qui calibre en amplitude les impulsions à la sortie de l'amplificateur. Les impulsions de 2 volts ainsi obtenues sont ensuite inversées et un étage émetteur follower les transmet sous basse impédance à la bascule $D_1(W)$

VI,8 - Bascules D

Les deux premières qui, lorsque le rapport de démultiplication est voisin de 1, peuvent travailler à des fréquences élevées sont des bascules rapides identiques à celles du type B. Les autres bascules D sont d'un modèle simplifié. On y a supprimé les filtres de correction, ce qui fait passer leur temps de commutation de 20 ns à 45 ns. Toutes les bascules D peuvent être remises à zéro en appliquant sur la grille d'une triode de chaque bascule une impulsion positive d'amplitude de 40 volts.

VI,9 - Registre des bascules b (fig.42)

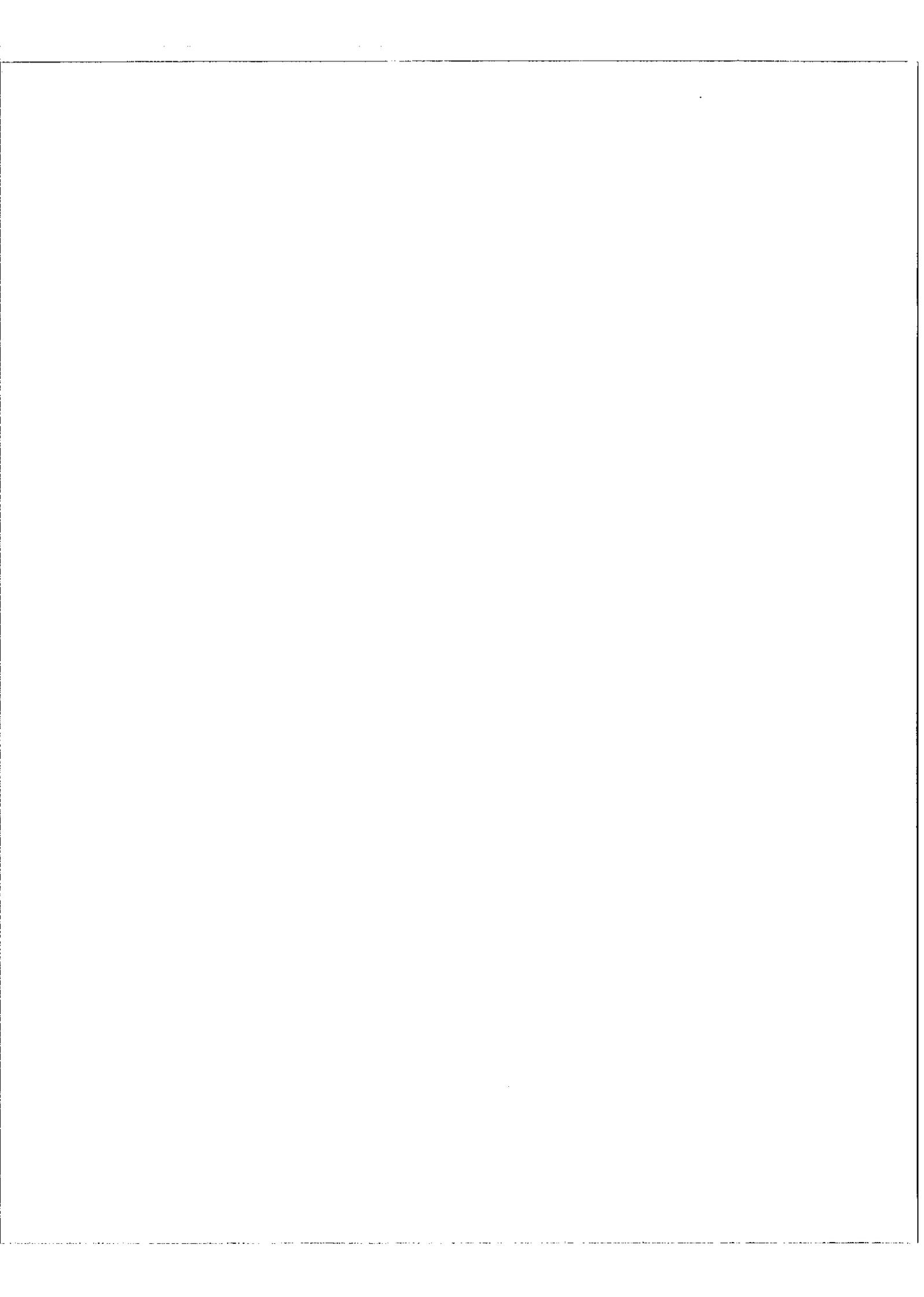
Ces bascules commandent l'ouverture et la fermeture des circuits porte et réalisent ainsi le changement automatique du facteur de démultiplication. Chaque bascule peut être ramené dans l'état 0 ou dans l'état 1 à l'aide de deux boutons poussoirs. Un indicateur au néon s'allume lorsque la bascule est dans l'état 1, c'est-à-dire lorsque la porte correspondante est ouverte. La tension de commande des portes est de 70 volts porte ouverte et de 65 volts porte fermée. Nous donnons sans commentaire le schéma d'une bascule b et de ses circuits annexes.

Un commutateur à 20 positions permet d'adresser les impulsions F sur l'une des 20 bascules^b, ce qui détermine le facteur q.

VI,10 - Alimentations

Le démultiplicateur de fréquence est constitué essentiellement de bascules, la charge est donc sensiblement constante. Il nous a paru superflu d'utiliser une alimentation stabilisée vis à vis des variations de la charge. Un régulateur de

.../...



