

N° d'ordre :

THÈSE

présentée à la
Faculté des Sciences de l'Université de Paris

pour obtenir

le Grade de Docteur 3^{ème} Cycle
SPECTROSCOPIE

par

Emile PELLETIER

Influence d'une surépaisseur du revêtement réflecteur multidiélectrique sur
l'épaisseur optique de l'interferomètre de FABRY-PEROT.

Premiers essais d'application à l'amélioration de planéité des lames.

Soutenue le 22 OCT 1964 1964 devant la Commission d'Examen

Mr. P. JACQUINOT.....Président

MM. F. ABELES..... }
R. CHABBAL..... } Examineurs

P. GIACOMO.....Invité

PARIS 1964

10/10/10

10/10/10

10/10/10

10/10/10

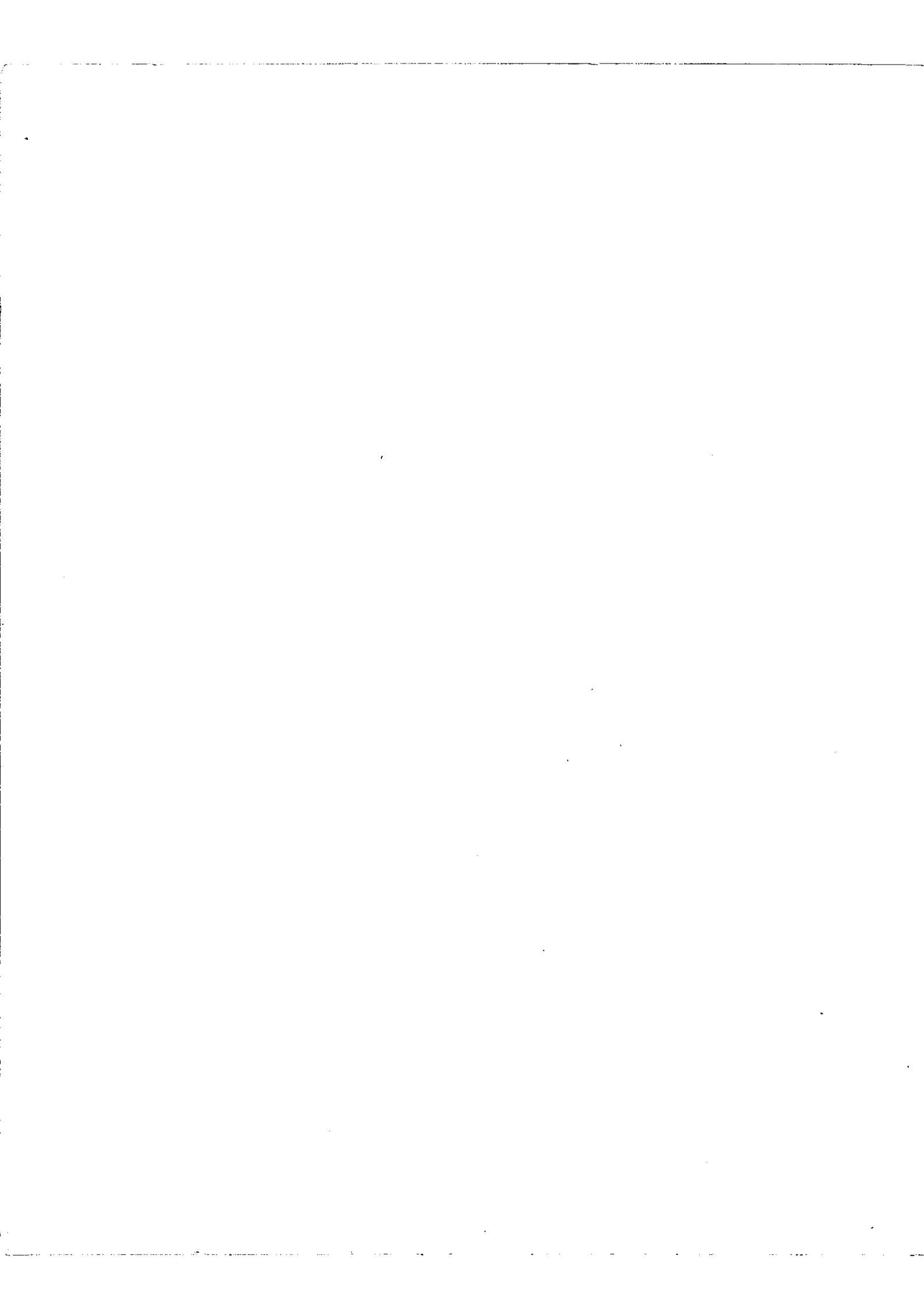
10/10/10

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma respectueuse gratitude à Monsieur le Professeur Jacquinot qui m'a accueilli dans son laboratoire, et à Monsieur le Professeur Chabbal qui a bien voulu diriger mon travail.

Monsieur le Professeur Giacomo de la Faculté des Sciences de Caen, malgré l'éloignement de nos deux laboratoires a constamment guidé ce travail. Je suis heureux de lui exprimer ici, toute ma gratitude et ma reconnaissance.

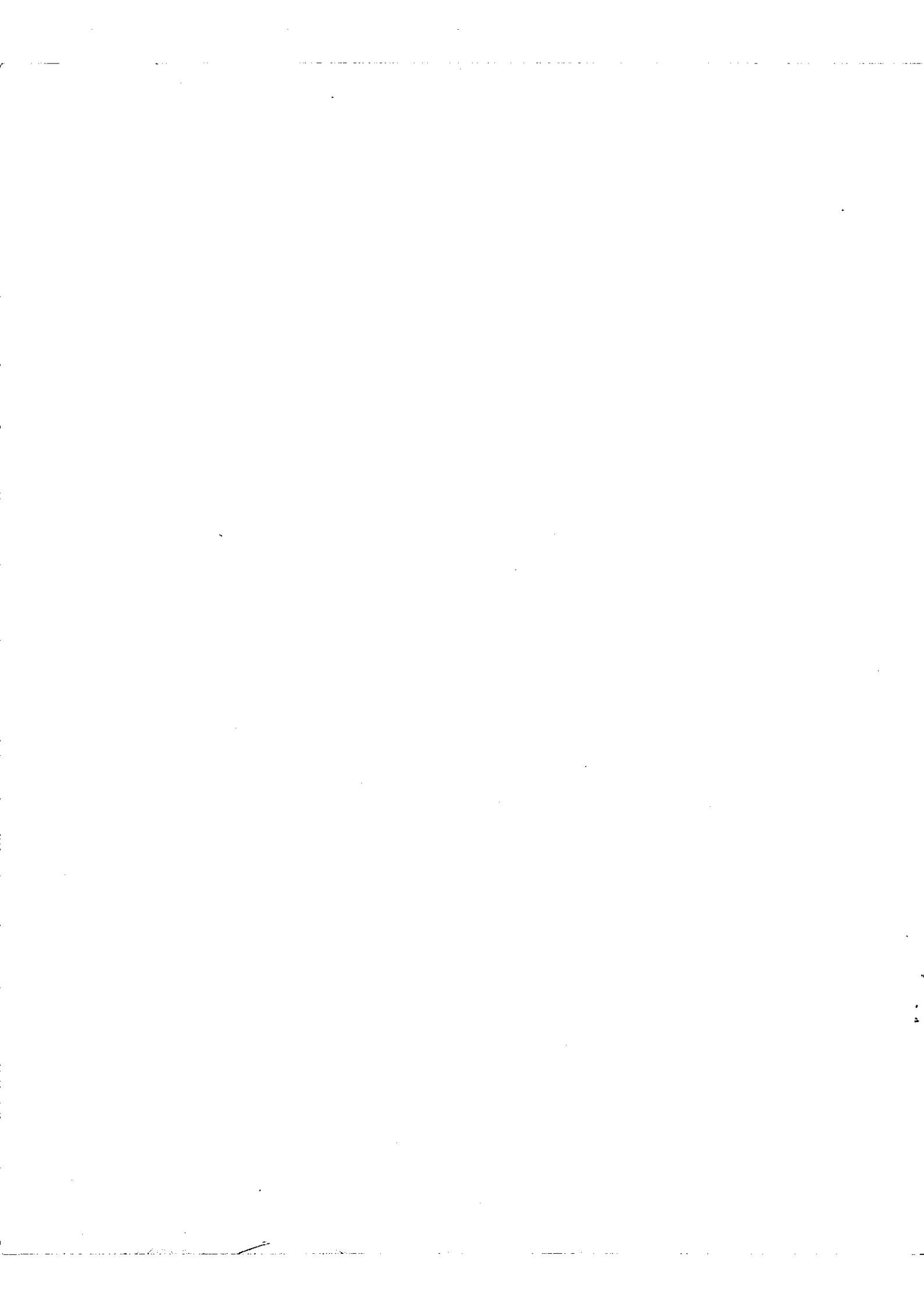
Je remercie également Monsieur Golman Technicien au C.N.R.S et tout le personnel du laboratoire Aimé Cotton pour l'aide apporté à l'obtention des résultats expérimentaux.



PLAN

	Pages
Introduction	1
Première partie: <u>Spectromètre Fabry Pérot. Coefficient de finesse limite</u>	
I- Fonctionnement du spectromètre Fabry Pérot	3
II- Limitation des qualités du spectromètre Fabry Pérot par les défauts des lames	4
A) Limitation de finesse enregistrée	
B) Perte de luminosité due aux défauts de surface	
III- Conclusion	4
Deuxième partie: <u>Principe de l'amélioration de la planéité des lames</u>	
I- Introduction	6
II- Méthodes d'amélioration des lames	7
A) Méthode des diaphragmes	
B) Méthode point par point	
III- Conclusion	8
Troisième partie: <u>Relation entre l'épaisseur de la couche déposée et la varia- tion d'épaisseur optique du Fabry Pérot</u>	
I- Introduction	9
II- Influence d'une surépaisseur sur la planéité des lames	9
1) Condition de planéité	
2) Calcul de l'épaisseur correctrice en fonction de l'amplitude du défaut	
III- Méthodes de calcul des déphasages	11
IV- Résultats relatifs aux déphasages	12
A) Résultat des calculs pour un revêtement de 7 couches	
B) Interprétation simple de certains de ces résultats	
C) Généralisation à un nombre impair quelconque de couches	

V-	Application au Fabry Pérot	
	A) Résultats généraux	
	B) Choix de la couche pour l'amélioration de planéité	
VI-	Vérifications expérimentales de la variation d'épaisseur optique du Fabry Pérot en fonction de la surépaisseur déposée	21
VII-	Effets secondaires de la correction	22
	A) Perte de finesse	
	B) Validité de la correction sur la dernière couche en fonction de la longueur d'onde	
VIII-	Conclusion	26
Quatrième partie: <u>Méthode de contrôle des épaisseurs déposées pendant l'évaporation</u>		
I-	Introduction	28
II-	Rappel du principe du maximètre	28
III-	Méthode de contrôle sur verre témoin	29
IV-	Méthode de contrôle à travers le revêtement réflecteur	36
V-	Conclusion	41
Conclusion		43
Annexe I	Méthode de Rouard	45
Annexe II	Méthode graphique de Malé	49
Annexe III	Méthode graphique basée sur l'analogie avec les quadripoles	51
Annexe IV	Méthode d'Abélès	55
Bibliographie		



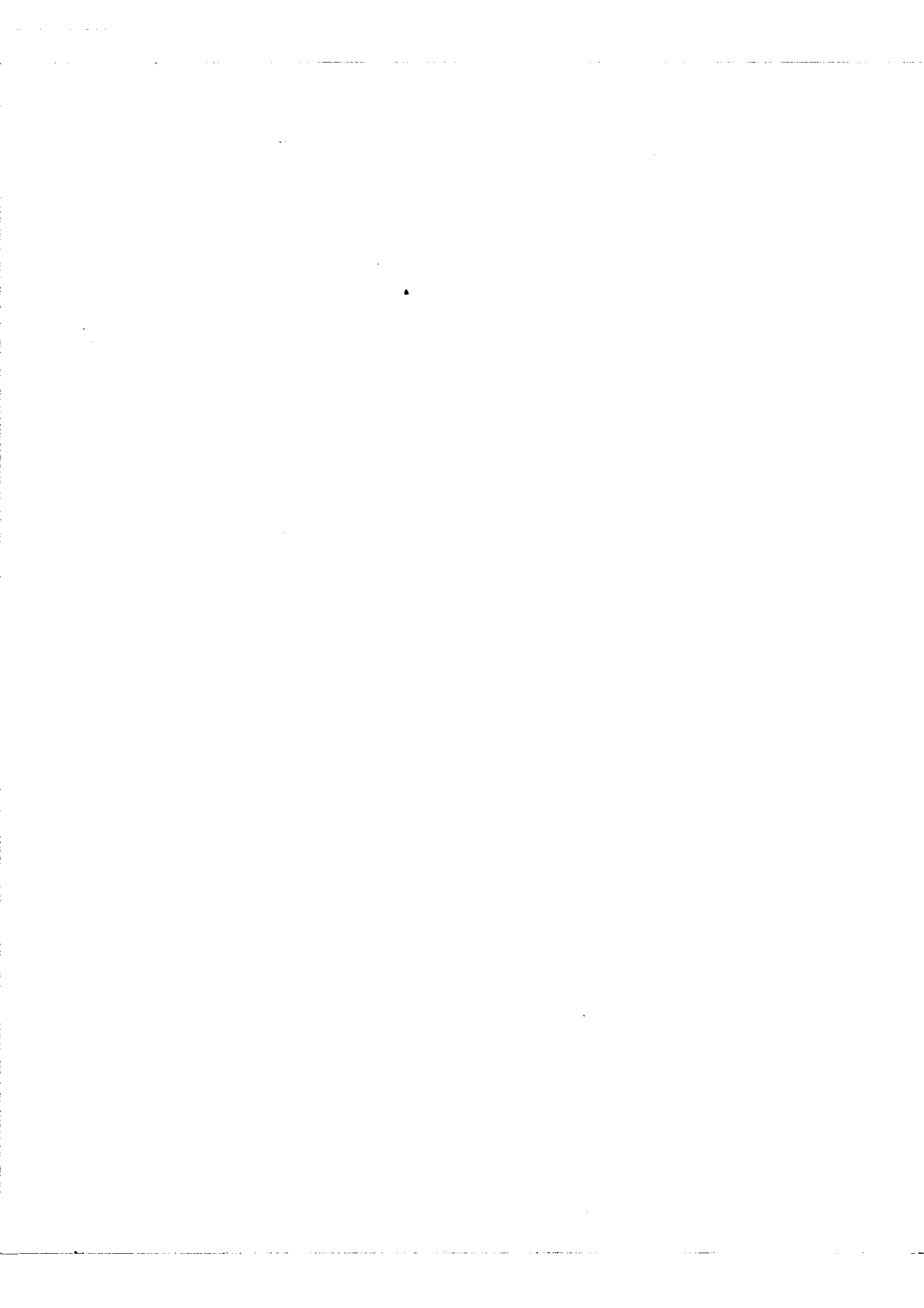
INTRODUCTION

L'étude des propriétés et des conditions optimum d'utilisation du spectromètre Fabry Perot, montre l'importance des défauts de planéité des surfaces des lames de l'interféromètre.

Les défauts de planéité entraînent non seulement une perte de contraste qui limite les possibilités d'étude des satellites faibles, mais encore une perte de finesse telle que pour obtenir de hautes résolutions, on est conduit à utiliser deux F.P. en série. Cependant les difficultés de synchronisation des bandes passantes, l'instabilité des divers éléments rendent délicate l'utilisation systématique des spectromètres Fabry Perot multiples,

Etant donné les difficultés d'obtenir par polissage des lames de très bonne planéité, nous avons pensé qu'il serait intéressant d'étudier la possibilité d'améliorer cette planéité, en déposant par évaporation sous vide, des surépaisseurs adéquates de diélectrique.

Dans les conditions normales d'utilisation les lames de F.P. sont recouvertes d'un revêtement réflecteur; une surépaisseur modifie non seulement l'épaisseur géométrique du F.P., mais aussi les déphasages à la réflexion. Après avoir présenté dans le Chapitre II une méthode possible de correction des lames, dans le deuxième Chapitre nous étudierons théoriquement l'influence d'une surépaisseur du revêtement réflecteur sur l'épaisseur optique du F.P., en tenant compte des déphasages; le but de cette étude est de déterminer la surépaisseur à déposer nécessaire pour corriger un défaut d'amplitude donnée. La correction est calculée pour une longueur d'onde, l'effet de cette correction est d'autant plus intéressant qu'il est valable pour un domaine spectral étendu; dans la suite du Chapitre III nous étudierons ce problème.



Cette méthode de correction des lames exige que l'on soit capable de mesurer l'épaisseur des couches déposées pendant l'évaporation, avec une assez grande sensibilité. Le Chapitre IV est consacré à la mise au point d'un procédé de contrôle.

Des vérifications expérimentales des résultats théoriques obtenus, ainsi que d'autres problèmes préliminaires à l'amélioration de planéité des lames de F.P., sont actuellement à l'étude au Laboratoire Aimé Cotton.

Première partie

SPECTROMÈTRE FABRY PEROT. COEFFICIENT DE FINESSE LIMITE

Ce chapitre est un rappel des propriétés classiques du Fabry Pérot qui permettra de préciser les avantages attendus d'une amélioration de la qualité des lames.

I - Fonctionnement du spectromètre Fabry Pérot.

Les qualités du spectromètre Fabry Pérot, résultent de sa fonction de transmission $W(\sigma)$ (fonction d'appareil où σ est le nombre d'ondes de la lumière utilisée. Cette fonction $W(\sigma)$ est le produit de composition de la fonction $A(\sigma)$, fonction d'Airy, par les fonctions dites fonctions perturbatrices $F(\sigma)$ et $D(\sigma)$ respectivement fonction "diaphragme isolateur" et fonction "défauts de surface".

$A(\sigma)$ est de la forme
$$A(\sigma) = \alpha^2 \left(\frac{T}{1-R} \right)^2 \frac{1}{1 + 4R \frac{\sin^2 \varphi}{(1-R)^2}}$$
 T et R étant les fonctions de transmission et de réflexion des lames.

La distance entre deux pics est l'intervalle spectral libre $\Delta\sigma$.

$$\Delta\sigma = \frac{1}{\delta} = \frac{2R\sigma}{\varphi}$$

La largeur des pics à mi-hauteur est α :

$$\alpha = \frac{1-R}{\sqrt{R}} \cdot \frac{1}{R\delta}$$

On définit la finesse réflectrice N_R par:

$$N_R = \frac{\Delta\sigma}{\alpha} = \frac{R\sqrt{R}}{1-R}$$

N_R ne dépend pas de R (pouvoir réflecteur des lames); elle est indépendante de la distance entre les lames.

$F(\sigma)$ est une fonction qui traduit l'influence du diaphragme isolateur sur la fonction d'appareil. Elle dépend de la forme du diaphragme utilisé. On a sensiblement $F(\sigma) = \frac{d\Omega}{d\sigma}$

$d\Omega$ étant l'angle solide transportant toutes les incidences associées à des fréquences d'écart maximum $\delta\sigma$.

C'est une fonction rectangulaire nulle partout, sauf dans l'intervalle $\varphi = \frac{\sigma\Omega}{2R}$, où elle prend la valeur 1.

$D(\sigma)$ traduit l'influence des défauts de surface des lames sur la fonction d'appareil. Elle dépend de la forme et de l'amplitude de ces défauts et s'exprime par:

$$D(\sigma) = \frac{dS}{d\sigma} = \mathcal{D}(x) \frac{dx}{d\sigma}$$

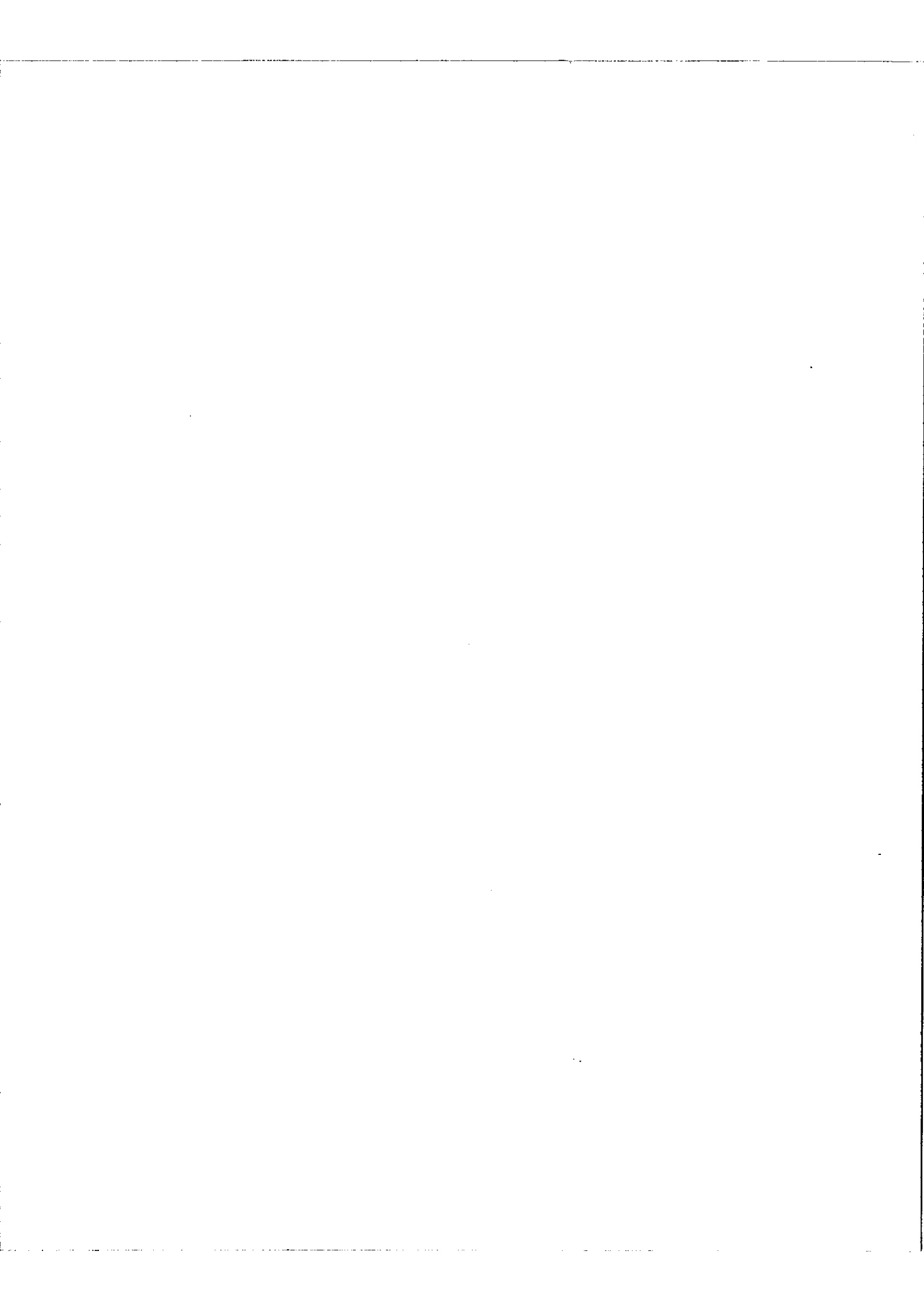
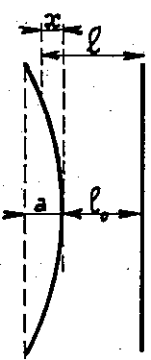


Fig 1.

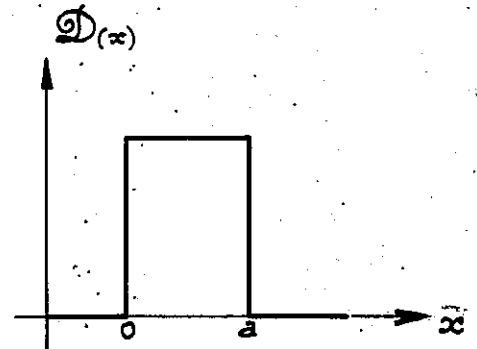
FONCTION DÉFAUTS DE SURFACE

(d'après R. Chabbal)

(A)



Courbure de flèche a.

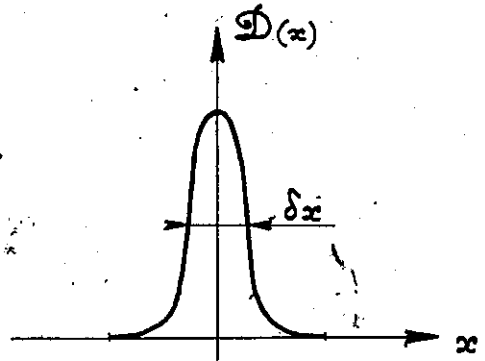


$$D(x) = S/a \quad 0 < x < a$$

(B)

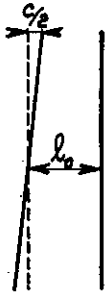


Micropoli gaussien.

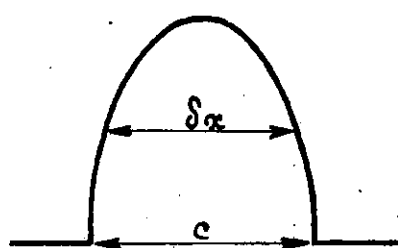


$$D(x) = \frac{2S}{b} \sqrt{\frac{b\pi^2}{\pi}} e^{-4b\pi^2 \frac{x^2}{b^2}}$$

(C)



Défaut de parallélisme.



$$D(x) = \frac{S}{\pi c} \sqrt{1 - \frac{4x^2}{c^2}}$$

$$-\frac{c}{2} < x < \frac{c}{2}$$

où dS est la portion de surface, qui laisse passer la lumière appartenant à l'intervalle spectral $d\sigma$.

x est un paramètre géométrique qui permet d'exprimer la fonction $\mathcal{D}(x) = \frac{dS}{dx}$ où n'intervient pas le nombre d'ondes.

La figure (1) montre la forme de la fonction $\mathcal{D}(x)$ dans trois cas classiques.

La largeur de $D(\sigma)$ est donnée par: $\delta\sigma = \frac{2\sigma de}{\lambda/\Delta\sigma}$

On définit la finesse limite N_D par :

$$N_D = \frac{\Delta\sigma}{\delta\sigma} = \frac{\lambda}{2de} = \frac{n}{2}$$

en posant: $de = \frac{\lambda}{n}$;

c'est à dire quand les lames sont polies à λ/n .

N_D ne dépend que de la qualité des lames et non pas de leur distance.

II- Limitation des qualités du spectromètre Fabry Pérot par les défauts des lames.

A Limitation de la finesse enregistrée.

