

MEMOIRE

présenté à la

FACULTE DES SCIENCES DE

L'UNIVERSITE DE PARIS

pour obtenir le

DIPLOME D'ETUDES SUPERIEURES DE SCIENCES PHYSIQUES

par

Patrick BOUCHAREINE

-----

1<sup>er</sup> SUJET : Etude et réalisation d'un interféromètre à champ  
compensé pour spectroscopie par transformation  
de Fourier.

2<sup>ème</sup> SUJET : *Spectre d'inversion de l'ammoniac liquide ND<sub>3</sub>*

Soutenu le *30/1/62* devant la Commission d'Examen.

MM. A. KASTLER ..... Président  
M. FRANÇON ..... Examineurs  
P. JACQUINOT

*1 - D.*

## I N T R O D U C T I O N

L'analyse d'un spectre optique est une analyse fréquentielle. L'étude d'une radiation au spectromètre Fabry-Perot rappelle d'ailleurs l'analyse d'un son aux résonateurs de Helmholtz. Si on n'applique pas aux spectres optiques les méthodes d'analyse habituelles c'est parce que les fréquences lumineuses sont beaucoup trop élevées pour être directement mesurables. Mais il est une méthode indirecte : c'est la spectroscopie par transformation de Fourier dont nous allons exposer le principe.

Si dans un interféromètre à deux ondes on fait varier la différence de marche entre les rayons interférents, on fait défiler, dans le cas d'une lumière monochromatique, des franges alternativement brillantes et sombres. La fréquence de défilement de ces franges, pour une vitesse de variation  $\vartheta$  de  $\Delta$  donnée, est proportionnelle au nombre d'onde  $\sigma_1$ , donc à la fréquence  $\nu_1$  de la radiation incidente. Dans le cas d'une lumière complexe, à chaque fréquence composant la lumière étudiée correspond une fréquence  $\frac{\vartheta}{c} \nu$  du signal reçu par un récepteur photoélectrique par exemple. On peut amener ce signal à une fréquence de quelques Hz. Il est alors possible de l'enregistrer, d'en faire une analyse harmonique et de revenir aux fréquences vraies du spectre.

On peut interpréter ce transport de fréquences en faisant un parallèle avec la réception des ondes hertziennes. On améliore la sélectivité des récepteurs modernes en faisant travailler leur amplificateur sur une fréquence fixe. Au signal haute fréquence  $\nu_1$  reçu par l'antenne on mélange une oscillation locale de fréquence voisine  $\nu_2$  qui donne deux fréquences  $\nu_1 + \nu_2$  et  $\nu_1 - \nu_2$ . Les circuits moyenne fréquence placés derrière filtrent la composante  $\nu_1 - \nu_2$ . Après amplification celle-ci est redressée et son enveloppe reconstitue le signal basse fréquence.

Lorsqu'on fait varier le chemin optique d'un faisceau lumineux linéairement par rapport au temps

$$L = L_0 + vt$$

on fait varier sa fréquence par effet Doppler-Fizeau d'une quantité  $-\frac{v}{c} \nu_1$ .

Après avoir divisé un faisceau lumineux en deux parties cohérentes nous modifions différemment les deux chemins optiques avec des vitesses  $v_1$  et  $v_2$ , l'une d'elle pouvant être nulle. Nous recueillons deux fréquences voisines  $\nu_1(1 - \frac{v_1}{c})$  et  $\nu_1(1 - \frac{v_2}{c})$  qui en interférant donnent un signal de fréquence  $\nu_1 \frac{v_1 - v_2}{c}$ .

Nous avons effectué un changement de fréquence plus ou moins semblable à celui décrit plus haut. On peut donner une autre interprétation de cette modulation, plus directement liée aux idées quantiques mais que nous n'aborderons pas ici [ 1 ] .

L'analyse des composantes de Fourier nécessaire pour débrouiller un spectre complexe a donné son nom à cette nouvelle méthode spectroscopique. C'est au cours d'une conférence [ 2 ] sous le titre "QUELQUES PERSPECTIVES D'AVENIR EN SPECTROSCOPIE INSTRUMENTALE" que P. Jacquinot la proposait en 1954. Il en exposait en même temps les avantages. Si l'analyse ultérieure risque d'être longue, on gagne par contre sur le temps d'enregistrement un facteur  $M$ , nombre d'éléments spectraux étudiés, par rapport aux méthodes d'exploration photoélectrique habituelles. On reçoit en effet pendant toute la mesure la lumière de tous les éléments du spectre étudié (comme dans les méthodes photographiques). On gagne d'autre part sur la luminosité de l'interféromètre lui-même qui admet beaucoup plus de lumière, à résolution égale, qu'un spectromètre à fentes.

Par des voies différentes, P. Fellgett [ 3 ] à Cambridge a été conduit aux mêmes idées. Sa première réalisation pratique destinée à tester les possibilités de la méthode avait été l'étude du profil d'émission d'une lampe à incandescence par analyse des franges du coin d'air. Cette analyse était une transformation de Fourier par voie numérique. Les résultats de sa première expérience le conduisirent à la réalisation d'un interféromètre de Michelson à trièdes réfléchissants pour l'étude de spectres stellaires dans le

proche infra-rouge (1 à 3  $\mu$ ). Le récepteur était une cellule au sulfure de Plomb. Les intégrations de Fourier furent effectuées sur une machine à calculer E D S A C II qui donnait 100 ordonnées à la minute à la résolution demandée.

Cet exemple fut le point de départ de réalisations nombreuses et variées.

J.D. Strong et G. Vanasse [ 4 ] de l'Université Johns Hopkins (BALTIMORE) ont construit des réseaux lamellaires à profondeur variable. Une série de lames réfléchissantes glissant entre des lames semblables fixes forment un interféromètre à deux ondes à différence de marche variable. L'appareil, sans partie transparente, permet de travailler dans l'infra-rouge lointain. Le signal est directement analysé par une machine analogique à dix canaux qui intègre les produits de la fonction signal par dix fonctions sinusoïdales de fréquences voisines.

Ce type de calculateur avec intégrateur est aujourd'hui abandonné en faveur des calculateurs digitaux.

Egalement pour l'étude de spectres stellaires L. Mertz [ 5 ] utilise vers 4000 Å un interféromètre à polarisation remarquable par sa simplicité et sa robustesse. Les deux ondes qui interfèrent sont les deux ondes privilégiées propagées par un cristal uniaxe. Elles sont rendues cohérentes par un polariseur placé à 45° des lignes neutres, et rendues parallèles à la sortie par un analyseur. Le cristal est un compensateur de Bravais qui offre une différence de marche variable  $e (n_e - n_o)$ . La différence de marche pouvait varier de - 0,02 à + 0,07 mm, ce qui, à 4000 Å, représente une différence de marche maximum de 175  $\lambda$ . Le problème de l'analyse des franges ne se posait pas ici. Il s'agissait d'un essai de classification des différents spectres stellaires possibles directement sur les enregistrements.

Nous terminerons cet exposé par la réalisation de J. Connes et H.P. Gush [ 6 ]. L'objet de l'étude, le spectre du ciel nocturne, était particulièrement bien adapté aux avantages de la nouvelle spectroscopie.

L'enregistrement des franges fut fait à l'aide d'un interféromètre de Michelson dont un miroir mobile sur glissières était muni par une vis sans fin offrant une course de quelques millimètres. La transformation de Fourier fut effectuée sur I B M 704. Elle donna des spectres à pouvoir de résolution  $10^3$  ce qui permit de résoudre pour la première fois la structure rotationnelle des bandes OH. Le faible rapport signal sur bruit dû au peu de lumière reçue, et qui limitait la résolution accessible, est considérablement amélioré par rapport aux enregistrements du même spectre obtenu par des moyens classiques.

Nous nous sommes proposés dans ce travail d'étudier un interféromètre à deux ondes destiné à ce type d'investigation et doué d'une luminosité encore très supérieure à celle de l'interféromètre classique. Nous montrons qu'on peut améliorer les qualités de luminosité de l'interféromètre de Michelson en augmentant l'angle solide du faisceau utilisable par une compensation des variations de l'ordre d'interférence avec l'incidence. Nous rappellerons dans la première partie quelques résultats relatifs à l'interféromètre de Michelson utilisé en spectroscopie par transformation de Fourier. Nous dirons dans une deuxième partie quelques mots sur le problème général de la compensation du champ angulaire des interféromètres et nous donnerons des exemples d'appareils à champ compensé. Nous exposerons dans la troisième partie les principes de notre montage et déterminerons ses possibilités. Nous donnerons les résultats expérimentaux dans une quatrième partie et nous terminerons en donnant quelques précisions sur la réalisation d'un nouvel appareil destiné à l'étude du spectre infra-rouge des aurores boréales.

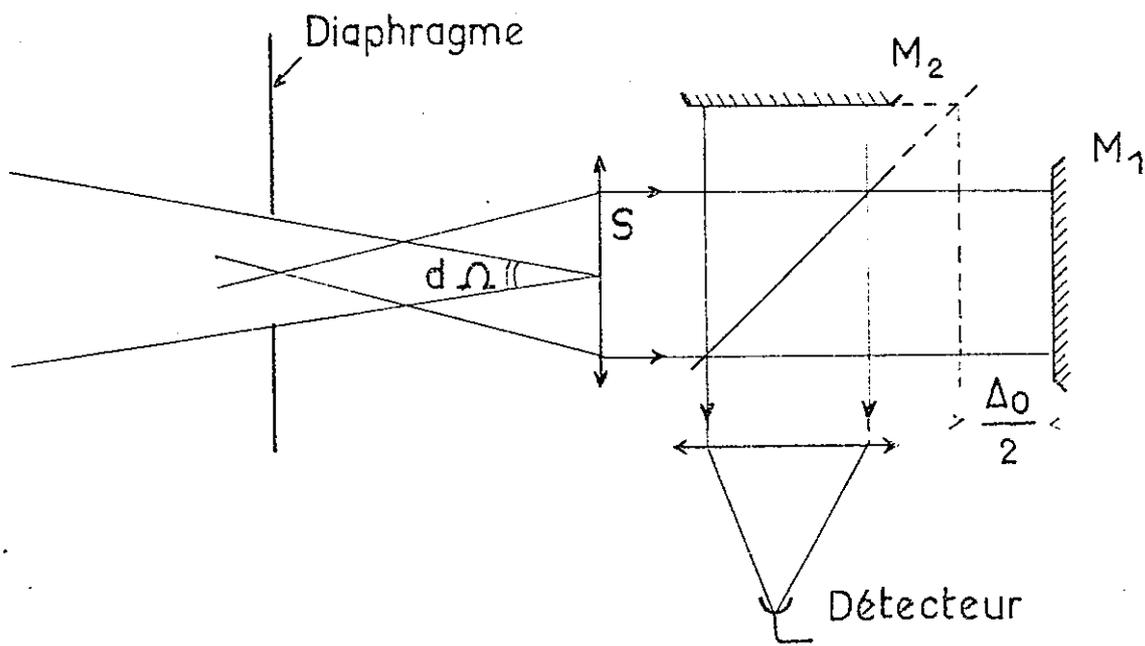


Fig. 1 - Interféromètre de Michelson.

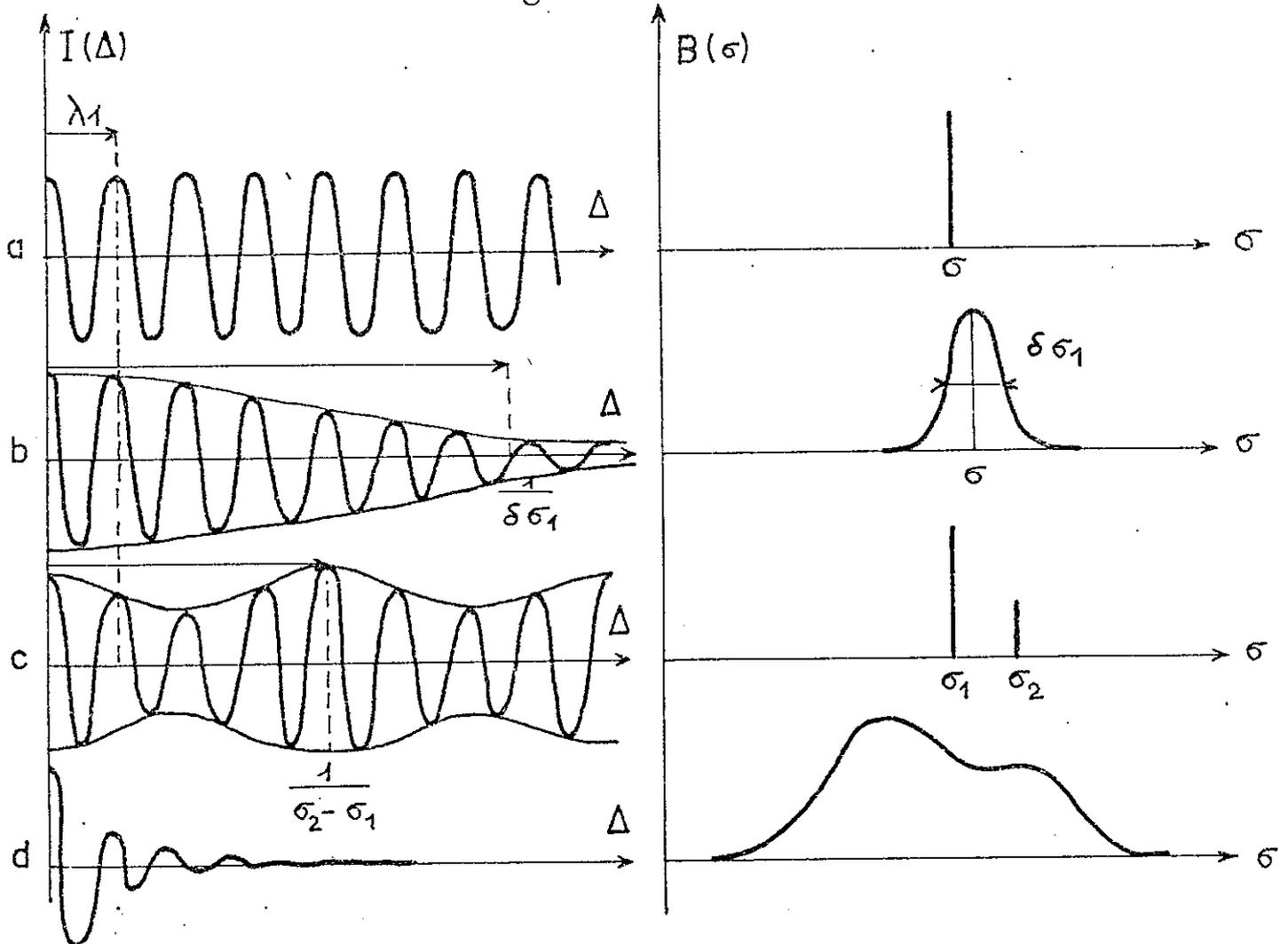


Fig. 2 - Quelques spectres et les franges

I - LA SPECTROSCOPIE PAR TRANSFORMATION DE FOURIER -

A) Généralités

Nous discuterons de la spectroscopie par transformation de Fourier sur l'exemple précis qui nous intéresse et qui utilise l'interféromètre de Michelson comme modulateur. Nous nous sommes inspirés pour cet exposé des résultats donnés par J. Connes [ 7 ] .

Imaginons un interféromètre de Michelson dont un des miroirs soit mobile (fig.1). Nous supposons d'abord l'appareil éclairé par un faisceau quasi-normal aux miroirs, d'angle solide infiniment petit  $d\Omega$  . Le flux entrant dans l'interféromètre et contenu dans une bande spectrale de largeur  $d\sigma$  au voisinage du nombre d'onde  $\sigma$  a pour valeur

$$d\Phi_0 = S d\Omega B(\sigma) d\sigma \quad (1,1)$$

où  $B(\sigma)$  représente la répartition spectrale de la luminance de la source.

A la sortie les deux vibrations ont interféré avec un déphasage  $\psi = 2\pi \frac{\Delta_0}{\lambda} = 2\pi\sigma\Delta_0$  ou  $\Delta_0$  représente la différence de marche entre les deux faisceaux.

Si  $A$  représente l'amplitude incidente, l'amplitude résultante est  $2A \cos \pi \sigma \Delta_0$  et le flux émergent étant proportionnel au carré de cette amplitude est donné par

$$d\Phi = d\Phi_0 \cos^2 \pi \sigma \Delta_0 = S d\Omega B(\sigma) \cos^2 \pi \sigma \Delta_0 d\sigma \quad (1,2)$$

Le flux recueilli pour tout un spectre s'obtient en intégrant (1,2) sur les différents nombres d'onde du spectre admis :

$$\begin{aligned} \Phi(\Delta_0) &= S d\Omega \int_{-\infty}^{+\infty} B(\sigma) \cos^2 \pi \sigma \Delta_0 d\sigma \\ \Phi(\Delta_0) &= \frac{S d\Omega}{2} \int_0^{+\infty} B(\sigma) d\sigma + \frac{S d\Omega}{2} \int_0^{+\infty} B(\sigma) \cos 2\pi \sigma \Delta_0 d\sigma \quad (1,3) \end{aligned}$$

Dans (1,3) nous distinguons une partie indépendante de  $\Delta_0$  qui représente le flux émergent moyen et une partie variable avec  $\Delta_0$  qui constitue, à un coeffi-

cient près, ce que nous appellerons l'interférogramme  $I(\Delta_0)$

$$I(\Delta_0) = \int_0^{+\infty} B(\sigma) \cos 2\pi \sigma \Delta_0 d\sigma \quad (1,4)$$

$I(\Delta_0)$  est la transformée de Fourier en cosinus de la répartition spectrale de l'énergie  $B(\sigma)$ .  $B(\sigma)$  est donc la transformée de Fourier en cosinus de  $I(\Delta_0)$

$$B(\sigma) \propto \int_{-\infty}^{+\infty} I(\Delta_0) \cos 2\pi \sigma \Delta_0 d\Delta_0 \quad (1,5)$$

Nous donnons quelques exemples de correspondance entre spectre et interférogramme sur la figure 2.

Si la lumière est parfaitement monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_1$ ,  $I(\Delta_0)$  est une sinusoïde de période  $\lambda_1$  (fig.2a).

Si la raie possède une certaine largeur  $\delta\sigma_1$ ,  $I(\Delta_0)$  est une sinusoïde amortie dont l'amplitude devient négligeable au-delà de  $\Delta_0 = \frac{1}{\delta\sigma_1}$  (fig.2b).

Si la raie est un doublet,  $I(\Delta_0)$  est représenté par une courbe de battements entre les deux sinusoïdes de période  $\lambda_1$  et  $\lambda_1 + \delta\lambda_1$  plus ou moins modulé suivant l'intensité relative des composantes (fig.2 c).

Si la lumière a un spectre très étendu on ne décèle que quelques oscillations au voisinage de  $\Delta_0 = 0$  (fig.2d).

Rappelons que Michelson avait déjà établi une correspondance entre certaines structures de raies et l'aspect des franges d'interférence. Il avait ainsi résolu certaines structures simples avec des pouvoirs de résolution impossibles à atteindre par d'autres moyens à son époque. Mais Michelson ne pouvait mesurer que la visibilité des franges. Il ne connaissait donc que leur enveloppe et ne pouvait éviter une ambiguïté concernant la disposition des composantes dans la reconstitution des spectres.

Comme pour les autres spectromètres nous distinguerons les conditions idéales d'utilisation avec un faisceau infiniment peu ouvert pour lesquelles on atteint un

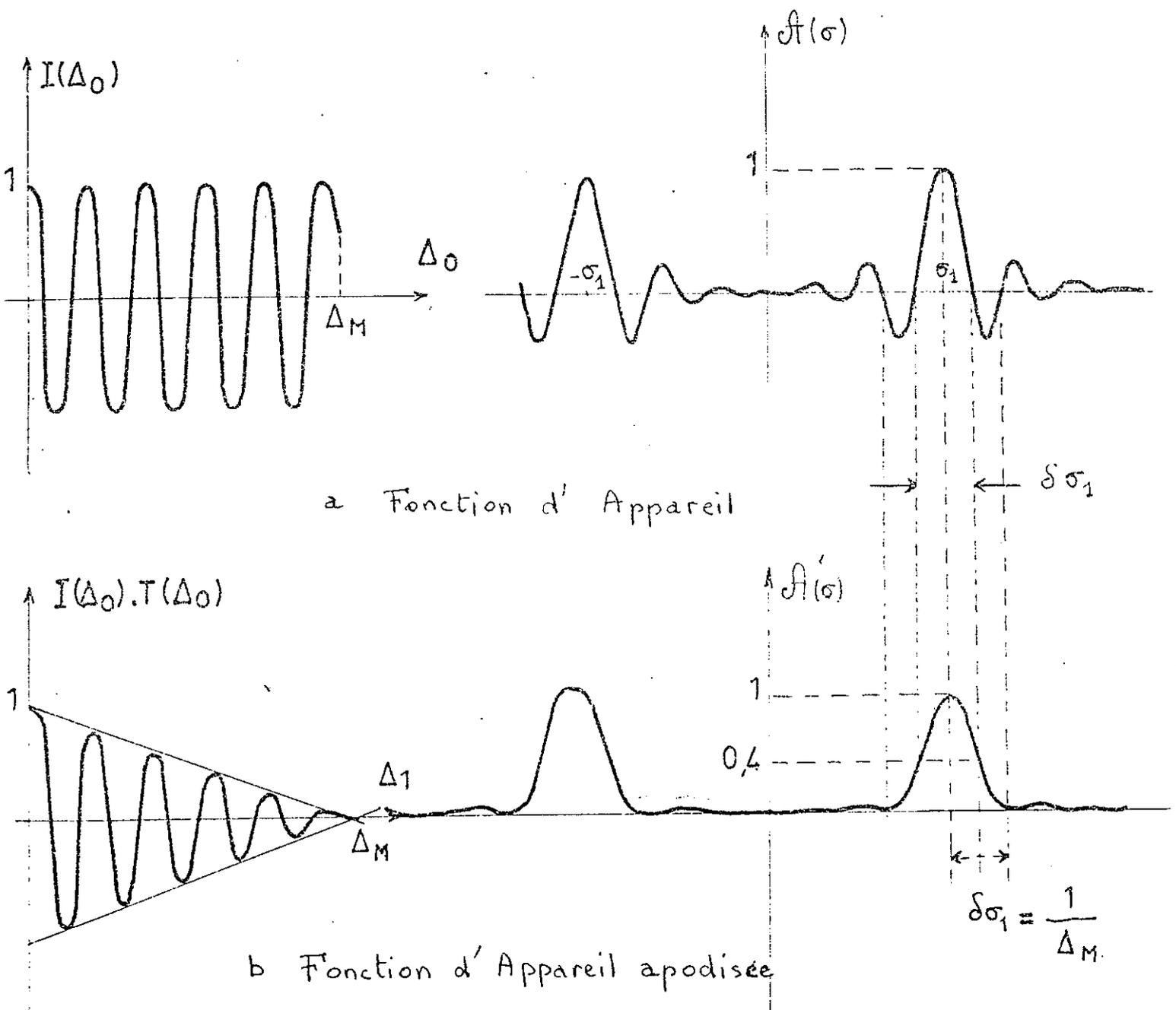


Fig. 3

a) L'interférogramme brut et sa transformée de Fourier,  
 b) L'interférogramme apodisé et sa transformée, fonction  
 d'appareil "sans pieds".

pouvoir de résolution théorique  $\mathcal{R}_0$ . Nous étudierons ensuite l'influence de l'ouverture du diaphragme d'entrée sur ce pouvoir de résolution pour raisonner par la suite sur les conditions pratiques d'utilisation.

### B) Pouvoir de résolution théorique

Dans les conditions précédemment décrites nous envoyons donc sur l'interféromètre une lumière dont le spectre peut être représenté par la fonction pic de Dirac.

$$B(\sigma) = \delta(\sigma - \sigma_1)$$

On enregistre la sinuséide  $I(\Delta_0) = \cos 2\pi\sigma_1\Delta_0$  depuis  $\Delta_0 = 0$  jusqu'à  $\Delta_0 = \Delta_M$ .

Pour retrouver  $B(\sigma)$  on fait l'intégration de Fourier sur  $I(\Delta_0)$ . On ne peut la faire de  $-\infty$  à  $+\infty$  et on se contente de calculer :

$$\begin{aligned} A(\sigma) &= \int_0^{\Delta_M} \cos 2\pi\sigma\Delta_0 \cos 2\pi\sigma_1\Delta_0 d\Delta_0 \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\Delta_M} [\cos 2\pi\Delta_0(\sigma - \sigma_1) + \cos 2\pi\Delta_0(\sigma + \sigma_1)] d\Delta_0 \end{aligned}$$

$$A(\sigma) = \frac{\sin 2\pi(\sigma - \sigma_1)\Delta_M}{2\pi(\sigma - \sigma_1)\Delta_M} + \frac{\sin 2\pi(\sigma + \sigma_1)\Delta_M}{2\pi(\sigma + \sigma_1)\Delta_M} \quad (I,6)$$

$A(\sigma)$  est le spectre que l'on obtient pour une radiation rigoureusement monochromatique, c'est-à-dire la fonction d'appareil. Elle est formée (fig.3a) par l'ensemble de deux pics centrés sur  $\sigma_1$  et  $-\sigma_1$ ; le second ne présente évidemment pas de signification physique; ces pics présentent des maximum secondaires importants très gênants dans la pratique. On préfère modifier l'interférogramme de façon que la transformation de Fourier donne une fonction moins entachée de maximum secondaires, quitte à perdre sur sa finesse.