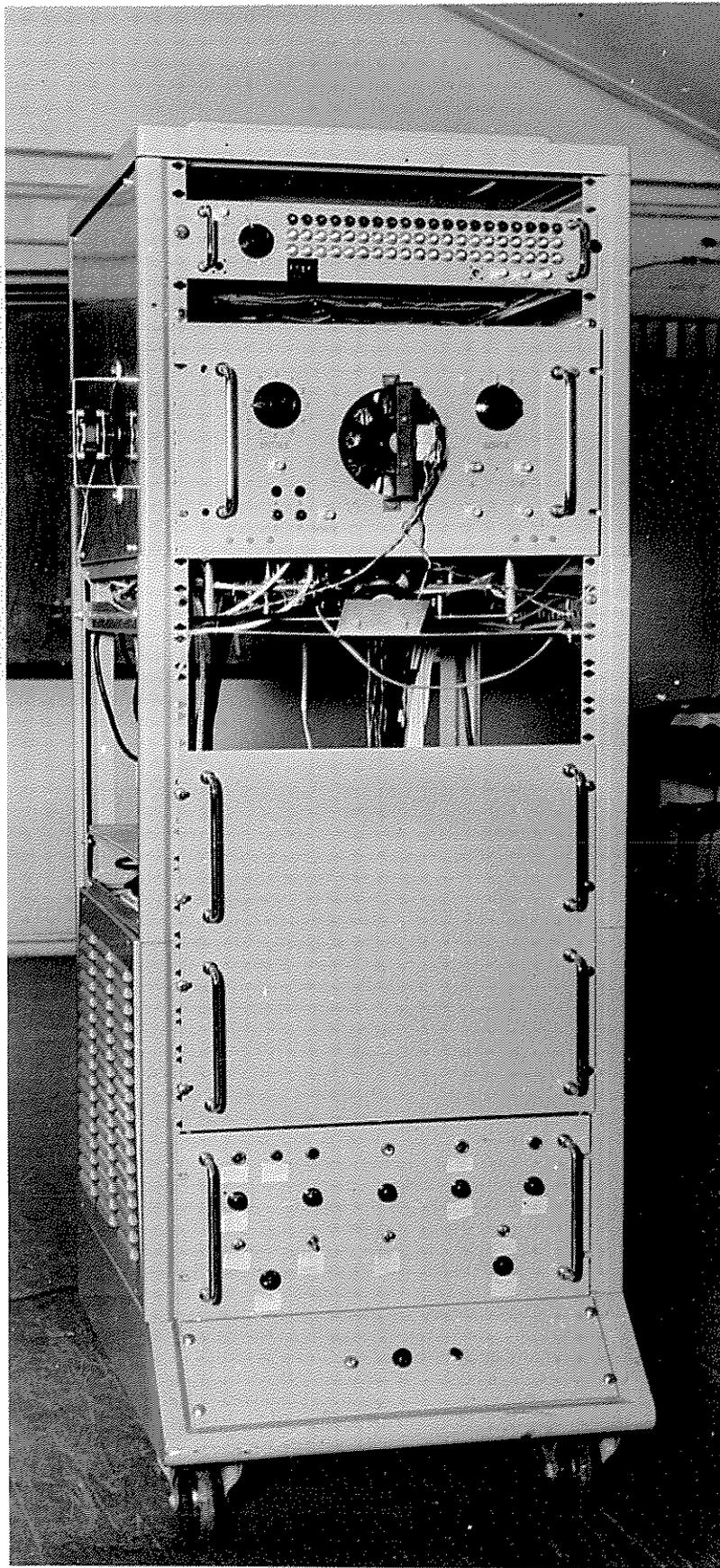


Fig.43 - Vue d'ensemble du démultiplicateur de fréquence -

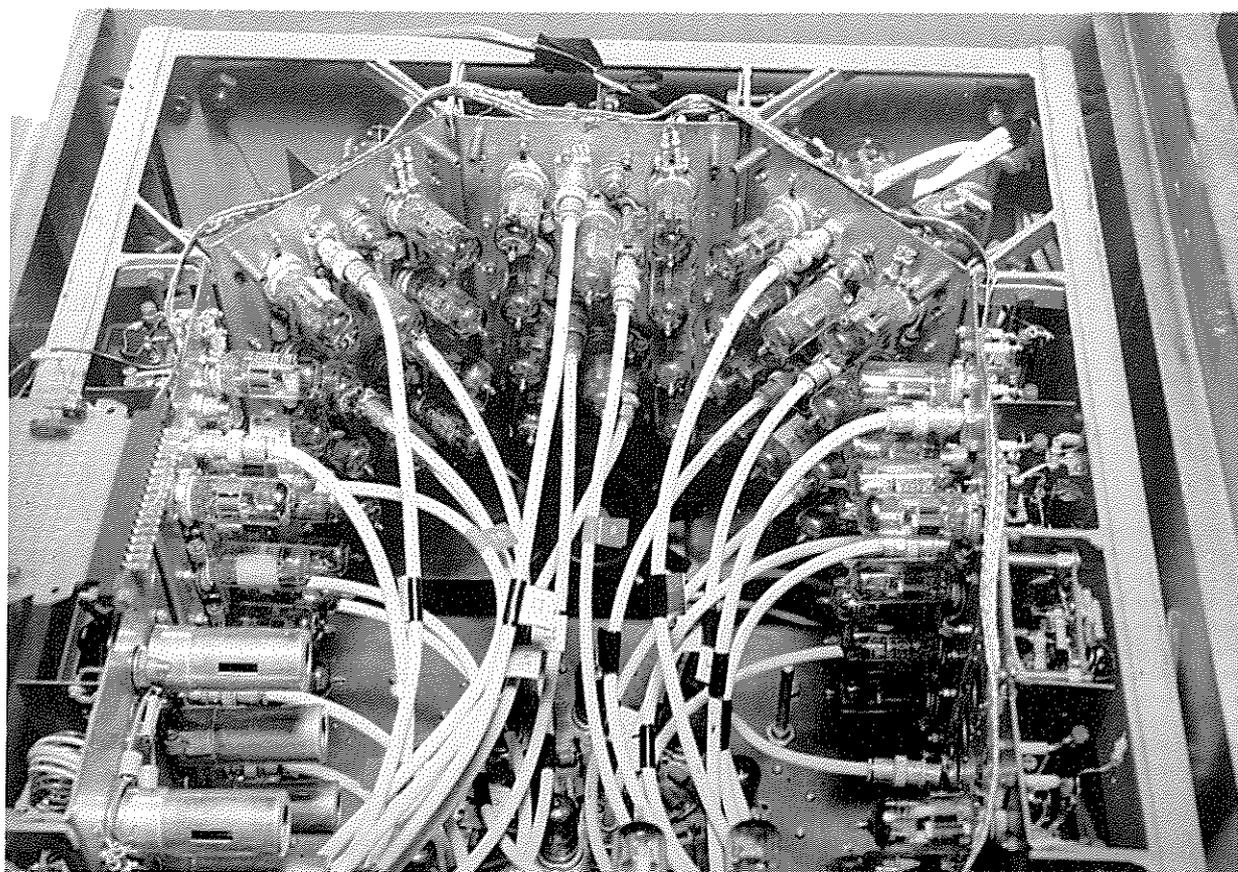


Fig.44 - Tiroir des bacules B et D -

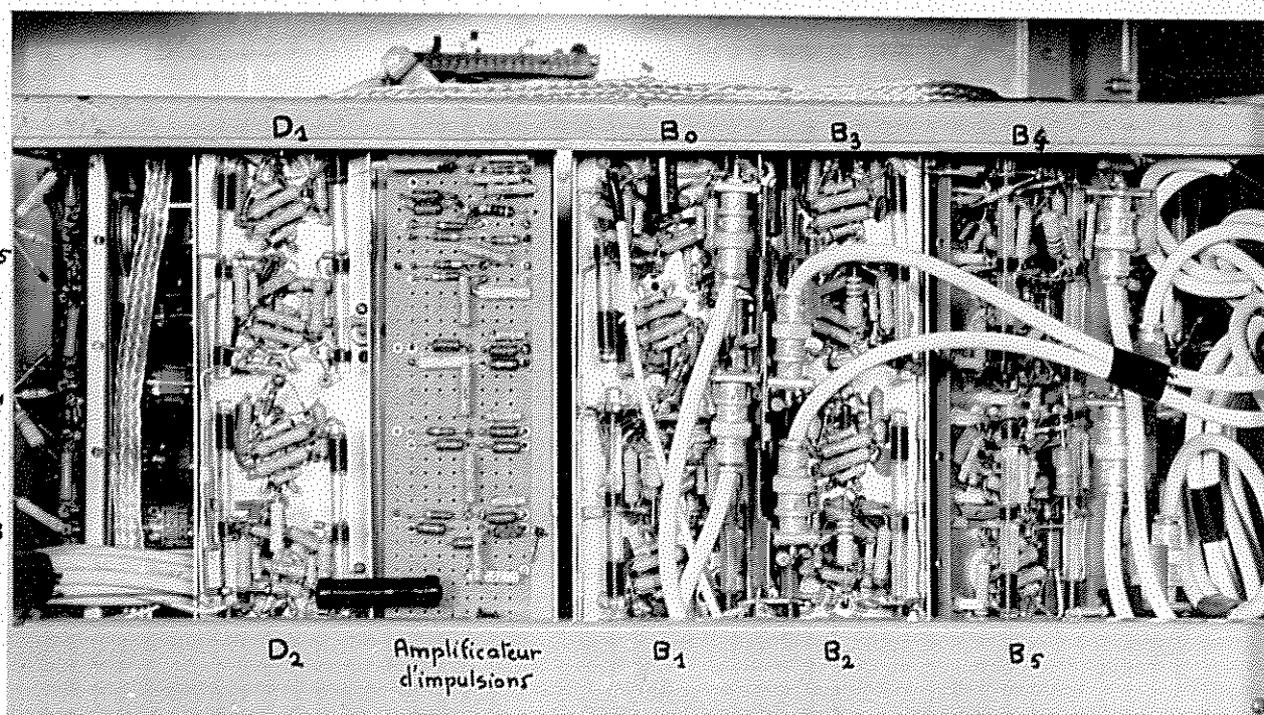


Fig. 45 - Bascules B et D (côté câblage)

tension réduisant à $\pm 1\%$ les variations du secteur de $\pm 20\%$, nous a donné des résultats très satisfaisants. Le régulateur fournit la puissance de chauffage des 100 tubes et celles des alimentations 70 volts et 50 volts qui sont mises en série pour donner 70 volts et 120 volts. La puissance totale consommée est de 300 watts, soit 200 watts pour le chauffage et 100 watts pour la haute tension.

VI,11 - Disposition d'ensemble du démultiplicateur

Reportons-nous au cliché de la figure 43 qui donne une vue d'ensemble de l'appareil. Tous les éléments sont groupés dans une baie de l'Electronique Appliquée. Nous trouvons de haut en bas, le tiroir des alimentations, la bobine sur laquelle sont enroulés les 700 m de câble coaxial, un tiroir 5 U contenant les bascules B et D, l'amplificateur d'impulsions et le mélangeur, enfin un tiroir 2 U contenant le registre des 20 bascules b. Sur le panneau avant de ce dernier tiroir nous pouvons remarquer le commutateur à 20 positions qui permet de choisir le facteur q ainsi que les indicateurs et les poussoirs du registre des bascules b qui permettent de fixer la valeur initiale du facteur p. Les deux tiroirs sont énergiquement ventilés par quatre ventilateurs SAPMI.