La fonction enregistrée est : $Y(\sigma) = W(\sigma) * B(\sigma)$

où $W(\sigma)$ est la fonction d'appareil et $B(\sigma)$ le spectre étudié.

Donc $Y(\sigma) = A(\sigma) * F(\sigma) * D(\sigma) * B(\sigma)$

et la largeur de $Y(\sigma)$ est supérieure à chacune des largeurs a , f , d et s de A , F , D et B . La

finesse enregistrée est, par conséquent, inférieure à $\frac{\Delta\sigma}{f}$, $\frac{\Delta\sigma}{s}$ et $\frac{\Delta\sigma}{a}$. Si $\frac{\Delta\sigma}{f}$ et

$\frac{\Delta\sigma}{s}$ peuvent être augmentées autant qu'on le veut en rapprochant les lames, si $\frac{\Delta\sigma}{a}$ peut être

augmentée en utilisant des revêtements appropriés, et atteindre ainsi des valeurs supérieures

à 200; $\frac{\Delta\sigma}{d} = N_D$ est le plus souvent inférieure à 40 et n'atteint cette valeur que dans

des cas très favorables, encore faut-il pour cela n'utiliser qu'une faible surface des lames.

C'est donc en fait la finesse N_D qui limite la finesse globale de l'appareil, d'où son nom de finesse limite.

B Perte de luminosité due aux défauts de surface [1]

Un spectromètre Fabry Pérot à faces non planes est équivalent à un grand nombre de Fabry Pérot d'épaisseurs différentes juxtaposés. Tous ces Fabry Pérot ont des maxima de transmission pour des valeurs différentes de σ ; donc les défauts de surface des lames



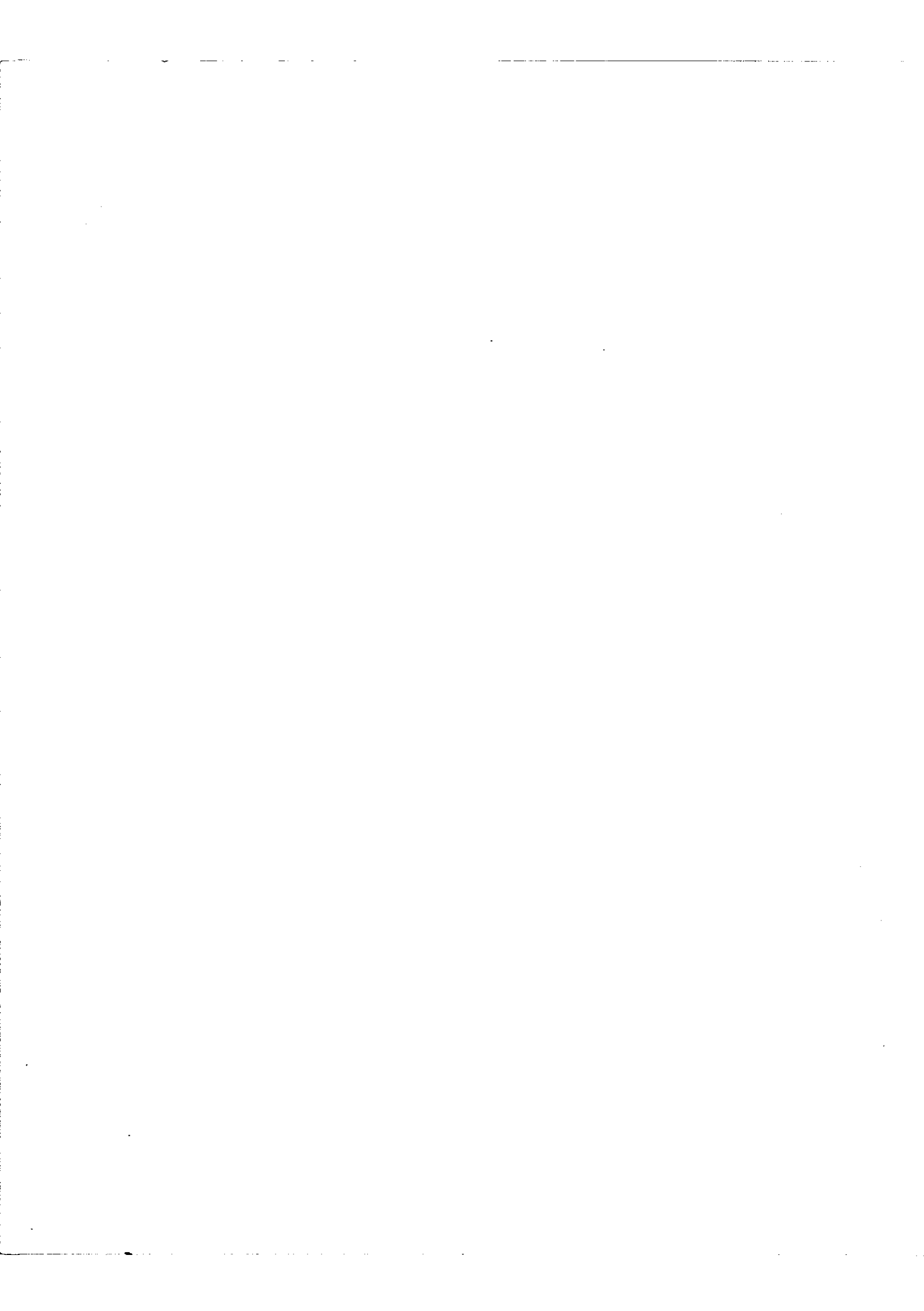
créent un étalement des fréquences.

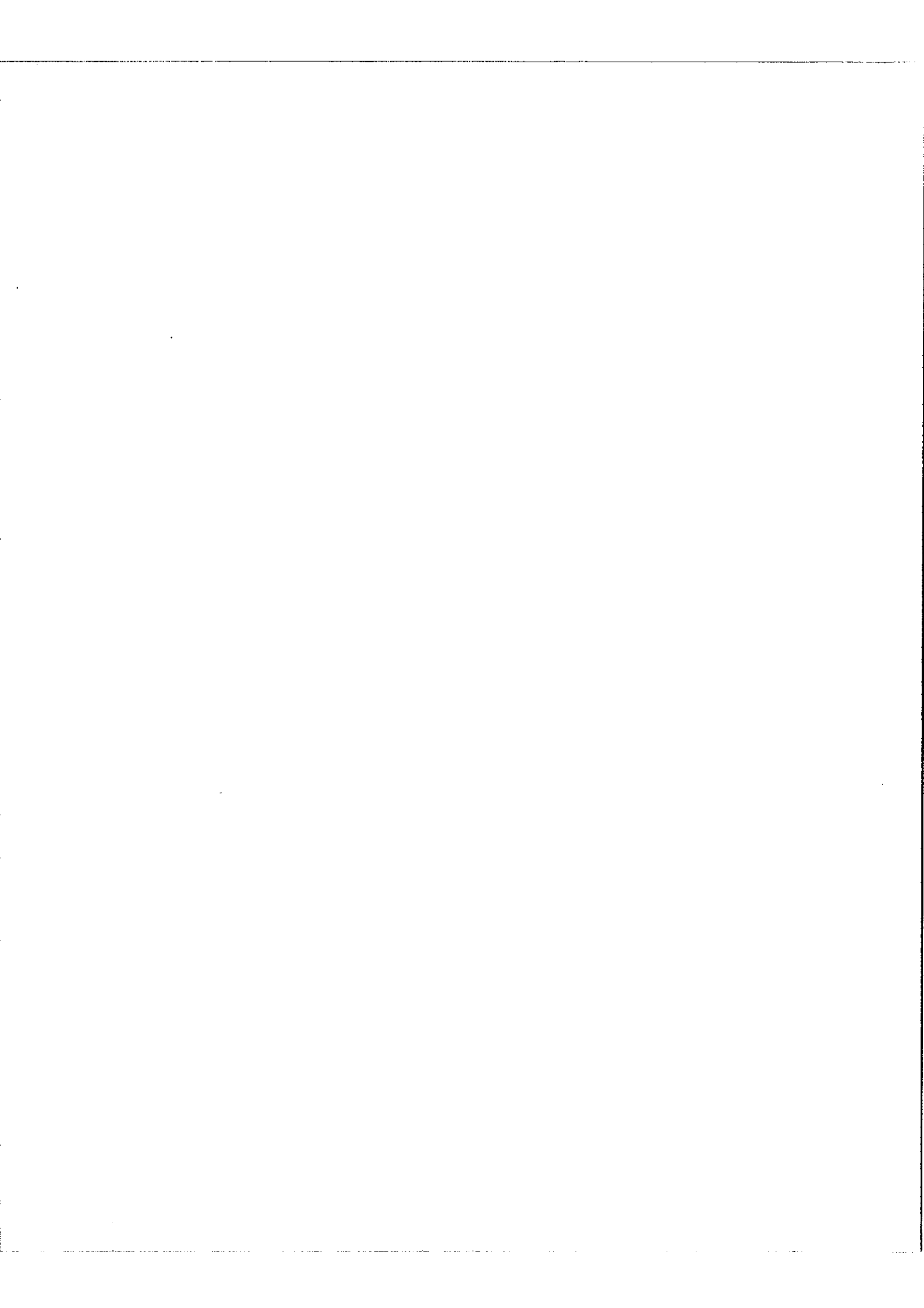
Pour des lames de surface donnée, la fonction $D(\sigma) = \frac{dS}{d\sigma}$ à une intégrale constante $\int D(\sigma) d\sigma = S$ = surface des lames. Par suite, si sa largeur à mi-hauteur augmente, sa hauteur diminue; l'élargissement dû à $D(\sigma)$ s'accompagne d'une baisse de la transmission maximum, donc de la luminosité.

III - Conclusion

Ces considérations ont été développées dans le but de mettre en évidence l'importance fondamentale des défauts de surface des lames dans l'utilisation du spectromètre Fabry Pérot.

Les performances du Fabry Pérot sont essentiellement limitées par la qualité des lames qui le constitue. Actuellement, la perte de résolution et de contraste est telle que l'on est conduit à utiliser, pour les hautes résolutions, et les spectres denses, l'association d'un monochromateur à réseau et de deux Fabry Pérot. Cette association introduit des difficultés de réglage et de stabilité qui limitent l'emploi de l'appareil de performances, pourtant remarquables, du point de vue luminosité. L'amélioration de la finesse limite que nous nous proposons d'obtenir permettrait d'atteindre ces performances avec un seul Fabry Pérot, et de joindre ainsi les avantages de stabilité, de résolution et de luminosité.





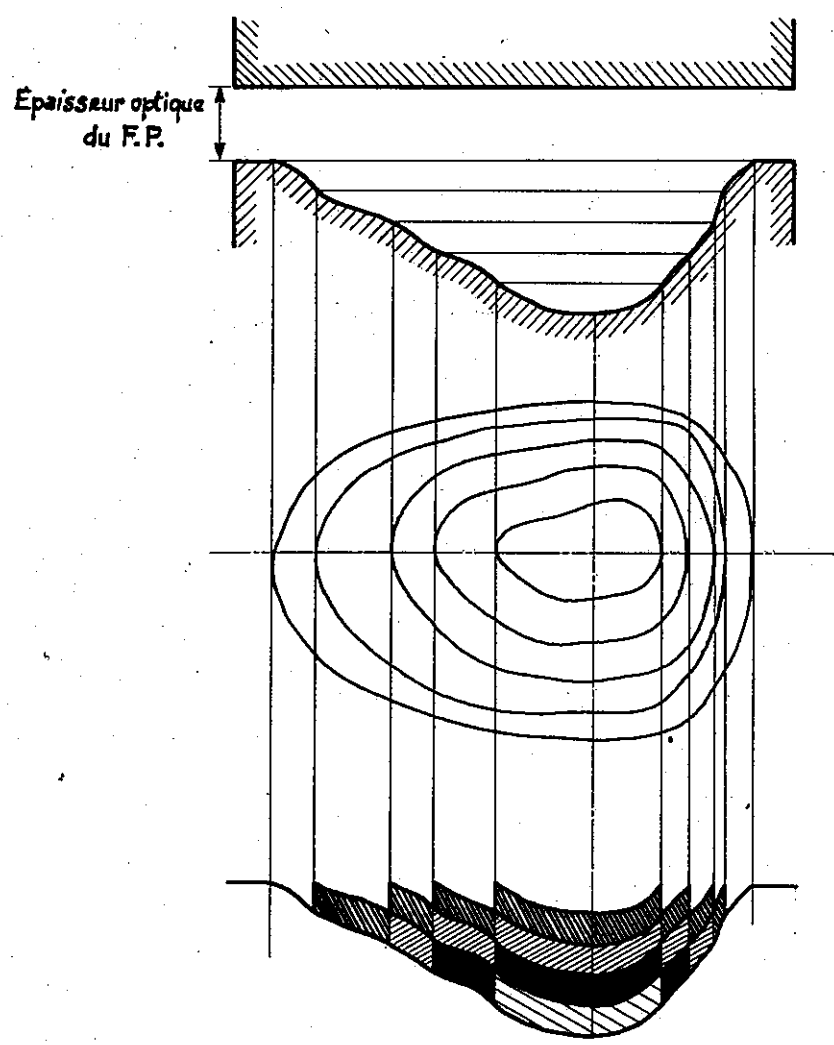


Fig.2

PRINCIPE
DE CORRECTION DES LAMES

Courbes de niveau
de la lame.

Aspect de la lame
après correction . (en coupe)

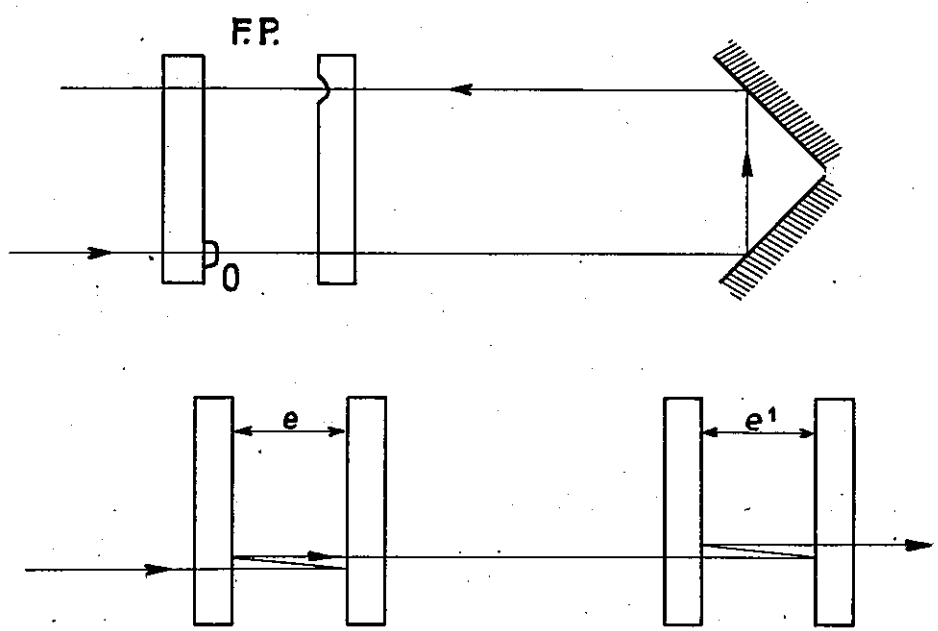


Fig.3 . MÉTHODE DE CONTROLE POINT PAR POINT .

Deuxième partie

Principe de l'amélioration de la planéité des lames

I- Introduction

Pour améliorer la planéité des lames, une solution séduisante consisterait à boucher les trous de la lame par évaporation d'une quantité adéquate d'un matériau transparent. Les deux lames de l'interféromètre Fabry Pérot sont repérées l'une par rapport à l'autre. On peut, arbitrairement, considérer qu'une des deux lames est parfaitement plane et déposer les couches correctrices sur l'autre lame de l'interféromètre. Deux méthodes sont à priori convenables pour contrôler et effectuer ces dépôts.

II- Méthodes d'amélioration des lames

A Méthode des diaphragmes.

1) Principe:

On établit une carte très précise des courbes de niveau de la lame à améliorer, puis on place une des lames dans la cloche de l'évaporateur. On évapore alors, selon un programme déterminé à partir de la carte obtenue.

2) Réalisation:

Supposons qu'on a établi la carte des courbes de niveau de λ/n en λ/n et que les défaut est en forme de cuvette.

Au départ, on place devant la lame un diaphragme, dont l'ouverture reproduit la courbe de niveau 1 (fig.2) et on commence l'évaporation. La substance évaporée se dépose seulement sur la partie de la lame découverte par le diaphragme. On évapore λ/n ; on comble donc le fond de la cuvette, on enlève alors le diaphragme 1.

C'est maintenant le diaphragme 2 qui limite la partie découverte de la lame. On dépose encore λ/n ; et ainsi de suite. Finalement, l'épaisseur est constante comme l'indique la figure (2). Les bords des couches successivement déposées seront marqués par des falaises de hauteur λ/n ; on peut espérer qu'elles seront adoucies par les effets de bords, lors de l'évaporation.

B Méthode point par point

Donnons rapidement le principe de cette deuxième méthode.

1) Détection des défauts par la méthode des franges de superposition.

On utilise un Fabry Pérot dont les lames sont très écartées (distance de l'ordre de 20cm). Le Fabry Pérot est réglé au parallélisme par l'étude des images multiples. Un pinceau lumineux délimité, par un diaphragme O, traverse une première fois le Fabry Pérot, puis tombe sur un trièdre qui le renvoie vers la source, après l'avoir décalé d'une quantité réglable. Soit A le point où le faisceau de retour traverse le Fabry Pérot. Le phénomène d'interférence obtenu est celui des franges de superposition. La différence de marche entre les rayons 1 et 2 (fig.3) vaut:

$$\delta = 2 e \cos i - 2 e' \cos i = 2 (e - e') \cos i$$

e étant l'épaisseur du Fabry Pérot à l'aller, e' l'épaisseur au retour.

Si le Fabry Pérot est parfait $e = e'$ $\delta = 0$. S'il y a en B un défaut δ_x la différence de marche sera : $\delta = 2 \delta_x \cos i$.

La détection et la mesure des défauts se fera en étudiant l'état d'interférence sur le faisceau émergent. On peut éclairer en lumière blanche, et observer la position des cannelures du spectre.

Supposons qu'au point O, où l'étalon est le plus mince, on observe une cannelure dans le visible; ce point sert de référence.

Tout défaut se manifestera alors par un déplacement de la cannelure; déplacement dont l'amplitude est proportionnelle à l'amplitude du défaut.

2) Principe du dépôt des surépaisseurs.

L'interféromètre Fabry Pérot est placé dans la cloche de l'évaporateur. On place ensuite la source d'évaporation à une distance raisonnable des deux lames. On place un diaphragme A limitant la surface de la lame sur laquelle on veut évaporer la substance. On met alors en marche le système de contrôle, et l'on constate que la cannelure occupe une position différente de la position type. On évapore alors la substance jusqu'à ce que la cannelure soit venue occuper la position correspondant à l'épaisseur correcte du Fabry Pérot.

On pourrait ainsi corriger toute la surface de la lame, en explorant successivement tous les points de la lame avec le diaphragme A.

Cette méthode se heurte à une sérieuse difficulté: il faut que les deux lames restent à distance constante pendant toute la durée de l'opération. Il faut bien entendu pouvoir contrôler et ajuster ce réglage du Fabry Pérot en cours de route. Un procédé d'asservissement est prati-

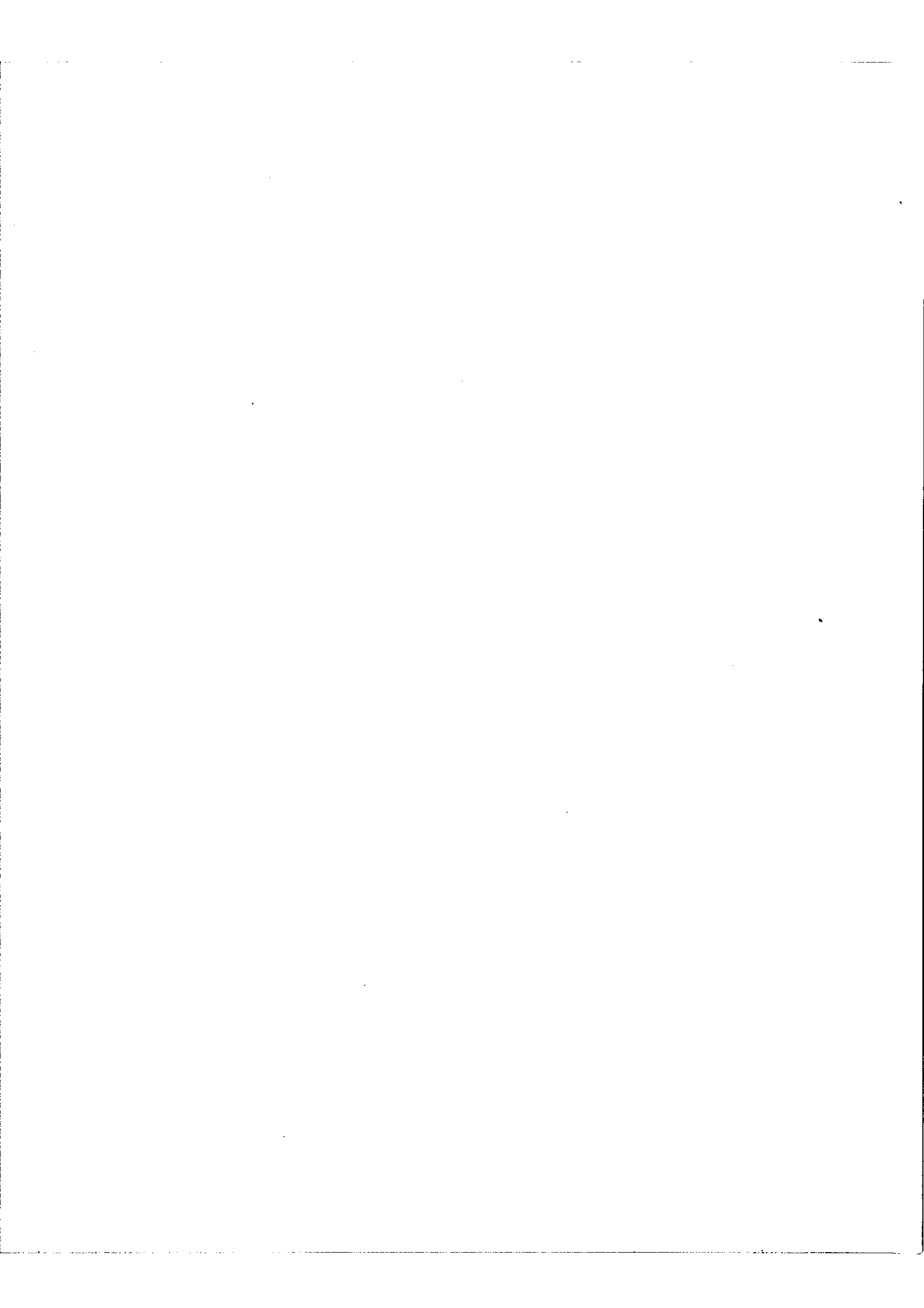
quement indispensable. (Un tel procédé est actuellement à l'étude au laboratoire).

III- Conclusion

La méthode des diaphragmes présente, à priori, beaucoup moins de difficultés. On sait maintenant réaliser des cartes de défauts de planéité des lames de l'interféromètre Fabry Pérot avec une précision de l'ordre de $\lambda/1000$ [2]. Mis à part le cas, où l'on déposerait une couche correctrice d'indice n sur une lame de même indice, l'épaisseur à déposer diffère de "l'épaisseur géométrique" du défaut: il faut tenir compte du déphasage à la réflexion, variable en fonction de l'épaisseur.

Si on veut atteindre une planéité de $\lambda/200$, l'épaisseur de chaque couche élémentaire étant de l'ordre de $\lambda/200$ il faudra disposer d'une méthode particulièrement sensible de contrôle des épaisseurs déposées pendant l'évaporation.

Dans ce travail, nous nous sommes proposé d'étudier plus spécialement ces deux questions, et de leur apporter une solution satisfaisante. On étudiera d'abord, dans le chapitre III les solutions théoriques de ces problèmes et quelques vérifications expérimentales seront ensuite présentées. Le chapitre IV sera consacré à la mise au point d'une méthode de contrôle pendant l'évaporation.



Troisième partie

Relation entre l'épaisseur de la couche déposée et la variation d'épaisseur optique du Fabry Péro

I- Introduction

La méthode la plus immédiate consiste à effectuer la correction, à l'aide d'une substance d'indice égal à celui du support, mais, d'une part pour voir les défauts de planéité avec une précision suffisante, on doit déposer sur le verre nu un revêtement réflecteur, d'autre part dans les conditions d'utilisation normales de l'interféromètre de Fabry Péro, les lames doivent présenter un haut pouvoir réflecteur. Il paraît donc plus intéressant de corriger les lames recouvertes de leur revêtement réflecteur, dans la plupart des cas on utilise un empilement de couches diélectriques haut indice, bas indice alternées, chacune d'épaisseur optique $\lambda/4$ (λ étant la longueur d'onde).

Pour modifier l'état de planéité des lames de l'interféromètre Fabry Péro, nous avons dit qu'il suffisait d'ajouter par endroits des surépaisseurs de diélectrique, d'est à dire qu'il faut modifier l'épaisseur du revêtement réflecteur. On a intérêt, par raison de simplicité, à faire varier l'épaisseur d'une seule couche. La variation de cette épaisseur géométrique modifie non seulement l'épaisseur géométrique du Fabry Péro, mais aussi les déphasages à la réflexion.