.../...

Pour ce faire, on multiplie l'interférogramme par une fonction égale à 1 pour  $\Delta_0 = 0$  et décroissant vers  $\Delta_M$  suivant une certaine loi. On réalise ainsi une véritable apodisation. La plus simple des fonctions apodisantes (mais non nécessairement la meilleure [14]) est la fonction  $T(\Delta_0) = 1 - \frac{\Delta_0}{\Delta_M}$  (fig. 3b).

La fonction d'appareil apodisée  $A'(\sigma)$  est alors donnée par

$$A'(\sigma) = \int_0^{\Delta_M} \left[ \cos 2\pi(\sigma - \sigma_1)\Delta_0 + \cos 2\pi(\sigma + \sigma_1)\Delta_0 \right] \left( 1 - \frac{\Delta_0}{\Delta_M} \right) d\Delta_0$$

$$A'(\sigma) = \left[ \frac{\sin \pi \Delta_M (\sigma - \sigma_1)}{\pi \Delta_M (\sigma - \sigma_1)} \right]^2 + \left[ \frac{\sin \pi \Delta_M (\sigma + \sigma_1)}{\pi \Delta_M (\sigma + \sigma_1)} \right]^2 \quad (I, 7)$$

Au voisinage de  $\sigma = \sigma_1$  on peut négliger le deuxième terme. Alors que  $A(\sigma)$  (I, 5) avait ses premiers zéros pour  $\sigma - \sigma_1 = \frac{1}{2\Delta_M}$  la nouvelle fonction  $A'(\sigma)$  a son premier minimum nul pour  $\sigma - \sigma_1 = \frac{1}{\Delta_M}$ . Elle est donc deux fois plus large mais sa forme rend ses maximum secondaires beaucoup moins gênants.

La limite de résolution peut être fixée par le critère de Rayleigh puisque la fonction d'appareil a la forme très classique que l'on rencontre chaque fois que le pouvoir de résolution d'un spectromètre à fentes est limité par la diffraction. Nous l'appellerons  $\delta\sigma_1$  :

$$\delta\sigma_1 = \frac{1}{\Delta_M} ; \text{ elle est indépendante du domaine spectral étudié.}$$

Le pouvoir de résolution théorique pour une radiation  $\sigma_1$  s'en déduit

$$R_0 = \frac{\sigma_1}{\delta\sigma_1} = \sigma_1 \Delta_M = \frac{\Delta_M}{\lambda_1} = N$$

où  $N$  est le nombre de franges enregistrées.

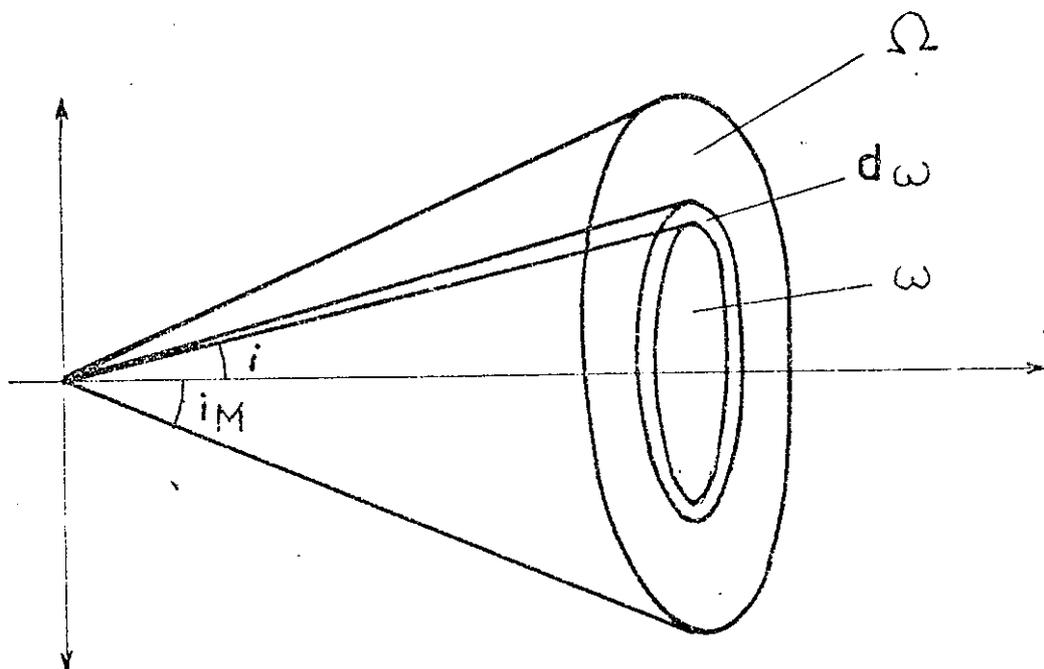


Fig. 4 - Définition des grandeurs utilisées dans le calcul de l'interférogramme enregistré avec un angle solide  $\Omega$ .

c) Pouvoir de résolution réel

Pour recevoir une énergie non nulle l'interféromètre doit admettre une étendue de faisceau finie. Cela suppose à l'entrée ou à la sortie un diaphragme qui sous-tend un angle solide  $\Omega$ . Dans cet angle solide tous les rayons n'interfèrent pas avec la différence de marche  $\Delta_0$ . Un rayon qui fait un angle  $i$  avec la normale aux miroirs se dédouble en deux rayons qui interfèrent avec la différence de marche

$$\Delta = \Delta_0 \cos i$$

Pour calculer le nouvel interférogramme il faut intégrer le flux lumineux émergent dans tout l'angle solide utilisé. Nous supposons un diaphragme circulaire de rayon angulaire  $i_m$ , d'angle solide  $\Omega$  (fig.4). Soit  $d\omega$  un élément d'angle solide au bord de l'angle solide  $\omega$  et pour lequel l'incidence des rayons est comprise entre  $i$  et  $i + di$ .

Nous utilisons les relations bien connues

$$\omega = 2\pi (1 - \cos i) \quad \cos i = 1 - \frac{\omega}{2\pi}$$

$$d'où \quad \Delta = \Delta_0 \cos i = \Delta_0 \left(1 - \frac{\omega}{2\pi}\right)$$

Nous supposons encore l'interféromètre éclairé en lumière monochromatique :

$$d\overline{\Phi}(\Delta_0) = BS \cos^2 \left[ \pi \sigma_1 \Delta_0 \left(1 - \frac{\omega}{2\pi}\right) \right] d\omega$$

Nous séparons la partie variable avec  $\Delta_0$  et intégrons sur tout l'angle solide  $\Omega$  pour obtenir l'interférogramme  $I_{\Omega}(\Delta_0)$

$$I_{\Omega}(\Delta_0) = \int_0^{\Omega} \cos^2 \left[ 2\pi \sigma_1 \Delta_0 \left(1 - \frac{\omega}{2\pi}\right) \right] d\omega$$

ce qui donne après intégration

$$I_{\Omega}(\Delta_0) = \int \left[ \cos 2\pi \sigma_1 \left(1 - \frac{\Omega}{4\pi}\right) \Delta_0 \right] \frac{\sin 2\pi \sigma_1 \Delta_0 \frac{\Omega}{4\pi}}{2\pi \sigma_1 \Delta_0 \frac{\Omega}{4\pi}} \quad (1,8)$$

que nous écrivons

$$I_{\Omega}(\Delta_0) = D(\Delta_0) \cdot C(\Delta_0)$$

L'interférogramme est alors une sinusoïde  $D(\Delta_0)$  dont la période est un peu supérieure à  $\lambda_1$  et dont l'amplitude  $C(\Delta_0)$  est modulée.

Nous avons trouvé les modifications apportées à l'interférogramme par l'ouverture finie du diaphragme. Qu'en résulte-t-il pour le spectre ?

L'interférogramme enregistré avec un angle solide  $\Omega$  fini étant maintenant  $I_{\Omega}(\Delta_0)$  le spectre sera obtenu (en supposant que l'on apodise par une fonction  $T(\Delta_0)$ ) par l'opération

$$A'_{\Omega} = \mathcal{C} \left[ I_{\Omega}(\Delta_0) \cdot T(\Delta_0) \right]$$

où  $\mathcal{C}$  représente l'opération de la transformation de Fourier.

En tenant compte de (1,8)

$$A'_{\Omega} = \mathcal{C} \left[ C(\Delta_0) \cdot D(\Delta_0) \cdot T(\Delta_0) \right]$$

Ces trois fonctions ainsi que leur produit sont représentées sur la figure 5. On sait que la transformée de Fourier d'un produit de fonctions  $x, y, z$  est le produit de convolution des transformées de Fourier de chacune de ces fonctions.

Les transformées de Fourier de  $C(\Delta_0)$ ,  $D(\Delta_0)$  et  $T(\Delta_0)$  sont représentées sur la figure 5 en face de chacune d'elles.

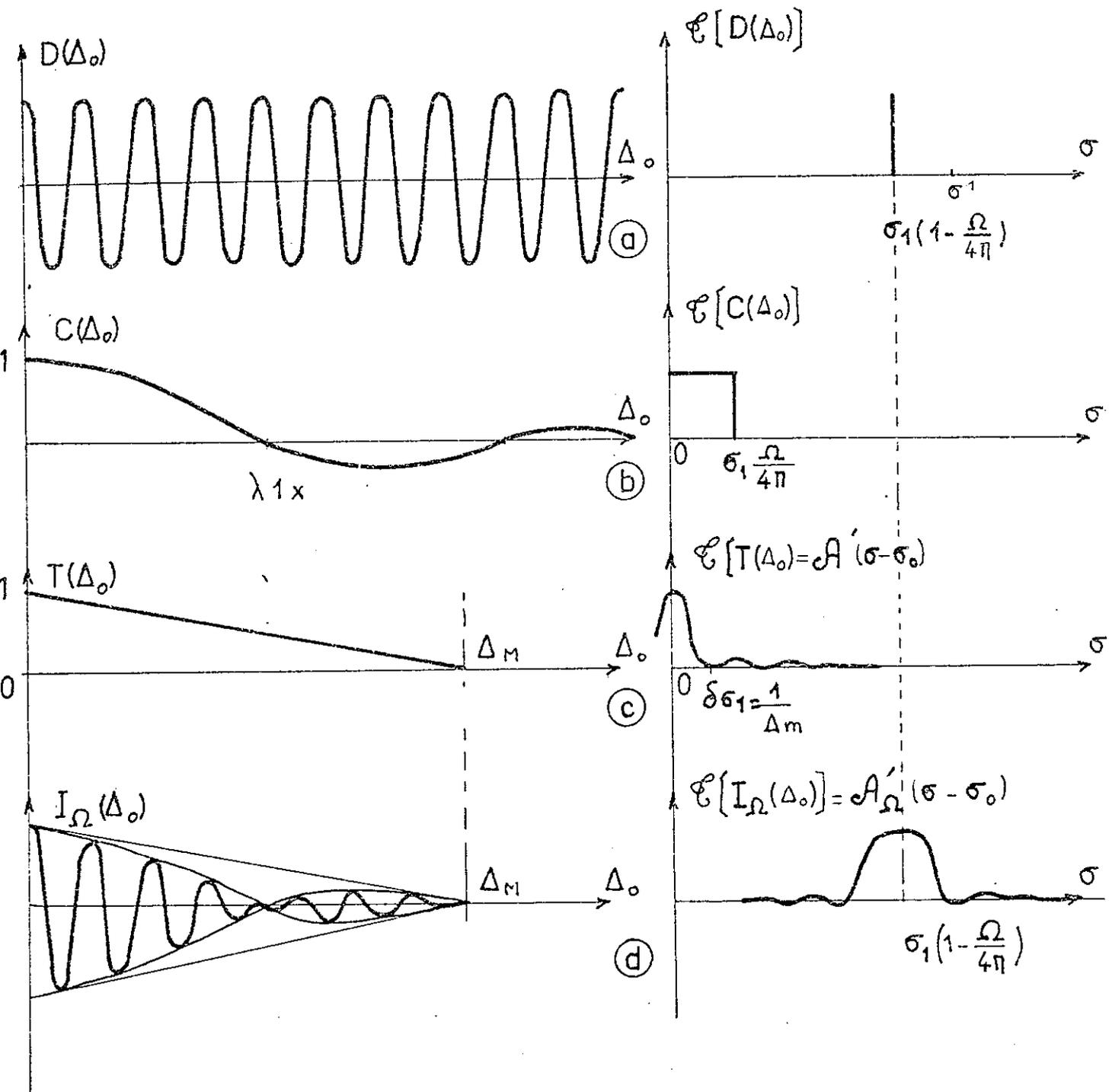


Fig. 5 - Les différentes fonctions dont le produit donne l'interférogramme, et leur transformée de Fourier dont le produit de composition donne la fonction d'appareil.

- $\mathcal{E} [c (\Delta_0)]$  est une fonction de Dirac
- $\mathcal{E} [D (\Delta_0)]$  est une fonction rectangle de largeur  $\sigma, \frac{\Omega}{2\pi}$ .
- $\mathcal{E} [T (\Delta_0)]$  a le profil de la fonction d'appareil théorique, apodisée dans notre cas de figure.

L'allure de la fonction d'appareil résultante est représentée figure 5 d.

Nous voyons intervenir une "fonction diaphragme"  $\mathcal{E} [c (\Delta_0)]$  qui a la même forme que celle de l'interféromètre de Fabry-Perot plan [15] ou que la fonction fente d'un spectromètre à fentes. Nous avons donc deux causes d'élargissement de la fonction d'appareil. Celle-ci sera en général plus large que chacune des fonctions  $T (C)$  et  $T (D)$  qui la composent. Pour un pouvoir de résolution théorique  $R_0$  donné, donc pour un  $\Delta_H$  fixé on peut faire varier l'ouverture du diaphragme pour obtenir un maximum du produit luminosité-résolution [8]. Les conditions les plus avantageuses et celles que l'on adoptera dans la majorité des cas sont obtenues lorsque les composantes du produit de convolution ont même largeur. C'est-à-dire lorsque

$$\delta\sigma_1 = \frac{1}{\Delta_H} = \sigma_1 \frac{\Omega}{4\pi}$$

$\Omega$  est alors déterminé par le pouvoir de résolution théorique cherché.

$$\Omega = 2\pi \frac{\lambda_1}{\Delta_H} = \frac{2\pi}{R_0}$$

que l'on peut traduire par une invariance du produit angle solide x résolution

$$\Omega R_0 = 2\pi$$

relation identique à celle que donne l'interféromètre de Fabry-Perot plan [15].

La résolution réelle est dans ces conditions

$$R = 0,8 R_0$$

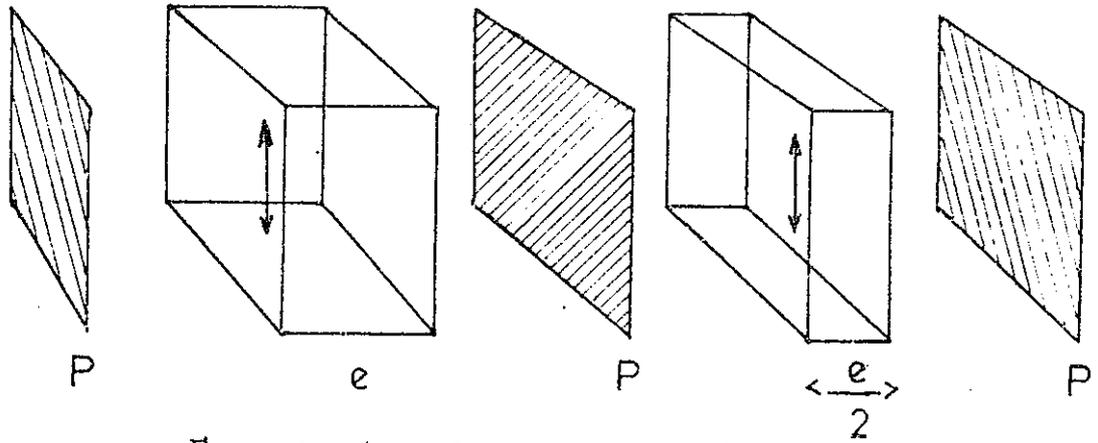


Fig. 6 - Le filtre de Lyot.

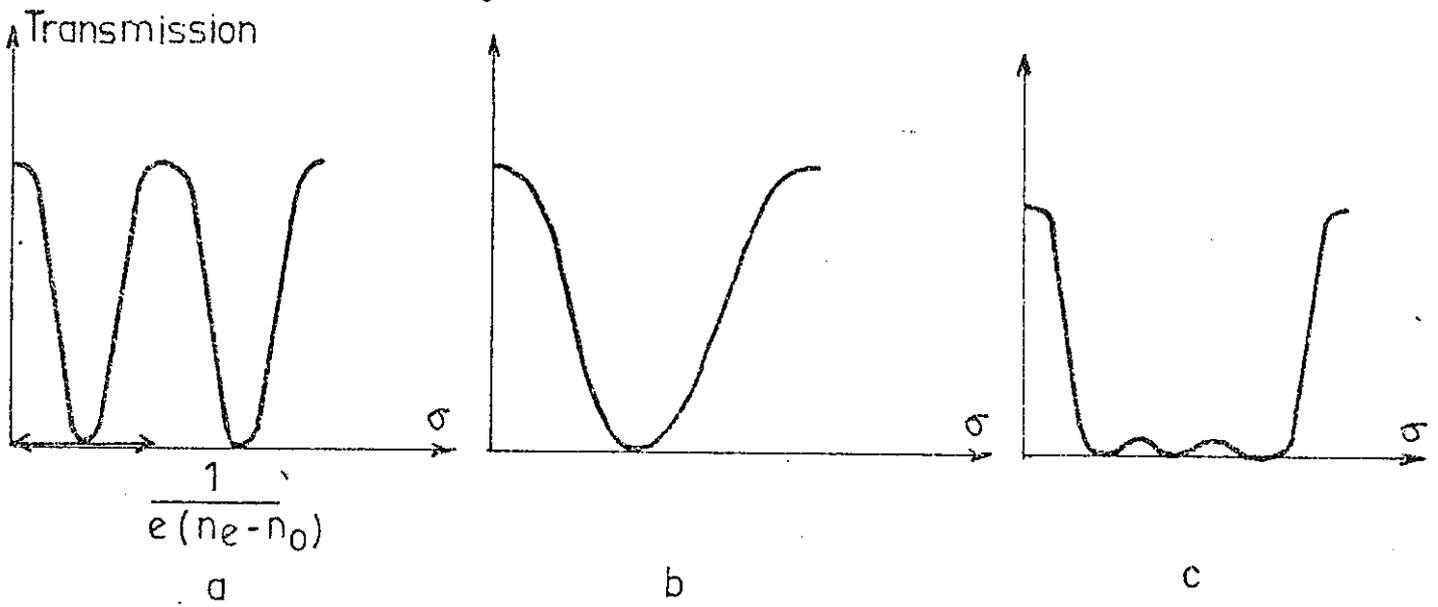


Fig. 7 - Transmission des éléments du filtre de Lyot.

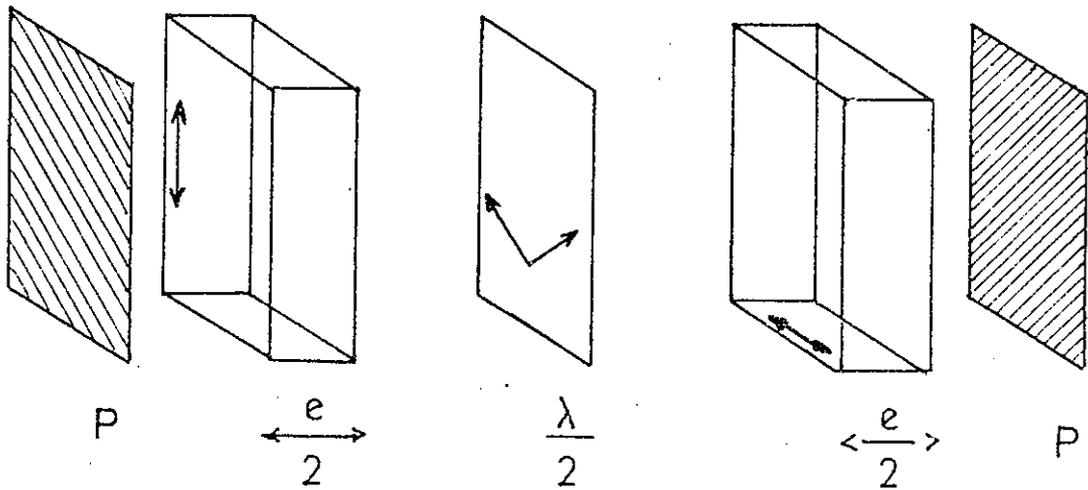


Fig. 8 - Filtre de Lyot à champ compensé.

I I - SYSTEMES A CHAMP COMPENSE -

A) Filtre de Lyot

Le problème de la compensation du champ d'un appareil interférentiel déborde la pure spectroscopie. Nous choisirons quelques exemples qui ne s'en éloignent pas trop. Le premier système à champ compensé est le filtre que Lyot mit au point en 1944 pour l'étude monochromatique du soleil [ 16 ] .

Une lame uni-axe (fig.6) taillée parallèlement à l'axe placée entre polariseur et analyseur croisés et à 45° de ses lignes neutres transmet, sous incidence normale, un spectre cannelé sinusoidal (fig. 7a). La largeur d'une cannelure est donnée en  $\text{cm}^{-1}$  par  $\frac{1}{e(n_e - n_o)}$  soit l'inverse de la différence de marche optique entre les rayons ordinaire et extraordinaire.

Si nous plaçons derrière elle dans les mêmes conditions une lame d'épaisseur moitié, cette deuxième lame transmettra un spectre cannelé de période double (fig.7b) et le spectre transmis par l'ensemble aura l'aspect de la figure 7c.

En mettant ainsi  $n$  lames d'épaisseur  $e, \frac{e}{2}, \frac{e}{4}, \text{etc} \dots$  on obtient un spectre cannelé dont on montre facilement que la finesse (rapport de l'intervalle entre deux pics à la largeur d'un pic) est égale à  $2^n$ .

Le spectre cannelé transmis par une lame se translate (au voisinage d'une longueur d'onde donnée) dans l'échelle des nombres d'onde si l'incidence des rayons n'est plus normale. Si la lame reçoit un faisceau étendu on observe des franges à l'infini qui sont des hyperboles d'autant plus serrées que la lame est plus épaisse. Seule la région centrale de ces hyperboles est utilisable en pratique et la lame la plus épaisse impose une limitation au champ angulaire admissible. Il ne s'agit pas ici de gagner en luminosité mais de pouvoir photographier la totalité de la surface solaire avec une radiation de longueur d'onde déterminée.

Lyot a imaginé de remplacer une lame d'épaisseur  $e$  par deux lames d'épaisseur  $\frac{e}{2}$ , d'axes croisés et séparées par une lame demi-onde dont les axes sont à  $45^\circ$  des axes des cristaux (fig.8). Les rayons normaux ne voient qu'une lame d'épaisseur  $e$  car la vibration subit la symétrie par rapport aux axes de la lame demi-onde. Dans l'ellipsoïde des indices lié à la structure cristalline une vibration polarisée rectilignement retrouve le même indice dans la deuxième lame que dans la première. Le calcul montre par contre que les variations de  $e (n_e - n_o)$  avec l'incidence se compensent approximativement d'une lame à l'autre entraînant la disparition des hyperboles isochromatiques à l'infini. Pour les rayons très inclinés réapparaissent des franges circulaires.

#### B) Etalon de Fabry-Perot sphérique

Nous aurons un deuxième exemple avec l'interféromètre de Fabry et Perot. La différence de marche entre deux rayons interférents successifs à l'infini est

$$\Delta = \Delta_0 \cos i = 2n e \cos i$$

où  $n$  est l'indice du milieu situé entre les lames et  $e$  la distance de ces lames.  $i$  est l'angle d'incidence. Les franges sont des cercles concentriques.

P. Connes [9] a imaginé de remplacer les deux plans du Fabry-Perot par deux calottes sphériques centrées l'une sur l'autre. On montre que dans l'approximation de Gauss deux rayons interférents ne ressortent plus seulement parallèles, mais confondus (fig.9). La différence de marche est alors stationnaire au quatrième ordre près en  $i$ . Elle vaut quatre fois le rayon des calottes sphériques. Lorsque  $i$  devient grand, le terme du quatrième ordre fait réapparaître des franges d'aberration sphérique identiques à celles que nous discuterons plus loin.