Le cliché de la figure 44 donne la disposition des éléments à l'intérieur du tiroir des bascules B et D. Le câblage est réalisé sur des plaquettes disposées verticalement. Les bascules B sont groupées par quatre sur des plaquettes de 10 tubes. Les câbles coaxiaux de compensation du retard sont branchés sur les sorties impulsions des canaux C. L'extrémité de chaque câble aboutit à une voie du mélangeur que l'on aperçoit au fond du tiroir.

Le cliché 45 donne un aspect des plaquettes côté câblage ; ce côté est tourné vers l'extérieur de façon à faciliter le contrôle des circuits. De droite à gauche, nous avons deux plaquettes de bascules rapides B et une plaquette sur laquelle sont montés l'amplificateur à transistor et les deux premières bascules de la chaîne D identiques aux bascules rapides.

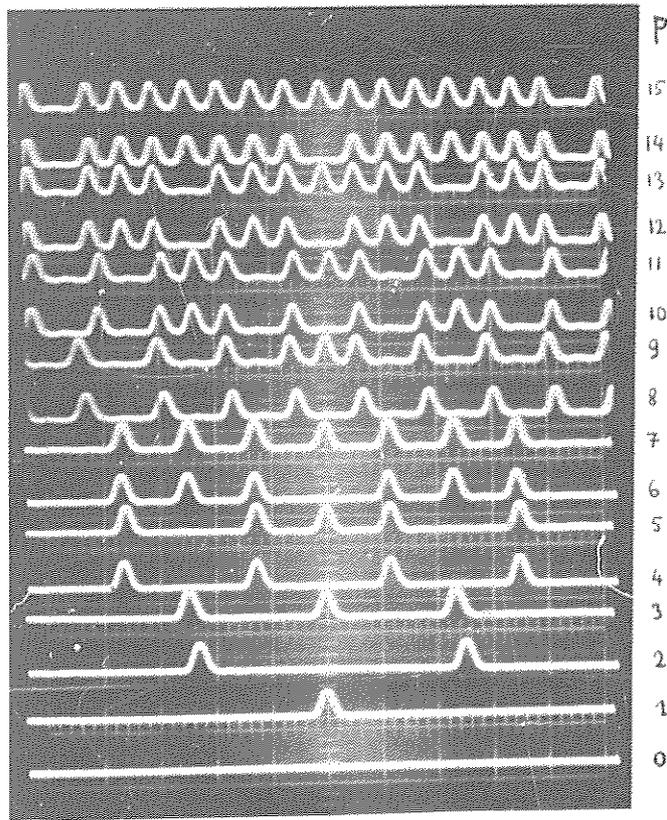


Fig.48 - Répartition des impulsions à la sortie du mélangeur
 ($N_0 = 20 \text{ KHz}$, $q = 16$, $p = 1, 2, \dots, 15$)

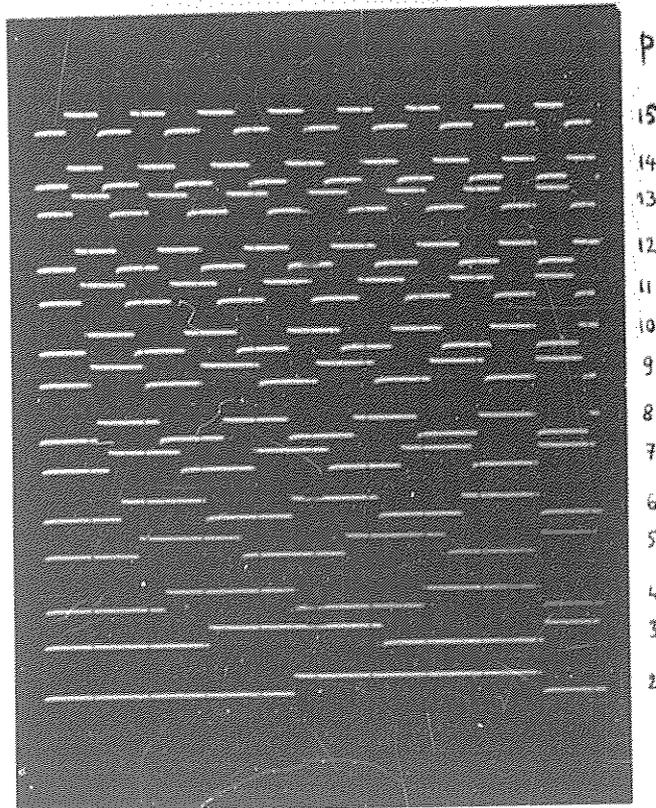


Fig.49 - Signal carré à la sortie du démultiplicateur - Ensemble B₁₀
 ($N_0 = 20 \text{ KHz}$, $q = 16$)