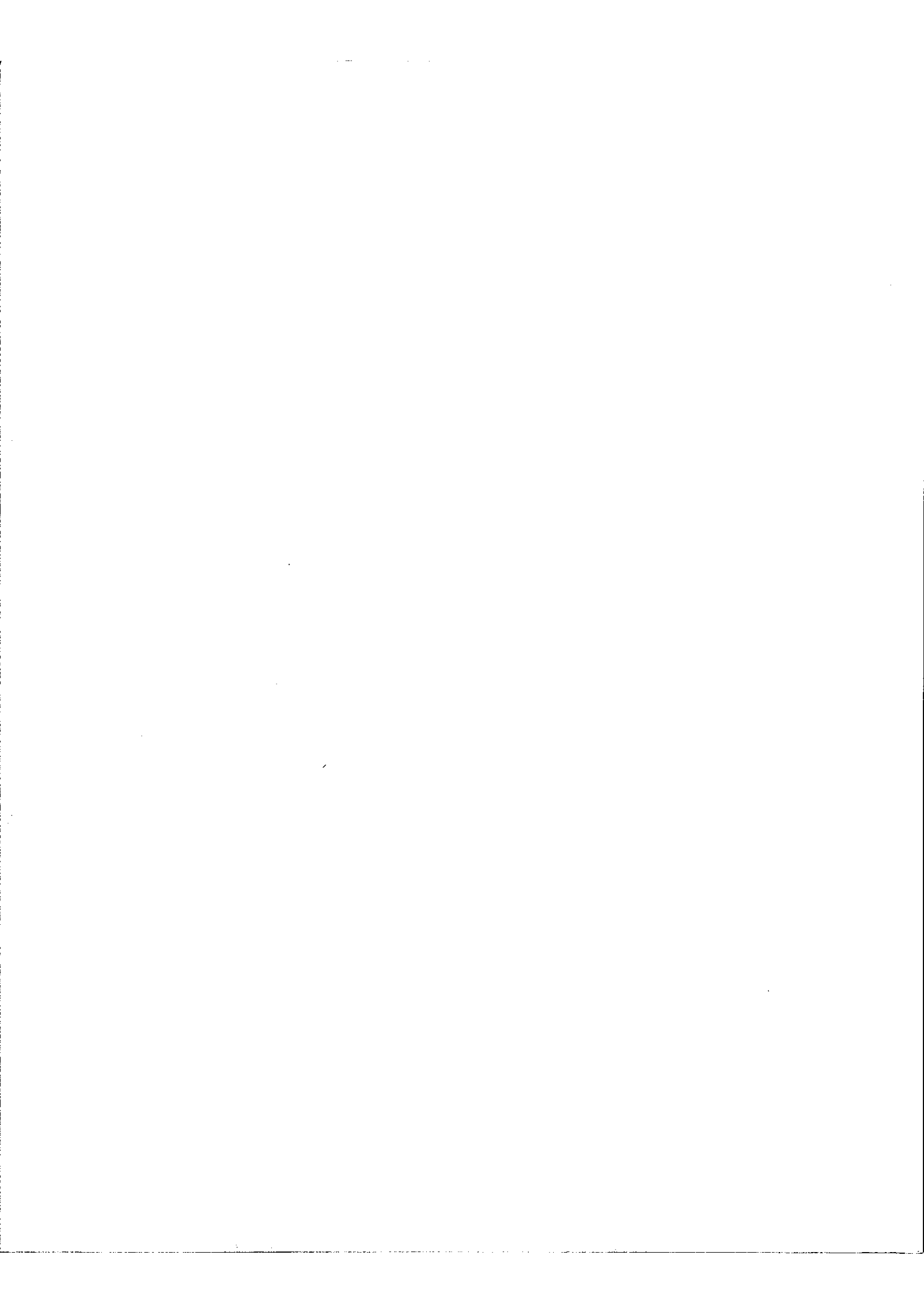
Il est donc nécessaire d'étudier l'influence sur l'épaisseur optique d'un Fabry Péro de la variation d'épaisseur du revêtement multidiélectrique, compte tenu de ces deux effets. Des calculs avaient déjà été faits pour des variations petites [3]. Nous verrons, plus loin, qu'il est important d'obtenir avec précision les déphasages à la surface, même pour les grandes variations d'épaisseur.

II- Influence d'une surépaisseur sur la planéité des lames

1) Condition de planéité

On se limitera dans la suite, au cas du Fabry Péro à lame d'air. Les calculs se généraliseraient sans peine au cas du Fabry Péro à lame d'indice n .

Considérons un point du Fabry Péro. Soit d la distance entre les lames, ψ et ψ' les



déphasages retards à la surface de chaque lame. La différence de marche entre deux rayons successifs :

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2\pi} (\psi + \psi') = 2E$$

On peut appeler E l'épaisseur optique équivalente du Fabry Péro. C'est cette épaisseur qui régit la distribution de l'intensité selon les lois classiques.

Un Fabry Péro sera théoriquement parfait, si l'épaisseur E est constante sur toute sa surface; si on admet que les déphasages retards sont les mêmes en chaque point de la lame, il suffit que les surfaces en regard soient rigoureusement parallèles. Il ne s'agit pas, à proprement parler, d'une planéité telle qu'on la conçoit habituellement en mécanique, mais plutôt d'un parallélisme des deux surfaces. Ces surfaces sont, en réalité, les surfaces d'onde, elles ne peuvent être confondues avec les surfaces mécaniques des lames que si les déphasages retards sont les mêmes en chaque point de la lame.

2) Calcul de l'épaisseur correctrice en fonction de l'amplitude du défaut

Supposons qu'en un point A de la surface, les lames recouvertes ou non d'un revêtement réflecteur présentent un défaut d'amplitude Δe et de signe connu (fig.4)

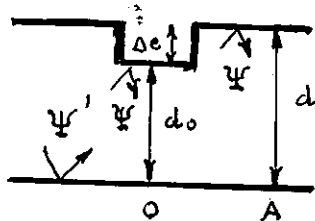
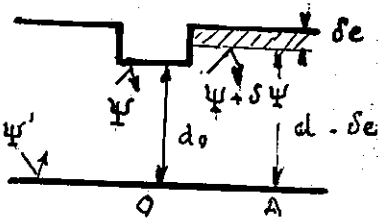


Fig. 4



Soit d la distance entre les lames de Fabry Péro en un point A. Au point O l'épaisseur d'air d'indice n_A entre les lames sera: $d_0 = d - \Delta e$. On supposera que les déphasages à la surface sont les mêmes aux points O et A. Ce qui est vrai, si le verre ne présente pas en ces points d'inhomogénéités d'indices, et si les revêtements réflecteurs sont identiques en ces deux points.

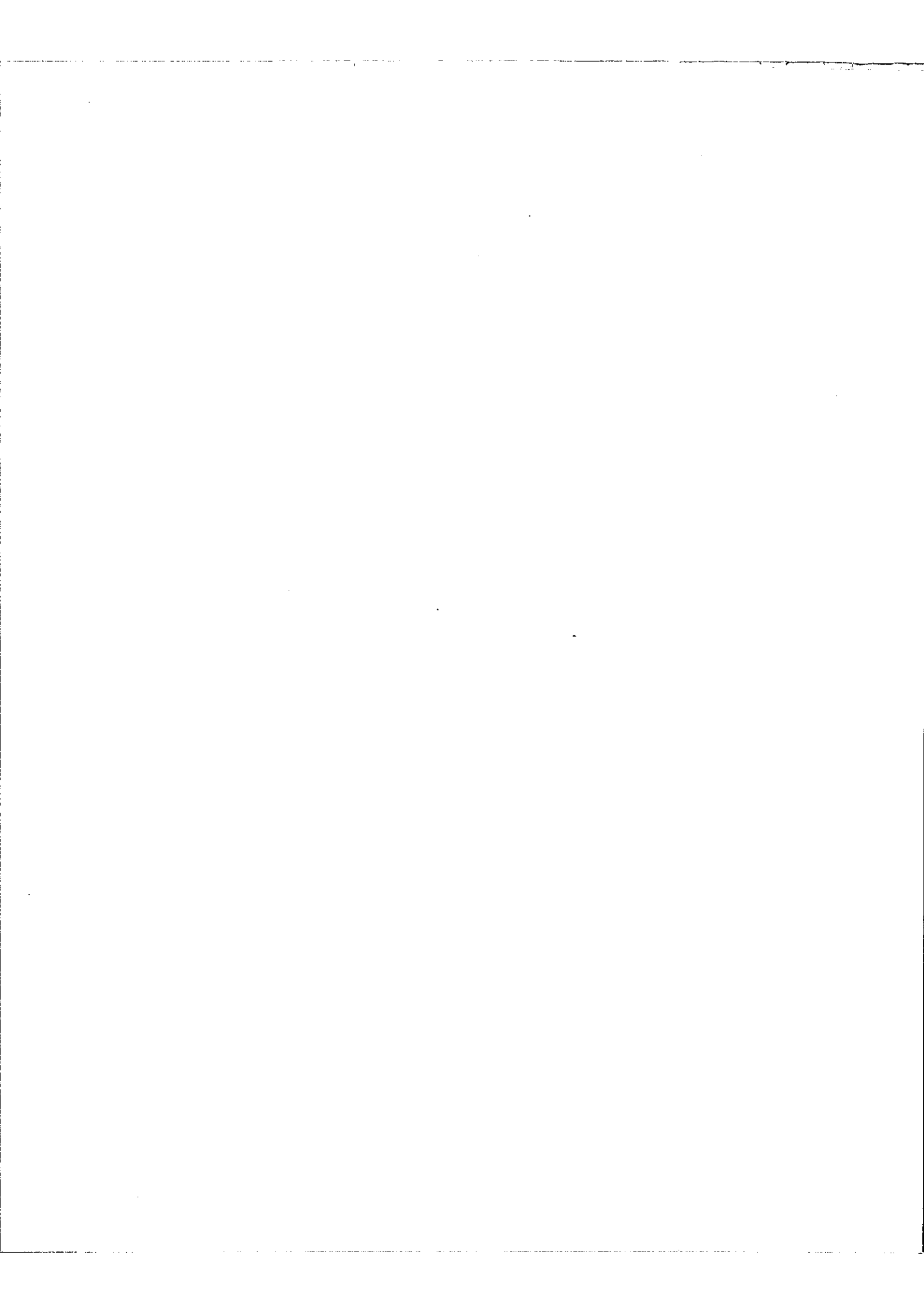
Au point O l'épaisseur optique du Fabry Péro est donnée par la relation:

$$2E = 2n_A d_0 + \frac{\lambda}{2\pi} (\psi + \psi')$$

Alors que l'épaisseur optique au point A est

$$2E' = 2n_A d + \frac{\lambda}{2\pi} (\psi + \psi')$$

Si on ajoute au point A une surépaisseur optique $n \delta e$, c'est à dire une surépaisseur géométrique δe , on modifiera l'épaisseur optique du Fabry Péro en ce point; mais on modifiera aussi le déphasage à la surface.



Ecrivons que le déphasage retard augmente de $\delta\psi$ (le déphasage est considéré à la surface de séparation côté air de la lame).

La distance d'air entre les deux lames se réduit à $d - \delta e$. Il faut que :

$$2 n_A (d - \delta e) + \frac{\lambda}{2\pi} (\psi' + \psi + \delta\psi) = 2 n_A d_0 + \frac{\lambda}{2\pi} (\psi + \psi')$$

d'où

$$n_A (d - d_0) = n_A \Delta e = n_A \delta e - \frac{\lambda}{4\pi} \delta\psi$$

$\delta\psi$ est la variation du déphasage retard, lorsque l'on ajoute la surépaisseur δe , Δe étant l'amplitude du défaut à corriger, $n_A \Delta e$ représente la variation d'épaisseur optique du Fabry Péro. On écrira :

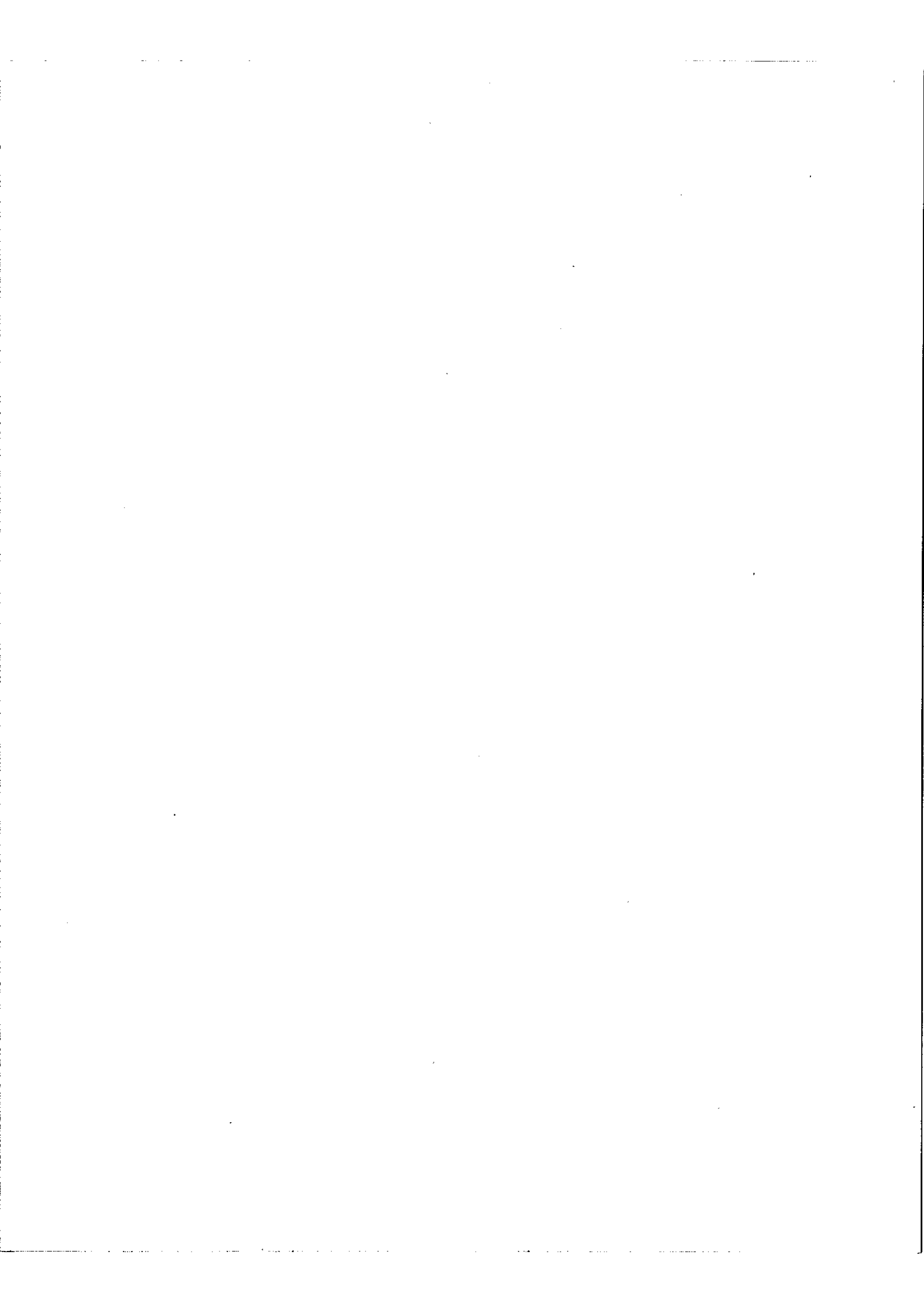
$$\Delta E = n_A \delta e - \frac{\lambda}{4\pi} \delta\psi$$

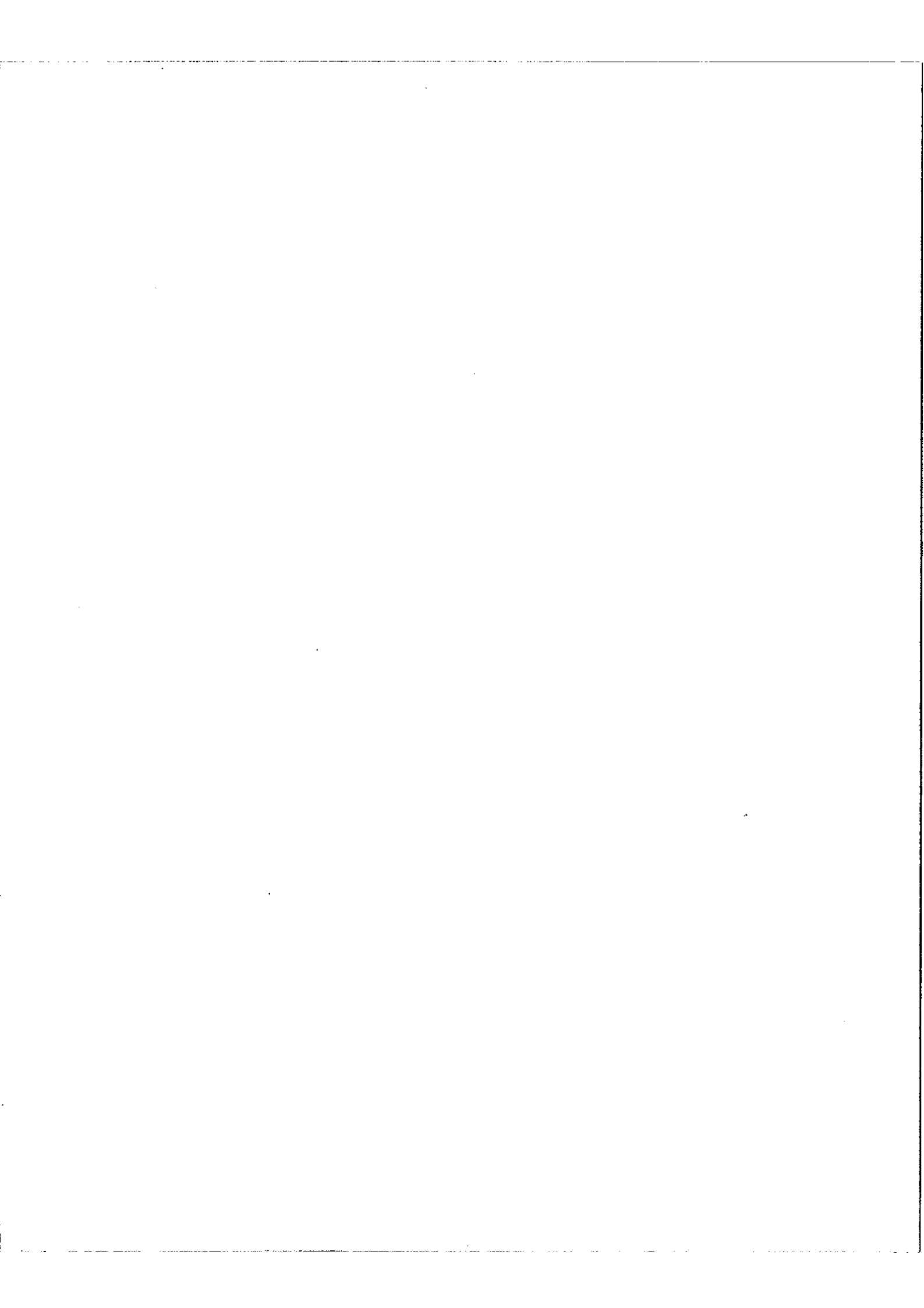
III- Méthodes de calcul des déphasages

On va considérer, le cas d'un revêtement réflecteur constitué par un nombre impair de couches haut indice, bas indice alternés. On peut corriger un défaut de planéité Δe , en diminuant l'épaisseur optique du Fabry Péro aux endroits où elle est trop grande, ou inversement en l'augmentant, là où elle est trop faible. Il est évident que la valeur de $\delta\psi$ dépendra de la couche modifiée. Un calcul, donnant la variation du déphasage à la surface, lorsqu'on fait varier l'épaisseur d'une des couches du revêtement, s'avère donc nécessaire. Ce calcul a été fait dans le cas d'un revêtement constitué de sept couches; nous généraliserons ensuite, les résultats obtenus au cas d'un revêtement constitué par un nombre impair quelconque de couches. Les valeurs de $\delta\psi$ sont calculées à la longueur d'onde, pour laquelle le revêtement réflecteur a été construit. Nous allons voir que, dans ce cas particulier, les méthodes de calcul des déphasages sont assez simples. Nous nous intéressons ici, au cas de l'incidence normale, qui est la condition courante d'utilisation du Fabry Péro.

A Méthode de Rouard

Il existe de nombreuses méthodes permettant de calculer le déphasage à la surface d'un empilement de couches. Pour obtenir rapidement les résultats numériques, la méthode de Rouard a été appliquée [4]. Cette méthode sera développée dans l'annexe I. Le calcul se fait par récurrence, on a $(k+1)$ surfaces de séparation avec les facteurs de réflexion $r^{(1)}$, $r^{(2)}$, ..., $r^{(k)}$, $r^{(k+1)}$ et les différences de marche x_1 , x_2 , ..., x_{k-1} , x_k . Un empilement est considéré comme une surface fictive, caractérisée par le coefficient de Fresnel





$\delta\psi$
en
degrés

Variation de déphasage avec la surépaisseur ajoutée :

couches $i = 1, 3, 5$ et 7 sulfure de zinc

$i = 2, 4$ et 6 cryolithe

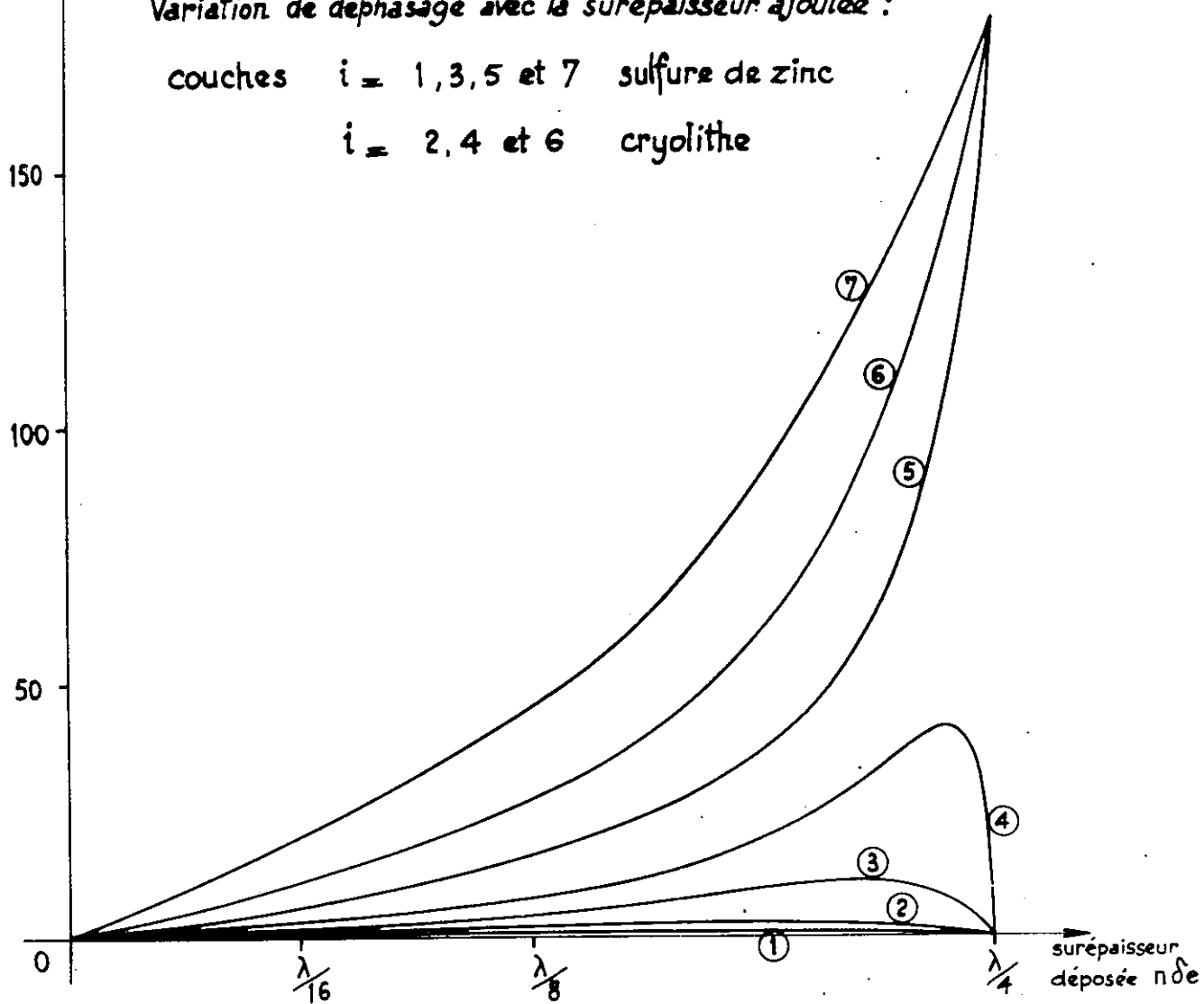


fig. 5

effectifs: $z_p e^{i\delta_p}$; et chaque fois, qu'on ajoute une couche, on déduira $z_{p-1} e^{i\delta_{p-1}}$ de $z_p e^{i\delta_p}$ par la relation :

$$z_{p-1} e^{i\delta_{p-1}} = \frac{z^{(p-1)} + z_p e^{i\delta_p} e^{-ix_{p-1}}}{1 + z^{(p-1)} z_p e^{i\delta_p} e^{-ix_{p-1}}}$$

On peut vérifier, assez rapidement, les résultats numériques obtenus, grâce à des méthodes graphiques.

B Méthode de Malé

Le résultat du calcul de Rouard, nous conduit à considérer, dans notre problème, l'empilement comme une couche unique fictive d'épaisseur variable; l'application de la méthode graphique de Malé [5] (Annexe II) conduit alors à un calcul plus rapide.

C Méthode graphique basée sur l'analogie avec les quadripôles.

Plus récemment, Giacomo a donné une méthode également graphique, spécialement adaptée à ce problème particulier [6]. Elle donne directement à partir de l'épaisseur optique de la couche variable, les valeurs du coefficient de réflexion, en argument ^{et} en phase, dans le plan complexe.

L'application de cette méthode à un revêtement sept couches est exposée à l'annexe III. Les trois méthodes conduisent à des résultats concordants.