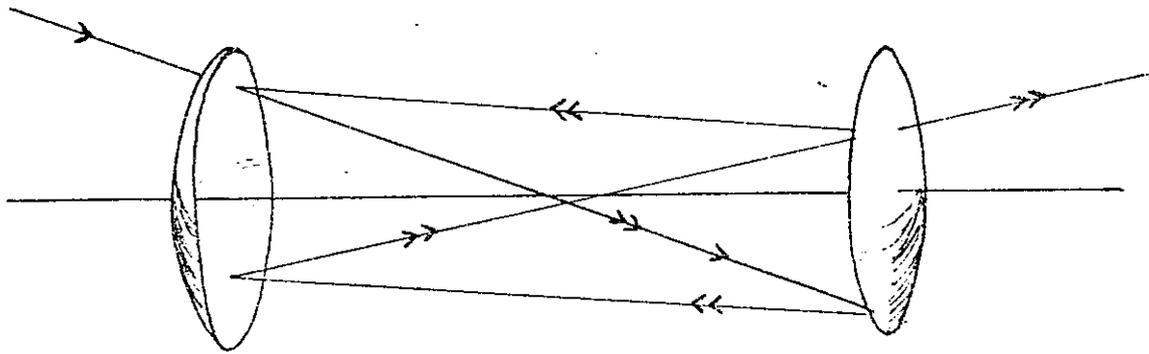


Fig. 9 - Le Fabry-Pérot sphérique

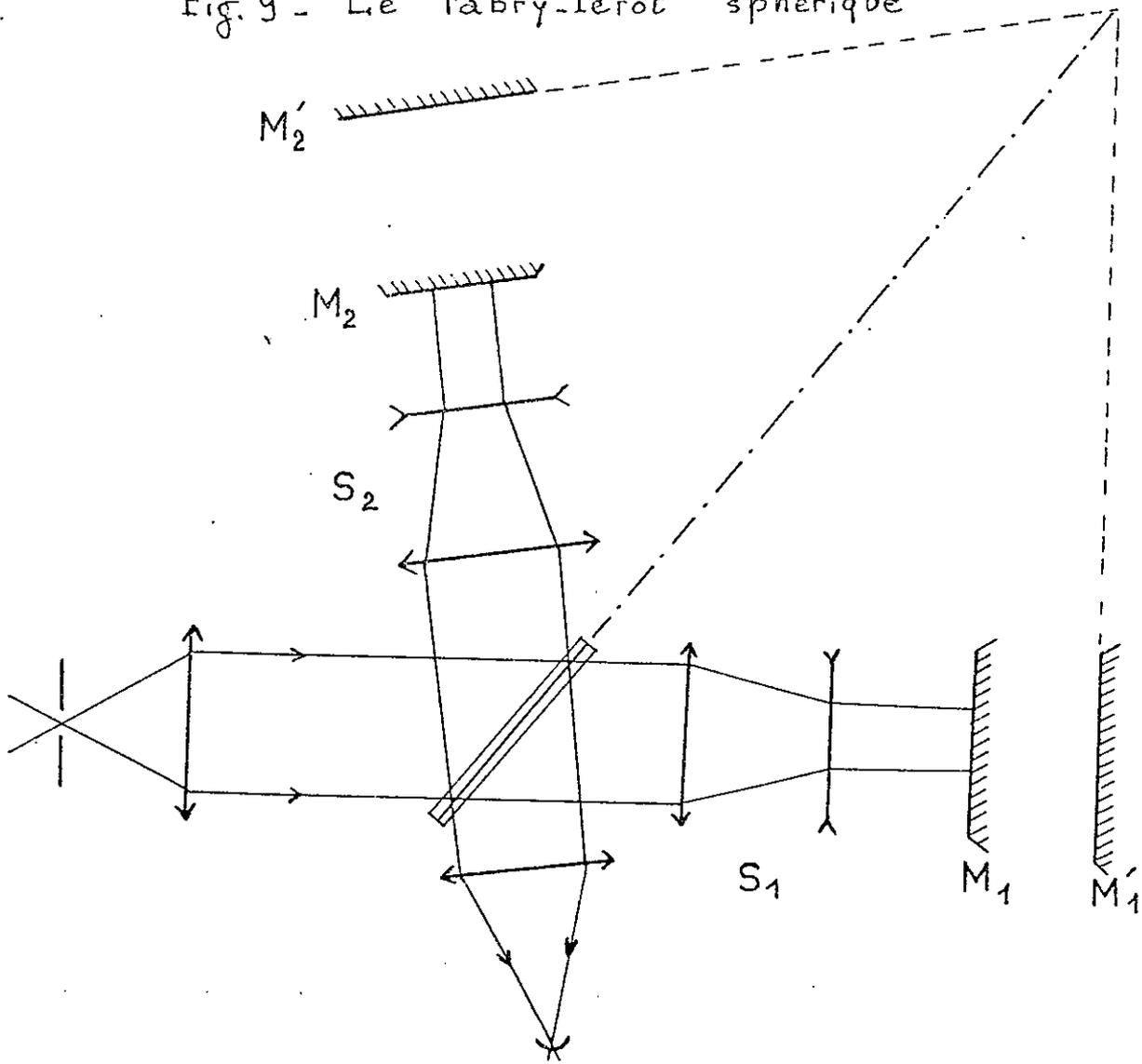


Fig. 10 - Interféromètre de Michelson à systèmes focaux.

C) Interféromètre de Michelson à systèmes afocaux

P.Combes [ 10 ] a montré que l'on pouvait obtenir un résultat analogue avec l'interféromètre de Michelson en plaçant devant les miroirs des systèmes afocaux identiques  $S_1$ ,  $S_2$  (fig.10). On déplace le miroir  $M_1$  et son système afocal de façon que l'image géométrique  $M_1'$  donnée de  $M_1$  par  $S_1$  reste immobile et superposée à l'image  $M_2'$  de  $M_2$  dans la séparatrice. Or la superposition des deux images géométriques ne préjuge pas de la différence de marche  $\Delta$  ; par contre une application simple du principe de Fermat montre que  $\Delta$  reste constant quand l'incidence varie. L'angle solide de la teinte plate à l'infini ne dépend que des aberrations des systèmes optiques. Remarquons toutefois qu'une telle solution est assez compliquée et encombrante à tel point que c'est la diaphragmation due à la longueur des bras de l'interféromètre qui limite l'ouverture des faisceaux lumineux.

D) Interféromètre de Michelson à lame à faces parallèles

Nous nous attarderons un peu plus sur un autre système préconisé par L.Mertz [ 11 ] . Il place une lame à faces parallèles d'épaisseur variable  $e$  sur l'un des faisceaux. Celle-ci est réalisable avec deux prismes de même angle ; comme il n'est pas possible de faire décroître son épaisseur jusqu'à 0, une deuxième lame d'épaisseur fixe est placée sur le deuxième faisceau. Elle joue le rôle d'une compensatrice. Comme elle ne change rien aux propriétés de l'appareil, nous ne la représentons pas sur la figure 11 pour simplifier celle-ci. Nous supposons alors que  $e$  peut atteindre la valeur 0.

Nous allons préciser par un calcul simple l'influence de cette lame de verre sur l'aspect des franges observées à l'infini.

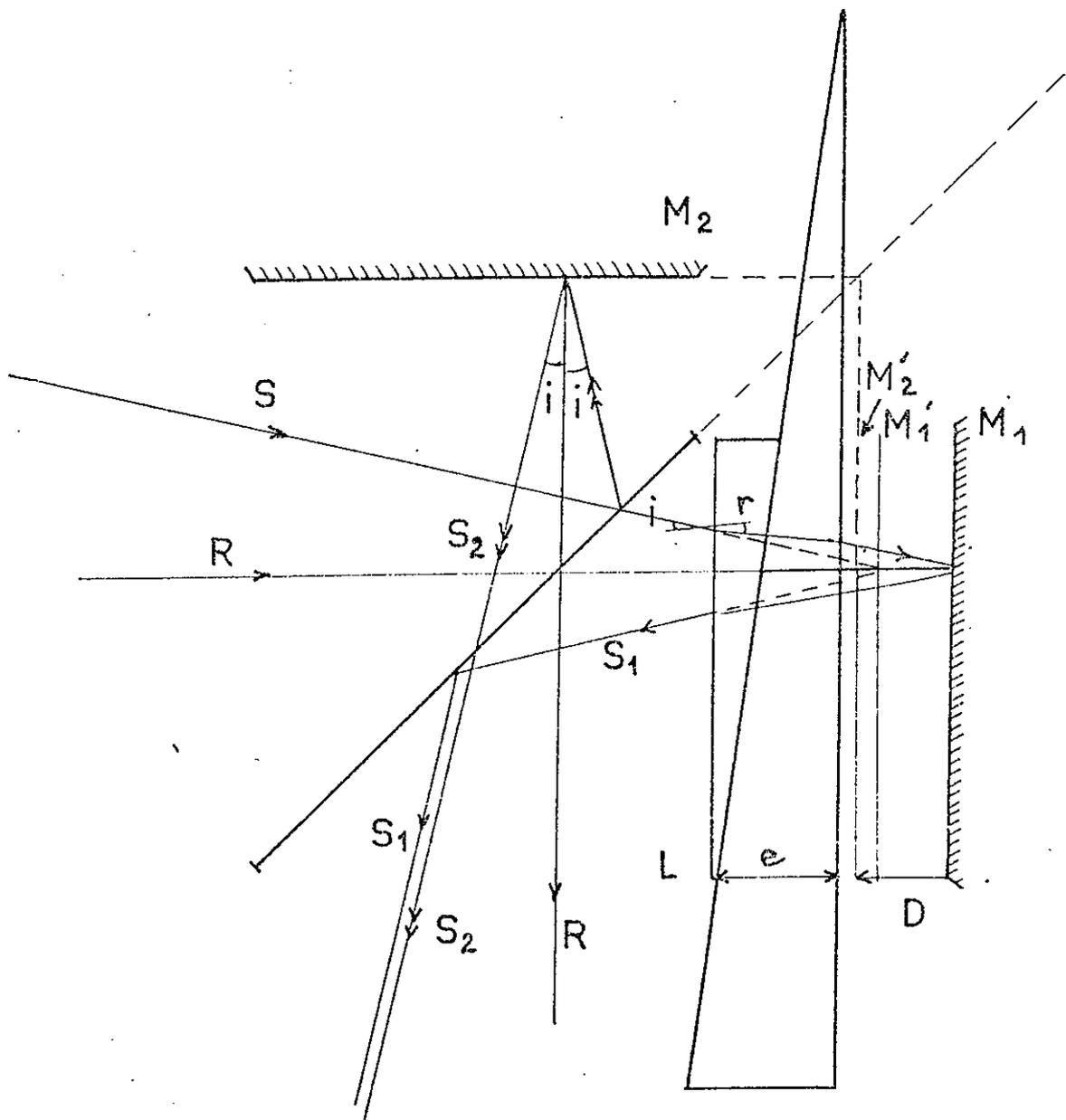


Fig. 11 - Interféromètre de Michelson à lame

à faces parallèles - L' image  $M'$ , donnée de  $M$ , par la lame  $L$  est ici légèrement décalée par rapport à l' image  $M'_2$  donnée de  $M_2$  par la séparatrice.

1) La compensation du champ

Considérons l'interféromètre de la figure 11. Soit  $\lambda_1$  la radiation monochromatique incidente pour laquelle l'indice du verre est  $n_1$ . R est un rayon torbant normalement sur les miroirs et revenant sur lui-même. Nous l'appellerons rayon principal. S est un rayon secondaire d'incidence  $i$ . Désignons par  $D$  la distance algébrique dont  $M_2'$ , image de  $M_2$  dans la séparatrice, est avancée par rapport à  $M_1$ . Le sens positif des déplacements est compté vers la séparatrice.  $M_1'$  est l'image paraxiale de  $M_1$  donnée par la lame de verre. La différence de marche  $\Delta$  entre les rayons sortants parallèles  $S_1$ ,  $S_2$  s'exprime en fonction de l'incidence  $i$  et de l'angle de réfraction  $r$  dans la lame par

$$\Delta = 2e (n_1 \cos r - \cos i) + 2D \cos i \quad (\text{II},1)$$

En posant  $i = n_1 r$  on obtient un développement de  $\Delta$  par rapport à  $i$  pour les petites incidences

$$\Delta = 2 \left[ e(n_1 - 1) + D \right] + i^2 \left[ e \frac{n_1 - 1}{n_1} - D \right] = \Delta_0 + i^2 \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} e - D \right] \quad (\text{II},2)$$

Rapprochons cette expression de celle qu'on aurait sans la lame de verre

$$\Delta' = \Delta_0 \cos i = \Delta'_0 - \frac{\Delta'_0 i^2}{2} \quad (\text{II},3)$$

Alors que dans (II,3) le coefficient de  $i^2$  ne s'annule que si  $\Delta'_0 = 0$  on voit dans (II,2) la possibilité d'annuler les variations de  $\Delta$  du second ordre en  $i$  en satisfaisant à la condition de compensation :

$$D = D_c = e \frac{n_1 - 1}{n_1} \quad (\text{II},4)$$

Nous dirons que l'interféromètre est compensé.

.../...

La différence de marche pour les rayons principaux est alors :

$$\Delta_0 = \Delta_{oc} = 2e \frac{n_1^2 - 1}{n_1} \quad (\text{II},5)$$

En faisant varier  $D$  et  $e$  simultanément pour maintenir la condition (II,4) on pourrait explorer les différents états d'interférence en conservant une teinte plate à l'infini à la place des anneaux classiques. Cette condition n'est autre que la superposition des images géométriques  $M_2'$  et  $M_1'$  des miroirs  $M_2$  et  $M_1$  données par la séparatrice et la lame à épaisseur variable. Comme on le voit sur la figure 11 les deux rayons émergents seraient, dans ce cas, confondus.

Mais la lame de verre est entachée d'aberrations. L'image  $M_1'$  n'est pas parfaitement définie à cause de l'aberration sphérique des rayons inclinés. Enfin les variations d'indice entraînent une variation de  $\Delta_0$  avec la longueur d'onde pour une position donnée de l'interféromètre

## 2) Aberration sphérique

Il faut pour mettre l'aberration sphérique en évidence faire figurer des termes du quatrième ordre en  $i$ . On obtient alors (en utilisant  $n =$

$$\frac{i}{n_1} - \frac{n_1^2 - 1}{n^3} \frac{i^3}{3!} \quad ) \text{ à la place de (II},2) :$$

$$\Delta = \left[ e(n_1 - 1) + D \right] + i^2 \left[ e \frac{n_1 - 1}{n_1} - D \right] + \frac{i^4}{12} \left[ D + \frac{e}{n_1^3} (4n_1^2 - n_1^3 - 3) \right] \quad (\text{II},6)$$

Nous supposons alors  $D \approx D_c$  ce qui nous permet de négliger le terme en  $D - D_c$  dans le coefficient de  $i^4$

$$\Delta = \Delta_0 + (D_c - D) i^2 + \frac{\Delta_0}{8n_1^2} i^4 \quad (\text{II},7)$$

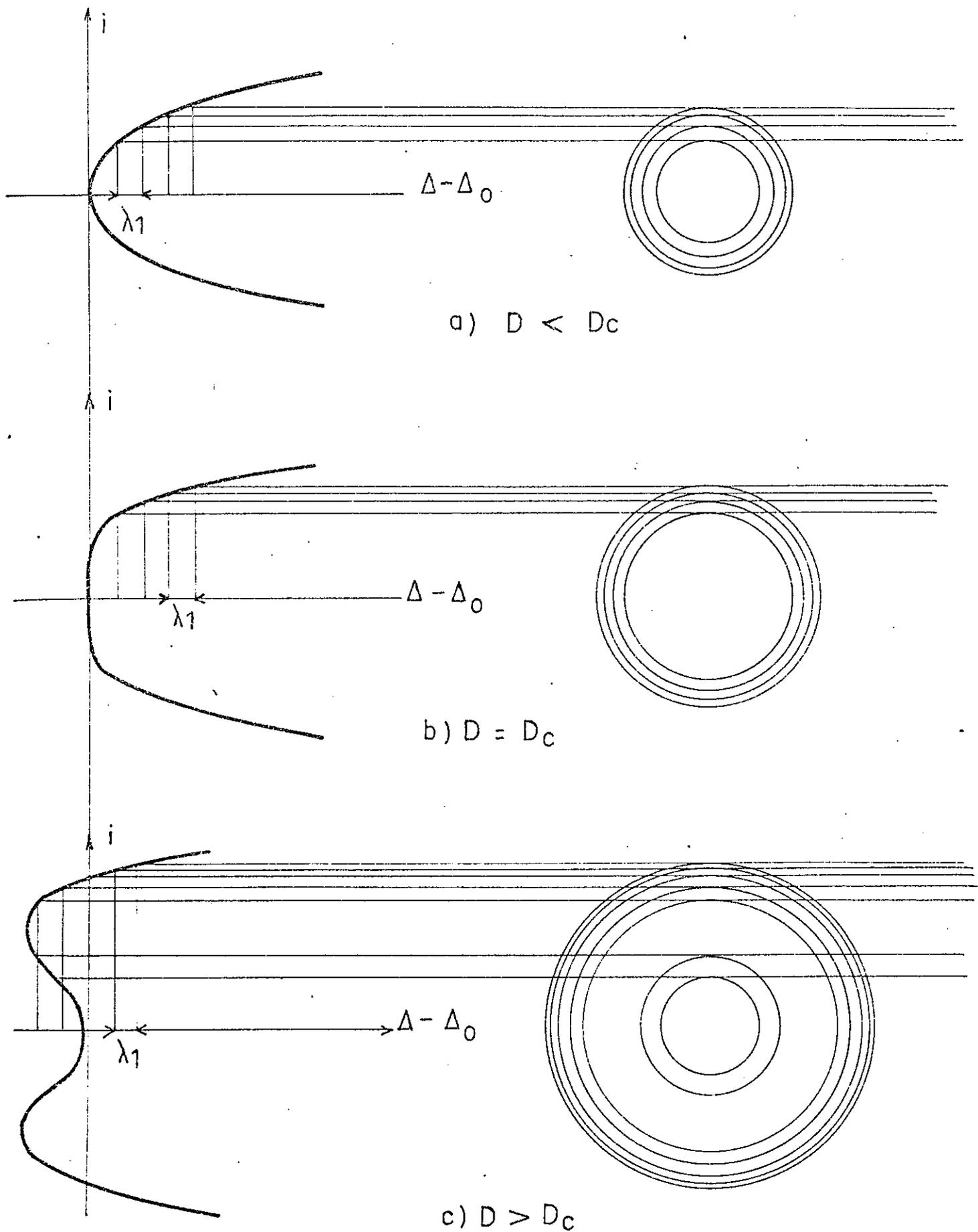


Fig 12 - Franges d'aberration sphérique .

L'interféromètre ayant la symétrie de révolution, les franges sont toujours des cercles. Les variations de  $\Delta - \Delta_0$  en fonction de  $i$  dans un plan d'incidence quelconque permettent de retrouver l'aspect caractéristique des franges d'aberration sphérique observées à l'interféromètre de Twyman [12] mais ici localisées à l'infini (fig.12).

Si on suppose la compensation réalisée ( $D = D_c$ ) l'expression (II,7) donne

$$\Delta = \Delta_0 + \frac{\Delta_0}{8n_1^2} i^4$$

Cette valeur de  $\Delta$  comparée à celle que nous aurions sans la lame

$$\Delta' = \Delta_0 - \frac{\Delta_0}{2} i^2$$

nous permet de définir un gain sur l'angle solide admissible. Nous définirons (un peu arbitrairement) celui-ci comme le rapport de l'angle solide  $\Omega_c$  de l'interféromètre compensé à l'angle solide  $\Omega$  de l'interféromètre ordinaire qui donnent une variation maximum de  $\Delta$  égale à  $\lambda_1$  pour les rayons les plus inclinés. Nous désignons par  $i_{1c}$  et  $i_{11}$  les rayons angulaires des cônes correspondant à ces angles solides.

$$\frac{\Delta_0}{8n_1^2} i_{1c}^4 = \frac{\Delta_0 i_{11}^2}{2} = \lambda_1 \quad (II,8)$$

d'où 
$$G = \frac{\Omega_c}{\Omega} = \frac{i_{1c}^2}{i_{11}^2} = n_1 \sqrt{2} \sqrt{\frac{\Delta_0}{\lambda_1}}$$

On remarque que  $G$  ne devient pas  $\infty$  si  $n_1 = 1$ . Mais il ne faut pas oublier que simultanément, d'après (II,4), l'épaisseur  $e$  doit devenir infinie.

Dans l'étude d'un spectre par transformation de Fourier, c'est la différence de marche maximum qui imposera cette ouverture du faisceau. D'après ce que nous avons vu dans la première partie le rapport  $\frac{\Delta_H}{\lambda_1}$  représente le pouvoir de résolution théorique obtenu pour cette différence de marche maximum. Il est intéressant de la faire figurer dans le gain d'étendue

$$G = n_1 \sqrt{2} R_0 \quad (II,9)$$

Les développements limites suivant les puissances croissantes de  $i$  nous imposent de n'utiliser ce résultat que pour des pouvoirs de résolution de l'ordre de 100 et plus. Au-dessous ce sont d'ailleurs les considérations de silhouettage qui limitent les faisceaux.

La formule (II,9) nous permet d'établir un nouvel invariant dans le cas de l'interféromètre compensé :

$$\Omega \sqrt{R_c} = 2 \pi n_1 \sqrt{2} \quad (\text{II},10)$$

L'angle solide permis diminue cette fois comme la racine carré du pouvoir de résolution.

### 3) Aberration chromatique

Les raisonnements ci-dessus et en particulier les expressions (II,9) et (II,10) ne sont valables que pour la radiation  $\lambda_1$  pour laquelle la condition de compensation (II,4) est remplie. Tous les verres et substances transparentes sont plus ou moins dispersifs.

Pour la radiation  $\lambda$  pour laquelle l'indice est  $n_1 + \delta n$  l'expression de (II,7) s'écrit en négligeant les variations avec  $n$  du coefficient de  $i^4$

$$\Delta = \Delta_0 + \frac{d\Delta_0}{dn_1} \delta n + \left[ (D - D_c) - \frac{dD_c}{dn_1} \delta n \right] i^2 + \frac{\Delta_0}{8n_1^2} i^4$$

expression dans laquelle  $\Delta_0$  reste défini par (II,2) et  $D_c$  par (II,4).

Elle peut s'explicitier de la façon suivante

$$\Delta = \Delta_0 + \frac{\Delta_0}{n_1} \delta n + \left[ D - D_c + \frac{\Delta_0}{2n_1(n_1^2 - 1)} \delta n \right] i^2 + \frac{\Delta_0}{8n_1^2} i^4 \quad (\text{II},11)$$

Lorsque  $D = D_c$ , c'est-à-dire lorsque l'appareil est compensé pour la radiation  $\lambda_1$ , il apparaît pour les autres radiations un terme en  $i^2$ . Ecrivons l'indice sous la forme

$$n = n_1 + a \frac{\sigma - \sigma_1}{\sigma_1}$$

relation toujours valable dans un domaine limité entourant  $\sigma_1$ .  $a$  est un nombre sans dimension proportionnel à la dispersion du verre utilisé.

Le terme d'aberration chromatique mis en évidence dans (II,11) devient prépondérant si

$$|\sigma - \sigma_1| > \sigma_1 \frac{n_1^2 - 1}{a} \sqrt{\frac{2}{R_0}}$$

L'intervalle spectral correspondant est

$$\Delta\sigma = 2\sigma_1 \frac{n_1^2 - 1}{a} \sqrt{\frac{2}{R_0}}$$

Donc dans le domaine  $\sigma_1 - \frac{\Delta\sigma}{2} < \sigma < \sigma_1 + \frac{\Delta\sigma}{2}$  le gain d'angle solide est encore approximativement donné par (II,9) ; au contraire à l'extérieur de ce domaine l'aberration chromatique devient prépondérante et le gain n'est plus que

$$G_{chr} = \frac{n_1(n_1^2 - 1)}{\Delta n} = \frac{n_1(n_1^2 - 1)}{a} \frac{\sigma_1}{\sigma - \sigma_1} \quad \text{(II,12)}$$

#### 4) Défaut de linéarité du spectre

Nous voyons également sur (II,11) un terme correctif en  $\delta n$  sur la différence de marche des rayons principaux. Pour une position donnée des miroirs la différence de marche n'est pas la même pour toutes les radiations. Il en résulte un défaut de linéarité du spectre et en particulier l'impossibilité de faire des mesures directes du rapport de deux longueurs d'ondes. Il faut étalonner l'appareil comme un spectroscopie à prisme.

### 5) C o n c l u s i o n

Le montage de Nertz dont l'étude est théoriquement très simple nous a permis d'étudier la compensation du champ angulaire d'un interféromètre de Michelson. Mais un montage pratique s'avère difficile. Le déplacement d'une pièce optique dans un interféromètre est toujours délicat. Il serait relativement difficile de déplacer avec une bonne synchronisation le miroir et le coin de verre destiné à compenser la longueur apparente du bras de l'interféromètre. Nous l'avons discuté de façon assez complète non seulement en raison de son intérêt propre, mais aussi en tant qu'intermédiaire de raisonnement : il nous permet en effet de mieux comprendre l'interféromètre à prismes exposé au paragraphe suivant.