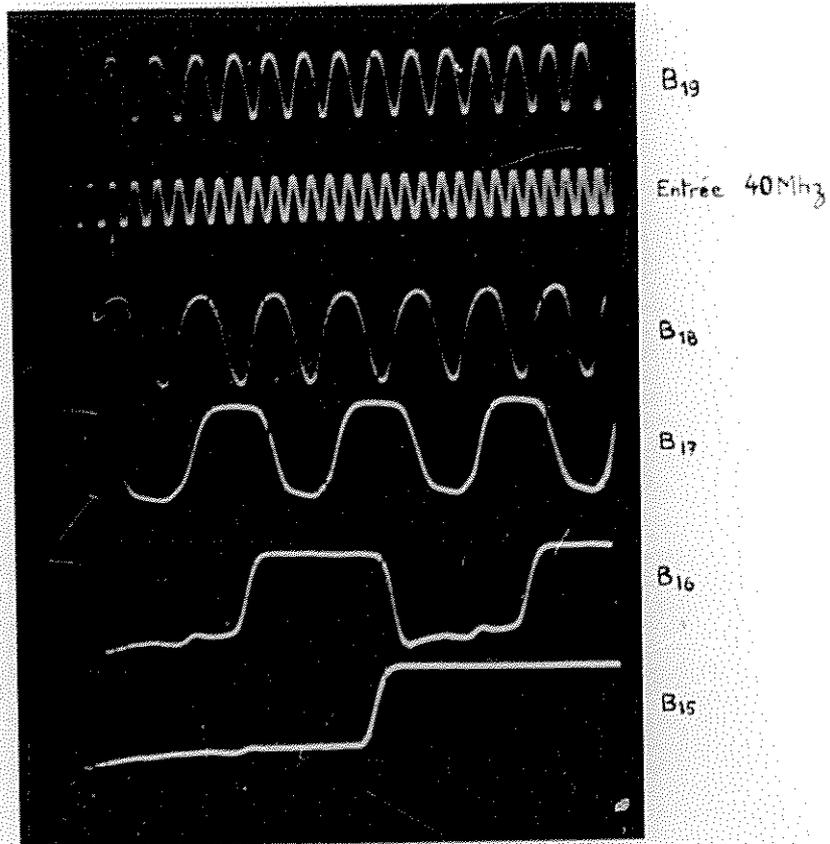


Fig.46 - Signaux des bascules B - (Oscilloscope EMI bande passante 40 Mhz)

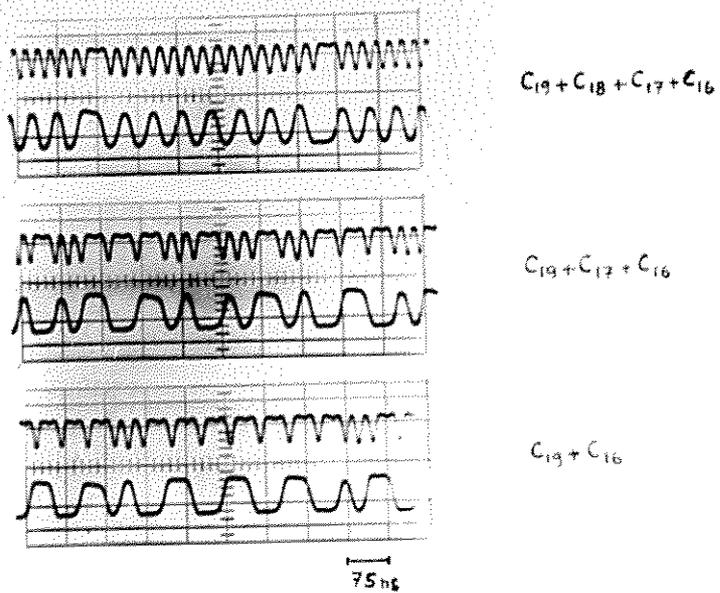


Fig.47 - Réponse de la bascule D₁ aux impulsions du sélecteur -

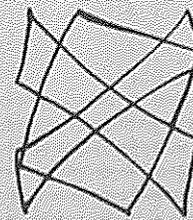
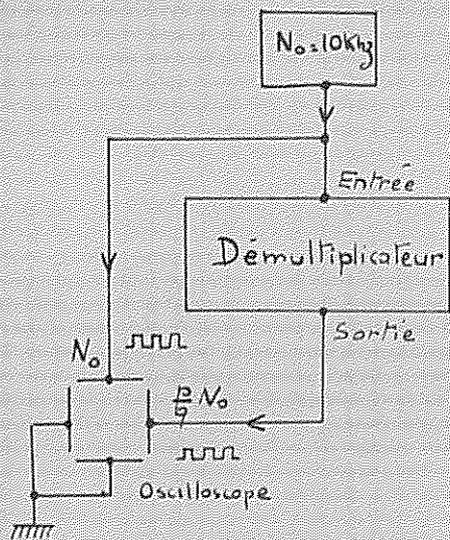
V I I - ESSAIS - RESULTATS,-

Nous allons commenter tout d'abord une série de clichés donnant les formes d'ondes aux différents points du démultiplicateur. Nous donnerons ensuite le résultat des mesures qui nous ont permis de contrôler les performances de l'ensemble.

VII,1 - Formes d'ondes

- a) Signaux des bascules B (fig.46) : les impulsions appliquées à l'entrée de la chaîne des bascules B ont ici une fréquence de récurrence de 40 kHz. Le cliché donne la réponse des cinq premières bascules B et met en évidence leur rôle de diviseur par deux.
- b) Réponse de la bascule D_1 (fig.47) : les impulsions venant du mélangeur ne sont en général pas équidistantes. Il était donc nécessaire de vérifier que la première bascule de la chaîne D répondait correctement à ces impulsions, sans présenter de phénomènes parasites dus aux variations de niveau moyen. Les trois clichés de la figure 47 donnent la réponse de D_1 à des impulsions correspondant à différentes combinaisons de canaux. Toutes les impulsions produisent effectivement un changement d'état de la bascule D_1 .
- c) Illustration du principe de fonctionnement (fig.48 et 49) : le cliché de la figure 48 qui donne la répartition des impulsions à la sortie du mélangeur est pris dans les conditions suivantes : les impulsions F qui commandent le changement du facteur de démultiplication $\frac{P}{q}$ sont appliquées à la bascule B_{16} . Si initialement toutes les portes sont fermées, $\frac{P}{q}$ prend successivement les valeurs $0, \frac{1}{16}, \frac{2}{16}, \frac{3}{16}, \dots, \frac{14}{16}, \frac{15}{16}, 0, \frac{1}{16}$, etc ... et si nous prenons pour unité de temps la période de récurrence des impulsions du canal C_{16} nous avons à la sortie du mélangeur pour $\frac{P}{q} = 0$, 0 impulsion, pour $\frac{P}{q} = \frac{1}{16}$, 1 impulsion, pour $\frac{P}{q} = \frac{2}{16}$, 2 impulsions, ... etc. C'est ce que montre précisément la figure 48. La vitesse de balayage de l'oscilloscope a été réglée de façon qu'une trace corresponde à une période des impulsions de C_{16} . Pour une période nous obtenons