IV- Résultats relatifs au déphasage

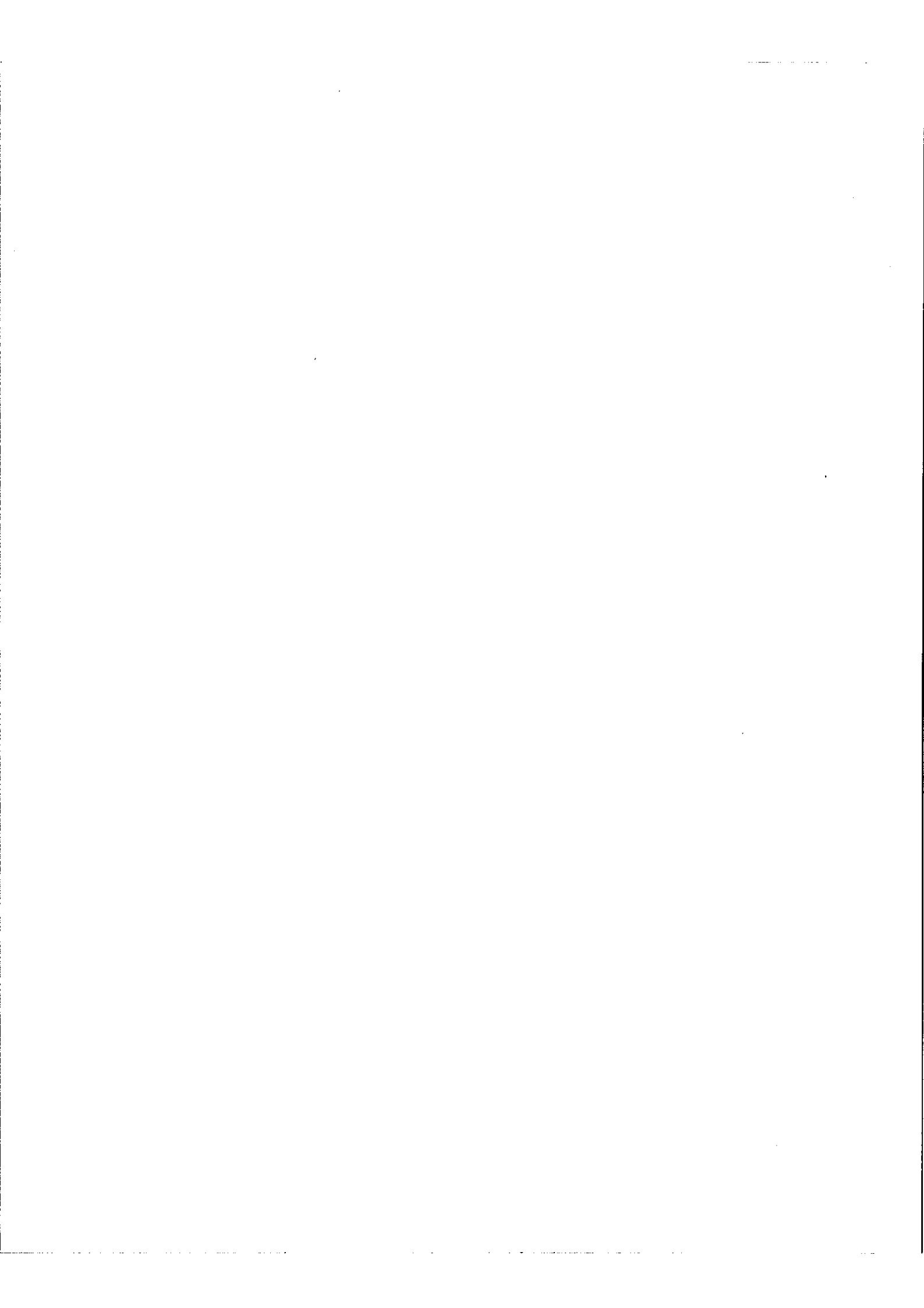
A Résultats des calculs pour un revêtement de sept couches.

Pour simplifier l'exposé de l'ensemble des résultats obtenus, nous appellerons i , le rang de la couche compté à partir du verre, sans oublier, que cet ordre est l'inverse de celui utilisé dans le calcul des couches par la méthode de Rouard.

La figure 5 montre l'ensemble des résultats obtenus lorsqu'on augmente l'épaisseur de la couche du revêtement réflecteur, la variation du déphasage à la surface $\delta\psi$, exprimée en degrés, est portée en ordonnée, la surépaisseur $n\delta e$ en abscisse. Les valeurs de i sont indiquées pour chaque courbe.

On remarque que:

- Pour une même valeur $n\delta e$ de la surépaisseur, $\delta\psi$ croît avec le rang i de la couche.
- $\delta\psi$ reste très faible et s'annule pour $n\delta e = 0$, et $n\delta e = \lambda/4$ pour une valeur de i



comprise entre 1 et 4.

c) Par contre, à partir de $i = 5$, la valeur $\delta\psi$ varie notablement, elle passe de 0 à π pour une épaisseur optique ajoutée variant de 0 à $\lambda/4$.

B Interprétation simple de certains de ces résultats

Il était, à priori, possible sans faire aucun calcul de justifier l'allure des courbes obtenues en étudiant, grâce à des résultats déjà publiés, les cas limites, à savoir: le cas de petites variations d'épaisseur du revêtement réflecteur, et le cas théorique simple, où l'épaisseur d'une couche est égale à $\lambda/2$.

a) Pour des valeurs de $n\delta e$ très faibles:

La propriété (a) a déjà été signalée par Giacomo [3] dans son mémoire sur les couches réfléchissantes ^{multi-}diélectriques. L'étude complète a été faite, grâce à une méthode de calcul inspirée de l'analogie électrique [7], et ces conclusions sont générales à un empilement de couches quelconques.

b) Les résultats paraissent surprenants pour: $n\delta e = \lambda/4$

Nous avons vu que pour cette valeur de la surépaisseur optique :

$$\delta\psi = 0 \quad \text{pour } i = 1, 2, 3 \text{ et } 4$$

$$\delta\psi = \pi \quad \text{pour } i = 5, 6 \text{ et } 7$$

Ces résultats trouvent une justification simple grâce, à une propriété des couches multidiélectriques, qui a déjà été signalée [8].

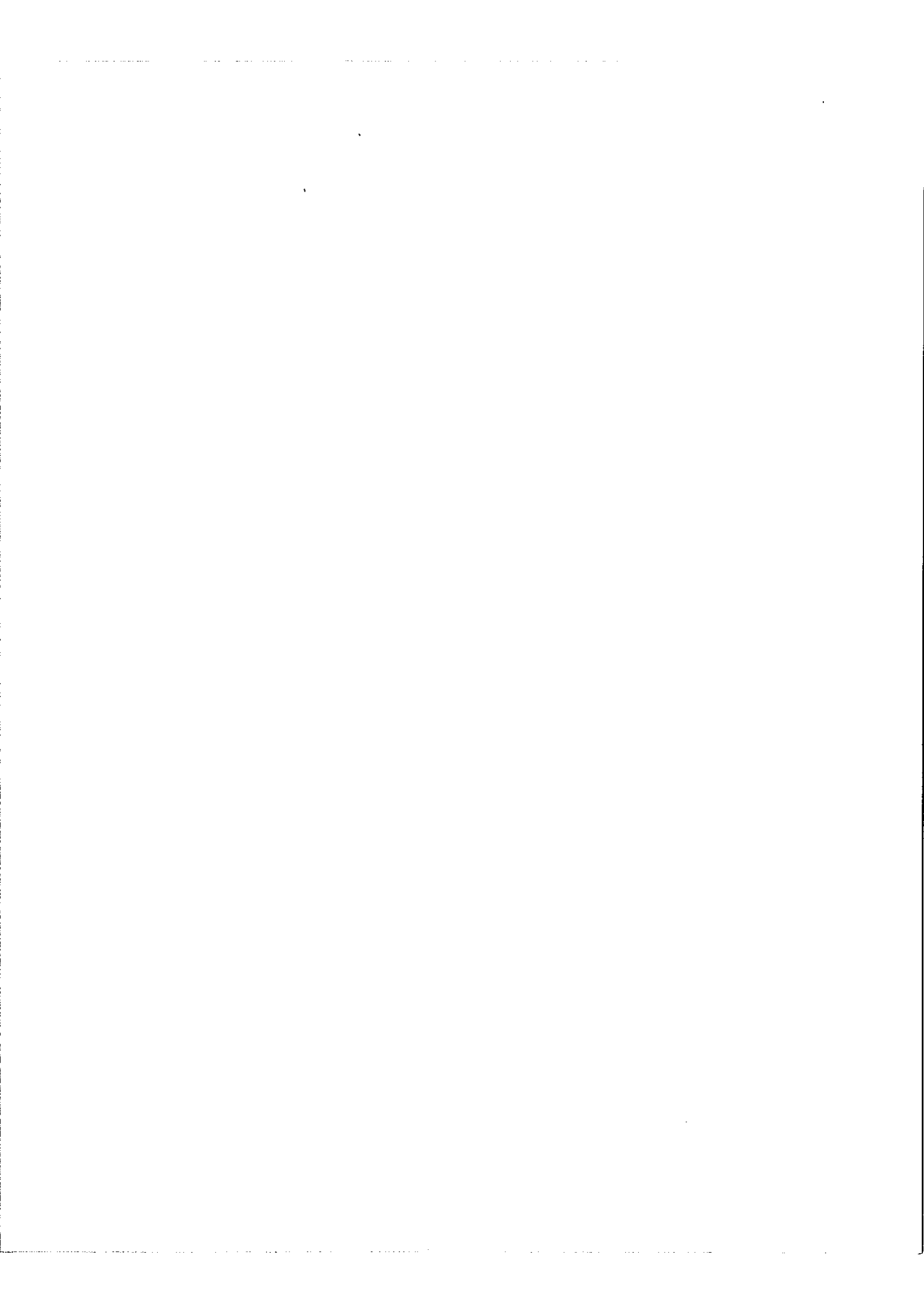
Une couche mince, homogène et transparente n'a aucun effet sur l'onde qui la traverse, si son épaisseur optique est un multiple entier de $\lambda/2$.

La transmission d'un système quelconque de couches reste donc la même, pour une longueur d'onde donnée; si l'on en retire une ou plusieurs couches $\lambda/2$. Si dans le système restant, deux couches $\lambda/4$ de même indice, se trouvent contiguës, on pourra les supprimer et ainsi de suite. Ainsi par suppression successive de couches $\lambda/2$, les systèmes de couches d'épaisseur $p\lambda/4$ (p entier quelconque) peuvent se réduire à des systèmes plus simples.

En conservant les notations de l'article cité, H et B représentent une couche d'épaisseur optique $\lambda/4$ de haut et de bas indice.

En appliquant cette propriété, on voit comment un empilement du type:

verre.HB.H.B.H.B.H.



peut se réduire, quand on ajoute sur la i ème couche, une surépaisseur optique égale à $\lambda/4$ du corps considéré. On obtient par exemple pour $i = 2$:

$$\begin{aligned} \text{verre H.B [B] H.B.H.B.H.} &= \text{verre H.H. BH BH} \\ &= \text{verre B.H.B.H.} \end{aligned}$$

Pour $i = 1, 2$ et 3 on obtient un empilement de type:

$$\text{verre B.....H}$$

Pour $i = 4$ l'empilement équivalent se réduit au verre nu.

Pour $i = 5, 6$ et 7 on obtient verre H....B

Le calcul du facteur de réflexion r , pour un empilement de couches de ce type, est particulièrement simple [3][4]. Nous nous contenterons de donner les résultats.

n_V étant l'indice du verre, n_H, n_B , le haut et le bas indice, et n_A l'indice de l'air.

Le facteur de réflexion se déduit d'un paramètre k aisément calculable par la relation:

$$r = \frac{1 - k}{1 + k}$$

Soit q le nombre total de couches de l'empilement réduit. On remarquera que, q est systématiquement pair. Dans ce cas on obtient :

- Pour un empilement du type verre B...H :

$$k = \frac{n_V}{n_H} \frac{n_B}{n_A} \left(\frac{n_B}{n_H} \right)^{q-1} = \frac{n_V}{n_A} \left(\frac{n_B}{n_H} \right)^q$$

- Et pour un empilement du type H..B

$$k' = \frac{n_V}{n_B} \frac{n_H}{n_A} \left(\frac{n_H}{n_B} \right)^{q-1} = \frac{n_V}{n_A} \left(\frac{n_H}{n_B} \right)^q$$

On en déduit immédiatement la relation :

$$0 < k' < 1 < k$$

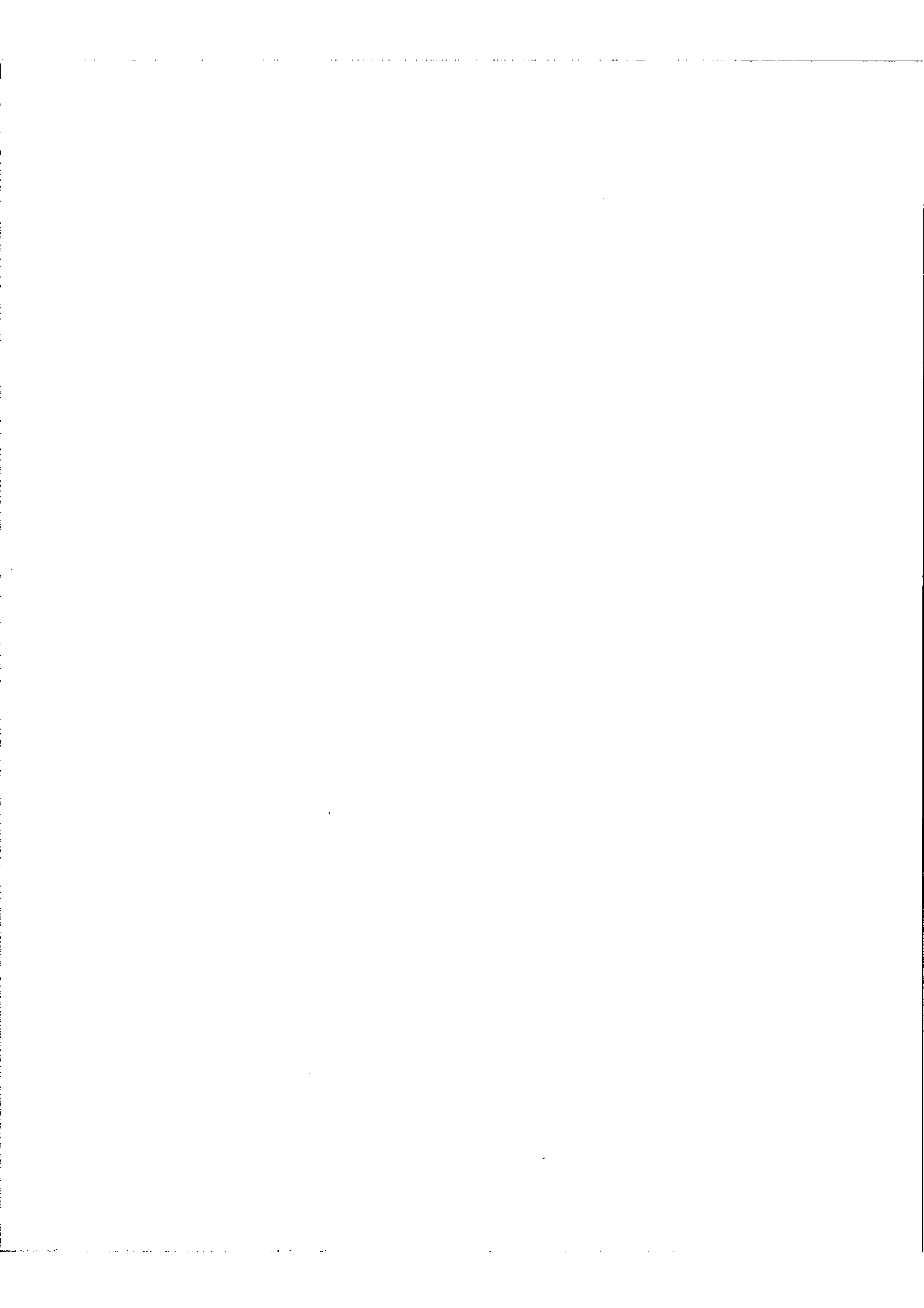
Seuls, les signes de r nous intéressent, comparons les, au signe de r obtenu pour un revêtement réflecteur parfait de $q =$ sept couches

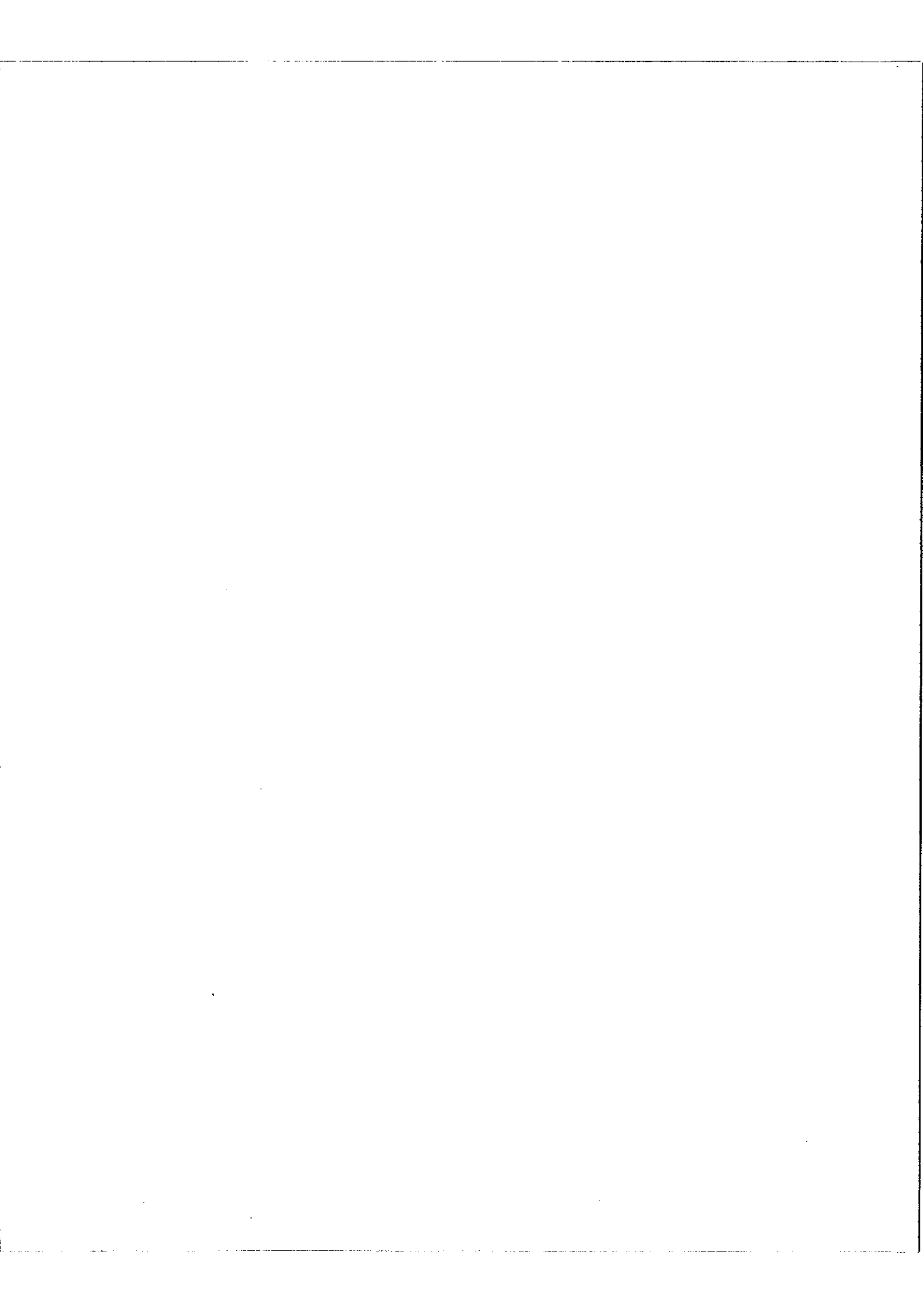
$$k = \frac{n_H}{n_V} \frac{n_H}{n_A} \left(\frac{n_H}{n_B} \right)^{q-1} > 1$$

Pour le verre nu on a :

$$k = \frac{n_V}{n_H} > 1$$

On vérifie immédiatement, que pour i variant de 1 à 4, le signe de r est le même que celui, obtenu pour un revêtement réflecteur parfait. Par contre, pour $i = 5, 6$, et 7 , le signe de r est inversé. On retrouve bien ainsi, pour une surépaisseur $n \delta e = \lambda/4$, $\delta \psi = 0$ pour $i = 1$ à 4 , et $\delta \psi = \pi$ pour $i = 5$ à 7 .





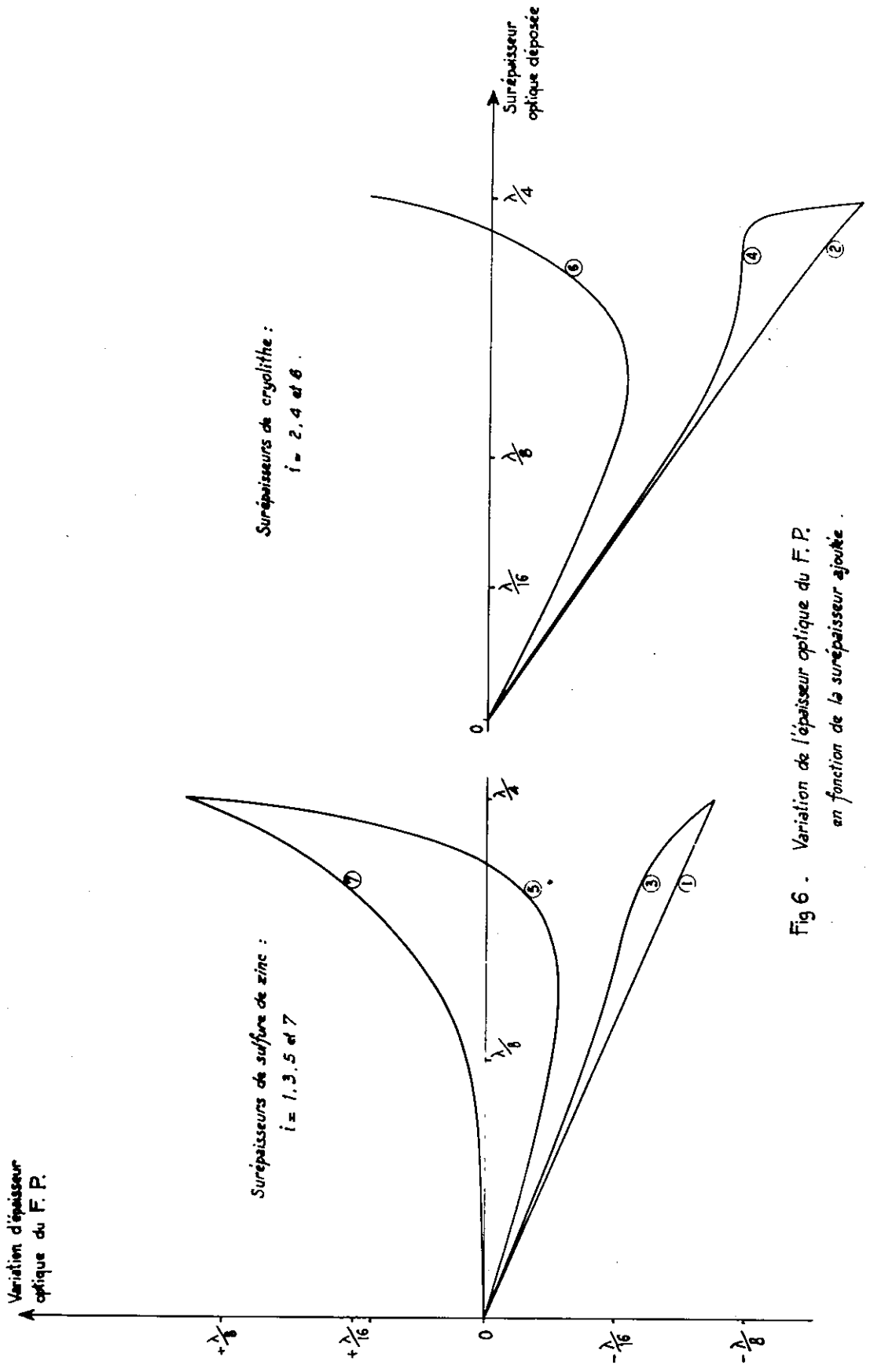


Fig 6. Variation de l'épaisseur optique du F. P.
en fonction de la surépaisseur ajoutée.

c) Généralisation à un nombre impair quelconque de couches

L'ensemble des résultats obtenus ci-dessus, se généralisent facilement au cas d'un revêtement constitué par un nombre impair q de couches d'épaisseur optique $\lambda/4$, haut indice, bas indice alternés, si on ajoute à la couche de rang i , une surépaisseur $n \delta e$ variant de 0 à $\lambda/4$ - Tant que $i \leq (q + 1)/2$ les variations du déphasage s'annulent pour $n \delta e = 0$ et $n \delta e = \lambda/4$ - Pour $i \geq (q + 3)/2$ le déphasage à la surface passe de 0 à π .

V- Application au Fabry Pérot

A Résultats généraux

Pour déterminer la variation d'épaisseur optique du Fabry Pérot (ψ étant un déphasage retard) nous avons vu qu'il suffisait de retrancher à $\left(\frac{\lambda}{4n} \cdot \delta\psi\right)$ calculé à la surface du revêtement réflecteur, l'épaisseur géométrique δe de la couche rajoutée. La figure 6 relative à l'exemple d'un revêtement sept couches, montre comment se comporte l'épaisseur optique du Fabry Pérot, quand on rajoute une surépaisseur sur une des couches du revêtement réflecteur.

Il apparaît que:

a) Lorsqu'on effectue le dépôt sur les premières couches du revêtement réflecteur, on peut considérer que seule l'épaisseur géométrique de la couche rajoutée intervient.

On rejoint bien ainsi le résultat connu, selon lequel les couches profondes influent peu sur le déphasage. On remarquera que, pour les quatre premières couches l'épaisseur optique du Fabry Pérot diminue toujours, quelle que soit la surépaisseur déposée.

b) Pour les cinquième et sixième couches le déphasage $\delta\psi$ n'est plus du tout négligeable, et compense partiellement la variation d'épaisseur géométrique. L'effet de la correction change même de signe, quand la surépaisseur s'approche de $\lambda/4$; l'épaisseur optique du Fabry Pérot augmente, alors que son épaisseur géométrique diminue.

c) Enfin pour la dernière couche, l'influence du déphasage devient telle que pour des épaisseurs optiques déposées inférieures à $\lambda/8$ les dépôts effectués ne modifient pratiquement pas l'état de planéité des lames.

Dans le tableau suivant, on a indiqué, à titre d'exemple, quelques valeurs de la variation d'épaisseur optique du Fabry Pérot ΔE obtenues pour des dépôts $n \delta e$, sur la dernière couche d'un revêtement réflecteur supposé parfait.