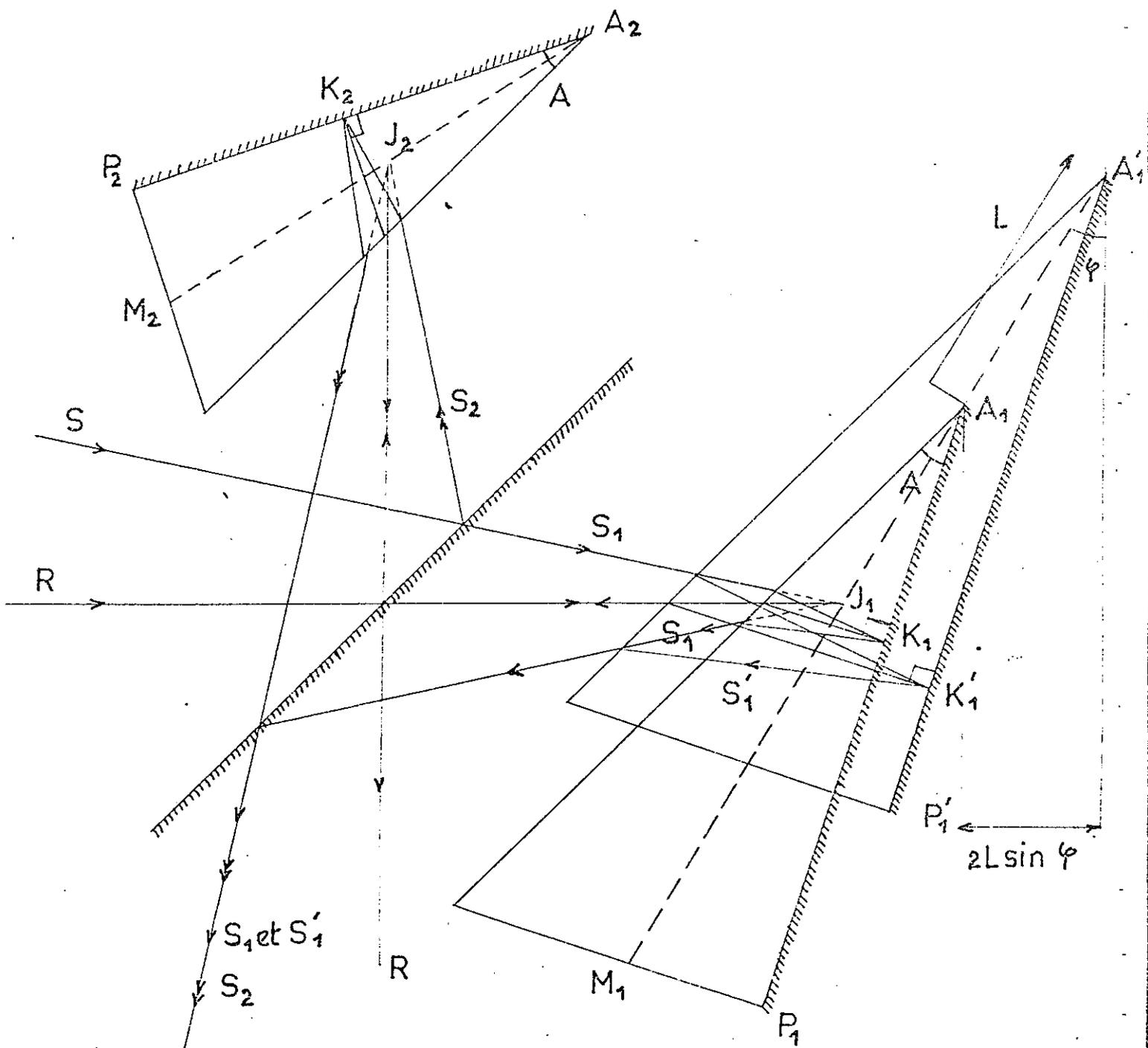


Fig. 13 - Marche des rayons dans l'interféromètre à prismes.

I I I - INTERFEROMETRE A PRISMES -

Nous allons exposer une solution plus compacte que la précédente qui réduit à un seul élément le miroir et la lame de verre. Il s'agit d'un interféromètre de Michelson dans lequel les miroirs sont remplacés par des prismes argentés sur leur face arrière. Le prisme offre par simple translation une épaisseur continûment variable. Ce montage peut être considéré comme dérivant en partie du dispositif de L. Hertz et en partie de l'utilisation de prismes compensateurs dans le S.I.S.A.M [ 13 ] .

A) Description (fig.13)

$P_1$  et  $P_2$  sont deux prismes identiques de petit angle  $A$ , réfléchissants par leur face arrière. Supposons-les initialement placés symétriquement par rapport à la séparatrice : l'ensemble étant ainsi parfaitement symétrique, la différence de marche est nulle pour tous les rayons incidents. Nous désignerons par  $R$  un rayon qui, tombant normalement sur les faces réfléchissantes, revient confondu avec lui-même. Un tel rayon sera encore dit rayon principal. Nous désignerons les rayons secondaires par la lettre  $S$ . Si nous ne faisons subir au prisme  $P_1$  que des translations les rayons interférents resteront toujours parallèles, la différence de marche ne dépendra que de la direction des incidents (et non pas de leur position) et on observera toujours des figures d'interférences à l'infini.

Puisque l'angle des prismes est petit nous pouvons considérer en première approximation que chaque prisme  $P_1$  ou  $P_2$  donne de sa face arrière une image qui est un plan  $\Pi_1$  ou  $\Pi_2$  passant par l'arête  $A_1$  ou  $A_2$ . Si nous faisons subir au prisme  $P_1$  une translation  $A_1 A_1'$  dans le plan  $\Pi_1$ , cette image reste immobile et confondue avec l'image de  $\Pi_2$  donnée par la séparatrice. Du maintien de cette superposition nous pouvons attendre, comme dans le cas de l'interféromètre à lame, une conservation de la teinte plate pour les ordres d'interférence quelconques.

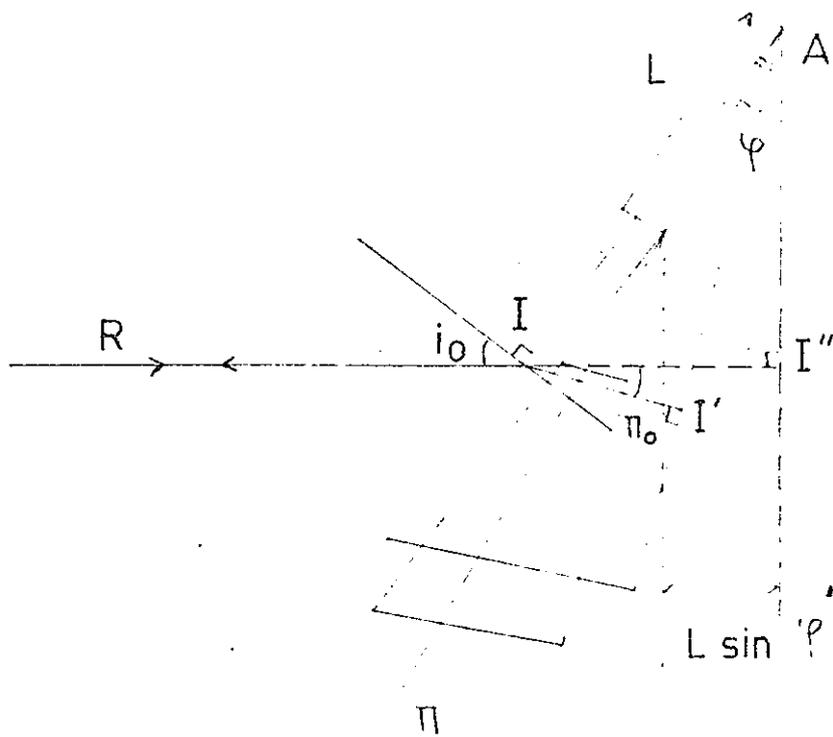


Fig. 14 - Différence de marche entre rayons principaux.

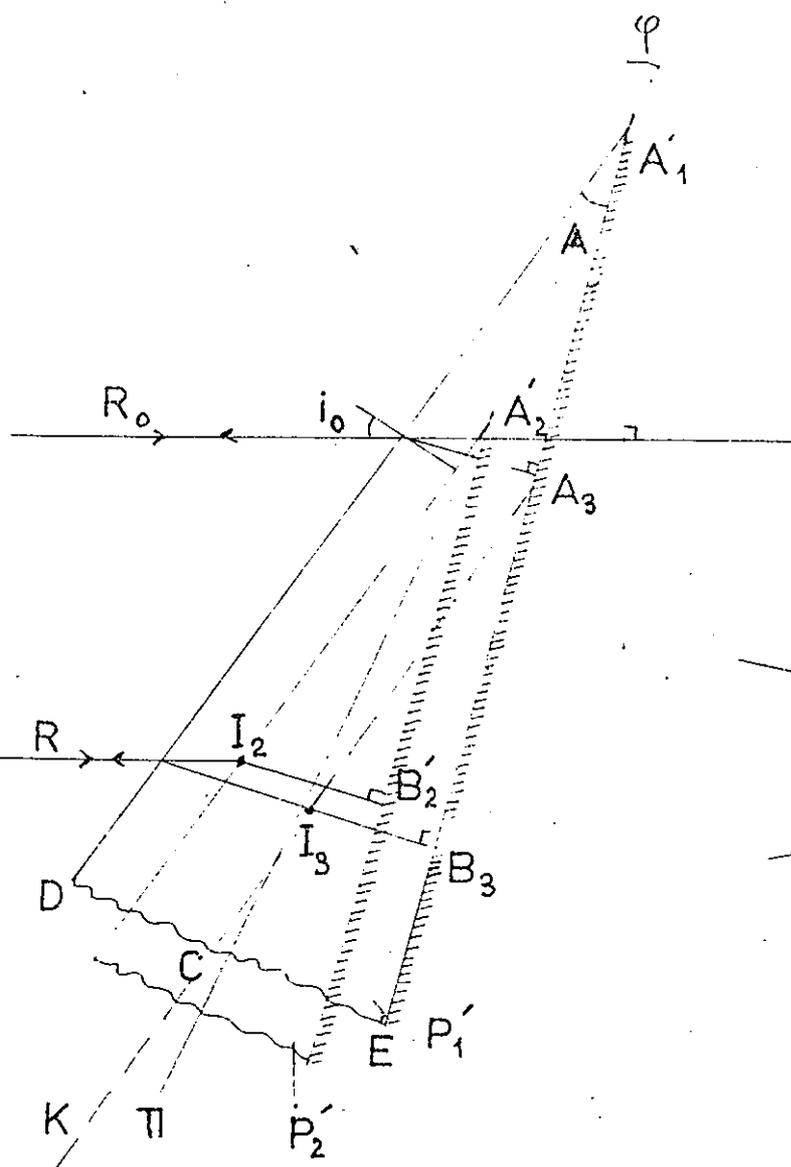
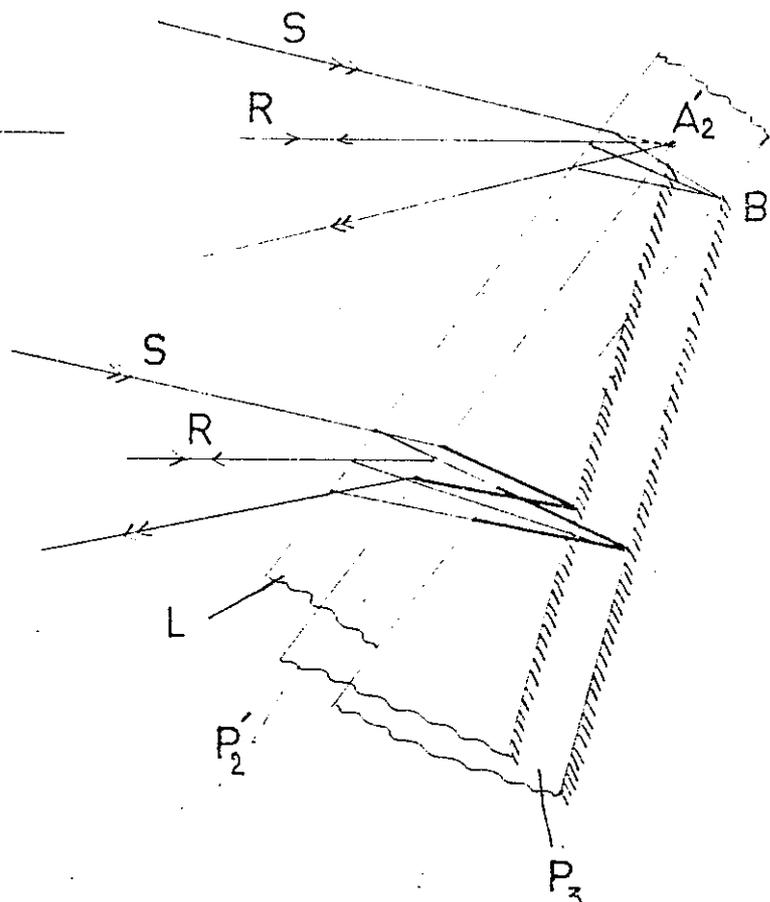


Fig. 15 - Equivalence entre la translation d'un prisme et l'addition d'une lame à faces parallèles.



On voit sur la figure 13 que dans l'état initial de symétrie totale (position  $P_1$ ) le rayon  $S_1$  sort de  $P_1$  en semblant provenir d'un point  $J_1$  de  $\Pi_1$ . Lorsque  $P_1$  a subi la translation  $A_1 A_1' = L$ , le nouveau rayon  $S_1'$ , tout en effectuant un parcours optique différent dans  $P_1'$ , semble, à l'extérieur de  $P_1'$ , toujours provenir de ce même point  $J_1$ . Les deux rayons interférents  $S_2$  et  $S_1'$  sortent toujours confondu.

En résumé le tracé de l'interférogramme se fera en déplaçant le prisme  $P_1$  de telle façon que l'image de sa face arrière paraisse fixe.

### B) Etude dans l'approximation de Gauss

L'expression de la différence de marche entre les rayons principaux s'exprime facilement en fonction de  $L$ , longueur du déplacement, et  $\varphi$  angle de la translation avec la direction des plans d'onde principaux. Il suffit de considérer les rayons qui se réfléchissent sur les arêtes  $A_1$  et  $A_1'$  pour lesquels

$$\Delta_0 = 2L \sin \varphi \quad (\text{III},1)$$

Ce résultat se généralise facilement à des rayons principaux quelconques (fig. 14) en constatant que le chemin optique  $2n\bar{I}\bar{I}'$  parcouru dans le prisme est le même que celui  $2\bar{I}\bar{I}''$  que le rayon aurait parcouru s'il s'était réfléchi sous incidence normale sur un miroir fictif  $AI''$  passant par  $A$ .

La valeur à donner à  $\varphi$  se calcule facilement par l'application des lois de Descartes

$$\text{tg } \varphi = \frac{\sin A}{\sqrt{1 - n_1^2 \sin^2 A}} \frac{n_1^2 - 1}{n_1} \quad (\text{III},2)$$

On peut alors en combinant avec (III,1) exprimer la différence de marche

pour les rayons principaux en fonction de l'angle des prismes  $A$  et de l'indice  $n$  quand la compensation est réalisée

$$\Delta_{oc} = 2L \frac{(n_1 - 1) \sin A}{\sqrt{n_1^2 \cos 2A + \sin^2 A}} \quad (\text{III}, 3)$$

### C) Etude des aberrations géométriques

Le prisme n'étant pas, lui non plus, un système stigmatique, nous devons nous attendre à trouver encore des franges dues aux aberrations. Nous retrouverons évidemment les aberrations étudiées sur la lame à faces parallèles mais nous aurons de plus une aberration propre au dioptre plan quand l'incidence n'est plus normale : l'astigmatisme.

En effet chaque point de la face réfléchissante n'a pas une image donnée par le prisme mais deux focales, une tangentielle et une sagittale. Le lieu de ces focales sont deux plans  $\mathcal{E}$  et  $\Sigma$  voisins du plan  $\Pi$  précédemment défini. Suivant qu'on considère un rayon dont l'incidence varie dans le plan de section principale ou dans le plan perpendiculaire, c'est la position relative de  $\mathcal{E}_1$  et  $\mathcal{E}_2$  ou de  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  qui déterminera les variations de l'ordre d'interférence avec l'incidence. On prévoit qu'il ne sera pas possible d'annuler les variations de  $i$  à la fois pour toutes les directions du plan d'incidence. Pour faciliter les calculs nous allons montrer que les aberrations qui apparaissent quand un des prismes est translaté sont celles d'une lame à faces parallèles attaquée sous la même incidence que le prisme.

#### 1) Equivalence avec une lame à faces parallèles inclinée

Sur la figure 15  $P_2'$  représente l'image de  $P_2$  donnée par la séparatrice ; nous appelons  $A_2'$  et  $A_1'$  les traces dans le plan de figure des arêtes de  $P_2'$  et  $P_1'$ .  $P_1'$  représente le prisme  $P_1$  ayant subi la translation  $L$  dans le plan  $\Pi_1$ . Considérons un faisceau de rayons principaux limité par le rayon  $R_0$ .

qui vient tomber sur l'arête  $A_2^i$ . Dans l'autre bras de l'interféromètre il vient se réfléchir en un point  $A_3$  de la face arrière de  $A_1^i$ . Imaginons alors que  $P_1^i$  soit tranché en  $A_3$  par un plan  $K$  parallèle à sa face avant. Il est décomposé en un prisme  $P_3$  ( $A_3 C E$ ) devant lequel est placée une lame à faces parallèles  $A_1^i A_3 C D$ . Un rayon principal quelconque  $R$  parcourt dans le prisme fictif  $P_3$  un chemin optique  $2 n_1 I_3 B_3$  rigoureusement identique à celui  $2 n_1 I_2^i B_2^i$  parcouru dans l'autre bras de l'interféromètre dans le prisme  $P_2$ . L'épaisseur  $e$  de la lame est

$$e = \frac{L \cos \varphi}{\cos i_0} \frac{\sin A}{\cos A}$$

Si, de plus, la condition (III,2) est remplie, c'est-à-dire que  $A_2^i$  se trouve dans le plan  $\Pi$  défini plus haut, les rayons, secondaires cette fois, qui s'appuient sur  $A_2^i$ , passeront également par l'arête  $A_3$  de  $P_3$ . L'égalité des chemins optiques est encore réalisée pour ces rayons secondaires. Dans ces conditions on peut préciser la valeur de  $e$

$$e = \frac{\Delta_0}{2} \frac{n_1}{n_1^2 - 1} \frac{1}{\cos A} \quad (\text{III,4})$$

Les variations de  $\Delta$  avec l'incidence se compensant dans  $P_2^i$  et  $P_3$ , il nous reste à étudier les variations résiduelles dont la lame de verre est responsable. Nous avons d'ailleurs vérifié expérimentalement que les franges données par l'interféromètre à prismes d'une part et un interféromètre de Michelson classique muni d'une lame à faces parallèles inclinée d'autre part étaient identiques. L'approximation que nous faisons en supposant l'existence des images de Gauss est parfaitement justifiée pour le calcul des chemins optiques.

Nous étudierons donc un interféromètre comportant une lame d'épaisseur  $e$  sous incidence  $i_0$  pour les rayons principaux,  $P_2^i$  et  $P_3$  étant remplacés par les miroirs-plans équivalents. Nous retrouverons une condition de compensation qui fixera le déplacement  $D$  des miroirs en fonction de l'épaisseur  $e$  de la lame.



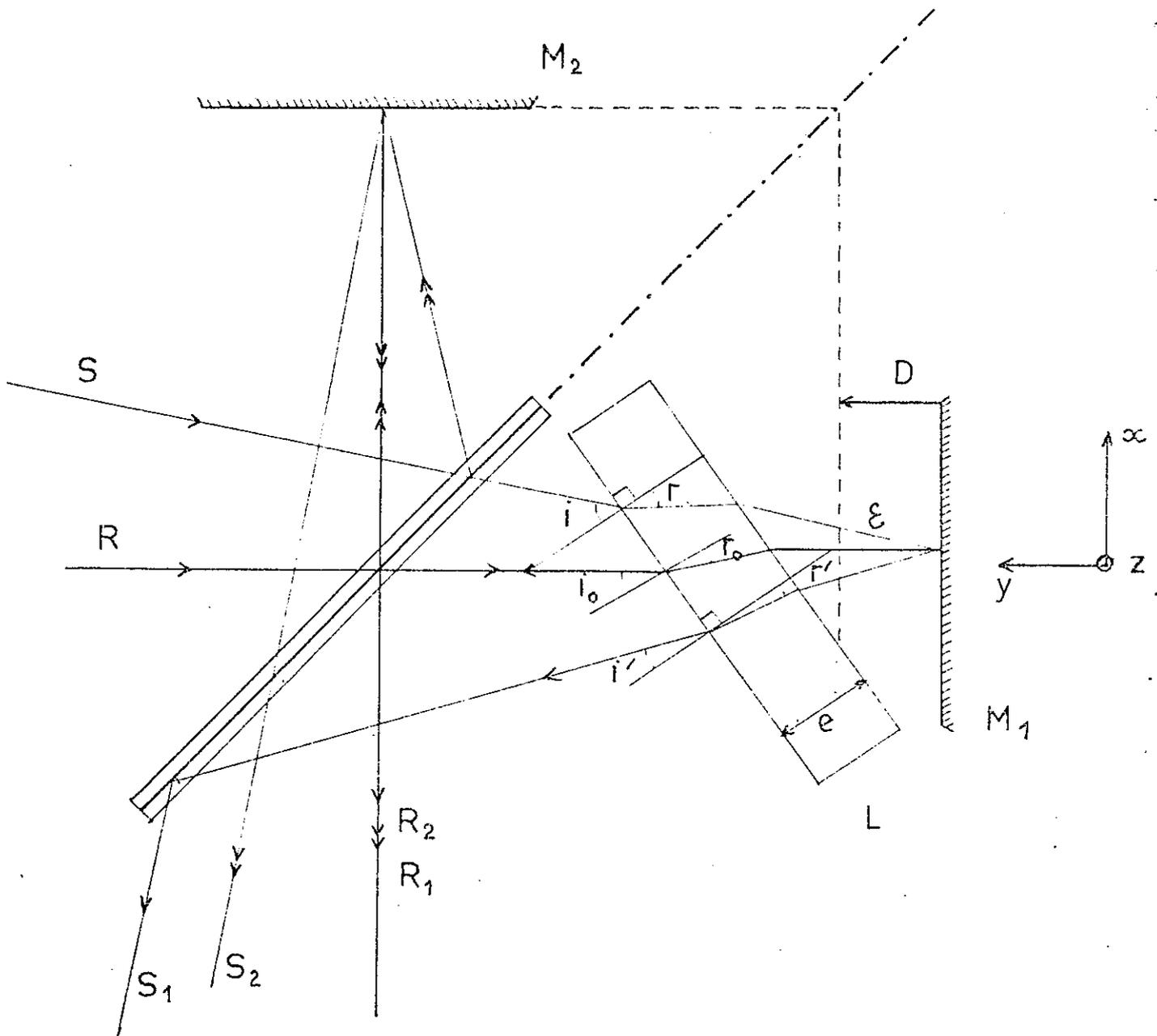


Fig. 16 - Les paramètres de l'interféromètre à lame à faces parallèles inclinées. (cf fig. 17 a et 17 b)

Grâce à (III,4) cette condition se traduira par une condition sur  $\varphi$  dans l'interféromètre à prismes évidemment très voisine de la condition approchée (III,2). De cette étude nous déduirons une valeur de l'angle solide utilisable et la limitation du gain apportée par l'astigmatisme des prismes.

## 2) Franges à l'infini d'une lame à faces parallèles inclinée

Nous considérons donc un interféromètre de Michelson. Devant un des miroirs  $M_1$  et perpendiculairement au plan de la figure 16 nous plaçons une lame à faces parallèles. Les rayons principaux normaux aux miroirs l'attaquent sous l'incidence  $i_0$ .  $D$  représente la distance dont  $M_2$  est avancé par rapport à  $M_1$ .

Soit  $S$  un rayon incident (en général non situé dans le plan de la figure)

$\varepsilon$  représente l'angle d'incidence sur les miroirs,  $i$  et  $r$  les angles d'incidence et de réfraction sur la lame du rayon à l'aller,  $i'$  et  $r'$  les mêmes angles au retour.

Nous désignons par  $\theta$  l'angle du plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale aux miroirs avec le plan de section principale ou plan de la figure 16. La figure 17 donne une vue dans l'espace où l'on peut retrouver ces différents paramètres.  $O_y$  est la normale aux miroirs,  $ON$  la normale à la lame. L'ensemble de ces directions apparaît clairement dans le plan focal d'une lentille, c'est-à-dire dans le plan de l'infini (fig. 17b). Tous les angles de droites deviennent des distances (nous poserons par la suite  $f \theta \varepsilon = \rho$  pour étudier les franges) et l'angle  $\theta$  entre deux plans devient un angle de droites.