.../...



a) Schéma de principe de la mesure

b) Figure de LISSAJOUS ; $\frac{p}{q} = 1 - 2^{-20}$

- période de rotation 100 S

- superposition de 3 clichés pris au cours d'une même rotation

Fig.50 - Test du démultiplicateur par examen des figures de LISSAJOUS -

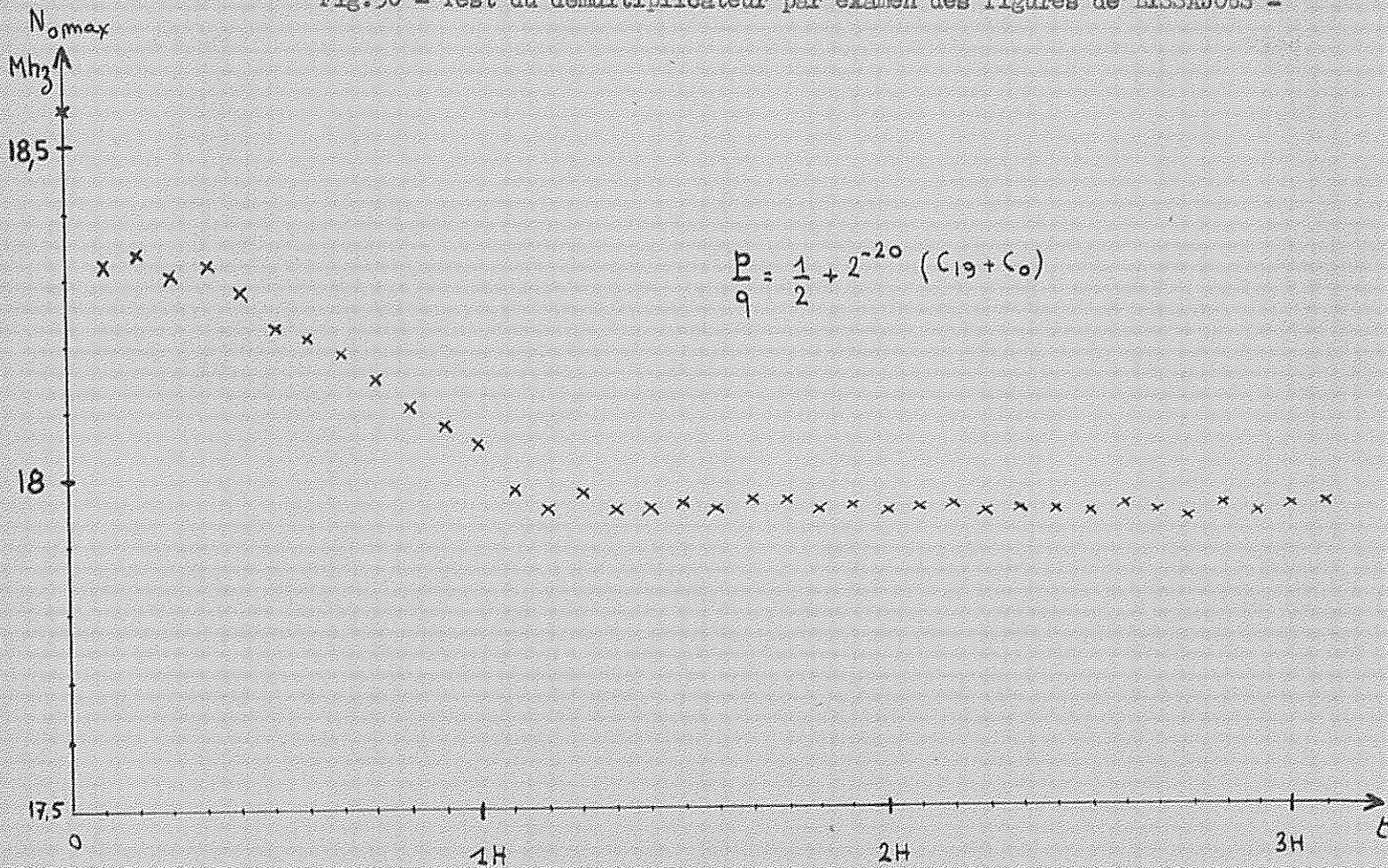


Fig.51 - Fréquence maximum de fonctionnement de l'ensemble en fonction du temps de chauffage -

bien successivement 1, 2, 3 ... 14, 15 impulsions. Nous pouvons noter que pour les valeurs $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{8}{16}$ du rapport de démultiplication les impulsions sont équidistantes car alors une seule porte est ouverte.

Le cliché de la figure 49 montre le signal carré de sortie correspondant à la suite précédente de valeurs de $\frac{p}{q}$. Nous savons que d'une valeur de $\frac{p}{q}$ à la suivante $\frac{p+1}{q}$, la fréquence varie d'une quantité constante ΔN (égale dans le cas présent à $\frac{N_0}{16}$). Si nous considérons la période du signal de sortie, nous pouvons dire qu'elle est inversement proportionnelle au facteur de démultiplication (fig.49).