$n\delta e$	$\lambda/16$	$\lambda/12$	$\lambda/8$	$3\lambda/16$	$\lambda/4$
ΔE	$\lambda/780$	$\lambda/320$	$\lambda/83$	$\lambda/21$	$\lambda/7,1$

Remarque:

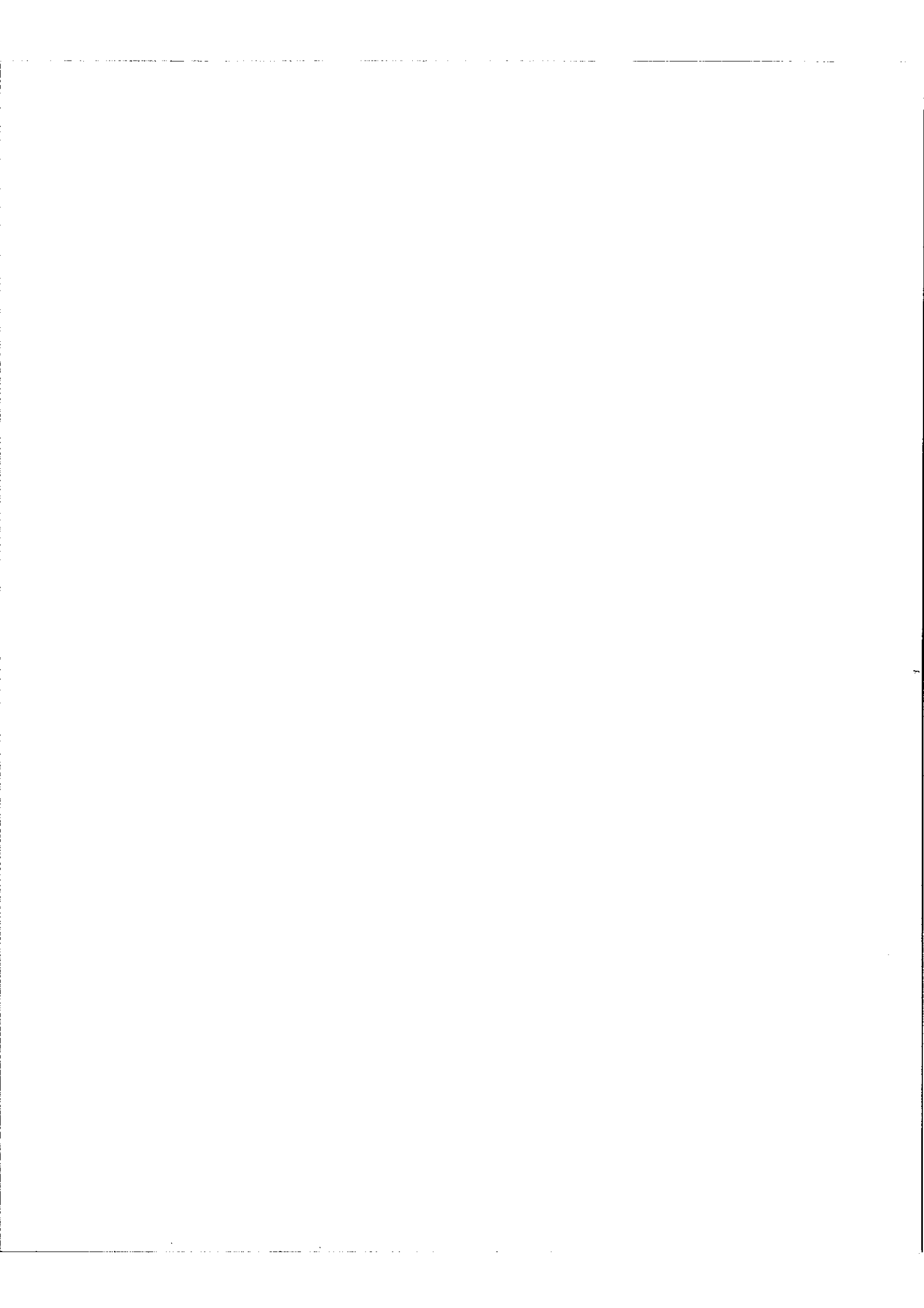
Montrons que la propriété c) est générale, quelle que soit le nombre de couches $\lambda/4$, et quelle que soit la surépaisseur ajoutée à la dernière couche. Le résultat est encore valable, même si la surépaisseur ajoutée a un indice différent de la dernière couche du revêtement. Si le facteur de réflexion de l'ensemble est voisin de ± 1 , l'épaisseur optique équivalente du Fabry Péroth n'est pratiquement pas modifiée, tant que la surépaisseur optique ajoutée reste nettement inférieure à $\lambda/8$. Pour démontrer ces résultats, nous utiliserons la méthode établie par Giacomo dans un travail déjà cité. On écrira le facteur de Fresnel (amplitude et phase) sous la forme $r = \frac{1-k}{1+k}$. Pour un système de q couches donné, les valeurs successives de k tendent alternativement vers 0 ou vers l'infini, suivant qu'on est au voisinage d'une interface 0-1, 2-3, 4-5 ... ou 1-2, 3-4 ... En notant k_{ij} le rapport d'admittance k dans la couche de rang j , $j = i \pm 1$ on écrit :

$$I_{ij} = (k_{ij})^{\frac{(-1)^i(i+j-1)}{2}}$$

qui tend régulièrement vers zéro. On obtient successivement les valeurs de I , comme le montre le tableau suivant :

I_{01}	I_{10}	I_{12}	I_{21}	I_{23}	I_{32}
1	$\frac{n_V}{n_H}$	$\frac{n_V}{n_H}$	$\frac{n_V n_B}{n_H^2}$	$\frac{n_V n_B}{n_H^2}$	$\frac{n_V n_B^2}{n_H^3}$
verre n_V	couche 1 n_H		couche 2 n_B		couche 3 n_H	

Il faut calculer le pouvoir réflecteur d'un revêtement constitué par un nombre impair q de couches, sur lequel on a rajouté une surépaisseur d'indice n_x quelconque, l'indice de la lame médiane du Fabry Péroth étant n_A .



La valeur du pouvoir réflecteur τ_m se déduit de I_m , qui s'exprime, finalement, dans ce cas :

$$I_m = \frac{n_v}{n_H} \left(\frac{n_B}{n_H} \right)^{q-1} \frac{n_x}{n_H} \frac{n_A}{n_x}$$

que l'on écrit sous la forme :

$$I_m = \left(\frac{n_B}{n_H} \right)^q \frac{n_v}{n_B} \cdot \frac{n_x}{n_H} \cdot \frac{n_A}{n_x}$$

Le déphasage à la surface peut se calculer à l'aide de la relation, en se limitant aux termes du premier ordre :

$$\delta \rho_i = -\delta \psi_i = -\frac{I_m}{I_i} \eta_i \quad \text{avec} \quad \eta_i = \frac{4\pi n_i \delta e_i}{\lambda}$$

i étant le rang de la couche d'épaisseur variable. Si on modifie l'épaisseur de la couche d'indice n_x :

$$I_i = \frac{n_v}{n_B} \left(\frac{n_B}{n_H} \right)^q \left(\frac{n_x}{n_H} \right)$$

On obtient donc pour la valeur de la variation du déphasage :

$$\delta \psi = \frac{n_A}{n_x} \frac{4\pi n_x \delta e_x}{\lambda} = \frac{4\pi n_A \delta e_x}{\lambda}$$

La variation d'épaisseur optique du Fabry Pérot à lame médiane d'indice n_A s'écrit :

$$\Delta E = n_A \delta e - \frac{\lambda}{4\pi} \delta \psi$$

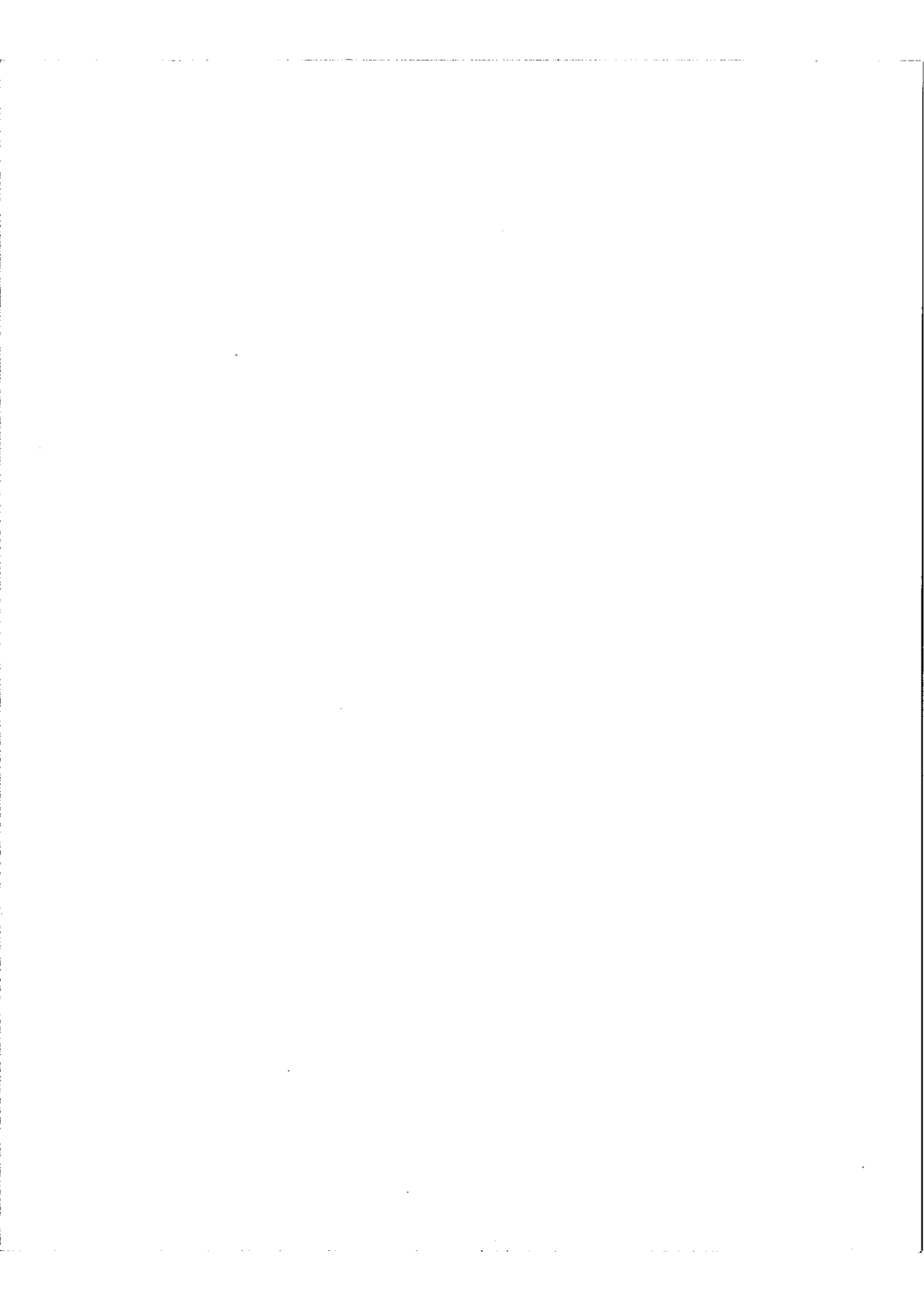
On modifie l'épaisseur de la couche d'indice n_x : $\delta e = \delta e_x$

On obtient donc : $\Delta E = n_A \delta e_x - n_A \delta e_x = 0$

Ce résultat n'est valable que pour des surépaisseurs δe_x petites, la limite de validité est liée à celle du développement limité au premier ordre de l'expression du déphasage $\delta \rho_i$. Ce résultat est valable pour un Fabry Pérot à lame médiane d'indice n_A quelconque. Il est particulièrement intéressant, et on peut envisager de protéger des miroirs diélectriques du contact de l'air et de l'humidité, en déposant une couche, dont l'épaisseur optique n'a pas besoin d'être déterminée avec précision.

Si la surépaisseur optique ajoutée est supérieure à $\lambda/8$, la variation du déphasage à la surface, devient plus importante que la variation d'épaisseur géométrique, par exemple, si on devait corriger une bosse de la lame, on devrait accentuer cette bosse pour améliorer la planéité apparente de la lame.

d) On peut justifier l'aspect surprenant de ces résultats, qui tiennent en fait à la définition, assez arbitraire, de l'épaisseur géométrique du Fabry Pérot. Si l'on prend, comme nous l'avons fait, l'épaisseur d'air comprise entre les faces extrêmes, le résultat a) semble évident





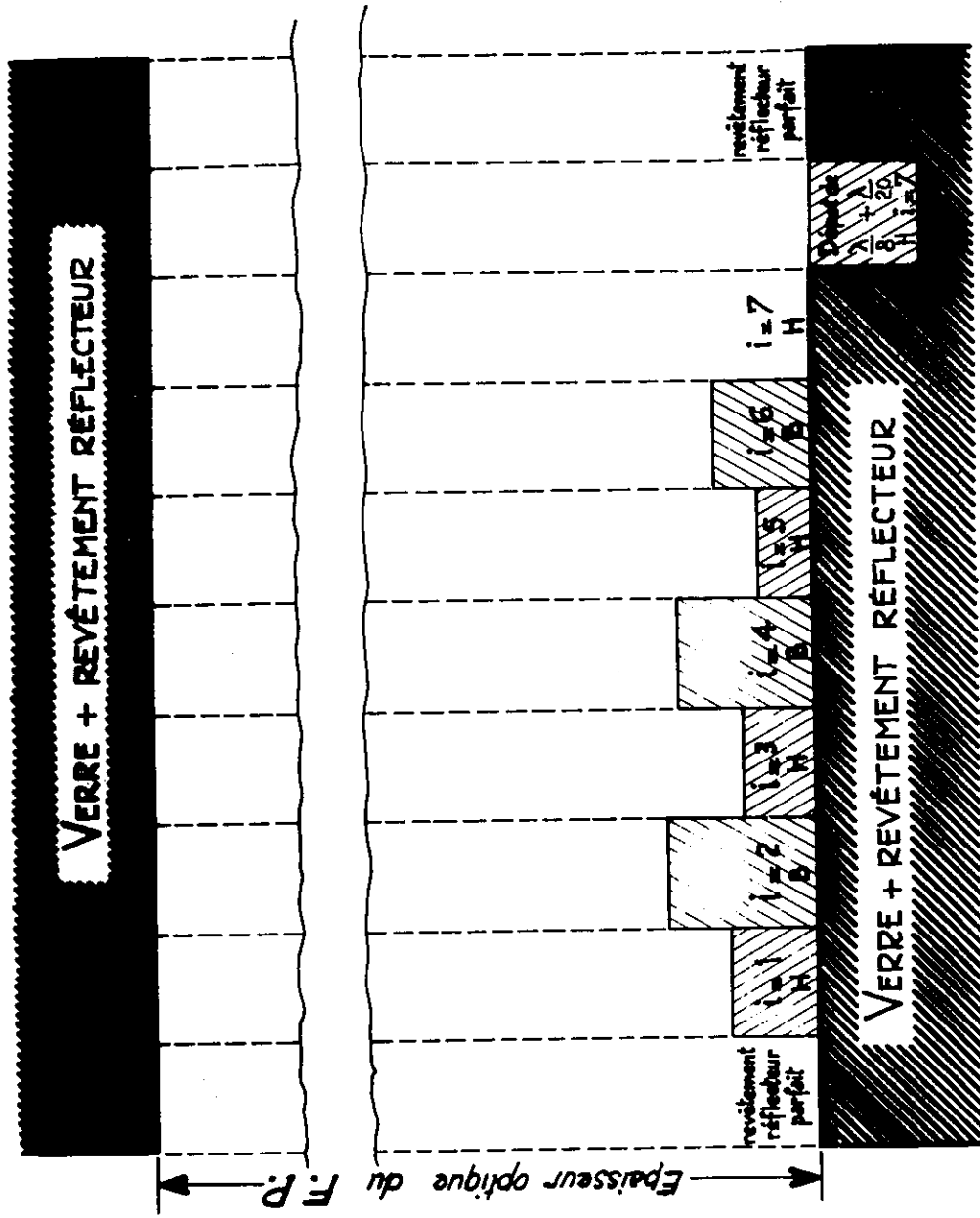


Fig. 7 - Influence d'une surépaisseur $\frac{\lambda}{20}$ déposée sur une des i couches du revêtement réflecteur $7 \lambda/4$.

Cas d'une surépaisseur $\frac{\lambda}{8} + \frac{\lambda}{20}$ sur la dernière couche du revêtement.

Tout se passe comme si l'onde ne pénétrait pas jusqu'aux premières couches.

Si par contre, on considère l'épaisseur optique totale comprise entre les deux surfaces du verre support, on voit qu'elle augmente, lorsque l'épaisseur optique des couches augmente; c'est le résultat c) qui devient alors intuitif: tout se passe, comme si l'onde traversait effectivement la dernière surface, pour se réfléchir sur la couche de rang $q-1$.

Cette interprétation schématique rend compte, qualitativement des résultats a), b), c) si l'on admet que l'onde se réfléchit dans la couche de rang $\frac{q+3}{2}$, l'épaisseur optique du Fabry Péroto diminue, en moyenne, lorsqu'on augmente l'épaisseur d'une couche de rang $\leq (q+1)/2$ et augmente, en moyenne, lorsqu'on augmente l'épaisseur d'une couche de rang $\geq (q+3)/2$.

Si l'on se propose de corriger les défauts de planéité des lames d'un Fabry Péroto, nous sommes maintenant en mesure de préciser quantitativement les surépaisseurs à employer. L'ensemble de ces résultats va nous permettre de choisir parmi les couches du revêtement réflecteur, la couche sur laquelle on effectuera la correction. c

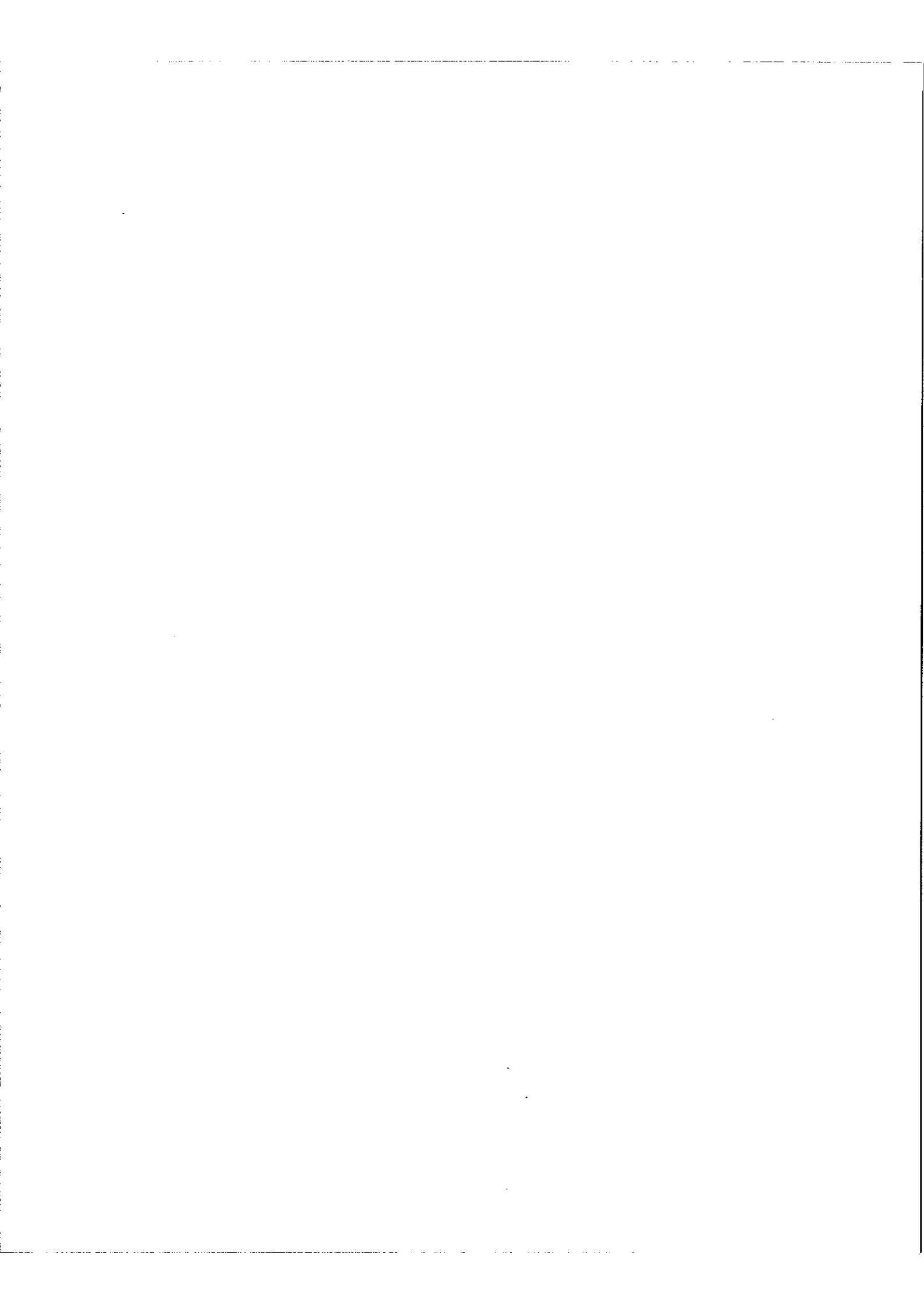
B Choix de la couche pour l'amélioration de la planéité

La figure 7 schématise les variations ΔE de l'épaisseur optique équivalente du Fabry Péroto, pour une surépaisseur optique $\mathcal{E} = \lambda/20$ ajoutée sur l'une des i couches de l'empilement. ΔE peut se réduire de \mathcal{E} à partir des courbes de la figure 6, ou plus précisément, par le calcul. On y a aussi indiqué l'effet d'une surépaisseur $\lambda/8 + \lambda/20$ rajoutée sur la dernière couche du revêtement réflecteur. Pour cette dernière couche, on a vu qu'une surépaisseur petite, serait sans effet. On a donc intérêt, avant toute correction, à ajouter sur le revêtement une couche d'épaisseur optique $\lambda/8$ environ, uniforme sur toute la surface, pour se ramener dans une région de la courbe (fig.6) où l'effet de correction soit appréciable.

La correction apportée sur la dernière couche, présente plusieurs avantages:

1) Elle permet de corriger les défauts des lames supports et, en partie, ceux éventuellement ajoutés par les revêtement réfléchissants.

Nous abordons là, un problème très complexe, à savoir la possibilité de corriger les défauts créés par un revêtement réflecteur sans connaître, à priori, le nombre, le rang et les amplitudes des défauts d'irrégularité des couches. Nous allons essayer par un raisonnement



très général, de montrer, qu'en première approximation, un dépôt, sur la dernière couche du revêtement réflecteur, peut nous permettre de corriger éventuellement les défauts du revêtement réflecteur, sauf ceux de la dernière couche.

On suppose que les amplitudes des défauts sont très faibles. Cette approximation est d'ailleurs largement justifiée par les résultats expérimentaux, et nous pourrions utiliser une propriété déjà établie par Giacomo: la variation $\delta\psi$ du déphasage à la surface est la somme des variations $\delta\psi_i$ due à chacune des couches, $\delta\psi_i$ étant alors calculé, en supposant que seule la couche i n'est pas une couche $\lambda/4$.

Supposons, pour simplifier, que l'une des couches du revêtement, exception faite de la dernière couche qui sera envisagée ultérieurement, présente en un point A des lames de l'interféromètre, un défaut d'épaisseur d'amplitude $+\delta\varepsilon$. Ce défaut se traduit par une variation $\delta\psi_\varepsilon$ du déphasage ψ à la surface, et une variation d'E.O. telle que $\Delta E = \delta\varepsilon - \frac{\lambda}{4n} \delta\psi_\varepsilon$

Quand on mesure l'amplitude des défauts de planéité des lames recouvertes de leur revêtement réflecteur, on obtient, en chaque point de la lame, la valeur de l'épaisseur optique équivalente. Au point A, si le revêtement était parfait: $E = d + \frac{\lambda}{4n} (\psi + \psi')$ d étant l'épaisseur d'air au point considéré; ψ et ψ' les déphasages à la surface.

Il faut considérer maintenant, que non seulement d change d'un point à l'autre du revêtement réflecteur, mais aussi, que les valeurs de ψ et de ψ' ne sont pas constantes. Au point A on peut écrire pour un défaut du revêtement: $E_A = E - \Delta E = (d - \delta\varepsilon) + \frac{\lambda}{4n} (\psi + \psi' + \delta\psi_\varepsilon)$ l'épaisseur optique du Fabry Pérot étant diminuée de ΔE car $\delta\varepsilon > \frac{\lambda}{4n} \delta\psi_\varepsilon$

Maintenant, si l'on rajoute au point A une surépaisseur δe sur la dernière couche du revêtement réflecteur, la variation de phase $\delta\psi$ qui en résulte, n'est pas tout à fait égale à celle obtenue par le calcul, qui suppose un revêtement réflecteur parfait. Mais on peut considérer, en première approximation, que la phase résultante sera au total:

$$\psi + \psi' + \delta\psi_\varepsilon + \delta\psi$$

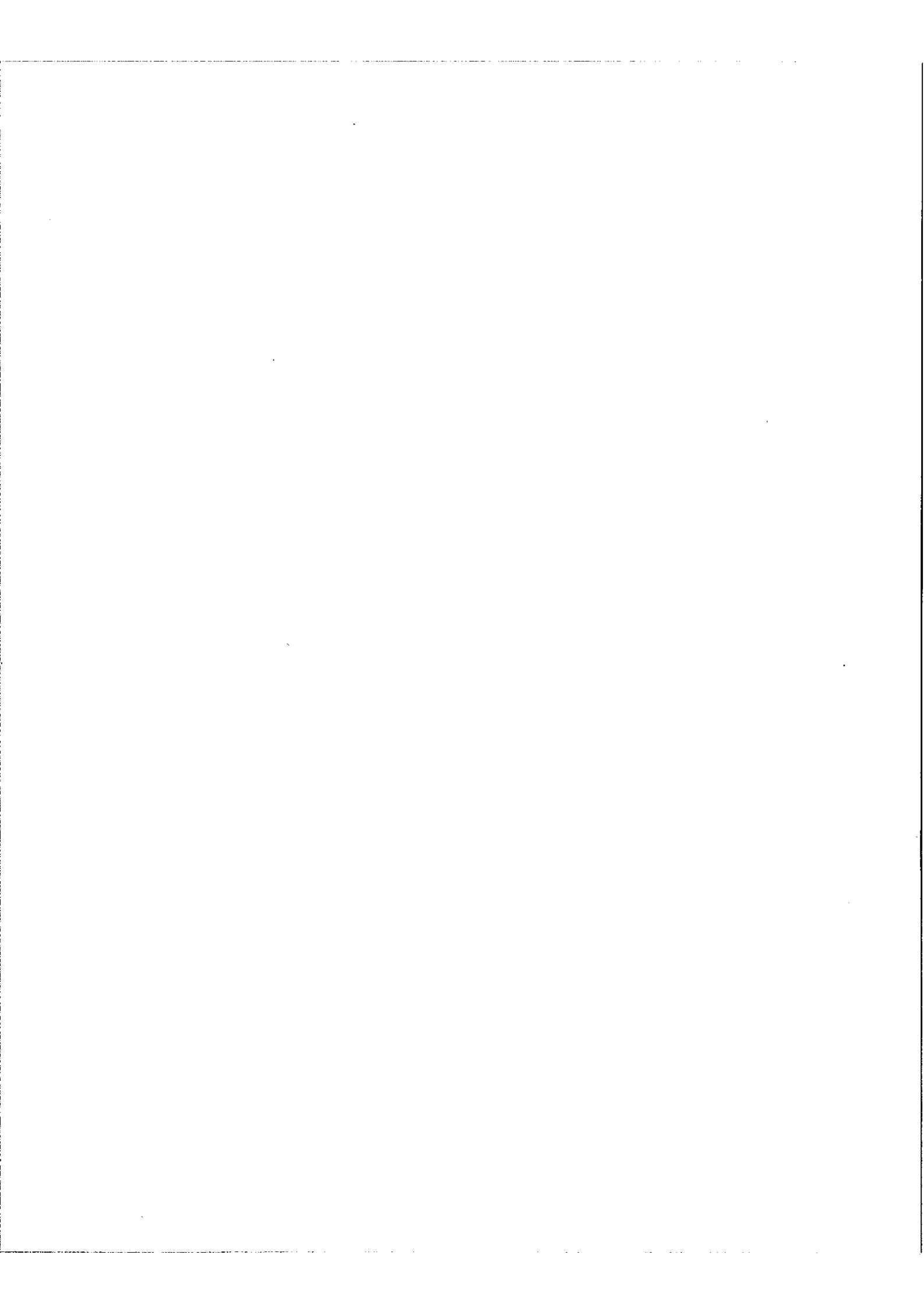
L'épaisseur d'air entre les deux lames étant: $d - \delta\varepsilon - \delta e$.