La différence de marche entre les rayons  $S_1$  et  $S_2$  quelconques est (sans aucune approximation)

$$\Delta = e(n_1 \cos r - \cos i) + 2D \cos \varepsilon + e(n_1 \cos r' - \cos i')$$

qui s'écrit encore

$$\Delta = e(n_1 \cos r + n_1 \cos r') - e(\cos i + \cos i') + 2D \cos \varepsilon \quad (\text{III,5})$$

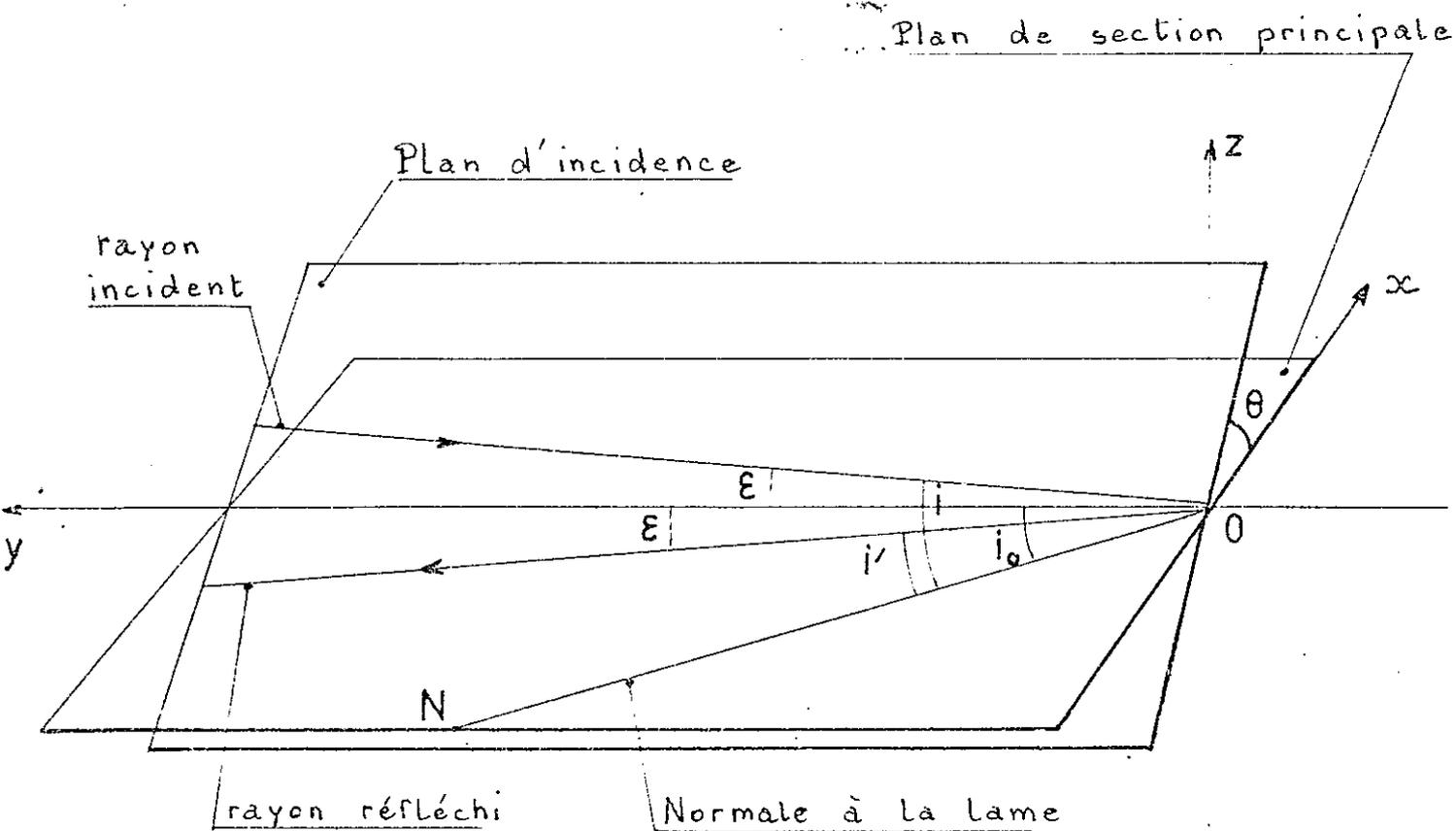


Fig. 17 a - Vue dans l'espace des paramètres définissant les rayons.

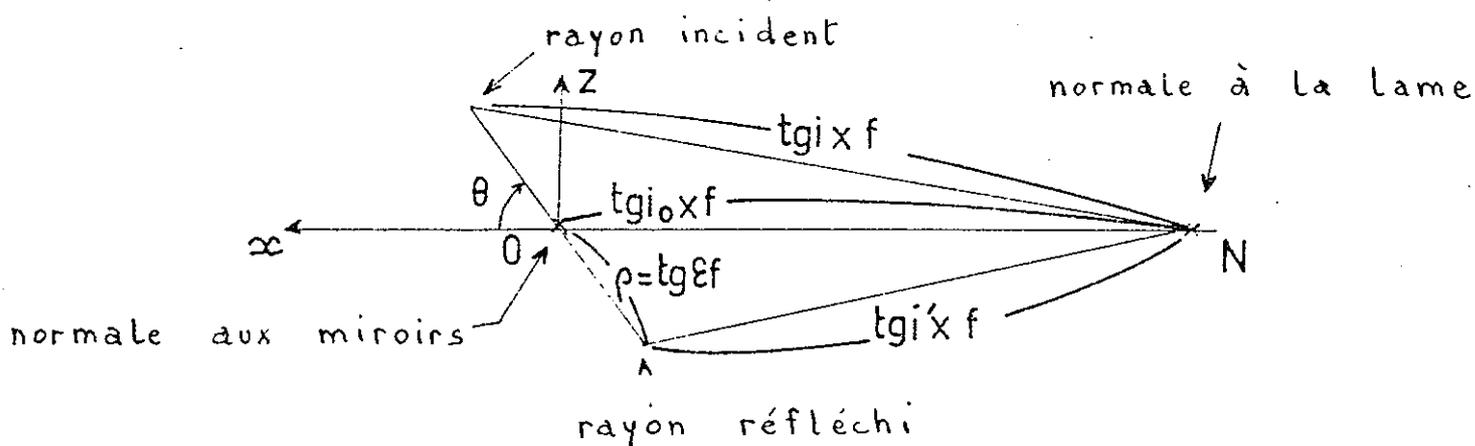


Fig. 17 b - Traces des principales directions dans le plan focal d'une lentille (plan de l'infini.)

Il faut exprimer  $i, i', r, r'$  en fonction de  $\varepsilon$  et  $\theta$ . Dans le système d'axes trirectangulaires de la figure 17 les cosinus directeurs des directions suivantes sont

$$\begin{array}{l} \text{Normale} \\ \text{à la lame} \end{array} \begin{cases} \sin i_0 \\ \cos i_0 \\ 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{rayon} \\ \text{incident} \end{array} \begin{cases} \sin \varepsilon \cos \theta \\ \cos \varepsilon \\ \sin \varepsilon \sin \theta \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{rayon} \\ \text{réfléchi} \end{array} \begin{cases} -\sin \varepsilon \cos \theta \\ \cos \varepsilon \\ -\sin \varepsilon \sin \theta \end{cases}$$

On en tire :

$$\cos i = \sin i_0 \sin \varepsilon \cos \theta + \cos i_0 \cos \varepsilon$$

$$\cos i' = -\sin i_0 \sin \varepsilon \cos \theta + \cos i_0 \cos \varepsilon$$

d'où vient  $\cos i + \cos i' = 2 \cos i_0 \cos \varepsilon$

Supposons maintenant  $\varepsilon$  petit, c'est-à-dire un faisceau de rayons voisins des rayons principaux.

$$2 \left[ D \cos \varepsilon + e (\cos i + \cos i') \right] = 2 \left[ D + e \cos i_0 \right] \left( 1 - \frac{\varepsilon^2}{2!} + \frac{\varepsilon^4}{4!} \right) \quad (\text{III}, 6)$$

Des valeurs de  $\cos i$  et  $\cos i'$  on peut déduire en utilisant la loi de Descartes  $\sin i, \sin r, \sin i', \sin r'$  et enfin  $\cos r$  et  $\cos r'$  qui seuls nous intéressent ici. L'expression rigoureuse de  $n \cos r$  est :

$$n \cos r = n \cos r_0 \sqrt{1 + \sin 2\varepsilon \frac{\sin i_0 \cos i_0 \cos \theta}{n_1^2 \cos^2 r_0} + \sin^2 \varepsilon \frac{\sin^2 i_0 \cos^2 \theta - \cos^2 i_0}{n_1^2 \cos^2 r_0}}$$

en posant  $\cos r_0 = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i_0}{n^2}}$

$r_0$  est l'angle de réfraction du rayon principal.

Pour simplifier l'écriture nous poserons

$$X = \frac{\sin^2 i_0 \cos^2 i_0 \cos^2 \theta}{n_1^4 \cos^4 r_0} \qquad Y = \frac{\sin^2 i_0 \cos^2 \theta - \cos^2 i_0}{n_1^2 \cos^2 r_0}$$

X et Y sont des paramètres sans dimensions.

Le résultat pour  $\cos r'$  s'obtient en changeant le signe de  $\mathcal{E}$ . Il vient alors en développant le radical

$$n_1 (\cos r + \cos r') = n_1 \cos r_0 \left[ 2 + 2Y \sin^2 \mathcal{E} - \frac{X}{2} \sin^2 2\mathcal{E} - \frac{Y^2}{4} \sin^4 \mathcal{E} + 3 \frac{XY}{8} \sin^2 2\mathcal{E} \sin^2 \mathcal{E} - \frac{5X^2}{2 \times 128} \sin^4 2\mathcal{E} \right]$$

Ce qui nous donne en développant par rapport à  $\mathcal{E}$

$$n_1 (\cos r + \cos r') = n_1 \cos r_0 \left[ 2 + (Y-X) \mathcal{E}^2 + \left( \frac{4X-Y}{3} - \frac{Y^2}{4} + \frac{3XY}{2} - \frac{5X^2}{16} \right) \mathcal{E}^4 \right] \quad (\text{III},7)$$

Nous pouvons alors développer l'expression (III,4) de  $\Delta$  à l'aide de (III,6) et (III,7) :

$$\Delta = 2 \left[ e(n_1 \cos r_0 - \cos i_0) + D \right] + \mathcal{E}^2 \left[ e \cos i_0 - D + n_1 e \cos r_0 (Y-X) \right] + \mathcal{E}^4 \left[ n_1 e \cos r_0 \left( \frac{4X-Y}{3} - \frac{Y^2}{4} + \frac{3XY}{2} - \frac{5X^2}{16} \right) + \frac{D - e \cos i_0}{12} \right] \quad (\text{III},8)$$

En faisant  $i_0 = 0$  ce qui donne  $X = 0$   $Y = -\frac{1}{n_1^2}$  on retrouve l'expression (II, 6) de  $\Delta$  pour la lame parallèle aux miroirs.

$$\Delta = 2 \left[ e(n_1 - 1) + D \right] + \mathcal{E}^2 \left[ e \frac{n_1 - 1}{n_1} - D \right] + \mathcal{E}^4 \left[ \frac{D}{12} + \frac{e}{12 n_1^3} (4n_1^2 - n_1^3 - 3) \right]$$

L'expression (III,8) se compose de quatre termes que nous distinguerons ainsi :

$$\Delta_0 = 2 \left[ e(n_1 \cos \gamma_0 - \cos i_0) + D \right] \quad (\text{III,9})$$

$\Delta_0$  est la différence de marche entre les rayons principaux

$$\Delta_2' = \varepsilon^2 \left[ e \cos i_0 \left( 1 - \frac{\cos i_0}{n_1 \cos \gamma_0} \right) - D \right] \quad (\text{III,10})$$

$\Delta_2'$  est un terme en  $\varepsilon^2$  qui est indépendant de l'azimut  $\theta$  du rayon

$$\Delta_2'' = \varepsilon^2 \left[ e \cos^2 i_0 \frac{\tan^2 \gamma_0}{\cos \gamma_0} \frac{n_1^2 - 1}{n_1} \right] \quad (\text{III,11})$$

$\Delta_2''$  est un autre terme en  $\varepsilon^2$ , variable avec  $\theta$ , qui traduit donc l'astigmatisme de la lame.

$$\Delta_4 = \varepsilon^4 \left[ n_1 e \cos \gamma_0 \left( \frac{4Y - Y^2}{3} - \frac{Y^2}{4} + \frac{3XY'}{2} - \frac{5X^2}{16} \right) + \frac{D - e \cos i_0}{12} \right] \quad (\text{III,12})$$

$\Delta_4$  est un terme en  $\varepsilon^4$  d'aberration sphérique.

Au plan focal de la lentille placée à la sortie de l'interféromètre nous désignons maintenant par  $\rho$  la quantité  $f \varepsilon$  où  $f$  est la distance focale et nous étudions dans le plan focal les courbes  $\Delta(\rho, \varepsilon) = \text{cte}$  qui représentent des franges en lumière monochromatique. Nous supposons que  $\Delta_0 = N \lambda_1$ ,  $N$  entier. L'équation des franges brillantes est

$$\Delta - \Delta_0 = m \lambda_1$$

$m$  étant un entier positif ou négatif de l'ordre de quelques unités. Nous choisirons  $f$  comme unité de longueur  $\rho = \varepsilon$ .

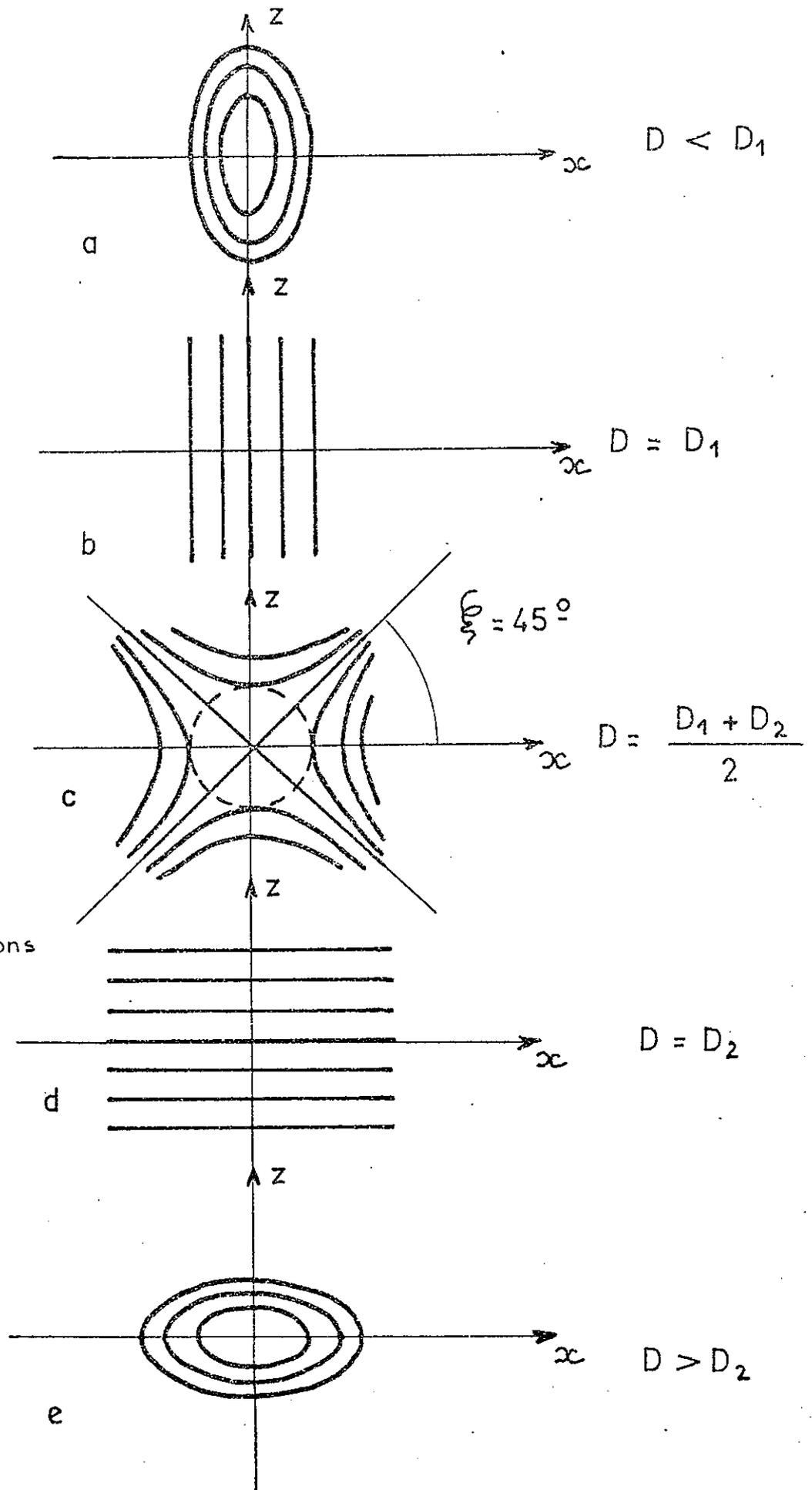


Fig. 18

Franges données  
 par les aberrations  
 du 2<sup>e</sup> ordre en  
 $\mathcal{E}$  (Astigmatisme  
 et défaut de  
 mise au point.)

a) Première approximation

Nous supposons  $\epsilon$  assez petit pour pouvoir négliger le terme  $\Delta_4$  et nous écrivons

$$\Delta_2' + \Delta_2'' = m\lambda \quad \text{c'est-à-dire}$$

$$P^2 \left[ e \cos i_0 \left( 1 - \frac{\cos i_0}{n \cos r_0} \right) - D + \frac{e \cos^2 \theta}{\cos r_0} \operatorname{tg}^2 r_0 \frac{n^2 - 1}{n} \right] = m \lambda_1$$

cette équation est de la forme

$$P^2 = \frac{a}{b + \cos^2 \theta}$$

donc les franges sont des cônes. Nous allons étudier leurs déformations lorsque l'on translate, l'un des miroirs, c'est-à-dire lorsque  $D$  varie. Deux cas remarquables sont obtenus lorsque

$$b=0 \quad D = D_1 = e \cos i_0 \left( 1 - \frac{\cos i_0}{n_1 \cos r_0} \right) \quad (\text{III}, 13)$$

$$b=-1 \quad D = D_2 = e \left[ \cos i_0 \left( 1 - \frac{\cos i_0}{n_1 \cos r_0} \right) + \frac{n_1^2 - 1}{n_1} \frac{\operatorname{tg}^2 r_0}{\cos r_0} \right] \quad (\text{III}, 14)$$

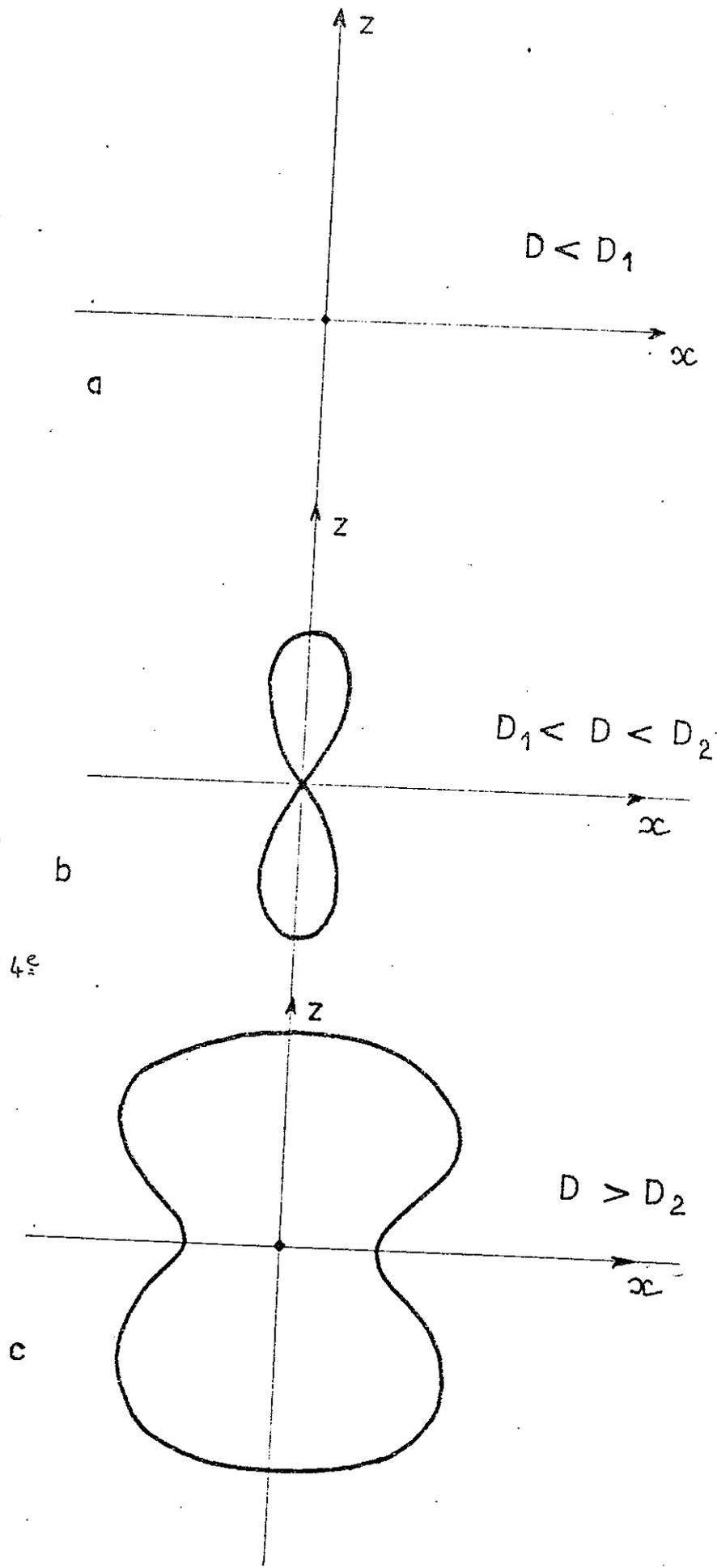
et nous avons les différents cas représentés sur la figure 18.

- 1° - (fig. 18-a)  $D < D_1$   $m > 0$  \* ellipses
- 2° - (fig. 18-b)  $D = D_1$   $m > 0$  droites verticales
- 3° - (fig. 18-c)  $D_1 < D < D_2$  Dans ce cas en posant

$$-\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{n_1 \cos r_0 \left[ \cos i_0 \left( 1 - \frac{\cos i_0}{n_1 \cos r_0} \right) - \frac{D}{e} \right]}{(n_1^2 - 1) \operatorname{tg}^2 r_0} \quad (\text{III}, 15)$$

\* Le signe de  $m$  indique dans quel sens varie l'ordre d'interférences à partir du centre.

Fig. 19  
 Franges centrales  
 données par les  
 termes des 2<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup>  
 ordres en  $\varepsilon$ .



quantité ne dépendant que de l'interféromètre et de son réglage (indépendante des rayons incidents) on a l'équation d'hyperboles dont les axes ont pour angle polaire  $\pm \frac{\xi}{2}$

4° - (fig. 18-d)  $D = D_2$   $m < 0$  droites horizontales

5° - (fig. 18-e)  $D > D_2$   $m < 0$  ellipses

Nous retrouvons l'aspect caractéristique des franges d'astigmatisme pur observées à l'interféromètre de Twyman.

b) Deuxième approximation

Tenant compte maintenant de  $\Delta_4$  nous allons chercher la forme de la frange qui passe par le centre, ou simplement le lieu des points du plan de l'infini pour lesquels  $\Delta = \Delta_0$ , soit

$$\Delta'_2 + \Delta''_2 + \Delta_4 = 0$$

$$\rho^2 \left[ e \cos i_0 \left( 1 - \frac{\cos i_0}{n \cos r_0} \right) - D + \cos^2 \theta \frac{e \tan^2 r_0 (n_1^2 - 1)}{n_1 \cos r_0} + \rho^2 \frac{e}{4n_1} \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2} \right] = 0$$

qui se décompose en  $\rho = 0$  et

$$\rho^2 = -C (b + \cos^2 \theta)$$

1° - Si  $D < D_1$  cette dernière équation n'a pas de solution en  $\rho$  et  $\theta$ .

Seul le centre est à l'ordre d'interférence  $\Delta_0$

1° - Si  $D_1 < D < D_2$  l'équation se met sous la forme

$$\rho^2 = \frac{\sin^2 i_0}{\cos^3 i_0} (\cos^2 \xi - \cos^2 \theta)$$

où  $\xi$  est encore défini par (III, 15).

La courbe représentative de cette fonction est indiquée par la figure 19 et par les franges centrales des photographies (-fig. 23.5 et 23.4).

3° - Si  $D > D_2$  on a en plus de  $\rho = 0$

$$\rho^2 = \rho_0^2 - \rho_1^2 \cos^2 \theta$$

$$\rho_1^2 = \frac{\sin^2 i_0}{\cos^3 i_0} \quad \rho_0^2 = \frac{n(\cos \gamma_0) \left[ \frac{D}{e} - \cos i_0 \left( 1 - \frac{\cos i_0}{n_1 \cos \gamma_0} \right) \right]}{\operatorname{tg}^2 \gamma_0 (n^2 - 1)}$$

Cette courbe est représentée par la figure 19c et on la voit partiellement sur la figure 23.3.

Nous n'avons étudié que les courbes

$$\Delta(n, \theta) - \Delta_0 = 0$$

les figures 23.1 à 23.8 donnent les aspects des familles complètes.

D) Angle solide utilisable et gain par rapport à l'interféromètre de Michelson classique.

Nous utilisons dans ce qui va suivre les résultats relatifs à l'interféromètre à lame à faces parallèles. Nous obtiendrons donc des expressions où figurent les paramètres  $i_0$ ,  $r_0$ ,  $e$  et  $D$  de cet interféromètre. Chaque condition obtenue sera transformée en une condition équivalente de l'interféromètre à prismes sur les paramètres  $A$ ,  $\varphi$ ,  $L$  grâce aux relations (III,1) (III,2) et  $A = r_0$ ,  $\sin i_0 = n \sin A$  qui lient les deux problèmes.