VII,2 - Test du démultiplicateur par examen des courbes de Lissajous

Une méthode très sensible pour tester le démultiplicateur consiste à faire des figures de Lissajous entre le signal d'entrée N_0 et le signal de sortie $\frac{p}{q} N_0$ (fig.50). Prenons par exemple $N_0 = 10$ Khz et ouvrons toutes les portes, le facteur de démultiplication est alors $\frac{p}{q} = 1 - \frac{1}{2^{20}} \approx 1 - 10^{-6}$. Nous avons sur les plaques de déviation de l'oscilloscope deux signaux de fréquences voisines qui diffèrent de 10^{-6} , soit en fréquence : 10^{-2} hz. La figure de Lissajous obtenue va donc tourner avec une période de révolution égale à 10^2 s. La figure 50 b est la superposition de trois phases successives prises au cours d'une même révolution lorsque $\frac{p}{q}$ a la valeur précédente. Nous avons au préalable intégré les signaux carrés de façon à leur donner une forme triangulaire. On obtient ainsi des figures de Lissajous dont la forme rappelle celle que l'on obtient avec des signaux sinusoïdaux.

Si maintenant nous fermons successivement les portes $P_1, P_2, P_3, \text{etc} \dots$, nous obtenons des figures de Lissajous qui tournent en 50, 25, 12,5 s etc... La forme caractéristique des figures obtenues et éventuellement leur vitesse de rotation nous permettent de contrôler avec une très grande précision le bon fonctionnement de l'ensemble.

Cette même méthode nous permet de mesurer la valeur relative des fluctuations

de retard. Pour cela, plaçons-nous dans le cas le plus défavorable défini au § VI (1a) où seules les portes P_{19} et P_0 sont ouvertes ; on a alors $\frac{p}{q} \simeq \frac{1}{2} + 10^{-6}$. On obtient une figure de Lissajous entre deux signaux de fréquence N_0 et $N_0 (\frac{1}{2} + 10^{-6})$; la période de révolution est $\frac{10^6}{N_0}$ s. Si maintenant nous augmentons progressivement N_0 , nous trouvons une valeur $N_0 \text{ max}$ pour laquelle la figure s'arrête de tourner, ce qui veut dire que l'impulsion du canal C_0 chevauche une impulsion de C_{19} et n'est plus comptée par la bascule D_1 . Tout se passe comme si l'on avait $\frac{p}{q} = \frac{1}{2}$. Connaissant les variations de $N_0 \text{ max}$, on en déduit l'amplitude relative des fluctuations de retard $\Delta\theta$. En effet
$$\Delta\theta \simeq \frac{\Delta N_{0 \text{ max}}}{(N_{0 \text{ max}})^2}$$

Ainsi nous avons mesuré les variations de $N_0 \text{ max}$, en fonction du temps (fig.51) et nous en avons déduit le $\Delta\theta$ à court terme dû essentiellement à la constante de temps de chauffage de l'ensemble. Il faut environ une heure pour que les fluctuations soient négligeables. Pendant cette première heure, la variation relative de $N_0 \text{ max}$ est de 550 KHz, ce qui donne
$$\Delta\theta = \frac{0,55 \cdot 10^6}{(18 \cdot 10^6)^2} \text{ s} = 1,7 \cdot 10^{-9} \text{ s.}$$

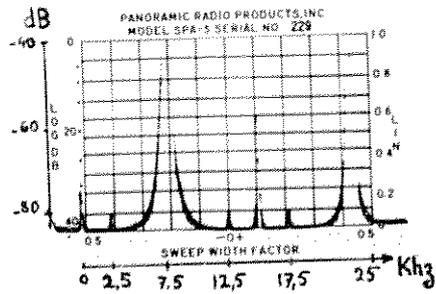
On en déduit la variation relative pour une bascule soit

$$\frac{\Delta\theta}{n-1} = \frac{1,7}{19} = 0,09 \text{ ns.}$$

Lorsque l'ensemble a pris sa température de fonctionnement, on peut également évaluer la dispersion des retards en mesurant le $N_0 \text{ max}$ de plusieurs canaux, par exemple $C_{19} + C_0$, $C_{19} + C_1$, $C_{19} + C_2$, etc.... On en a ainsi déduit que la dispersion était inférieure à 2 ns par bascule.

VII,3 - Spectre du signal de sortie

Nous avons calculé le spectre du signal de sortie dans le cas idéal où le démultiplicateur délivrerait un signal sinusoïdal. En réalité, nous avons en sortie un signal carré de fréquence moyenne $\frac{p}{q} N_0$, ce qui a pour seul inconvénient d'imposer une limite à l'étendue du spectre à étudier. En effet, si nous ne voulons pas être gênés par l'harmonique 3 du signal carré, l'étendue du spectre doit être