La correction du défaut du revêtement réflecteur sera effective si:

$$d + \frac{\lambda}{4n} (\psi + \psi') = (d - \delta\varepsilon - \delta e) + \frac{\lambda}{4n} (\psi + \psi' + \delta\psi_\varepsilon + \delta\psi)$$

ce qui, avec l'approximation précédente, est bien vérifiée si l'on choisit δe , tel que

$$\Delta E = \delta e - \frac{\lambda}{4n} \delta\psi \quad (\text{il ne faut oublier que maintenant } \delta e < \frac{\lambda}{4n} \delta\psi)$$



Dans le cas, où il s'agit d'une irrégularité d'épaisseur de la dernière couche du revêtement réflecteur, l'étude est beaucoup plus simple, car, dans ce cas, une seule couche a une épaisseur variable, même après correction.

Supposons un défaut d'amplitude géométrique δe faible sur la dernière couche.

Nous avons vu que l'épaisseur optique du Fabry Péroth n'est pratiquement pas modifiée, car la variation d'épaisseur géométrique de la couche, compense exactement, la variation du déphasage à la surface.

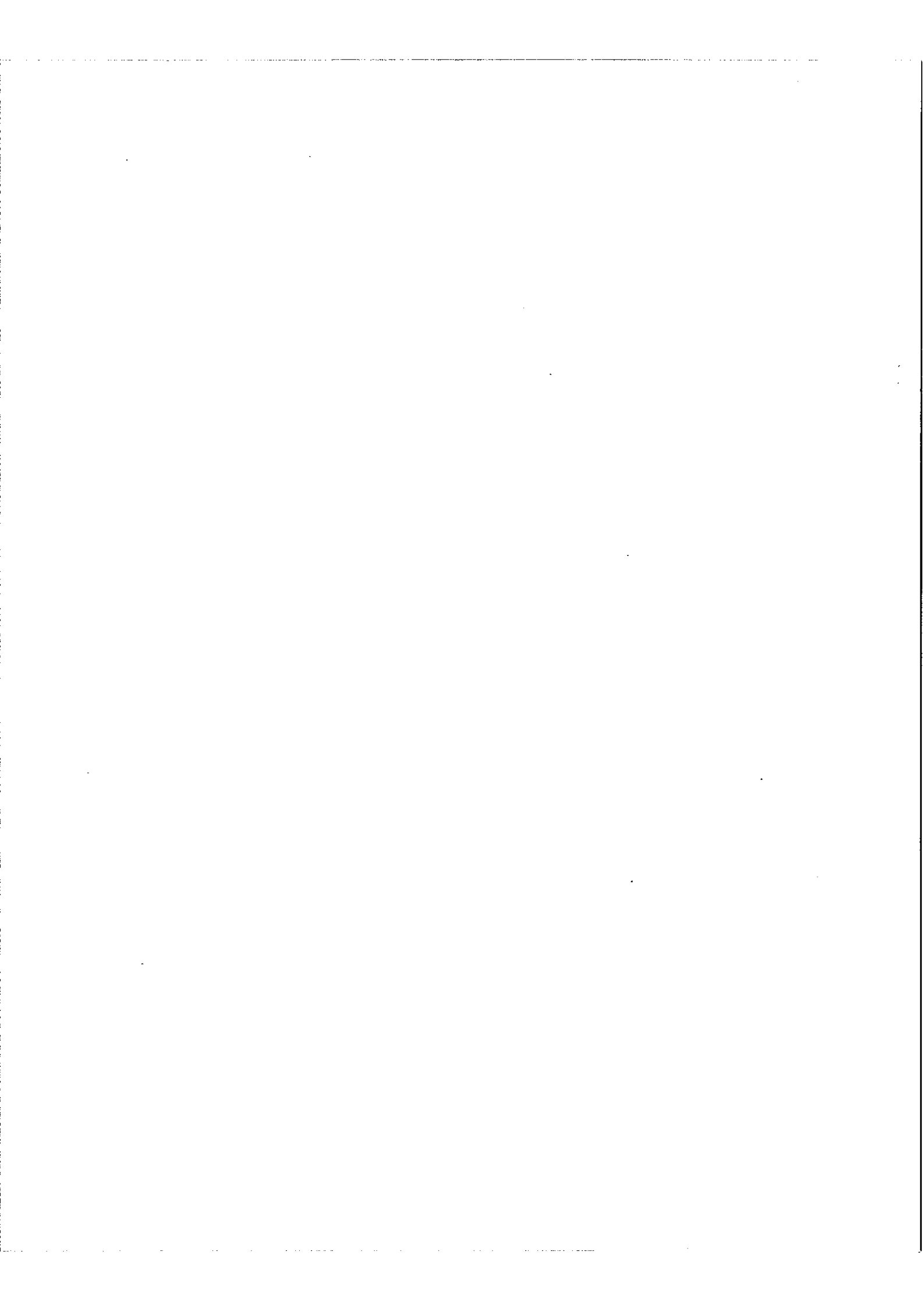
C'est à dire, que si l'on mesure les défauts de planéité d'un interféromètre de Fabry Péroth, dont les lames sont recouvertes du revêtement réflecteur $7 \lambda/4$, l'appareil de mesure ne pourra en aucun cas détecter l'irrégularité δe , puisque cette irrégularité est sur la dernière couche.

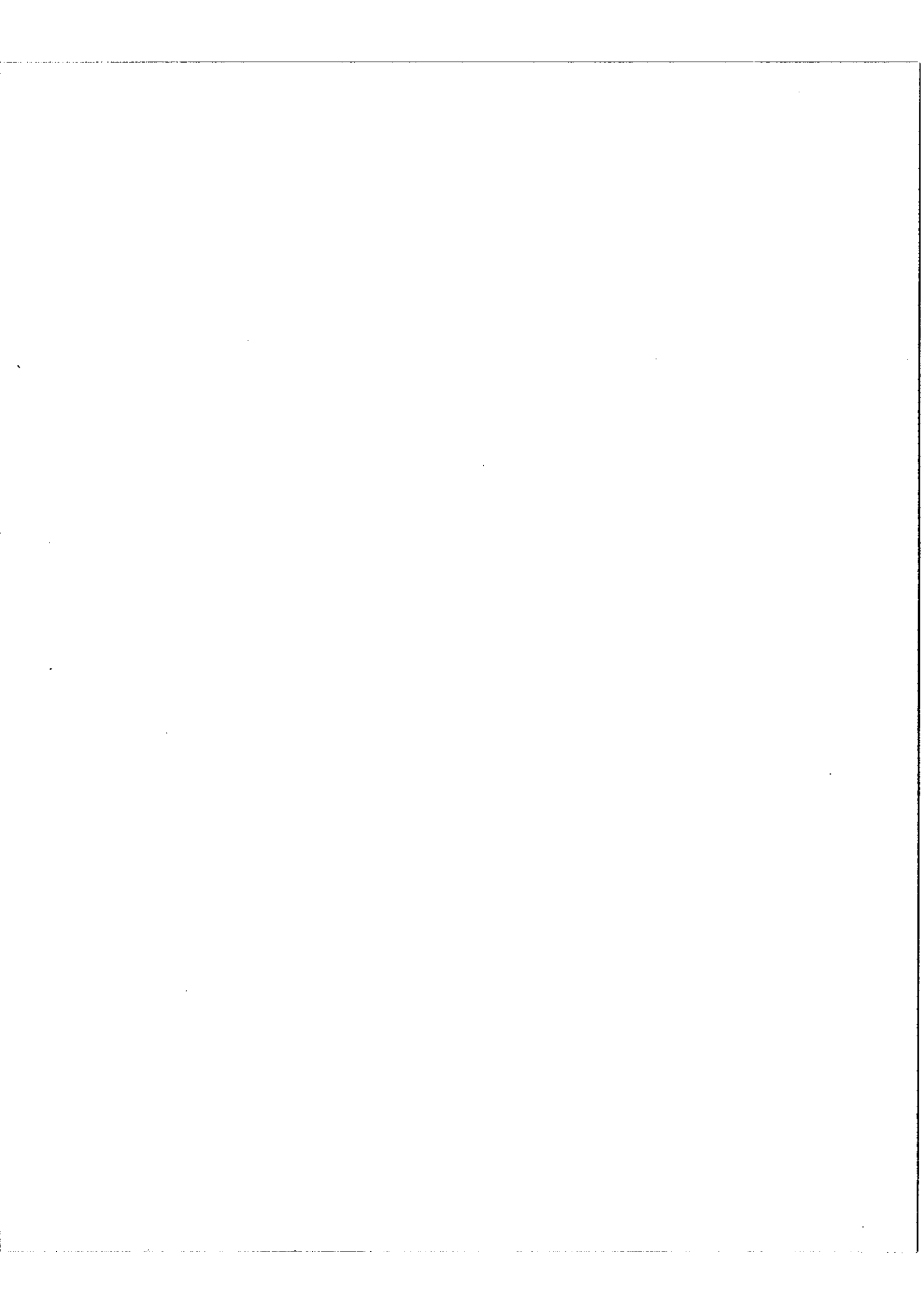
Mais, si pour pouvoir corriger la planéité des lames, on rajoute une épaisseur uniforme de $\lambda/8$ sur le revêtement, la dernière couche aura donc une épaisseur théorique de : $\lambda/4 + \lambda/8$, soit $3 \lambda/8$; sauf au point considéré, où elle présente une irrégularité d'épaisseur optique $n \delta e$. Si maintenant, on effectue un dépôt correcteur sur une partie de la surface des lames, l'influence de ce dépôt sur l'épaisseur optique du Fabry Péroth, dépend fortement de l'épaisseur de la dernière couche, comme le montre la courbe relative à la couche $i = 7$ de la figure 6. On arrive donc au résultat suivant: toute irrégularité d'épaisseur de la dernière couche, entraîne une erreur systématique sur la correction.

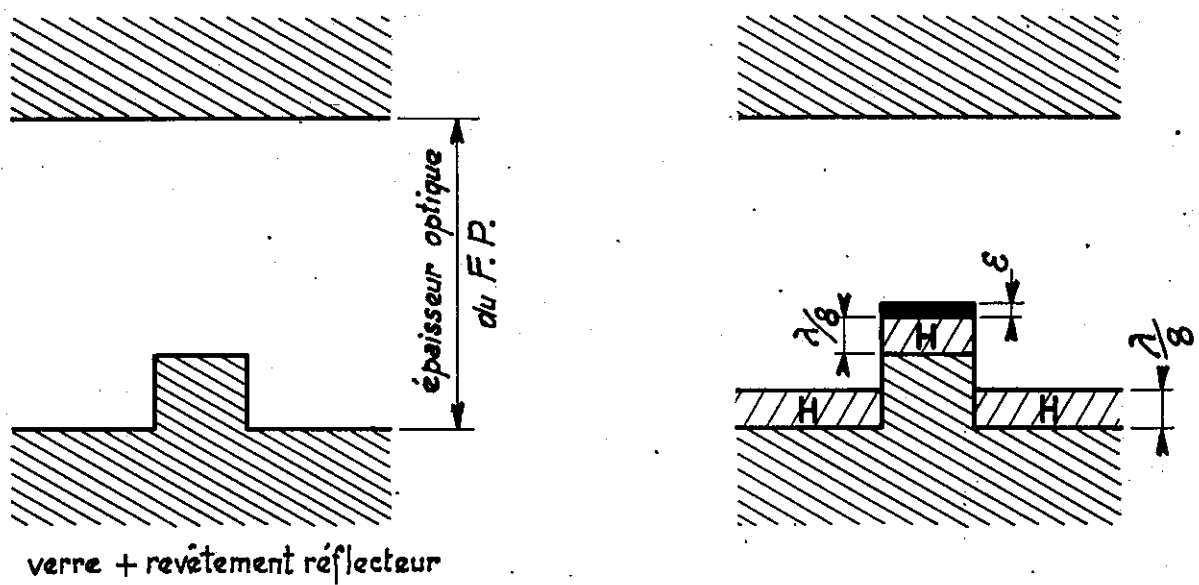
Remarque:

Il n'est pas question de pouvoir effectuer une carte des défauts des lames avec le revêtement réflecteur déjà recouvert d'une couche uniforme $\lambda/8$ car, il faut déposer un empilement de couches correctrices sur une surface parfaitement propre et fraîche si possible.

2) En outre, la correction apportée sur la dernière couche du revêtement réflecteur, présente un autre avantage considérable. En effet, les lames sont généralement convexes, et avec le système de couches dont nous avons rapidement parlé dans le deuxième chapitre de cet exposé, il est plus commode d'ajouter des surépaisseurs au centre; il y a donc intérêt à pouvoir corriger une bosse en y ajoutant de la matière.





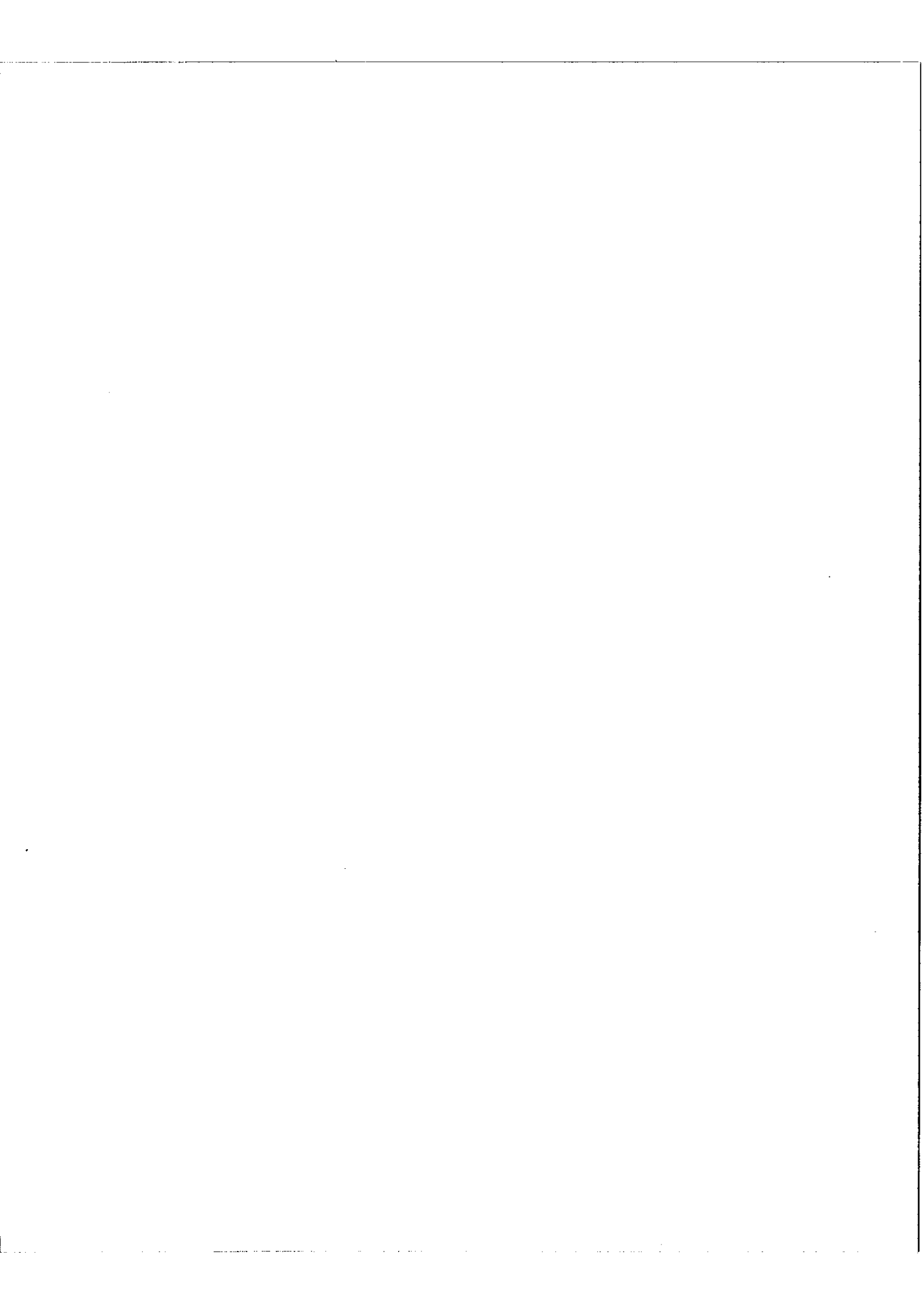


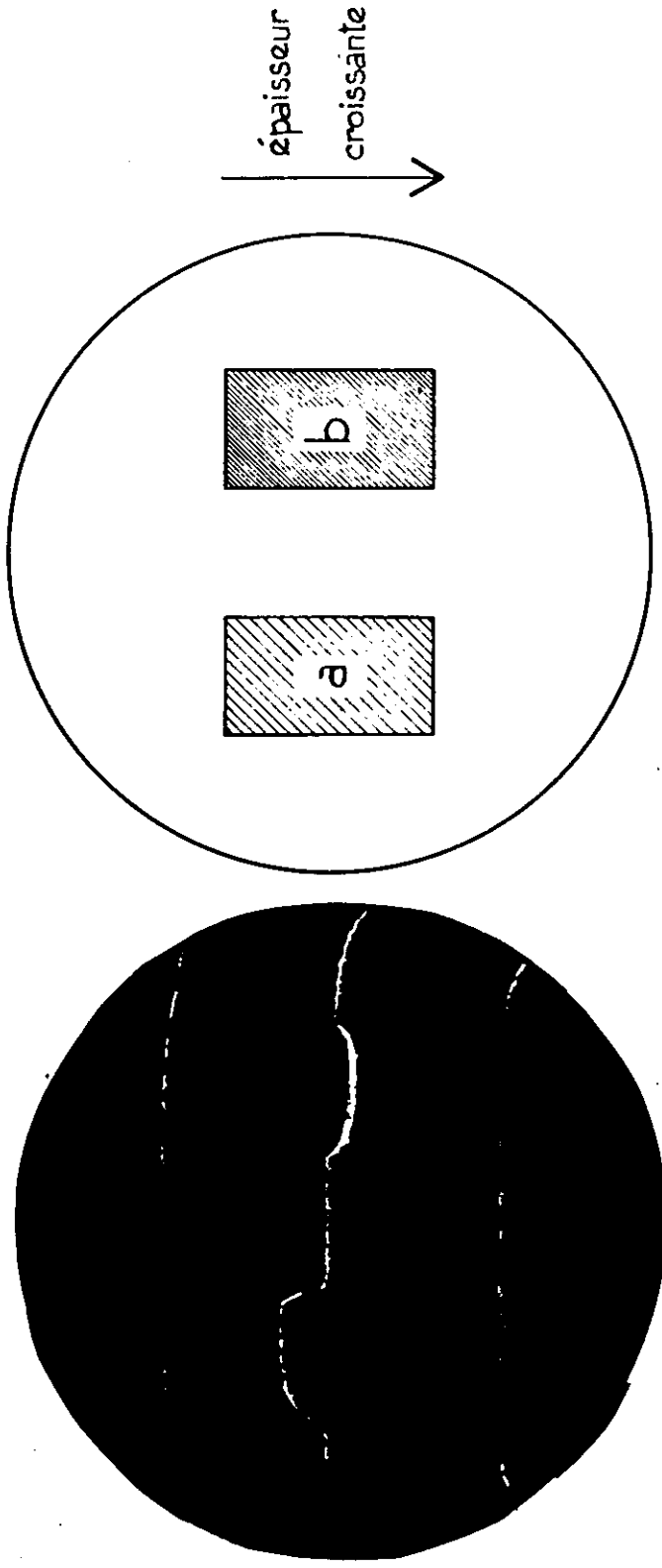
verre + revêtement réflecteur

1. Dépôt préalable de $\frac{\lambda}{8}$ sur toute la surface d'une lame.
2. Dépôt de E sur la bosse.

— PRINCIPE DE CORRECTION DES LAMES
SUR LA DERNIÈRE COUCHE DU REVÊTEMENT —

Fig. 8

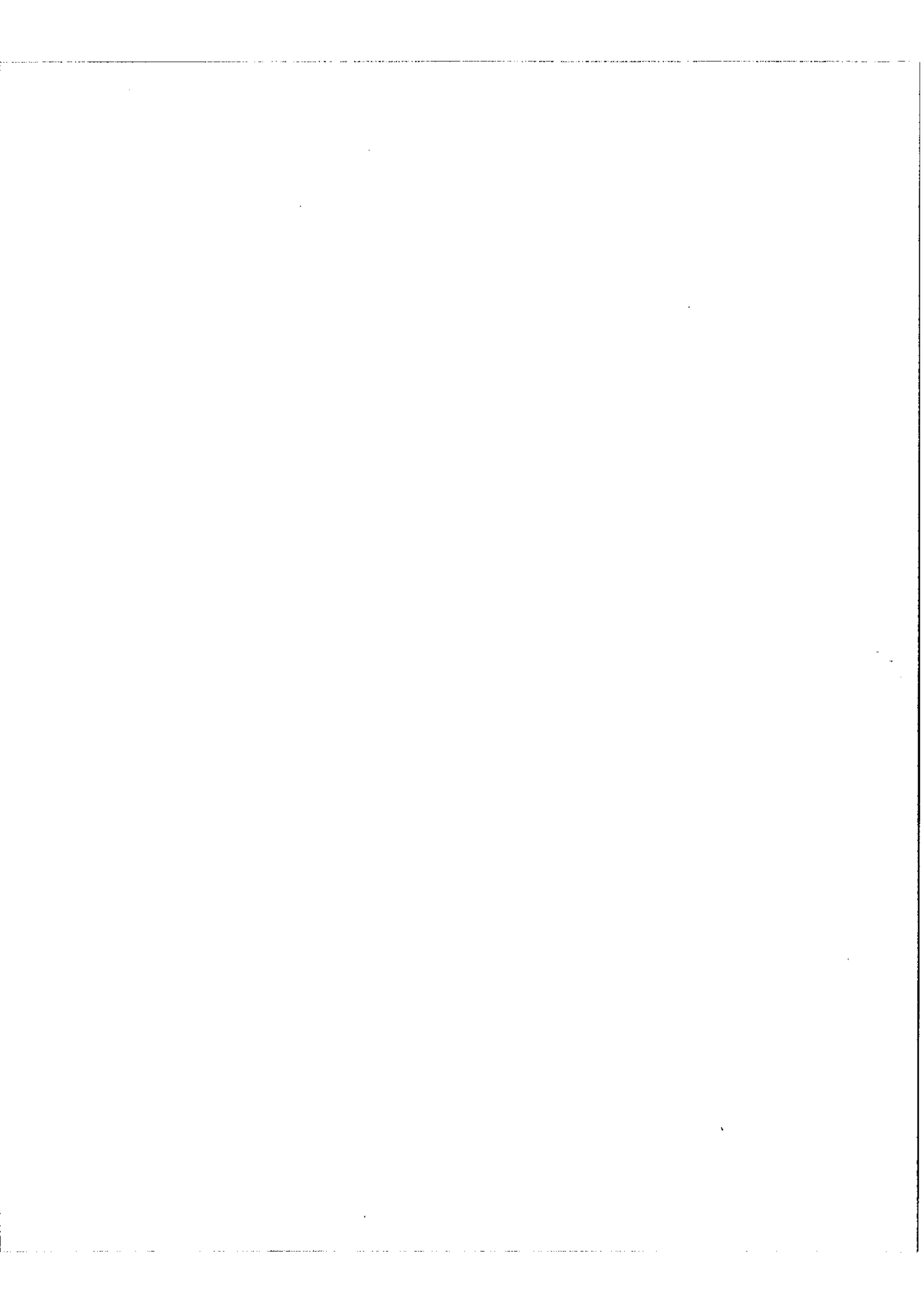


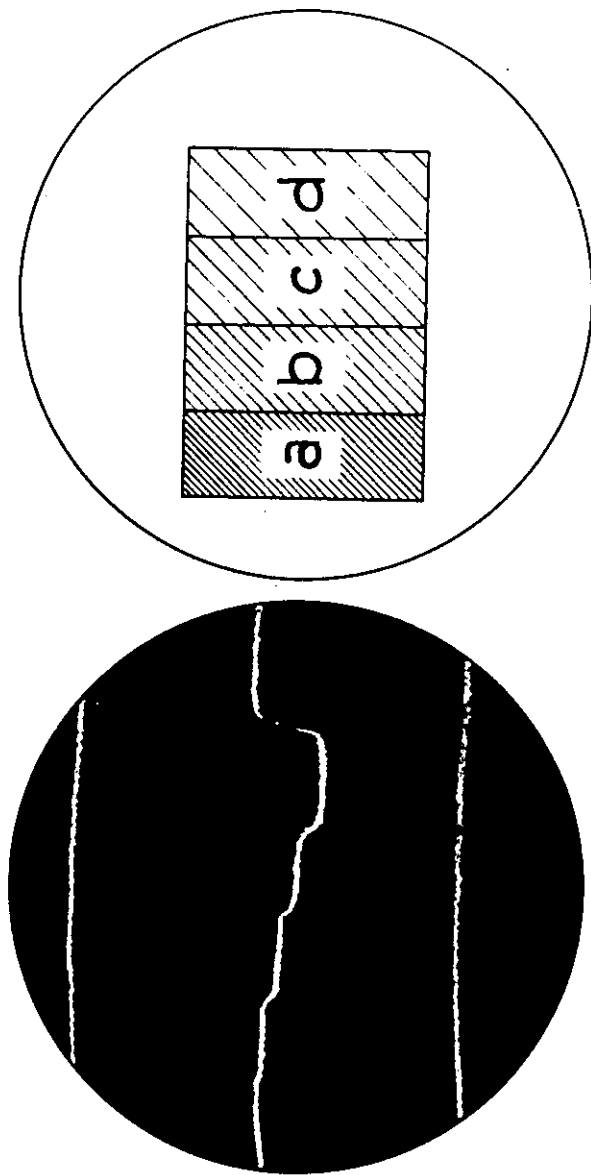


Franges de coin d'air. a. dépôt sur la première couche du revêtement .

b. dépôt sur la dernière couche du revêtement .