Pour nous trouver dans le cas de l'interféromètre de Michelson (1ère PARTIE) pour lequel nous avons fait les calculs, il faudrait partir d'un angle infiniment petit et l'ouvrir jusqu'à ce que la différence de marche à ses bords ait partout varié de une longueur d'onde. L'interférogramme  $I_{\Omega}(\Delta_0) = \int_0^{\Omega} \Phi(\Delta_0) d\omega$  serait encore donné par (I,8) et conduirait à un pouvoir de résolution  $R = 0,8 R_0$ . Toutefois la géométrie d'un diaphragme qui épouserait la forme des franges précédemment décrites serait très mal adaptable aux sources et récepteurs utilisés en

général. D'autre part les variations de l'indice d'une extrémité à l'autre du spectre font changer la forme des franges.

Nous nous contenterons donc d'utiliser un diaphragme circulaire tel qu'à ses bords la variation maximum de l'ordre d'interférence soit égale à  $\lambda_1$ . Il est évident alors que si la luminosité est diminuée par rapport au diaphragme théorique que nous abandonnons, le pouvoir de résolution  $R$  ne pourra qu'être meilleur que  $0,8 R_0$ , la variation de  $\Delta - \Delta_0$  étant en moyenne plus petite.

Il faut toutefois préciser avant de repousser définitivement les autres possibilités que chaque problème particulier peut nécessiter une solution différente. Par exemple si la source à étudier (ou le récepteur) est linéaire (ou tout au moins très allongée) il est évidemment intéressant de régler l'interféromètre comme sur la figure (23.7) ou (23.3) et d'utiliser un diaphragme approprié. Nous ne donnons un calcul de gain que dans un cas particulier simple ce qui n'a pour but que de fixer un ordre de grandeur.

Ayant choisi ce diaphragme circulaire il nous faut préciser dans quelles conditions de réglage nous utiliserons l'interféromètre. Les valeurs de l'angle  $A$  qu'on utilisera le plus souvent nous permettent de ne tenir compte que du terme d'astigmatisme en  $\varepsilon^2$  et de négliger  $\Delta_4$ . On peut écrire le terme en  $\varepsilon^2$  en utilisant  $D_1$  défini par (III,13).

$$\Delta - \Delta_0 = \Delta_2 + \Delta_2'' = \varepsilon^2 \left[ D_1 - D + e \cos^3 \theta \frac{\tan^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0} \frac{n_1^2 - 1}{n_1} \right]$$

Quand  $\theta$  varie de 0 à  $2\pi$  on annule la valeur moyenne de  $\Delta - \Delta_0$  si

$$D = D_c = D_1 + \frac{e}{2} \frac{\tan^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0} \frac{n_1^2 - 1}{n_1} \quad (\text{III,16})$$

Cette relation de compensation relative à l'interféromètre à lame à faces parallèles se traduit sur l'interféromètre à prismes par la condition de compensation suivante :

$$tg \varphi = \frac{\sin A}{\sqrt{1-n_1^2 \sin^2 A}} \frac{n_1^2 - 1}{n_1} \frac{A}{\cos^2 A} \left( 1 + \frac{tg^2 A}{2} \right)$$

qui, lorsque A est petit, est voisine de (III,2).

Ce réglage correspond à (cf. III,15) :

$$\cos^2 \frac{\xi}{2} = \frac{1}{2} \quad \xi = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi$$

Les franges sont des hyperboles équilatères.  $\Delta$  est stationnaire au quatrième ordre près en  $\epsilon$  suivant deux azimuts  $\theta$  perpendiculaires (fig.23.5). La valeur maximum  $\epsilon_M$  que nous admettons est celle qui donne une variation maximum de  $\Delta$  égale à  $\lambda_1$ . Le diaphragme circulaire a alors les dimensions représentées sur la figure 18.C.

$$|\Delta - \Delta_c|_M = \frac{e}{2} \left[ \frac{tg^2 A}{\cos^2 A} \frac{n_1^2 - 1}{n_1} \right] \epsilon_M^2$$

De cette expression de l'interféromètre à lame nous déduisons celle de l'interféromètre à prismes :

$$|\Delta - \Delta_c|_M = \frac{\Delta_c}{4} \frac{tg^2 A}{1 + \frac{tg^2 A}{2}} \quad \epsilon_M^2 = \lambda_1$$

En comparant cette dernière expression à (II,3) relative à l'interféromètre de Michelson  $\Delta' = \Delta'_0 - \frac{\Delta_0}{2} \epsilon^2$  on déduit la valeur limite du gain d'angle solide imposé par l'astigmatisme pur

$$G = \frac{\Omega_3}{\Omega_1} = 2 \frac{\left( 1 + \frac{tg^2 A}{2} \right)}{tg^2 A}$$

où  $\Omega_3$  est l'angle solide du cône de rayon angulaire  $\epsilon_M$ .

Nous supposons maintenant que l'angle  $A$  de nos prismes est petit et nous avons une expression très simple du gain :

$$G_{Ast} = \frac{2}{A^2} \quad (\text{III, 18})$$

cù  $A$  est la valeur en radians de l'angle du prisme. Comme il était aisé de le prévoir  $G \rightarrow \infty$  si  $A \rightarrow 0$ . Mais simultanément, d'après [III, 3], le déplacement, donc les dimensions latérales du prisme augmentent indéfiniment.

### E) Aberration chromatique

Le terme d'aberration chromatique est celui calculé dans la IIème Partie et donné par (II, 11). La valeur du gain qui s'en déduit est donnée par (II, 12).

$$G_{chr} = \frac{n_1 (n_1^2 - 1)}{\Delta n} = \frac{n_1 (n_1^2 - 1)}{a} \frac{\sigma}{\sigma - \sigma_1}$$

Dans un domaine spectral assez petit on a

$$\frac{n_1 (n_1^2 - 1)}{\Delta n} > \frac{2}{A^2}$$

et cette aberration est négligeable. Si  $n = 1,5$  (dans le cas de prismes en verre) cette condition est réalisée pour

$$\frac{\Delta n}{n} < 0,4 A^2$$

où  $\Delta n$  représente la valeur maximum de  $|n - n_1|$ .

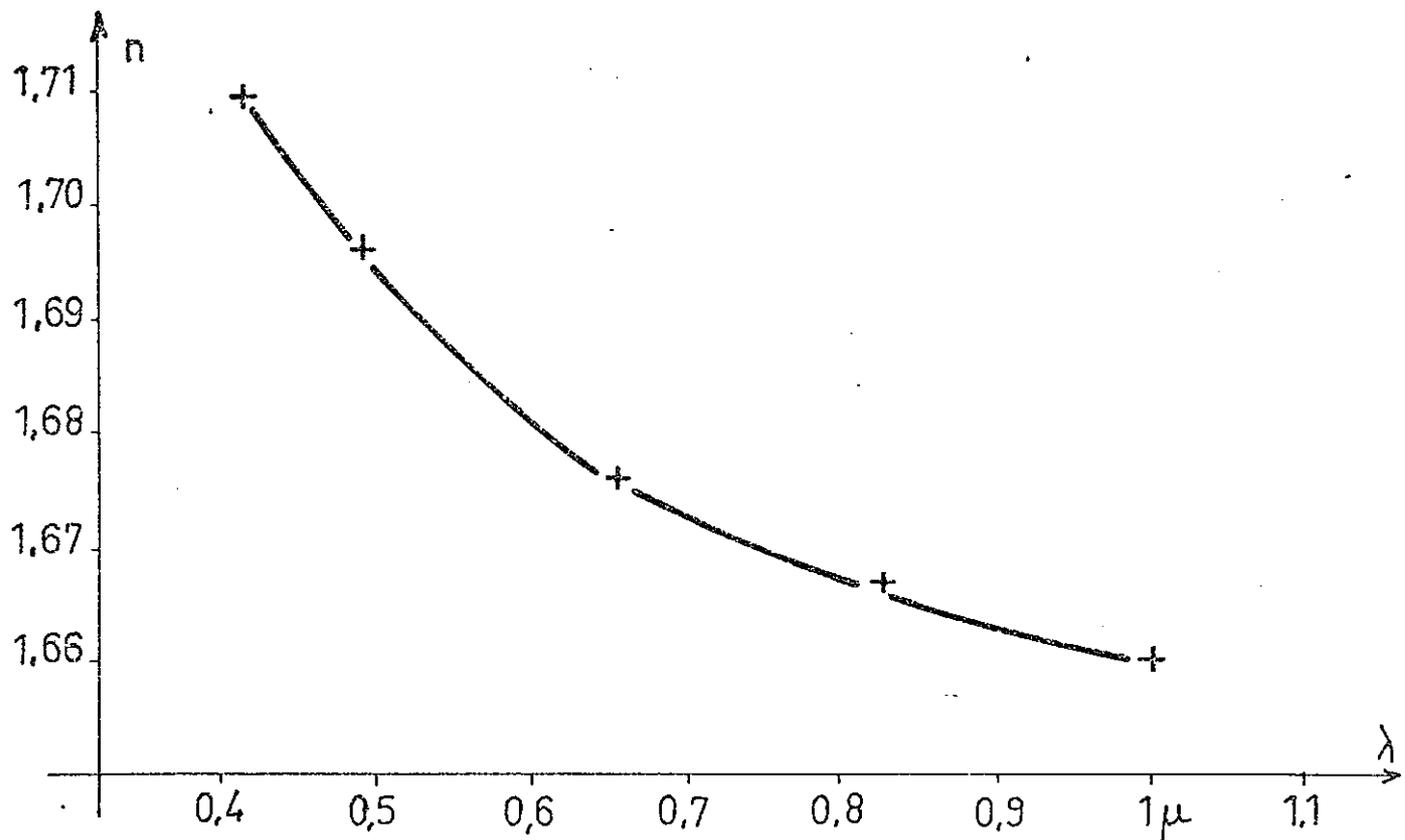


Fig. 20.- Indice du flint des prismes.

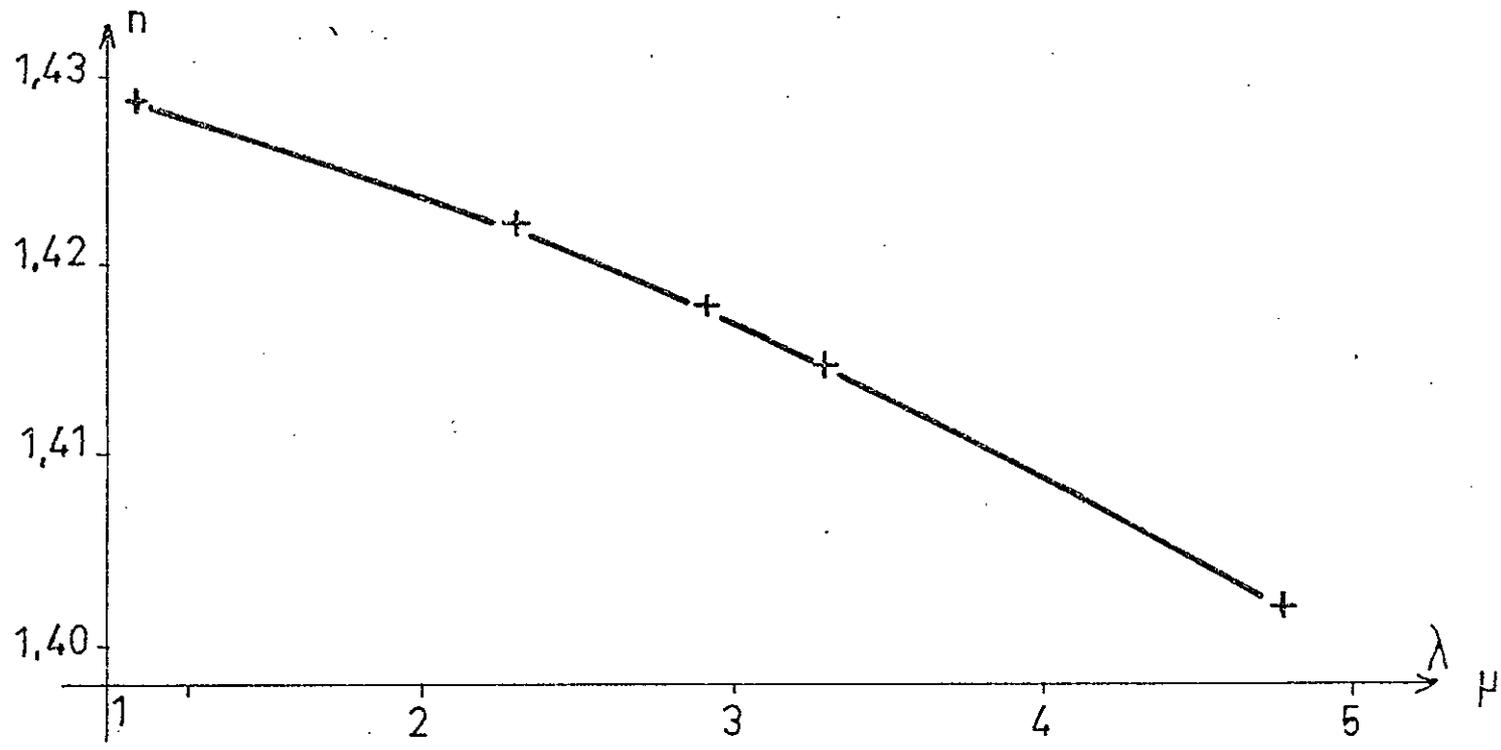


Fig. 21.- Indice de  $\text{CaF}_2$ .

IV - RESULTATS EXPERIMENTAUX -

A) Dispositif expérimental

Nous n'avons pas cherché à faire d'application spectroscopique mais simplement à étudier les franges données par un interféromètre à prisme dans les conditions définies précédemment afin de vérifier la valeur prévue du gain. Nous avons utilisé un matériel déjà disponible mais non parfaitement adapté à ce problème particulier.

Nous avons à notre disposition deux prismes de section circulaire de 8 cm de diamètre en flint extra-dense dont nous donnons l'indice en fonction de la longueur d'onde sur la figure 20. Leur angle était de 8°18' soit 0,145 radian. Nous avons étudié l'appareil en lumière monochromatique avec la raie rouge du cadmium,

$$\lambda_1 = 6.438 \text{ \AA}, \quad \sigma_1 = 15.532 \text{ cm}^{-1} \text{ radiation pour laquelle l'indice du verre est}$$
$$\hat{n}_1 = 1,683.$$

Les prismes  $P_1$  et  $P_2$  sont montés sur consoles mobiles sur glissières (fig.22a). L'une est à réglage grossier dans la direction des rayons lumineux et permet d'ajuster les bras de l'interféromètre à la différence de marche 0. L'autre est mue par une vis micrométrique et permet d'explorer les différences de marche en offrant une translation d'environ 5 cm. Elle se déplace parallèlement à la direction du plan  $\Pi$  défini plus haut. Une image de la source est faite sur les prismes par un condenseur (fig.22b). De cette façon on obtient un faisceau de grande ouverture, la faible surface des prismes ainsi utilisée permet une translation  $L$  plus importante et élimine leurs défauts.

La valeur approchée de l'angle de translation  $\varphi$  est

$$\varphi = \frac{n_1^2 - 1}{n_1} A = 0,158 \text{ rad}$$

Les franges sont observées directement ou projetées sur un écran (qui peut être une plaque photographique) au plan focal d'une lentille de 25 cm de distance focale.

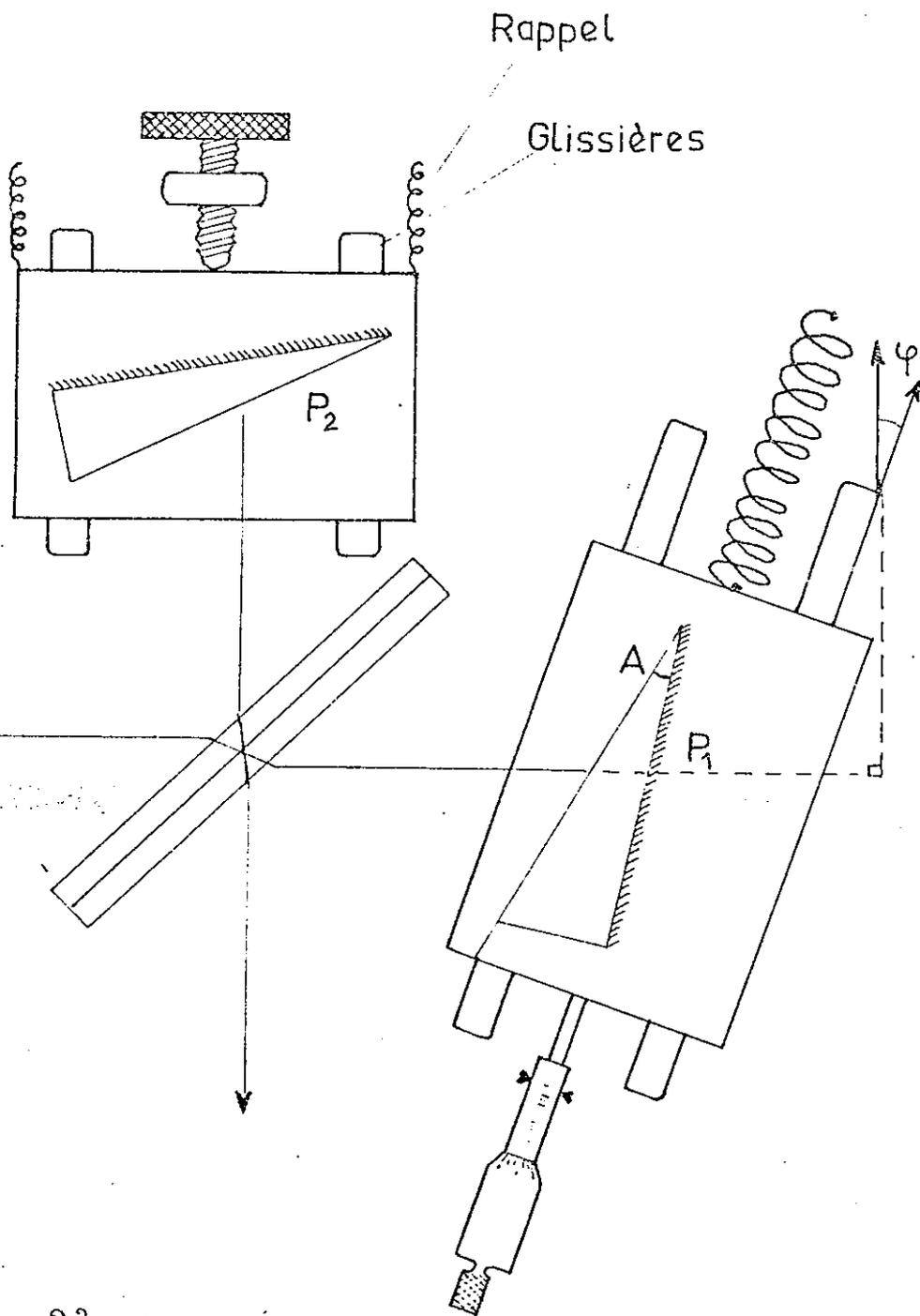


Fig. 22 a

Disposition des pièces interférométriques

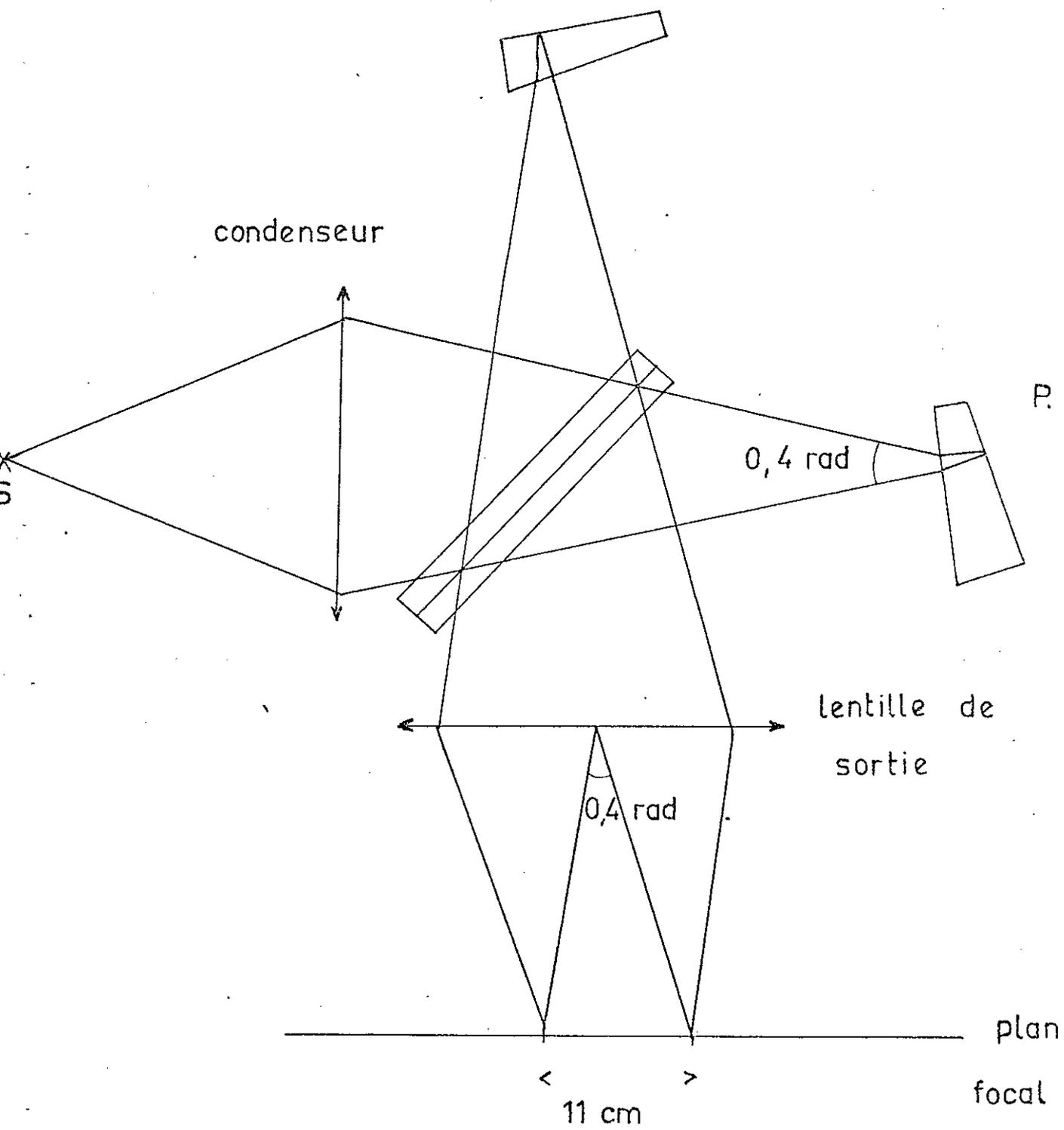


Fig. 22 b

Dispositif optique

Le champ angulaire utilisable était limité par le condenseur d'entrée à 0,44 rad.

### B) Réglages

Le réglage comprend plusieurs étapes. Il faut d'abord ajuster approximativement l'angle de translation du prisme explorateur. On mesure l'angle entre la direction de translation et une des faces du prisme en mettant un comparateur au contact de cette face et en faisant subir à la console une translation mesurée avec la vis micrométrique. Quand la valeur de cet angle est correcte on passe aux réglages interférentiels proprement dits.

Alors que le miroir-plan n'a que deux degrés de liberté de rotation, le prisme en a trois. La première condition à remplir est le parallélisme des arêtes. Nos prismes avaient un trait fin gravé sur une face ce qui permettait de repérer approximativement cette direction.

Il faut ensuite former des anneaux à l'infini sur les faces avant (non argentées) des prismes. Ce réglage est celui d'un interféromètre de Michelson classique. Lorsque ces anneaux sont obtenus on observe en général des franges rectilignes de coin d'air sur les faces réfléchissantes. Il faut faire tourner un des prismes autour d'une normale à sa face avant jusqu'à réaliser le parallélisme de ces faces. On détruit malheureusement souvent au cours de cette opération le réglage précédent, ce qui nécessite de nombreux tâtonnements avant l'obtention de franges à l'infini sur les deux faces, avant et arrière, des prismes.

Mais nos deux prismes n'avaient pas tout à fait le même angle. Un réglage optimum a été obtenu avec des franges à l'infini sur les faces réfléchissantes et les franges d'un coin d'air sur les faces avant en donnant à l'interfrange sa valeur maximum ; celui-ci étant de 2 cm très approximativement, l'écart entre les angles était de  $1,5 \cdot 10^{-4}$  rad soit à peu près 0,5'. Le système de franges que donnent les faces avant n'est pas gênant dans la suite des expériences car les faisceaux correspondants sont nettement en dehors du champ de mesure.

Lorsque les faces des prismes sont parallèles deux à deux, on superpose approximativement les images des prismes dans la séparatrice (par exemple par l'examen de leur contour), puis on cherche l'ordre d'interférence  $0$  en lumière blanche. Pour trouver ces franges, il est commode de tourner d'un petit angle un des prismes autour d'une verticale et d'observer les franges nombreuses du coin d'air. On annule ensuite cet angle et l'interféromètre est réglé au mieux lorsqu'apparaissent simultanément sur les faces arrière la teinte plate correspondant à l'ordre  $0$  et sur les faces avant les franges d'interfrange maximum.

A partir de cette position on déplace le prisme  $P_1$  sur ses glissières jusqu'à l'obtention de quelques franges à l'infini. Leur aspect renseigne sur la valeur de l'angle  $\varphi$  approximativement réglée plus haut. Si les franges ont l'aspect de la figure 23.1,  $\varphi$  est trop petit. Si elles ont l'aspect de la figure 23.8,  $\varphi$  est trop grand.