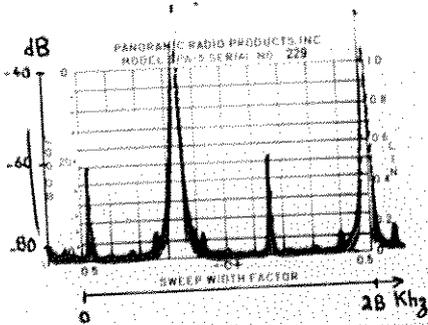


fondamental : 7,5 KHz

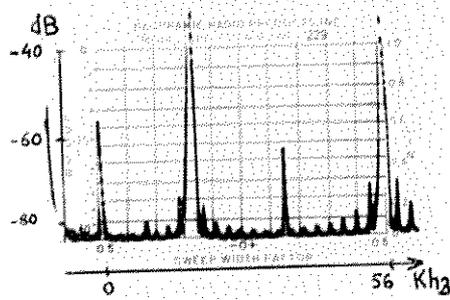
résidu d'harmonique 2 : 15 KHz

satellites : 2,5 - 12,5 - 17,5 KHz

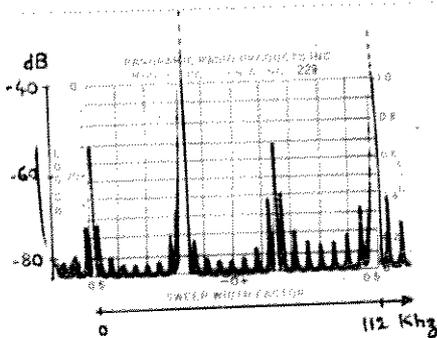
Fig.52 - Spectre du signal carré de sortie : $\frac{p}{q} = \frac{3}{4} - N_0 = 10$ KHz



Bascule D_{10} ($m = 10$) satellites ≤ 75 dB



Bascule D_9 ($m = 3$) satellites ≤ 70 dB



Bascule D_8 ($m = 8$) satellites ≤ 65 dB

Fig.53 - Rôle du facteur m : $\frac{p}{q} = \frac{15}{16} - N_0 = 10$ KHz

$(\frac{N_0}{3}, N_0)$. On peut éventuellement annuler l'harmonique 3 par la méthode indiquée au CHAPITRE IV (1 f), ce qui permet de porter l'étendue du spectre à $(\frac{N_0}{5}, N_0)$.

Pour étudier le spectre du signal carré de sortie, nous avons utilisé un analyseur panoramique qui avait une limite de résolution de 200 Hz et une dynamique très étendue, ce qui nous a permis d'observer des satellites d'amplitude relative 10^{-4} . Les mesures ont été faites avec une fréquence $N_0 = 10$ KHz.

La figure 52 représente le spectre du signal carré de sortie pour $\frac{P}{q} = \frac{3}{4}$. Les satellites ont pour position 2,5, 12,5 et 17,5 KHz, c'est-à-dire respectivement 1, 3, 5 fois 2,5 KHz. Or 2,5 KHz est la fréquence qu'on aurait en sortie si seule la porte P_{18} était ouverte. Ce résultat est général : pour une valeur de $\frac{P}{q}$ donnée, c'est le canal de rang le plus faible C_j min qui détermine la position du premier satellite à partir de la fréquence nulle, soit $N_0 2^{j \text{ min} - n}$. Les autres satellites sont toujours des multiples impairs de $N_0 2^{j \text{ min} - n}$. Le niveau des satellites est à -80 dB de celui de la raie principale, soit une amplitude relative de 10^{-4} .

Les trois clichés suivants (fig.53) ont été pris pour montrer le rôle du facteur m , dont dépend l'indice de modulation de phase. La valeur de $\frac{P}{q}$ est dans les trois cas égale à $\frac{15}{16}$. Nous avons successivement les spectres des signaux des bascules D_{10} , D_9 , D_8 , ce qui correspond aux valeurs de m : 10, 9, 8 et à des niveaux relatifs de satellites -75 dB, -70 dB, -65 dB. Il apparaît nettement que l'amplitude des satellites augmente lorsque m diminue.

C O N C L U S I O N . -

Cette étude nous a permis de montrer que ce démultiplicateur de fréquence pouvait être incorporé à un calculateur susceptible d'atteindre un pouvoir de résolution de 10^6 . Nous avons vu également que le défaut systématique du démultiplicateur, celui de délivrer un signal de sortie affecté d'une légère modulation de phase, ne ferait apparaître à l'analyse que des ghosts d'amplitude relative négligeable.

La dernière phase de ce travail va nous amener à rassembler les différents éléments du calculateur pour tracer une fonction d'appareil.

Je tiens à exprimer ici toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur JACQUINOT qui a accepté que j'entreprenne ce travail. Je remercie tout particulièrement Monsieur CONNES pour la sollicitude avec laquelle il a dirigé cette étude.

Je ne saurais oublier Monsieur POTIER du Centre d'Etudes Nucléaires de SACLAY qui a bien voulu m'accepter comme stagiaire dans son service ainsi que Messieurs MEY et VERGEZ pour tous les conseils qu'ils m'ont donnés lors de la mise au point des circuits.

Je remercie enfin le personnel du Laboratoire Aimé COTTON qui a participé à ce travail, tout spécialement Monsieur LESAGE qui a câblé la plus grande partie du calculateur.

R E F E R E N C E S

- 1 P. JACQUINOT - XVII^{ème} Congrès du G A M S - PARIS - (1954)
- 2 P. FELLGERT - Journ. Phys. Rad. 19, 237 - (1958)
- 3 J. STRONG et G. VANASSE - Jour. Phys. Rad. 19, 192 - (1958)
- 4 L. W. HERTZ - Jour. Phys. Rad. 19, 233 - (1958)
- 5 J. CONNES - Rev. Opt. 40, p: 45 - 79, 116 - 140, 171 - 211 - (1961)
- 6 J. FISCHER et J. MARSHALL - A ten millimicrosecond scaler
Proceedings of the National Electronic Conference, Vol. 9 - FEV. 1954
- 7 Z. BAY et N. T. GRISAMORE - High Speed Flip-Flops for the Millimicrosecond Region
I R E Transactions on Electronic Computers - Vol. EC 5, N° 3 - SEPT. 1956
- 8 G. POTIER - Les Lignes à retard, p.71 - Gauthier-Villars
- 9 HILLMAN et TAUB - Pulse and digital circuits - Mac Graw Hill -