Fig. 9





Franges de coin d'air .

- a. Dépôt de $\frac{\lambda}{16}$.
- b. Dépôt de $\frac{2\lambda}{16}$.
- c. Dépôt de $\frac{3\lambda}{16}$.
- d. Dépôt de $\frac{4\lambda}{16}$.

Fig. 10

La figure 8^m montre, schématiquement, le principe de la correction. On suppose une des lames parfaitement plane; l'autre lame, en regard, est supposée avoir une bosse Δh . Après dépôt d'une couche $\lambda/8$, uniforme sur toute la surface, une surépaisseur ε calculable, déposée sur la bosse, rend l'épaisseur optique équivalente du Fabry Péroto constante sur toute la surface.

VI- Vérifications expérimentales de la variation d'épaisseur optique du Fabry Péroto en fonction de la surépaisseur déposée

La figure 9 montre les franges de coin d'air obtenues avec deux lames de Fabry Péroto. On a déposé, sur une partie d'une des deux lames, une surépaisseur sur la première couche du revêtement, sur une autre partie une surépaisseur sur la dernière couche du revêtement. On remarque les deux sauts brusques, de sens opposés, de la frange d'interférence, le schéma montre, à côté du cliché, les endroits où ces surépaisseurs ont été effectuées. La flèche indique le sens des épaisseurs croissantes du coin d'air.

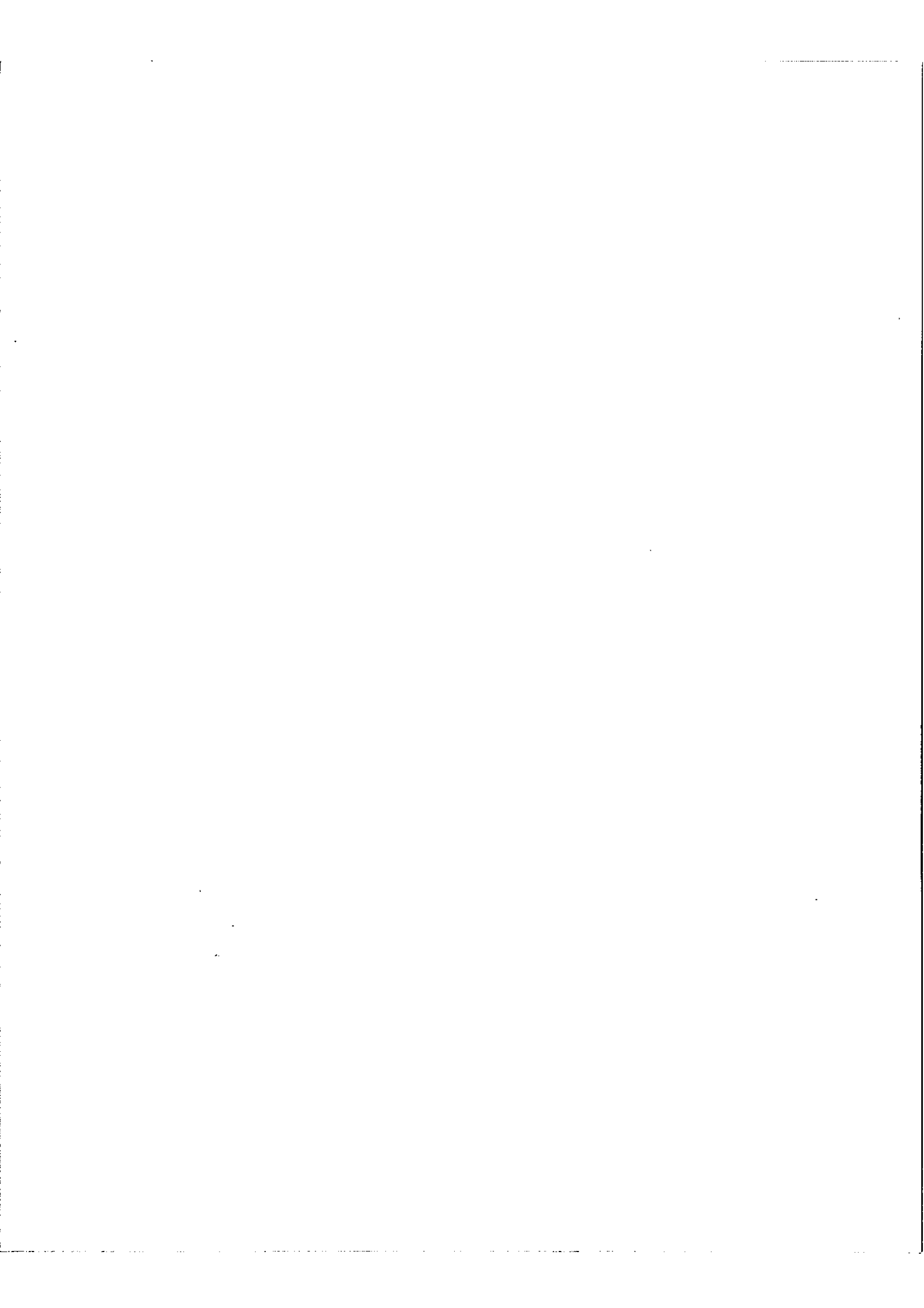
On vérifie bien l'effet de diminution ou d'augmentation d'épaisseur optique lié au rang de la couche corrigée.

Pour la figure 10 on a réalisé, sur la dernière couche du revêtement réflecteur, des dépôts d'épaisseurs optiques environ $\lambda/16$, $\lambda/8$, $3\lambda/16$ puis $\lambda/4$. La répartition de ces dépôts est indiquée sur le schéma. On retrouve l'aspect de la courbe de la figure 6 relative à $i = 7$.

Les vérifications qualitatives sont en parfait accord avec la théorie, dans le cas particulier les écarts quantitatifs peuvent raisonnablement être attribués au procédé de contrôle.

Nous dirons simplement, pour l'instant, qu'elle implique la nécessité de pouvoir contrôler pendant l'évaporation la formation de ces dépôts et de pouvoir mesurer avec précision leur épaisseur optique.

Ce travail constitue la deuxième partie de cet exposé, nous y reviendrons donc plus loin. Il faut, en outre, être capable de mesurer la variation d'épaisseur optique du Fabry Péroto avec une grande précision.



VII- Effets secondaires de la correction

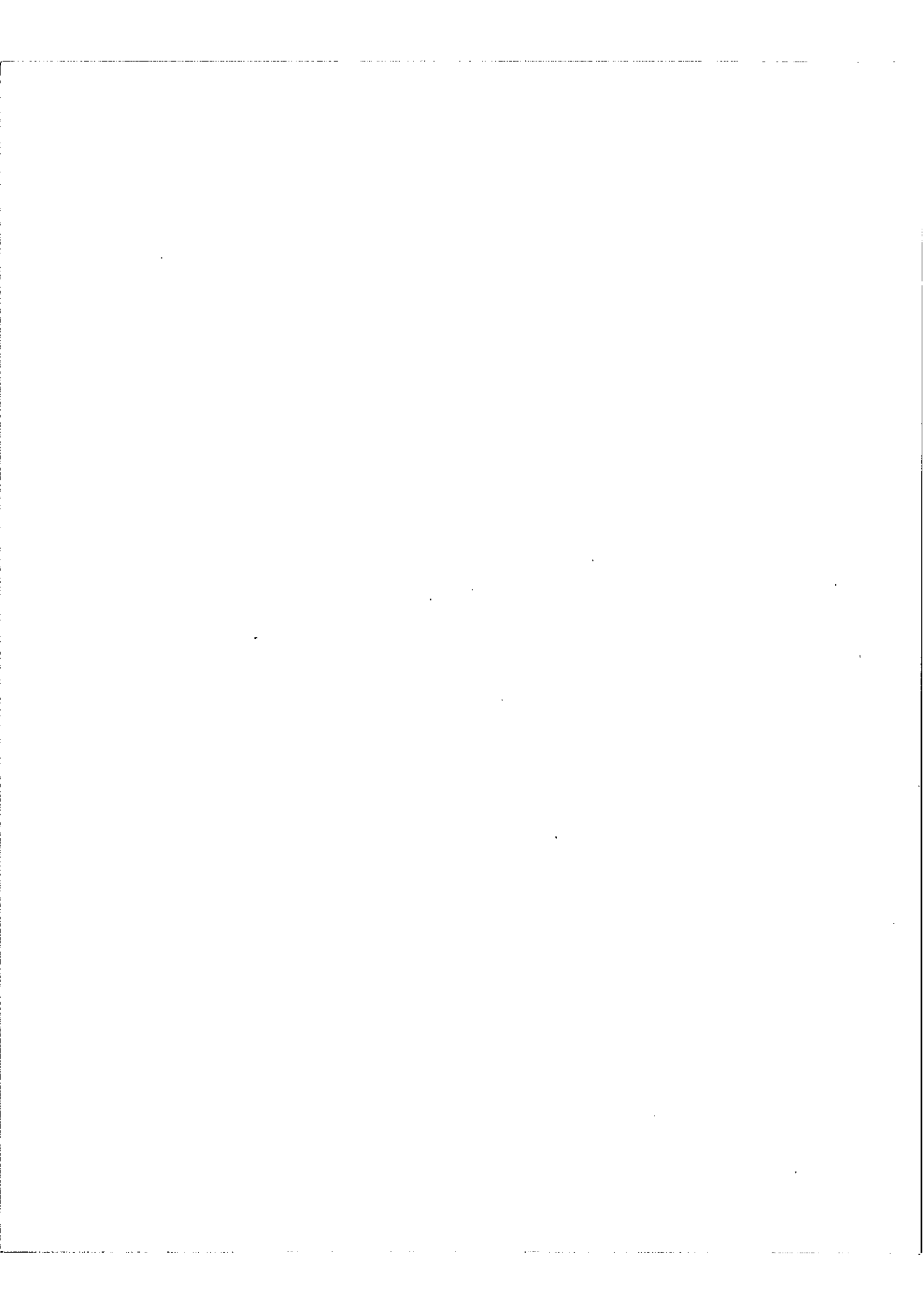
Nous avons donné le principe de la correction des planités des lames, en modifiant l'épaisseur d'une des couches du revêtement diélectrique. Mais cette modification entraîne, évidemment, une ~~diminution~~ du pouvoir réflecteur; donc une perte de finesse réflectrice, qu'il sera important de déterminer. En outre, pour une longueur d'onde λ qui est la longueur d'onde pour laquelle est construit le revêtement réflecteur, nous avons déterminé la surépaisseur à déposer pour compenser un défaut d'amplitude donnée. Il est intéressant de savoir pour quel domaine de longueurs d'ondes, cette correction est valable. On sait qu'un revêtement réflecteur $\lambda/4$ est utilisable dans une zone variant de 250Å à 500Å , selon les performances admissibles (finesse réflectrice minimum acceptable). Il est donc nécessaire de vérifier, que la correction de planité apportée est valable dans une telle zone, ou tout au moins de préciser la limite de la zone d'utilisation. Dans ce paragraphe, nous étudierons successivement ces deux problèmes.

A Perte de finesse

Le calcul de la perte de finesse $\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R}$, pour des variations faibles des épaisseurs des couches du revêtement réflecteur, a déjà été fait. Nous nous contenterons ici, de comparer la finesse réflectrice d'un revêtement 7 couches $\lambda_0/4$, supposé parfait, à celle obtenue, lorsqu'on ajoute sur le revêtement une couche uniforme $\lambda/8$.

Généralement, les lames de Fabry Pérot utilisées ont une planité optique de l'ordre de $\lambda/40$ à $\lambda/100$, c'est à dire, que l'empilement des couches correctrices aura au maximum une épaisseur totale de l'ordre de $\lambda/20$ à $\lambda_0/40$. Les résultats numériques obtenus pour des couches de SZn et de cryolite ($n_H = 2,35$, $n_B = 1,34$) sont résumés dans le tableau suivant. Ces résultats sont obtenus pour la longueur d'onde λ_0 .

Épaisseur de la dernière couche	R	\mathcal{F}
$\lambda/4$	0,962	82
$\lambda/4 + \lambda/20$	0,961	80
$\lambda/4 + \lambda/8$	0,956	70
$\lambda/4 + \lambda/8 + \lambda/40$	0,952	64
$\lambda/4 + \lambda/8 + \lambda/20$	0,947	58



Il est intéressant de comparer ces résultats avec ceux obtenus, pour des empilements parfaits de q couches constituées par les mêmes corps [3]

Nombre de couches	R
5	0,889
7	0,962
9	0,986

Les pertes de finesse restent petites, par rapport à la différence entre des revêtements constitués de cinq et sept couches, et de l'ordre de grandeur des différences, que l'on obtient entre deux évaporations successives.

B Validité de la correction sur la dernière couche en fonction de λ .

1) Principe et méthode de calcul

Nous avons dit, que la correction apportée était calculée pour la longueur d'onde λ_0 , pour laquelle le revêtement réflecteur a été construit.

Nous allons maintenant, étudier comment se comporte cette correction, lorsque le Fabry Péroต์ est utilisé pour une longueur d'onde différente de λ_0 .

Nous comparerons ensuite, la zone de validité de la correction à la zone d'utilisation correcte du revêtement supposé parfait.

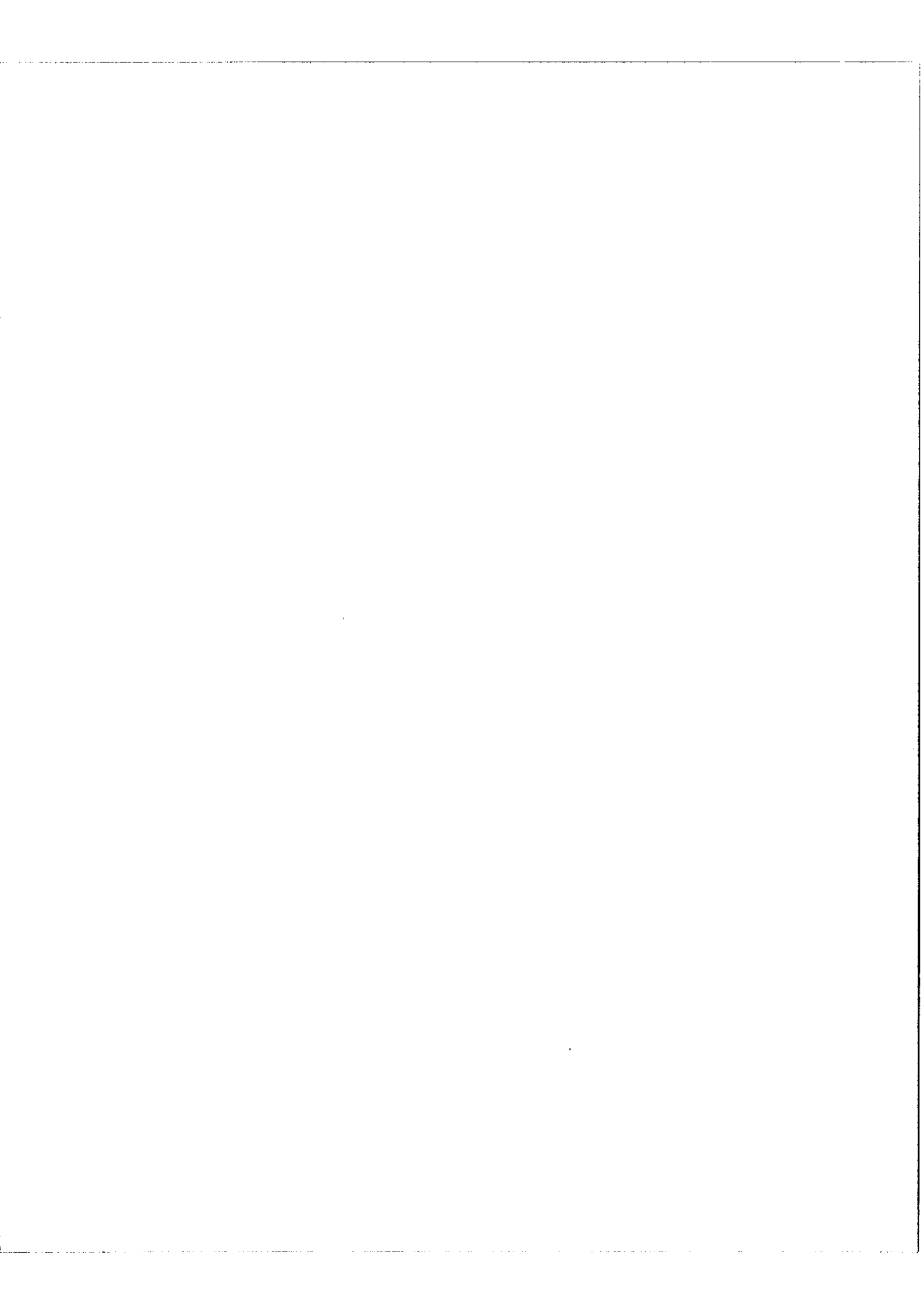
Nous avons dit que, pour modifier l'épaisseur optique équivalente du Fabry Péroต์ d'une épaisseur ΔE , il fallait modifier l'épaisseur d'une couche (et nous considérons maintenant le cas de la dernière couche), d'une quantité δe liée à ΔE par la relation:

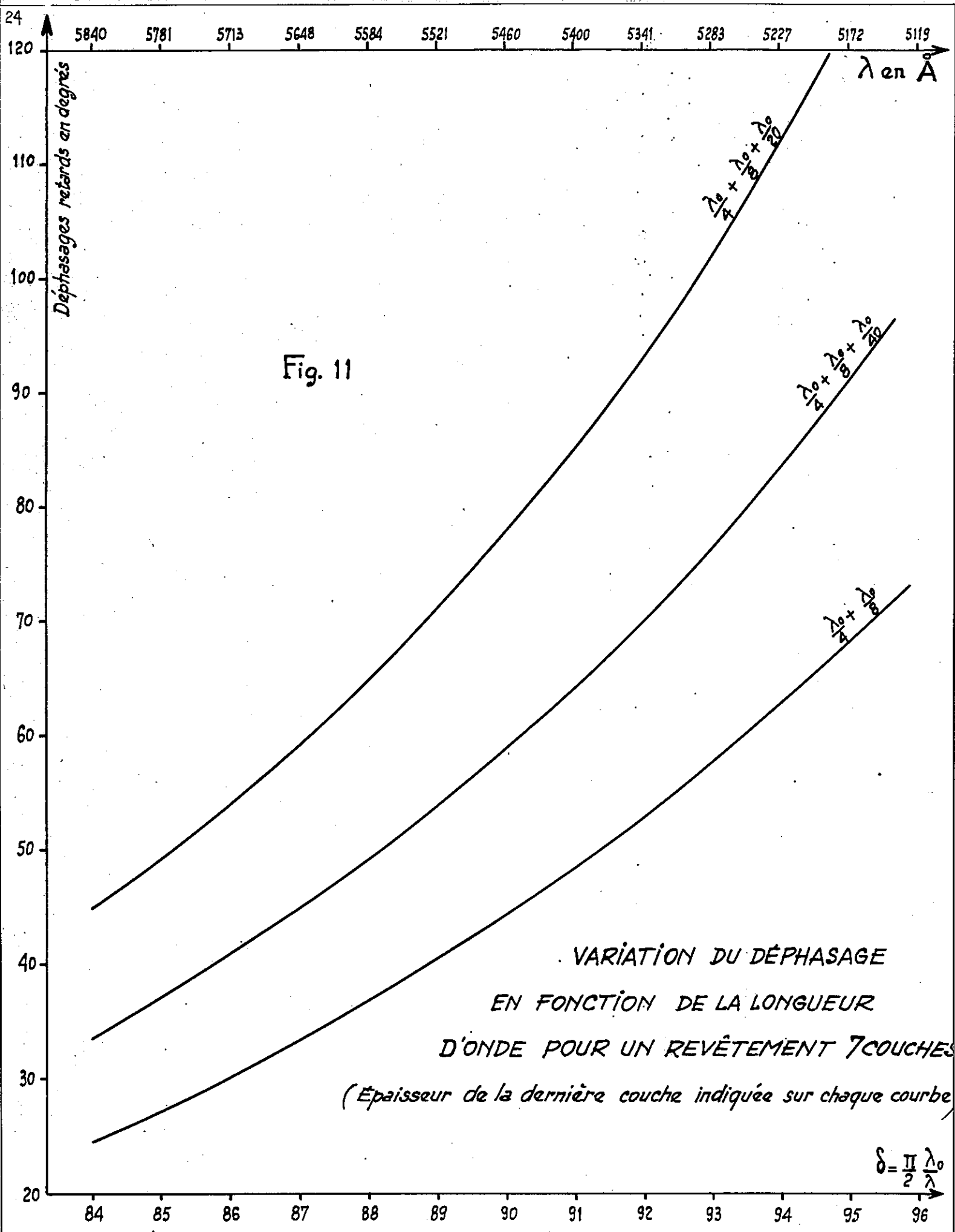
$$\Delta E = \delta e - \frac{\lambda}{4\pi} \delta \Psi$$

$\delta \Psi$ étant la variation du déphasage retard, δe est une épaisseur mécanique, elle est donc indépendante de la longueur d'onde. Par contre $\delta \Psi$ est fonction de la longueur d'onde.

On pourra donc relier facilement l'étude de la variation de ΔE , à l'étude de la variation de phase à la surface, en fonction de λ , d'un revêtement réflecteur, dont la dernière couche a une épaisseur variable.







L'étude du déphasage à la surface, en fonction de la longueur d'onde, pour un revêtement réflecteur supposé parfait a déjà été faite par de nombreuses méthodes [3] [9] [10] [11]. Ces méthodes sont simples, mais malheureusement le calcul devient beaucoup plus complexe, lorsque toutes les couches n'ont pas une épaisseur égale à $\lambda_0/4$. La méthode de Rouard, qui s'avère très simple, lorsque les calculs sont faits pour la longueur d'onde λ_0 , devient d'application difficile lorsqu'on change de longueur d'onde. L'inconvénient principal est de ne pas fournir une expression littérale complète qui soit applicable directement à notre étude.

La méthode matricielle préconisée par Abelès [12] a été utilisée, elle nous a permis d'établir une expression littérale du coefficient de Fresnel (amplitude et déphasage) pour la réflexion à la surface, sur un empilement formé de sept couches quelconques. Les calculs sont très longs; il ne serait pas possible, ici, d'en donner tous les détails; aussi, après avoir rappelé brièvement le principe de la méthode dans l'annexe IV, nous donnerons les grandes lignes du calcul, qui nous ont permis d'arriver au résultat final.

2) Résultats numériques

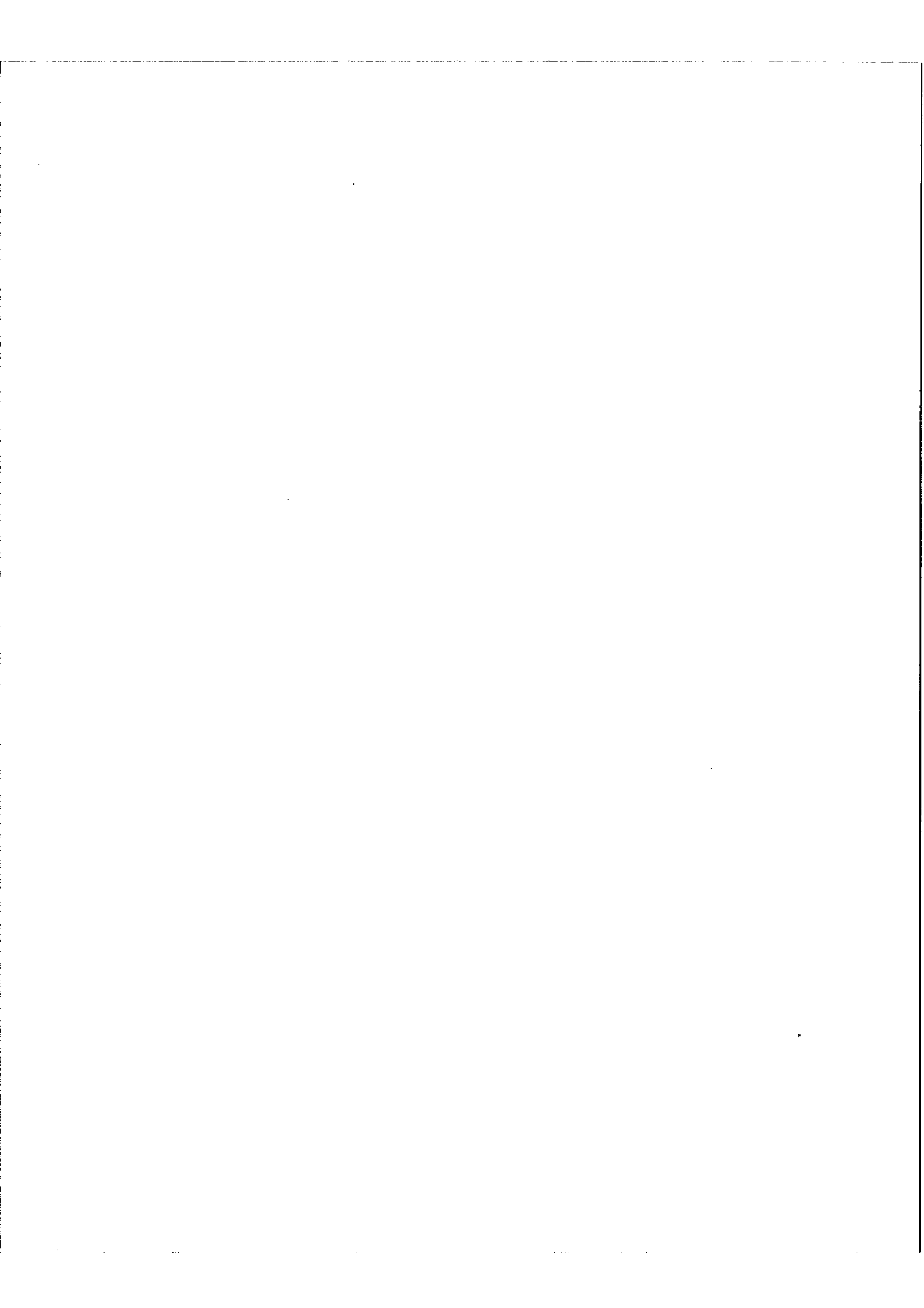
A partir de cette relation, nous avons calculé numériquement la variation du déphasage, en fonction de la longueur d'onde, pour une surépaisseur de la couche au contact de l'air de : $\lambda_0/8$, $\lambda_0/8 + \lambda_0/40$, $\lambda_0/8 + \lambda_0/20$, ces valeurs étant pour nous, comme nous l'avons dit plus haut, extrêmement utiles à notre problème.