Pour une position de  $P_1$  donnée, de petites translations de  $P_2$  parallèles aux rayons principaux permettent d'explorer les aspects des franges correspondant à différentes valeurs de  $\varphi$ .

REMARQUE : Si les glissières sont rectilignes et si les réglages précédents ont été correctement faits, la forme des franges ne doit pas changer en cours d'exploration. Seules les dimensions de ces franges doivent diminuer au fur et à mesure que  $\Delta$  augmente.

### C) Résultats expérimentaux

Nous donnons deux séries de photographies obtenues par tirage direct à partir de plaques placées au plan focal de la lentille de 25 cm de distance focale. 1 cm sur ces photographies représente donc  $4 \cdot 10^{-2}$  rad.

La première série de photographies (fig. 23.1 à 8) correspond à une différence de marche d'environ  $25.000 \lambda_1$  obtenue pour une position donnée de  $P_1$  correspondant à une translation de 5,07 cm. Elle montre la succession des aspects obtenus quand on avance  $P_2$ , ce qui équivaut à donner à  $\varphi$  des valeurs croissantes.

On retrouve l'aspect des courbes de la figure 19 et on vérifie que le terme  $\Delta_4$  n'influe pas sur la forme des franges au voisinage du centre, ni lorsque le terme  $\Delta_2$  a une valeur importante (fig.23.1 et 8).

La deuxième série (fig.24 a b c) est une vérification du gain d'angle solide obtenu, l'interféromètre étant maintenant compensé, c'est-à-dire que  $P_1$  est translaté suivant l'angle  $\varphi$  défini par (III, 2). Sont représentées côte-à-côte les franges de l'interféromètre à prismes et celles de l'interféromètre de Michelson classique pour des différences de marche de 5.000, 10.000 et 25.000 longueurs d'onde.

Le TABLEAU I résume les résultats que nous avons tirés de ces photographies. Nous avons mesuré le diamètre angulaire  $2 \xi_M$  de la première frange de même état d'interférence que la frange centrale. Ce diamètre n'est pas mesurable sur la figure 23a. Nous l'avons mesuré suivant l'axe Oz (cf. Fig.23 1) sur la figure 23b. Sur la figure 23c il est mesurable suivant Ox et Oz. Les deux valeurs mesurées diffèrent de moins de 1 %, ce qui est un bon critère de la valeur de  $\varphi$  choisie pour ce réglage. Pour faire la comparaison nous avons calculé les diamètres angulaires  $2 \dot{L}_M$  correspondants pour l'interféromètre classique. Nous en avons déduit les valeurs  $\Omega_c$  et  $\Omega$  des angles solides correspondant dont le rapport  $\frac{\Omega_c}{\Omega}$  mesure le gain effectif. A côté de cette valeur mesurée nous donnons les valeurs calculées du gain limité séparément par l'aberration sphérique et par l'astigmatisme.

Ordre d'interférence	L mm	$2 \xi_M$ rad	$2 \dot{L}_M$ rad	$\Omega_c$ sterad	$\Omega$ sterad	G mesuré	G sp	G ast
5 000	10,1						168	95
10 000	20,3	0,28	$2,80 \cdot 10^{-2}$	$6,28 \cdot 10^{-2}$	$6,28 \cdot 10^{-4}$	100	238	95
25 000	50,7	0,18	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$2,52 \cdot 10^{-2}$	$2,52 \cdot 10^{-4}$	100	374	95

La valeur un peu trop grande du gain mesuré vient d'erreurs sur les différences de marche et sur la mise au point sur la plaque.

D) Caractéristiques du nouvel appareil

Nous voulions un interféromètre destiné à étudier le spectre des aurores boréales de  $1 \mu$  à  $5 \mu$  à une limite de résolution de  $1 \text{ cm}^{-1}$ , soit un pouvoir de résolution variant de  $2 \cdot 10^3$  à  $10^4$ . Les pièces optiques sont en fluorine dont l'indice est donné en fonction de la longueur d'onde (fig.21). La longueur d'onde de compensation choisie est  $\lambda_c = 3,5$  pour laquelle  $n_c = 1,415$ . La variation maximum de  $n$  est  $\Delta n = 1,5 \cdot 10^{-2}$  en passant de  $1 \mu$  à  $5 \mu$ .

La valeur limite du gain imposée par l'aberration chromatique dans ces conditions est

$$G_{ch} = \frac{n_c (n_c^2 - 1)}{2 \Delta n} = 46$$

La valeur limite du gain imposée par l'aberration sphérique est comprise entre 90 et 100.

La valeur de l'angle  $A$  est alors choisie pour ne pas trop amoindrir le gain permis par l'aberration chromatique sans exiger de trop grandes dimensions pour le prisme explorateur. On a choisi  $A$  tel que

$$G_{Ast} = 46 = \frac{2}{A^2}$$

La translation maximum est alors donnée par

$$\Delta_M = 2 L \frac{n_c^2 - 1}{n_c} A = L = 3,5 \Delta_M$$

Comme nous voulons  $\delta\sigma = 1 \text{ cm}^{-1}$ , on a  $\Delta_M = 1 \text{ cm}$  et  $L = 3,5 \text{ cm}$ .

Les prismes utilisés sont de section rectangulaire  $35 \text{ mm} \times 35 \text{ mm}$ .

Au cours de la translation une fraction de plus en plus faible de la surface des prismes est utilisée, ce qui correspond à une fraction de plus en plus faible

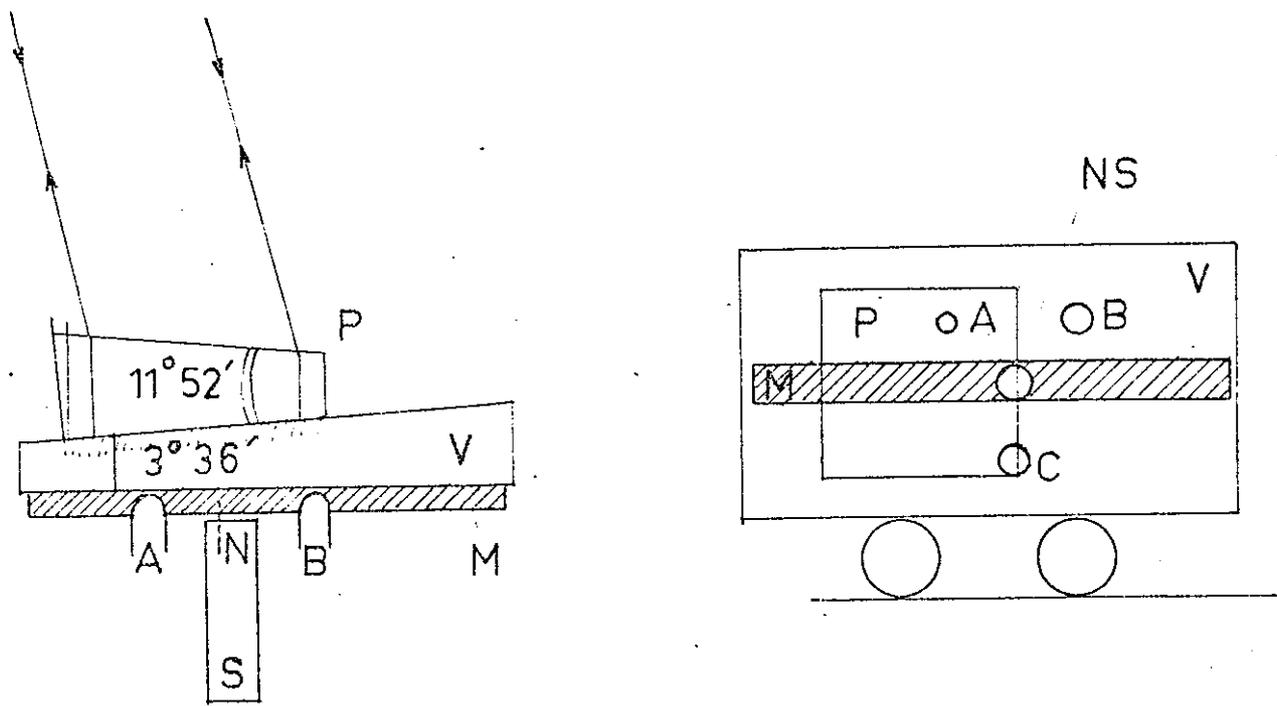


Fig. 25

Le prisme de fluorine P est collé sur le prisme de verre V qui définit sa translation par glissement sur trois pointes douces ABC en laiton. Le prisme V roule sur deux billes. L'ensemble est maintenu par un aimant permanent NS qui attire une barre en fer doux collée M.

Nous ne parlons pas du mécanisme de translation.

de lumière modulée. Ceci, tout en évitant un prisme de 70 mm de longueur, réalise une apodisation du spectre.

Les lames séparatrice et compensatrice sont également en fluorine et, pour permettre de gagner effectivement sur l'angle solide dans les proportions attendues, elles sont de plus grande section que les prismes. Leur section circulaire a pour diamètre 50 mm. Leur épaisseur est 12 mm.

La translation du prisme est définie par un prisme en verre collé sur la face arrière (fig.25) et dont une face polie à  $\frac{\lambda}{4}$  glisse sur trois points fixes. L'angle  $\alpha$  à donner au prisme en verre est

$$\alpha = \varphi + A - i_0 = 3^{\circ}35'$$

On voit facilement quelle tolérance accepter sur l'égalité des angles des prismes : l'appareil étant réglé pour une radiation du spectre visible, doit l'être aussi dans l'infra-rouge. Les deux faisceaux infra-rouge réfléchis doivent avoir entre eux un angle tel que d'un bord à l'autre du faisceau la différence de marche entre les rayons ne varie pas de plus de  $\frac{\lambda}{4}$ . Si  $\delta D$  est l'angle que font les faisceaux émergents et  $a$  la largeur des faisceaux

$$\delta D < \frac{\lambda}{4a}$$

Les deux faisceaux ont été déviés au minimum de déviation par deux prismes d'angle  $2 A_1$  et  $2 A_2$ .

$$D_1 = 2 A_1 (n_0 - 1) \qquad D_2 = 2 A_2 (n_0 - 1)$$

$n_0$  est l'indice de la fluorine pour la radiation du réglage.

Lorsque l'indice subit un accroissement  $\delta n$  ces quantités s'accroissent de

$$\delta D_1 = 2 A_1 \delta n$$

$$\delta D_2 = 2 A_2 \delta n$$

$$\delta D = 2 \delta n (A_1 - A_2)$$

Il faut donc  $2 \delta n |A_1 - A_2| < \frac{\lambda}{4a}$

Pour  $\lambda = 5 \mu$   $\delta n = 3,5 \cdot 10^{-2}$   $a = 35 \text{ mm}$

$$|A_2 - A_1| < 10^{-3} \text{ rad} = 3'$$

Pour  $\lambda = 1 \mu$   $\delta n = 7 \cdot 10^{-3}$   $a = 35 \text{ mm}$

$$|A_2 - A_1| < 10^{-3} \text{ rad} = 3'$$

La tolérance est pratiquement la même pour tout le spectre infra-rouge parce que l'indice varie à peu près linéairement avec la longueur d'onde.

Quant au parallélisme des arêtes, la tolérance à prendre se voit d'après les mêmes considérations.

Supposons les arêtes parallèles : si de  $\lambda_1$  à  $\lambda$  l'indice varie de  $\delta n$  les deux faisceaux émergents  $\lambda$  font avec le faisceau  $\lambda_1$  un angle  $2 A \delta n$ , les deux faisceaux correspondant à une même longueur d'onde et aux deux bras de l'interféromètre étant bien parallèles.

Si les arêtes font un petit angle  $\theta$  les deux faisceaux correspondant à un même incident font entre eux l'angle

$$\delta D = 2 A \delta n \theta$$

Adoptant la condition définie ci-dessus on obtient

$$\theta < \frac{\lambda}{4a} \frac{1}{2 A \delta n}$$

ce qui nous donne pour l'extrémité du spectre la plus défavorable

$$\theta < 5 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \quad 1,5'$$

C O N C L U S I O N . -

Nous avons proposé un montage interférentiel pour spectroscopie par transformation de Fourier doué d'une haute luminosité. Nous l'avons étudié théoriquement et expérimentalement. Nos résultats laissent espérer des gains de lumière très appréciables qui devraient permettre quelques progrès dans l'étude de sources très peu lumineuses.

B I B L I O G R A P H I E

- 1 P.FELICETTI - Jour. Phys. Rad. - 19 - p.187 (1958)
  - 2 P.JACQUINOT - XVIIème Congrès du G.A.M.S. - PARIS - (1954)
  - 3 P.FELICETTI - Jour. Phys. Rad. - 19 - p.237 - (1958)
  - 4 J.D.STRONG et G.VANASSE - Jour. Phys. Rad. - 19 - P.192 - (1958)
  - 5 L.HERTZ - Jour. Phys. Rad. - 19 - p.233 - (1958)
  - 6 J.COMNES et H.P.GUSE - Jour. Phys. Rad. - 20 - p.915 - (1959)
  - 7 J.COMNES - Jour. Phys. Rad. - 19 - p.197 - (1958)
  - 8 C.DUFOUR et P.JACQUINOT - Jour. Rech. - 6 - p.1 - (1948)
  - 9 P.COMNES - Jour. Phys. Rad. - 19 - p.262 - (1958)
  - 10 P.COMNES - Rev. Opt. - 35 - p.37 - (1956)
  - 11 L.HERTZ - Congrès de STOCKHOLM : Heterodyne Interference Spectroscopy (AOÛT 1959)
  - 12 A.MARÉCHAL - Imagerie Géométrique et Aberrations (Edition de la Revue d'Optique  
théorique et instrumentale - 1952)
  - 13 P.COMNES - Rev. Opt. - 38 p.157 - 416 - (1959)
  - 14 H.A. GEBBIE - Symposium d'Interférométrie - Nat. Phys. Lab. - JUIN 1959 -
  - 15 R.CHABBAL - Rev. Opt. - 37 - p. 49 - 336 - 501 - (1958)
  - 16 B.LYOT - Ann. Astrophys. - 7 - p.31 - (1944)
-

Spectre d'inversion  
de l'ammoniac lourd  
 $N^{14} D_3$

## I N T R O D U C T I O N

---

La molécule d'ammoniac est familière aux spectroscopistes du domaine Hertzien. En effet aux environs de 20 000 Mc/s, soit vers 1,2 cm de longueur d'onde, elle présente un bande d'absorption dont les composantes mesurées avec une grande précision servent maintenant d'étalons pour la mesure précise des fréquences dans ce domaine.

On a pu expliquer cette bande comme une oscillation de la molécule entre deux structures symétriques indiscernables droite et gauche pour lesquelles le noyau d'azote se trouve soit d'un côté, soit de l'autre du plan des trois noyaux d'hydrogène. Cette oscillation est habituellement désignée sous le nom d'inversion de la molécule d'ammoniac. La théorie de ce spectre d'inversion a été souvent faite [3] [4] [5] [7] [8] et explique parfaitement l'ensemble des raies observées. Elle s'est établie parallèlement pour toutes les structures identiques pyramidales à symétrie d'ordre trois et en particulier pour la molécule d'ammoniac lourd  $N^{14}D_3$ .

Expérimentalement le spectre d'inversion de  $NH_3$  est parfaitement connu. Les fréquences correspondantes de  $ND_3$  étant beaucoup plus basses et au-dessous du "cut-off" des guides d'ondes utilisés habituellement dans ce genre de recherche, les études expérimentales de cette molécule sont beaucoup moins nombreuses. Après un bref exposé des données théoriques nécessaires pour comprendre la structure du spectre d'inversion de  $NH_3$  nous donnerons les résultats expérimentaux relatifs à  $ND_3$  que nous avons pu rassembler.

I - L'INVERSION D'UNE MOLECULE -

La fonction potentiel d'un ensemble d'atomes constituant une molécule admet un minimum pour les valeurs  $x_{oi}, y_{oi}, z_{oi}$  qu'ont les coordonnées  $x_i, y_i, z_i$  des noyaux dans la configuration de repos. Cette fonction est nécessairement symétrique par rapport à l'ensemble de ces coordonnées : en effet elle admet un minimum identique pour l'ensemble des valeurs  $-x_{oi}, -y_{oi}, -z_{oi}$  qui représente la même molécule. Si la symétrie de la structure s'y prête cette configuration symétrique peut s'obtenir par simple rotation. Les deux états correspondant à ces deux puits du potentiel sont indiscernables : ils forment un seul niveau doublement dégénéré. Le passage d'une forme à l'autre peut au contraire nécessiter un changement effectif dans la disposition des atomes, les deux molécules n'étant plus superposables sont alors discernables par l'action qu'elles ont sur une vibration lumineuse polarisée.

La barrière de potentiel qui sépare ces deux minima est en général très haute devant l'énergie de vibration de la molécule. L'ensemble d'atomes peut alors être considéré comme étant dans un puits de potentiel unique avec une disposition des niveaux d'énergie qui ignore complètement l'autre configuration.

Dans quelques cas toutefois, dont le plus célèbre est celui de l'ammoniac, cette barrière est relativement basse. Elle est franchissable, même si l'énergie de la molécule lui est inférieure, par effet tunnel. Un des puits de potentiel représente pour l'autre une perturbation : elle se traduit par une levée de la dégénérescence sur chaque niveau d'énergie qui se dédouble en deux niveaux d'inversion. Si leur différence d'énergie est  $\Delta E = h\nu$  toute transition entre ces niveaux s'accompagne d'une émission ou d'une absorption d'onde électromagnétique de fréquence  $\nu$ . On l'appelle fréquence d'inversion : c'est effectivement la fréquence avec laquelle la molécule passe d'une configuration à l'autre. Il peut paraître surprenant qu'une fréquence de transition entre deux niveaux soit une fréquence de passage entre deux états. On sait en effet que la durée de vie d'un

niveau  $\Delta t$  s'exprime par l'incertitude sur l'énergie de ce niveau, c'est-à-dire sa largeur

$$\Delta t = \frac{h}{\Delta E}$$

Mais chacun des deux niveaux d'inversion définis plus haut ne correspond pas à un état de la molécule. Chaque configuration n'a pas une énergie bien déterminée et est représentée par une combinaison des fonctions d'onde des deux niveaux. La fréquence d'inversion  $\nu$  correspond bien dans ces conditions à l'incertitude  $\Delta E = h\nu$  de l'énergie dans une configuration et son inverse représente la durée de vie de cette configuration. Cet écart des niveaux d'inversion permet de rendre compte de la vitesse de racémisation de certains composés actifs. En général la fréquence d'inversion est trop faible pour être mesurée : on a pu la calculer pour certaines structures simples semblables à celles de  $\text{NH}_3$  [1]. A titre d'exemple on trouve

0,14 Mc/s pour  $\text{PH}_3$

0,5 cycle par an pour  $\text{AsH}_3$

La période d'inversion des molécules organiques complexes dépasse de beaucoup l'âge de l'univers.

La fréquence d'inversion de l'ammoniac est beaucoup plus élevée. Elle est décelable sur la structure fine des spectres de vibration infra-rouge ; elle fut observée directement dans le domaine des ondes Hertziennes en 1934 par Cleston et Williams [2] sous forme d'une bande d'absorption s'étendant de 16.000 Mc à 40.000 Mc.

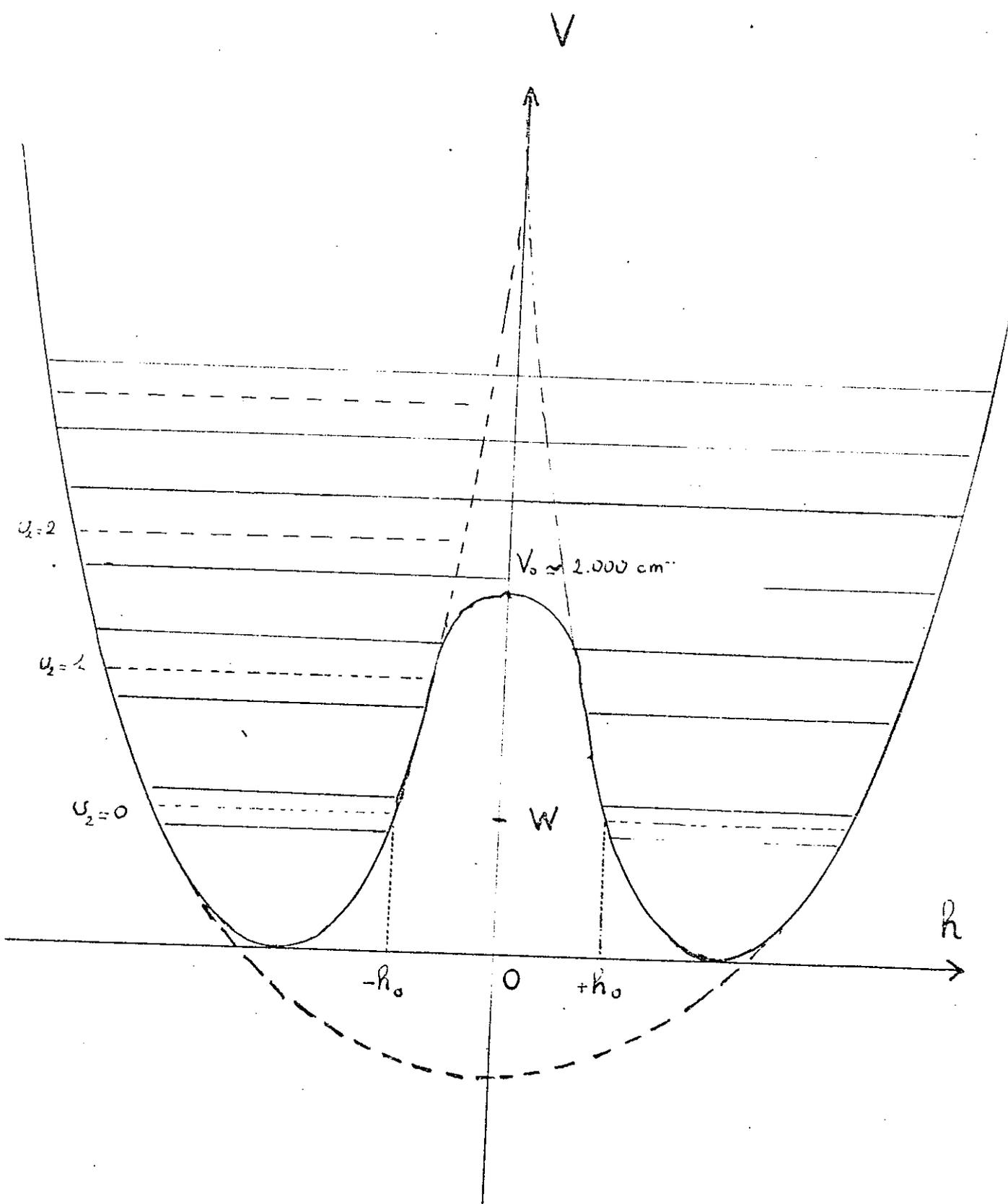


Fig 1

Niveaux vibrationnels de  $\text{NH}_3$ .  $V_0, r_0, W$  sont définis dans le texte

## I I - La MOLECULE N H<sub>3</sub>

La molécule d'ammoniac est une pyramide régulière assez aplatie possédant un axe ternaire. Cette structure est la conclusion logique de l'étude des spectres de vibration et de rotation de la molécule NH<sub>3</sub>. Comme pour tout système vibratoire, toute vibration de l'ammoniac peut se représenter par une combinaison linéaire d'un certain nombre de vibrations élémentaires du type oscillations sinusoidales, de fréquences déterminées et appelées vibrations normales de la molécule. Parmi celles-ci une nous intéresse plus particulièrement ; elle est habituellement notée  $\nu_2$  et peut se représenter par une oscillation de l'atome d'azote normalement au plan des trois atomes d'hydrogène.

On voit pourquoi la barrière de potentiel entre les deux minimum symétriques n'est pas très élevée. Il suffit en effet que l'atome d'azote traverse le plan des atomes d'hydrogène pour qu'on ait la configuration symétrique. Les deux états de la molécule sont indiscernables mais si on numérote les trois atomes H on voit qu'on obtient bien une configuration pour laquelle les coordonnées des noyaux sont changées de signe dans un système dont l'origine est située au centre de masse.

Nous pouvons représenter cette vibration  $\nu_2$  par un modèle unidimensionnel. La variable oscillante est la distance  $h$  de N au plan H<sub>3</sub>. La masse équivalente est la masse réduite

$$\mu = \frac{3mH}{3m + M}$$

La forme du potentiel est celle donnée par la figure 1. Si la barrière de potentiel était très grande (potentiel en pointillé) les niveaux d'énergie seraient ceux représentés en pointillé. La hauteur finie de cette barrière entraîne le dédoublement d'inversion dans les niveaux inférieurs. Loin au-dessus de cette barrière, on retrouve des niveaux équidistants correspondant au puits de potentiel représenté par des tirets. En se donnant un modèle de potentiel, Dennisson et Uhlenbeck [3] ont calculé la valeur du dédoublement des niveaux d'inversion et

et la fréquence  $\nu$  d'inversion. En désignant par  $V(h)$  le potentiel fonction de  $h$ ,  $W$  l'énergie d'un niveau non perturbé et  $\nu_2$  la fréquence de la vibration  $\sigma_2$ , ils ont trouvé par la méthode B.K.W.

$$\Delta = h\nu = \frac{h\nu_2}{\pi A^2} \tag{1}$$

$$\text{où } A = e^{\frac{2\pi}{h} \int_0^h \left[ 2\mu (V(h) - W) \right]^{\frac{1}{2}} dh} \tag{2}$$

On voit que  $\nu$  augmente quand  $W$  augmente. La fréquence d'inversion s'accroît très vite avec le nombre quantique  $\sigma_2$  relatif à cette vibration. Elle s'accroît aussi, mais beaucoup moins, avec les nombres quantiques relatifs aux autres vibrations pour lesquelles la grandeur  $h$  oscille beaucoup moins. Par exemple

$\nu = 0,66 \text{ cm}^{-1}$	dans l'état fondamental	
$\nu = 37,5 \text{ cm}^{-1}$	pour $\sigma_2 = 1$	( $\nu_2 = 950 \text{ cm}^{-1}$ )
$\nu = 1 \text{ cm}^{-1}$	pour $\sigma_1 = 1$	( $\nu_1 = 3.337 \text{ cm}^{-1}$ )

Les calculs de Dennisson et Uhlenbeck ont permis de trouver à partir des données spectroscopiques instrumentales certaines caractéristiques du potentiel  $V(h)$ . Elles sont indiquées sur la figure 1.

Toutefois la connaissance de ces données ne permet pas de trouver la forme de ce potentiel. Les calculs de Dennisson et Uhlenbeck ont été effectués sur un schéma très simple : deux puits paraboliques réunis par un palier horizontal linéaire. Des potentiels rendant mieux compte des variations de  $\nu$  avec  $\sigma_2$  ont été proposés par Manning [4], Newton et Thomas [5] mais des formes très différentes de ces potentiels donnent souvent des résultats équivalents.

I I I - LA BANDE D'INVERSION DE NH<sub>3</sub> DANS L'ETAT VIBRATIONNEL FONDAMENTAL -

A) Structure rotationnelle

La bande d'inversion de NH<sub>3</sub> se résout en un grand nombre de composantes si on diminue suffisamment la pression. Chaque composante est la raie d'inversion des molécules qui sont dans un même état rotationnel. On sait que cet état est défini pour chaque molécule par deux nombres quantiques rotationnels J et K. Le moment cinétique total est donné par  $\frac{h}{2\pi} \sqrt{J(J+1)}$  et la composante de ce moment suivant l'axe de la molécule est  $K \frac{h}{2\pi}$ . J peut prendre les valeurs 0, 1, 2 ... etc ... et pour chacune de ces valeurs K peut prendre les valeurs entières de -J à +J.

Un raisonnement classique que nous empruntons à Townes et Schawlow [6] permet de montrer comment la fréquence d'inversion dépend de J et K. Lorsque la molécule tourne autour de son axe de symétrie, la force centrifuge proportionnelle au carré du moment cinétique suivant cet axe, donc à K<sup>2</sup>, tend à ouvrir la pyramide NH<sub>3</sub>. Le passage de l'atome d'azote en est facilité et la fréquence d'inversion augmente. Si, par contre, la molécule tourne autour d'un axe perpendiculaire, la force centrifuge proportionnelle à J(J+1) - K<sup>2</sup> tend à fermer l'angle des liaisons NH et diminue la fréquence d'inversion. On obtient en effet une bonne représentation de la structure rotationnelle de la bande d'inversion de l'ammoniac par la formule

$$\nu = \nu_0 - a \left[ J(J+1) - K^2 \right] + bK^2 \quad (3)$$

Une meilleure approximation est obtenue par Simmons et Gordy [7] qui donnent des termes de plus haut degré en J(J+1) et K<sup>2</sup>. Une expression plus complexe donnée par Costain [8] donne une soixantaine des raies de la bande, avec une erreur inférieure à 1,5 Mc :

$$\nu = \nu_0 \exp \left[ a_1 J(J+1) + b_1 K^2 + a_2 J^2(J+1)^2 + b_2 K^4 + c_2 J(J+1)K^2 \right] \quad (4)$$

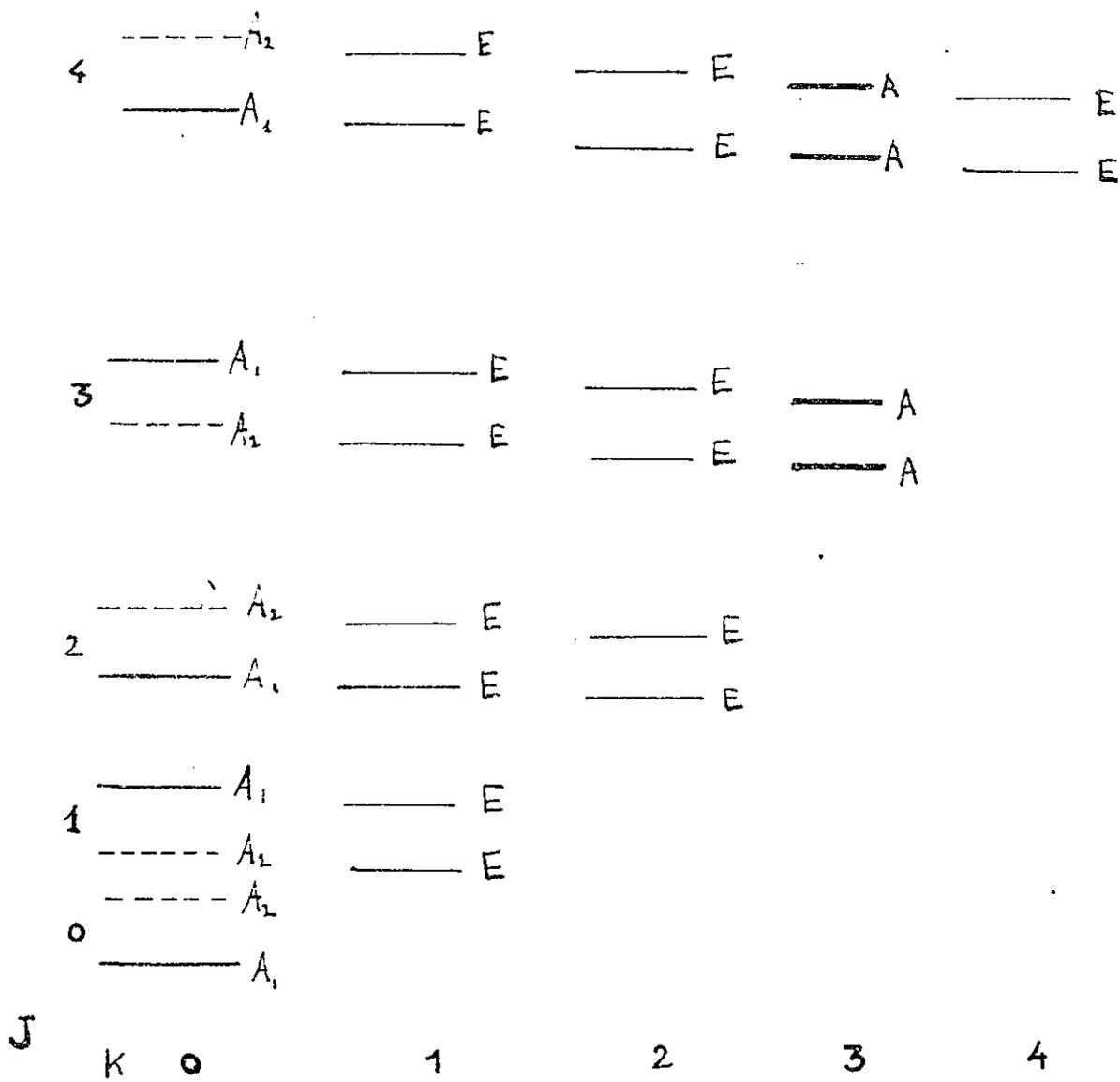


Fig 2

Symétrie des niveaux rotationnels

## B) Symétrie des Niveaux et Poids statistiques

Lorsqu'une structure moléculaire admet des éléments de symétrie on est conduit, pour expliquer les répartitions d'intensité des transitions, à considérer les propriétés <sup>de symétrie</sup> /des fonctions d'ondes représentatives de chaque niveau d'énergie vis à vis de ces symétries. C'est ainsi qu'on range les niveaux d'énergie de  $\text{NH}_3$  en trois classes : les niveaux  $A_1$  pour lesquels les fonctions d'ondes représentatives sont antisymétriques par rapport à l'un des trois plans de symétrie, c'est-à-dire vis à vis de l'échange de deux noyaux d'hydrogène ; les niveaux  $A_2$  pour lesquels les fonctions d'ondes sont symétriques vis à vis de cet échange ; les niveaux  $E$  pour lesquels les fonctions d'onde ne sont ni symétriques ni antisymétriques (fig. 2).

Les niveaux rotationnels pour lesquels  $K = 0, \pm 3, \pm 6$  etc ..... sont du type  $A_1$  ou  $A_2$ . Les niveaux pour lesquels  $K = \pm 1, \pm 2, \pm 4$  etc .... sont du type  $E$ . Pour  $K = 0$  les niveaux sont du type  $A_1$  ou  $A_2$  suivant que  $J$  est pair ou impair dans le niveau d'inversion inférieur. Dans le niveau d'inversion supérieur les niveaux sont de symétrie  $A_2$  pour  $J$  pair et  $A_1$  pour  $J$  impair. Dans le niveau vibrationnel supérieur les symétries sont inversées. Pour  $K = 3q$  les niveaux  $+ 3q$  et  $- 3q$  de même énergie\* sont de symétrie opposée. On désigne chaque niveau dégénéré par la lettre A.m. \*\*

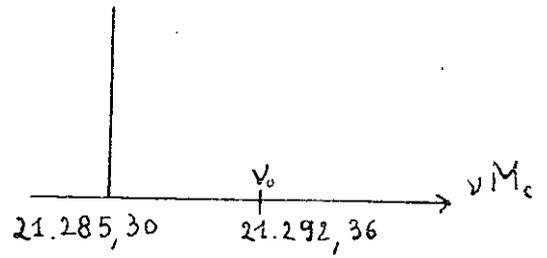
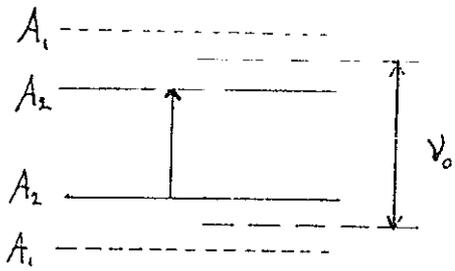
La considération des fonctions de spin par lesquelles il faut multiplier la fonction d'onde d'un niveau pour obtenir la fonction d'onde totale conduit à attribuer des poids statistiques différents à chaque type de symétrie de telle sorte que  $\Psi$  t obéisse à la statistique des noyaux qu'on échange. Dans le cas de  $\text{NH}_3$ , les protons obéissant à la statistique de Fermi-Dirac,  $\Psi$  doit toujours être antisymétrique vis à vis de la symétrie considérée plus haut. Des formules générales ont été

---

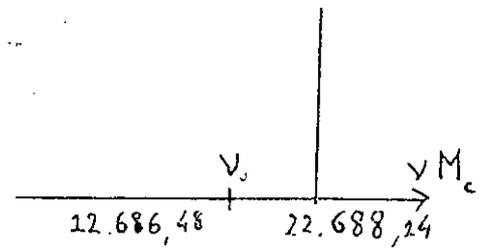
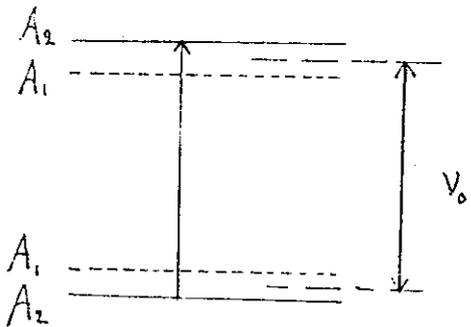
\* L'énergie d'un niveau s'exprime par  $E = A J(J + 1) + (A - B) K^2$

\*\* Il ne faut pas confondre un niveau  $A$ , superposition d'un niveau  $A_1$  et d'un niveau  $A_2$  et un niveau dégénéré  $E$  superposition de deux niveaux eux-mêmes sans symétrie.

$J=5$



$J=4$



$J=3$

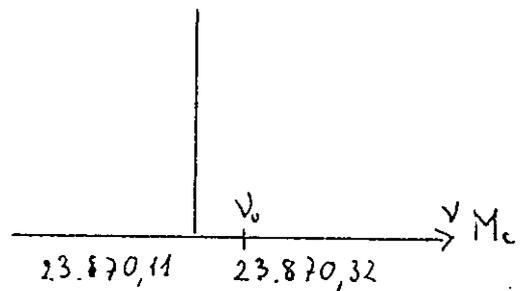
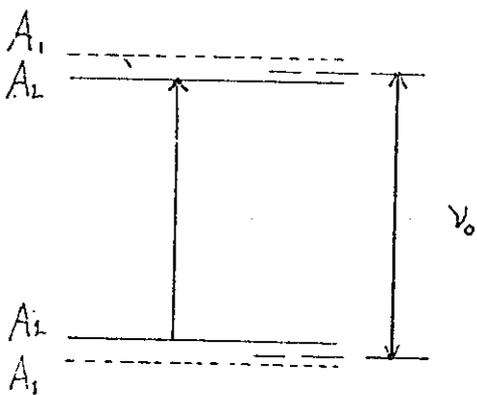


Fig 3

Déplacement des raies d'inversion  $|k|=3$ . Les niveaux en pointillé sont absents. Les niveaux en tirets représentent l'énergie des niveaux non perturbés (réf [8])

données pour l'expression du rapport des poids statistiques des niveaux A et E [9] en fonction du spin I des noyaux identiques.

$$\frac{A}{E} = \frac{4I^2 + 4I + 3}{4I(I+1)}$$

et des niveaux  $A_1$  et  $A_2$  10

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{(2I-1)I}{(2I+3)(I+1)}$$

si les noyaux obéissent à la statistique de

Fermi-Dirac et

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{(2I+3)(I+1)}{(I-1)I}$$

si les noyaux obéissent à la statistique de

Bose-Einstein.

Dans le cas de  $\text{NH}_3$ , le spin des protons étant 1/2, les niveaux A sont deux fois plus peuplés que les niveaux E et les niveaux  $A_1$  sont absents. Ces niveaux sont représentés sur la figure 2 où les niveaux absents sont en pointillé.

C) Anomalie des raies  $K = 3$

Nous avons vu que la formule (4) rendait compte des variations de  $\nu$  avec J et K avec une précision de 1,5 Mc. Cependant l'ensemble des raies d'inversion  $K = 3q$  montre un écart systématique croissant avec J bien au-delà de cette erreur (Tableau 1). Cette anomalie a été expliquée par Nielsen et Dennison [11] comme une levée de la dégénérescence sur les états  $K = 3q$  due à une interaction vibration-rotation d'ordre élevé. Celle-ci sépare les niveaux  $+3q$  et  $-3q$ . Comme nous l'avons vu ces niveaux sont alternativement du type de symétrie  $A_1$  et  $A_2$ . Dans le cas de  $\text{NH}_3$  la moitié de ces niveaux sont donc absents. Ceci explique le décalage alterné observé sur les transitions représentées par la figure 3. Le Tableau 1 donne la valeur de ces déplacements en Mc, donnée par l'expérience et calculée par Nielsen et Dennison pour  $K = 3, J = 3, 4, 5$  à partir de la formule qu'ils proposent

$$\Delta \nu = 3,50 \times 10^{-5} \alpha J(J+1) [J(J+1)-2] [J(J+1)-6] \quad (5)$$

$\alpha = 3,50 \cdot 10^{-5}$

TABLÉAU 1

J	$\Delta v$ mesuré Mc	$\Delta v$ calculé Mc	$\Delta v$ calculé pour $1D_3$ Mc
3	- 0,21	- 0,25	+ 0,03
4	+ 1,76	+ 1,76	+ 0,24
5	- 7,03	- 7,06	+ 0,95
6	+ 21,18	+ 21,18	+ 2,85
7	- 52,39	- 52,9	- 7,14

En appliquant leur calcul au cas de  $1D_3$ , ils ont pu donner les valeurs équivalentes (troisième colonne) qui n'étaient pas encore connues expérimentalement. Nous en discuterons dans la partie suivante. L'accord avec les valeurs expérimentales de  $1D_3$  était en tout cas excellent.

I V - LE SPECTRE D'INVERSION DE  $\text{ND}_3$  DANS L'ETAT VIBRATIONNEL FONDAMENTAL -

A) Fréquence d'inversion

Tous les résultats établis pour  $\text{NH}_3$  sont qualitativement valables pour  $\text{ND}_3$ . La fréquence d'inversion de  $\text{ND}_3$  est diminuée par la masse réduite qui a presque doublé et par la plus basse énergie du niveau vibrationnel fondamental. Cette double influence est évidente dans l'expression (2)

	$\text{NH}_3$	$\text{ND}_3$
$\nu_2 = 0$	23.600 Mc	1.600 Mc *
$\nu_2 = 1$	1.000.000 Mc	117.000 Mc

B) Structure rotationnelle

La structure rotationnelle est la même que celle de  $\text{NH}_3$ . On peut en rendre compte par une formule analogue à (3) en donnant des valeurs convenables à a et b.

Une des premières études expérimentales est celle de Muckolls, Rueger et Lyons [12] qui ont mesuré les fréquences des raies d'inversion  $J = K$  jusqu'à  $J = K = 18$ . Ils en ont déduit les valeurs des coefficients de l'expression (3) pour  $\text{ND}_3$  :

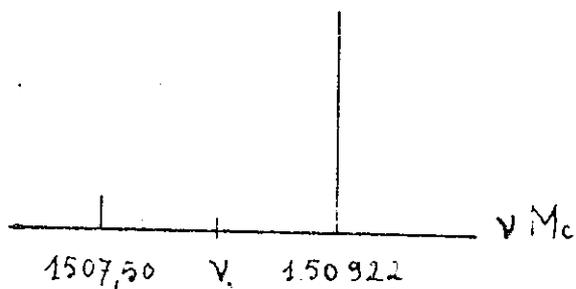
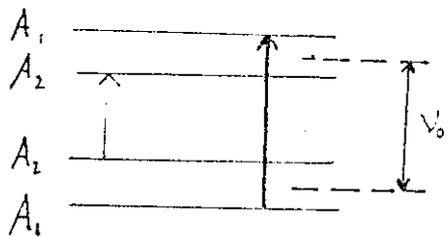
$$\nu = 1.595,69 - 7,155 \left[ J(J+1) - K^2 \right] + 2,875 K^2 \quad (5)$$

Une étude plus complète a été faite par G.Herrmann [13]. Le plus grand nombre de raies étudiées lui fait prendre des valeurs différentes pour  $\nu_0$  ; a et b, la formule (5) n'étant valable que pour  $J = K$ . L'expression un peu différente qu'il propose est

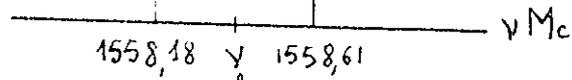
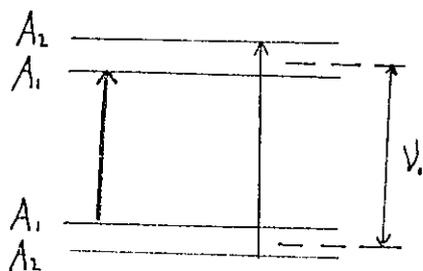
$$\nu = 1.591,44 - 5,12 \left[ J(J+1) - K^2 \right] + 2,62 K^2 \quad (6)$$

\* - La faible valeur de cette fréquence a obligé de remplacer les guides d'ondes habituels, dont la fréquence de "cut off" est trop élevée, par une cellule de Stark à deux conducteurs.

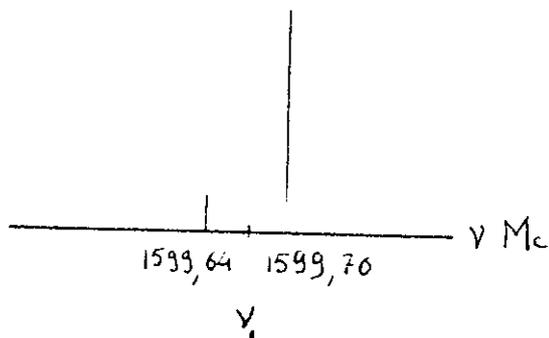
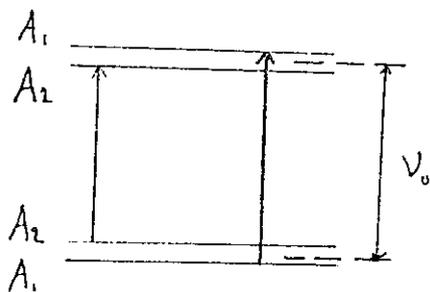
$J=5$



$J=4$



$J=3$



$|K|=3$

Fig 4

Doublets  $|K|=3$  de  $ND_3$  pour  $J=3,4,5$

(réf [13])

qui rend compte d'une quinzaine de raies avec une erreur inférieure à 5 %.

C) Poids statistiques

Un changement important est apporté sur les poids statistiques des niveaux par le spin 1 des deutons et par le fait que ces noyaux obéissent à la statistique de Bose-Einstein. Le rapport du poids statistique des niveaux A à celui des niveaux B est  $\frac{11}{8}$  au lieu de 2 dans le cas de  $\text{NH}_3$ . D'autre part les niveaux  $A_1$  qui manquaient dans le spectre de  $\text{NH}_3$  sont dix fois plus peuplés que les niveaux  $A_2$ .

D) Doublet K = 3q

En particulier pour  $K = + 3q$  on peut observer les deux niveaux  $A_1$  et  $A_2$  dans chaque niveau d'inversion. La règle de sélection sur les transitions : (fig.4)

$$A_1 \not\leftrightarrow A_2 \quad A_1 \leftrightarrow A_1 \quad A_2 \leftrightarrow A_2$$

montre alors que la raie d'inversion pour  $K = 3q$  est un doublet encadrant la fréquence de la transition entre niveaux non perturbés. Ce dédoublement avait été observé par Huckolls et all. et a été mesuré par G.Herrmann pour  $K = 3, J = 3, 4, 5$ .

Nous donnons les valeurs  $\Delta V$  de l'écart entre les composantes du doublet mesurées, puis calculées par la formule de Nielsen et Dennisson [11]

La première série de valeurs est calculée en ajustant la valeur de  $\alpha$  pour satisfaire l'expérience. La deuxième série est calculée avec la valeur de  $\alpha$  prévue par Nielsen et Dennisson en 1947 à l'aide des données spectroscopiques de  $\text{ND}_3$ .

J	$\Delta \nu$ mesuré	$\Delta \nu$ calculé $\alpha$ : valeur ajustée	$\Delta \nu$ calculé $\alpha$ : valeur calculée par N. et D. [11]
3	0,064 Mc	0,062 Mc	0,070 Mc
4	0,433 Mc	0,432 Mc	0,480 Mc
5	1,725 Mc	1,728 Mc	1,900 Mc

C O N C L U S I O N -

Nous avons fait une étude sommaire du spectre d'inversion de  $\text{ND}_3$  dans l'état fondamental. Nous nous sommes limités à l'étude de la structure fine de ce spectre et à son interprétation par les théories quantiques.

Cet exemple a l'intérêt d'être peu courant : l'effet tunnel n'ayant des conséquences appréciables que dans de faibles limites des valeurs des barrières de potentiel. De plus l'existence de deux modèles expérimentaux aux paramètres différents,  $\text{NH}_3$  et  $\text{ND}_3$ , n'est pas inintéressante pour une étude théorique.

L'interprétation des résultats expérimentaux relatifs à  $\text{NH}_3$ , les prévisions bien vérifiées étendues à  $\text{ND}_3$  et d'autres structures sont un nouveau résultat positif de la mécanique quantique qui a déjà remporté de nombreux succès en spectroscopie moléculaire.

B I B L I O G R A P H I E

- 1 COSTAIN et SUTHERLAND - Phys. Chem. - 56 - p.321 - (1952)
- 2 C.E. CLETON et WILLIAMS - Phys. Rev. - 45 - p.234 - (1934)
- 3 D.M. DENNISON et G.E. UHLENBECK - Phys. Rev. - 41 - p.313 - (1932)
- 4 H.F. MANNING - Jour. Chem. Phys. - 3 - p.136 - (1935)
- 5 R.R. NEWTON et R.H. THOMAS - Jour. Chem. Phys. - 16 - p.310 - (1948)
- 6 C.H. TOWNES et A.L. SCHAWLOW - Microwave Spectroscopy - p.308  
(Mc Graw Hill Book Company) 1955
- 7 J.W. SIMMONS et W.GORDY - Phys. Rev. - 73 - p.713 - (1948)
- 8 C.C. COSTAIN - Phys. Rev. - 82 - p.108 - (1951)
- 9 D.M. DENNISON - Rev. Mod. Phys. - 3 - p.280 - (1931)
- 10 G.PLACZEK - E.TELLER - Z.Physik - 81 - p.209 - (1933)
- 11 N.H. NIELSEN et D.M. DENNISON - Phys. Rev. 72 - p.1101 - (1947)
- 12 NUCKOLLS - RUEGER et LYONS - Phys. REV. - 89 - p.1101 - (1953)
- 13 G.HERRMANN - Journ. Chem. Phys. - 29 N° 4 - 875-9 - Oct. 1958