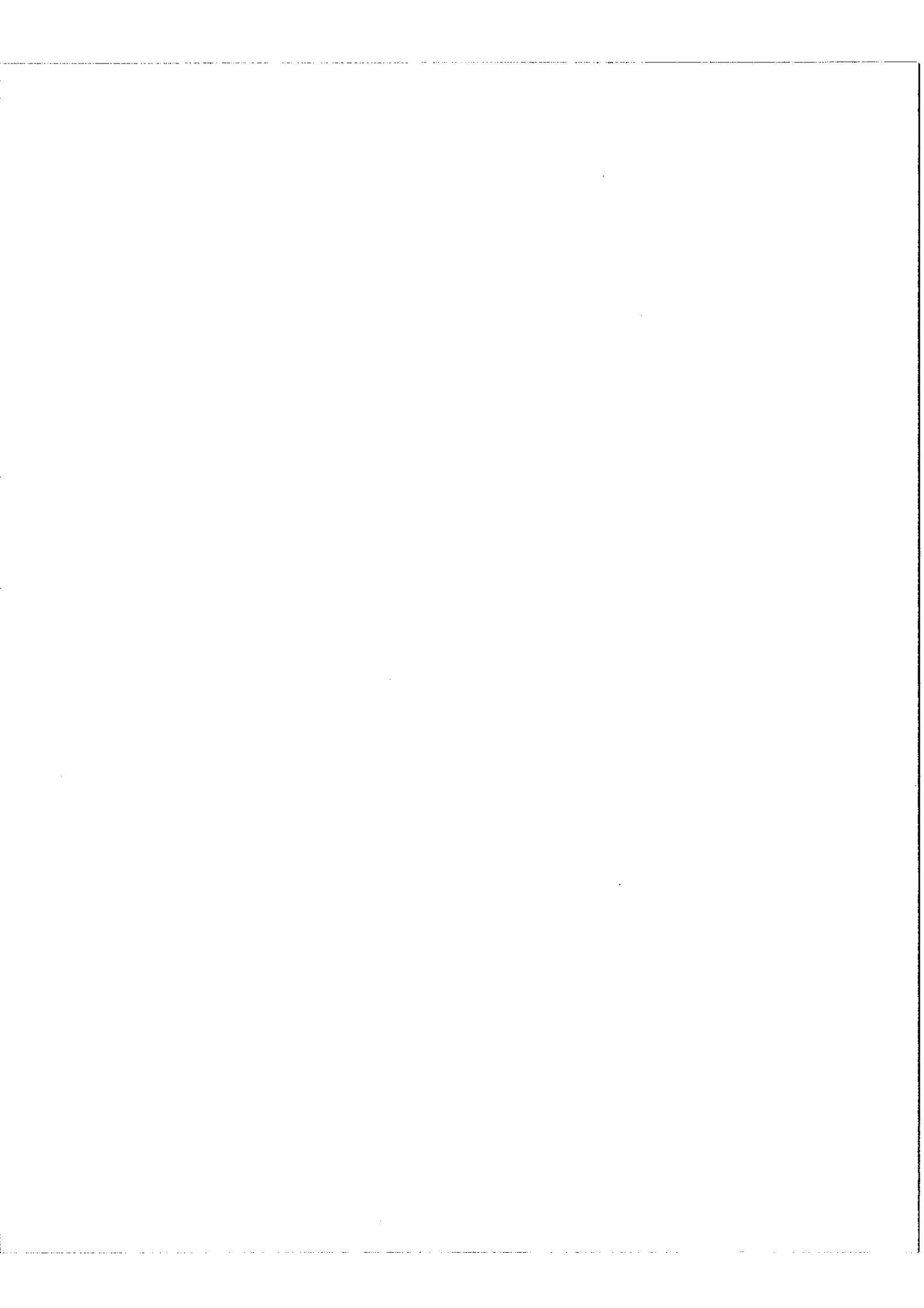
Les résultats obtenus sont donnés par la figure 11. On a porté, en abscisses les valeurs de $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(nd) = \frac{\pi}{2} \frac{\lambda_0}{\lambda}$ exprimées en degrés.

Dans le cas où l'on dépose les couches correctrices sur un revêtement réflecteur, construit pour la longueur d'onde $\lambda_0 = 5460 \text{ \AA}$, les valeurs de λ correspondant à chaque valeur de δ , ont été également portées sur la figure. Les valeurs du déphasage à la surface, exprimées en degrés, sont portées en ordonnées. Les épaisseurs optiques de la dernière couche du revêtement sont indiquées pour chaque couche.

3) Application à l'étude de la planéité en fonction de la longueur d'onde

On peut maintenant étudier, comment se modifie, en fonction de la longueur d'onde, l'influence sur l'état de planéité d'un dépôt effectué sur un empilement $\gamma \lambda_0/4 + \lambda_0/8$.





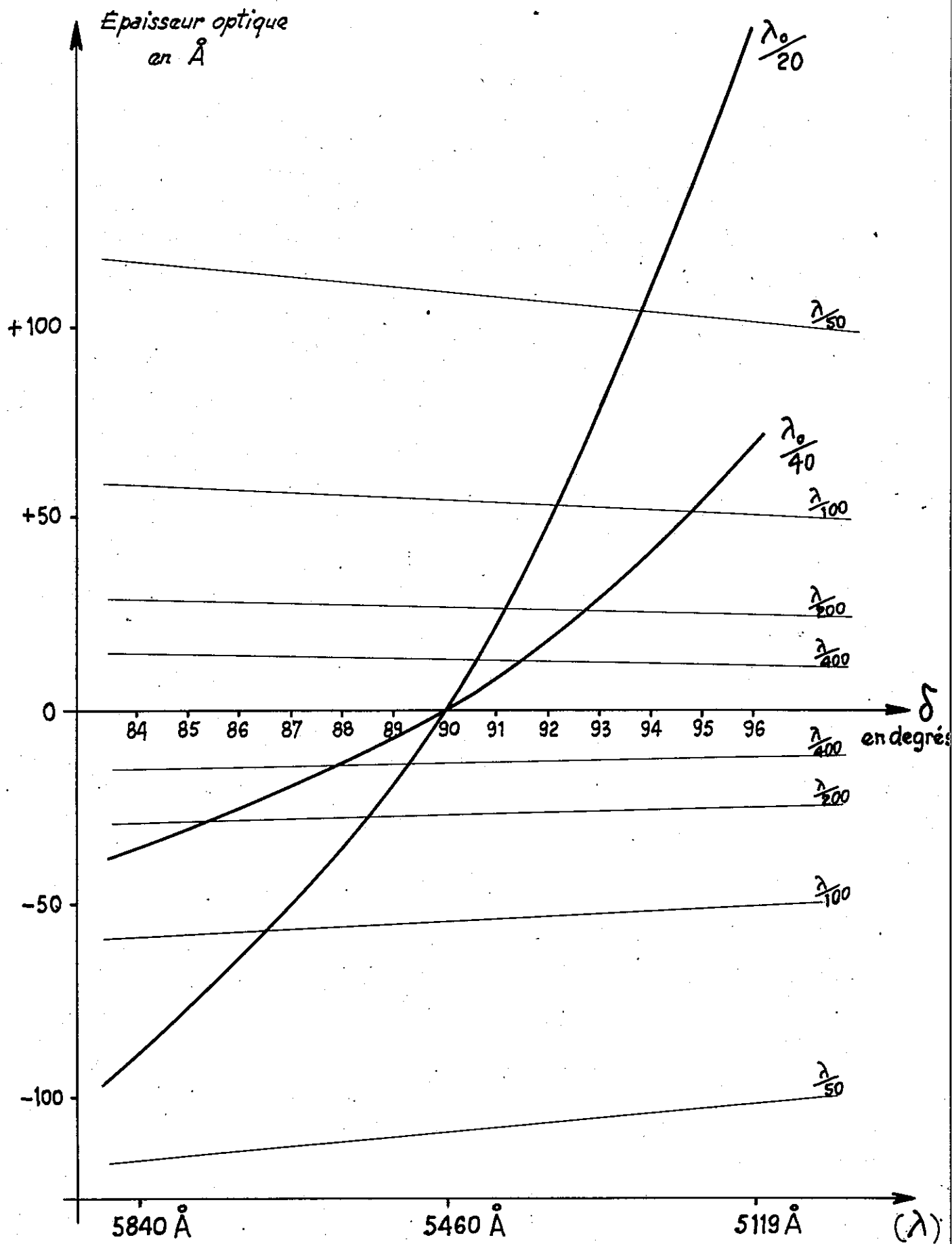
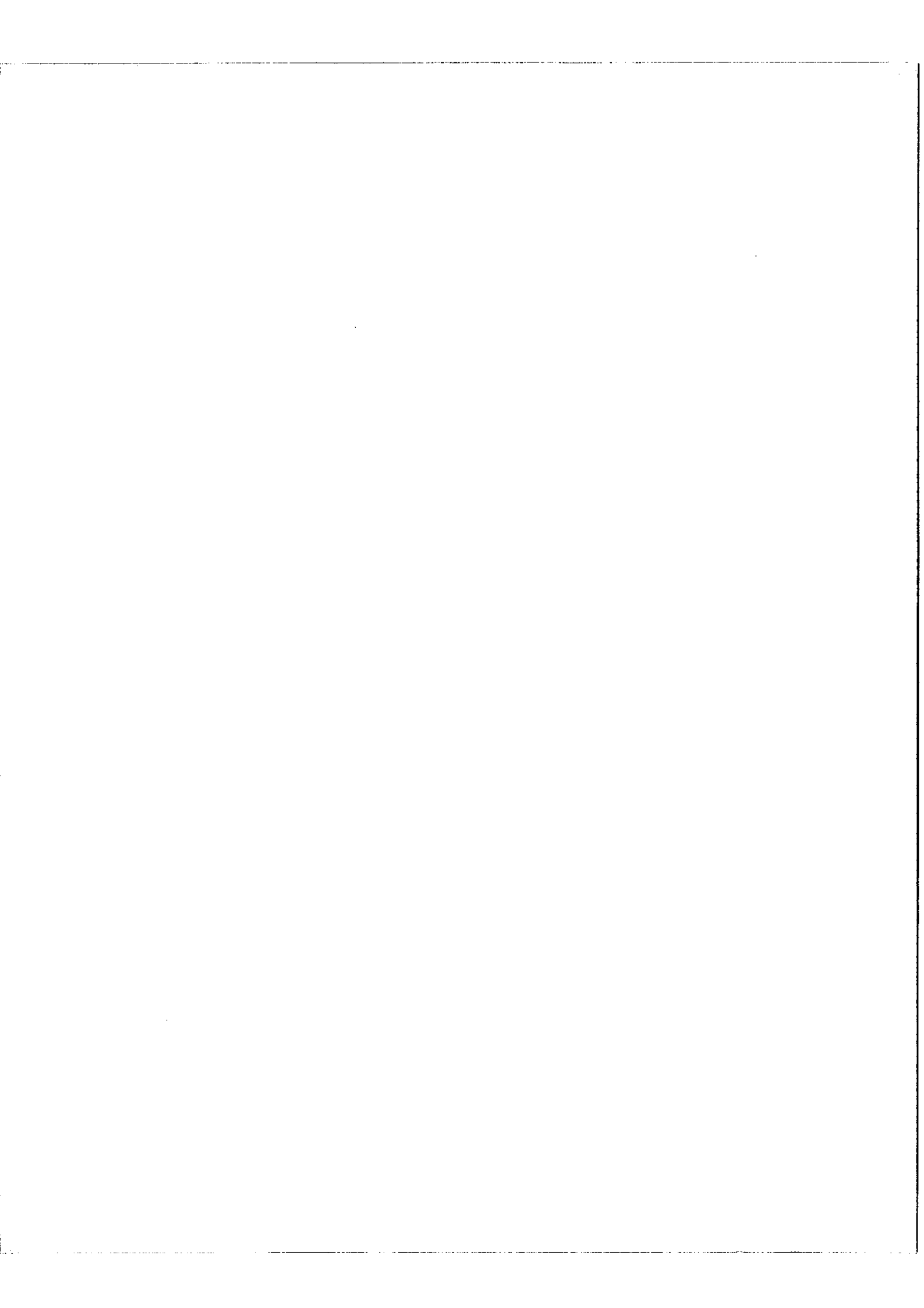


Fig.12

VARIATION D'ÉPAISSEUR OPTIQUE EN FONCTION DE λ
 POUR DES SURÉPAISSEURS $\frac{\lambda}{40}$ ET $\frac{\lambda}{20}$ DÉPOSÉES SUR $(\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{8})$



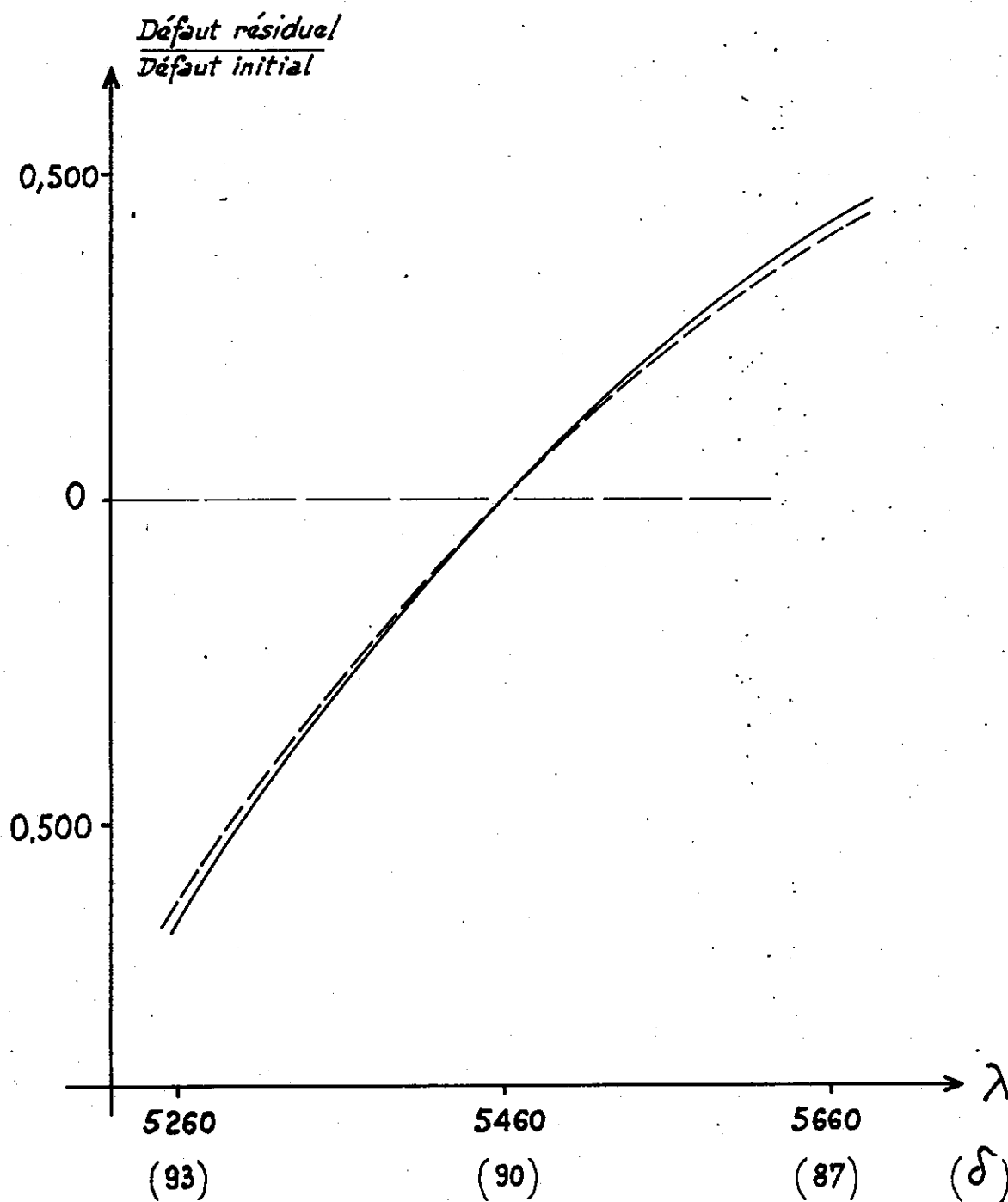


Fig. 13

On peut limiter l'étude de ce phénomène à une zone $\Delta\lambda \approx 400\text{\AA}$, centrée autour de la longueur d'onde λ_0 . Cette zone est environ celle qui correspond à un domaine d'utilisation normale, d'un revêtement réflecteur, dans avoir une trop grande perte de finesse réflectrice [3].

Il est bien évident que les déphasages Ψ et Ψ' dépendent de la longueur d'onde, c'est à dire, que l'épaisseur optique équivalente d'un Fabry Péroth sera fonction de λ .

Nous ne nous intéresserons pas ici à ce phénomène. Nous voulons étudier comment une couche λ_0/n , en l'occurrence $\lambda_0/40$ ou $\lambda_0/20$, déposée sur un revêtement $\gamma \frac{\lambda_0}{4} + \frac{\lambda_0}{8}$, modifie l'épaisseur optique du Fabry Péroth lorsqu'on change λ .

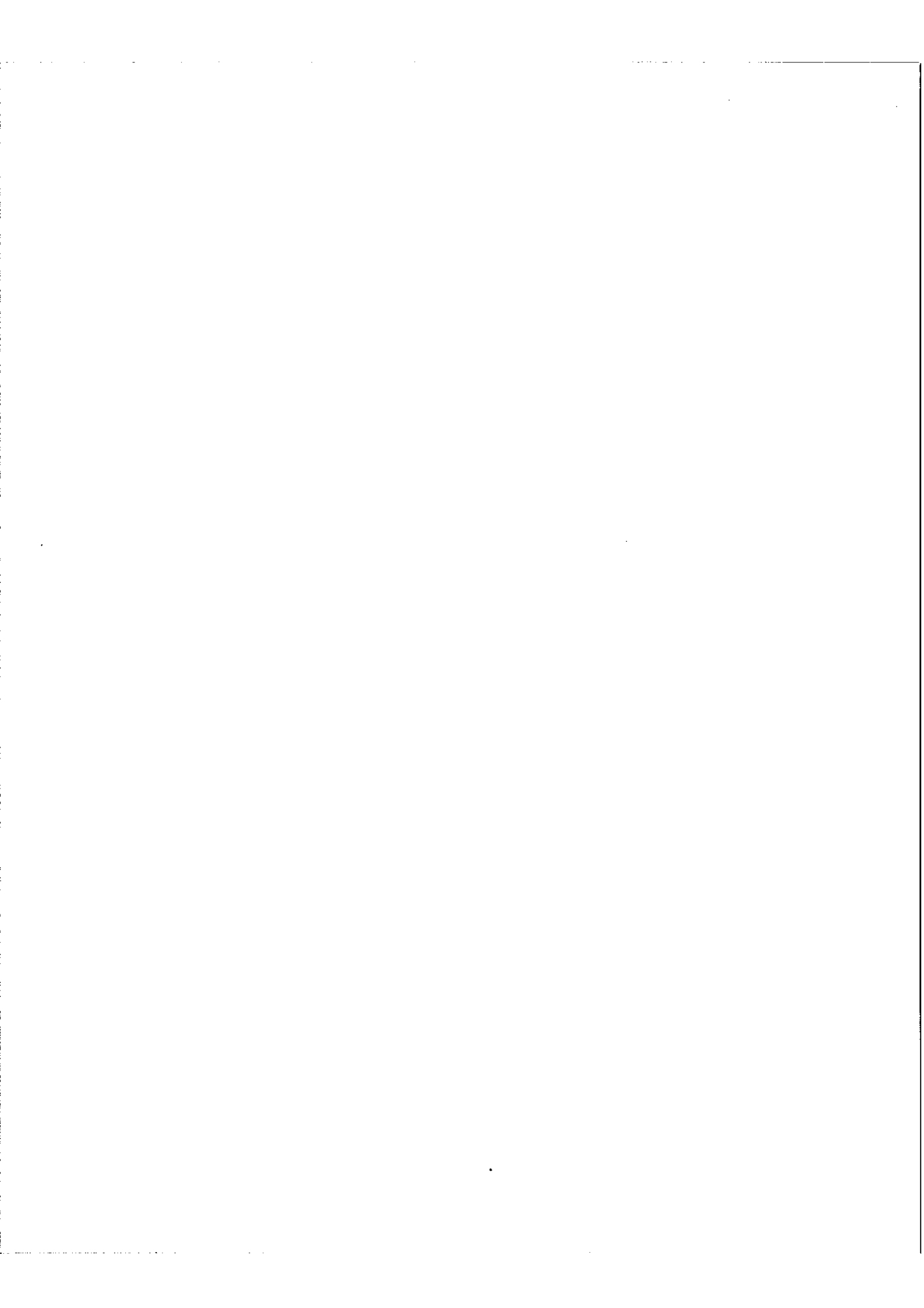
On en déduit la variation de changement de phase, en fonction de λ , produite par une couche d'épaisseur optique $\lambda_0/40$, et une couche $\lambda_0/20$. Ces courbes s'obtiendront, à partir de la figure 11, par simple différence entre les courbes obtenues. La variation d'épaisseur optique du Fabry Péroth qui en résulte, se calcule à l'aide de la relation: $\Delta E = \delta e - \frac{\lambda \delta \Psi}{4\pi}$.

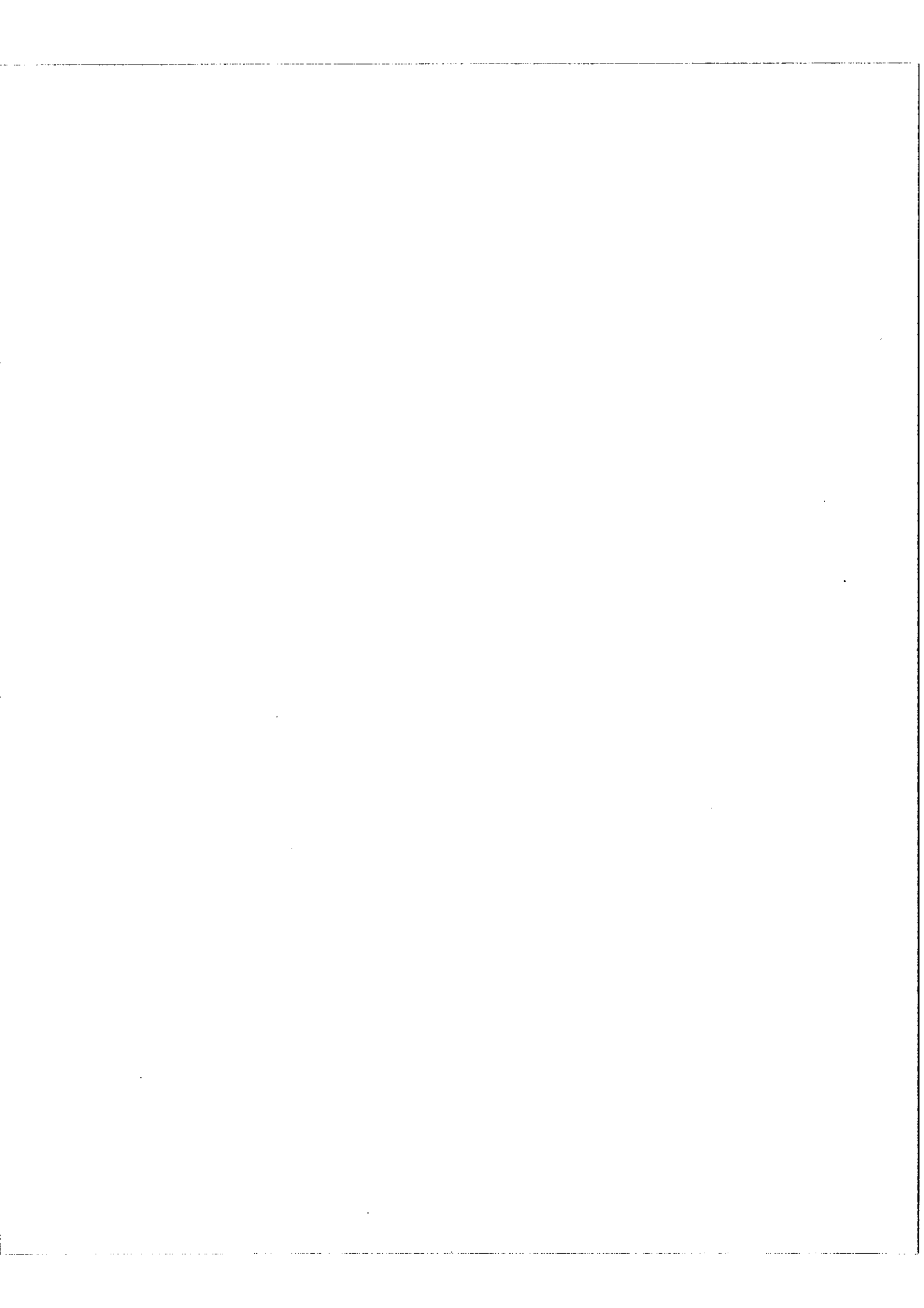
δe est l'épaisseur géométrique de la couche rajoutée et ne dépend donc pas de λ .

Sur la figure 12, on a porté la variation de ΔE , en fonction de λ . ΔE étant exprimé en \AA . En général, on exprime les défauts de planéité en fraction de λ ; aussi, nous avons indiqué ces valeurs sur la figure. Cette variation ΔE n'est pas négligeable, et si l'on veut utiliser le Fabry Péroth pour une longueur d'onde, assez différente de λ_0 , tout en conservant une planéité suffisante, il y aura lieu de vérifier par le calcul, que les conditions désirées sont requises. Sur la figure 13, nous avons porté les courbes donnant le rapport des amplitudes du défaut résiduel, au défaut des lames avant correction, en fonction de la longueur d'onde, pour les valeurs $\lambda/40$ et $\lambda/10$ du défaut initial. On remarquera que la perte relative de planéité avec la longueur d'onde, dépend peu du défaut initial des lames, tant que ce défaut reste faible.

On a, néanmoins intérêt, à essayer d'améliorer une lame de bonne qualité, car la planéité absolue se détériore moins vite, lorsque l'on change de longueur d'onde. On voit qu'il faut s'écarter d'environ $\pm 0,04 \lambda_0$, de la longueur d'onde optimum, pour retrouver 50% du défaut initial, ceci, indique le domaine spectral à l'intérieur duquel la correction est efficace, bien que ce domaine soit modeste, il est suffisant pour de nombreuses applications.

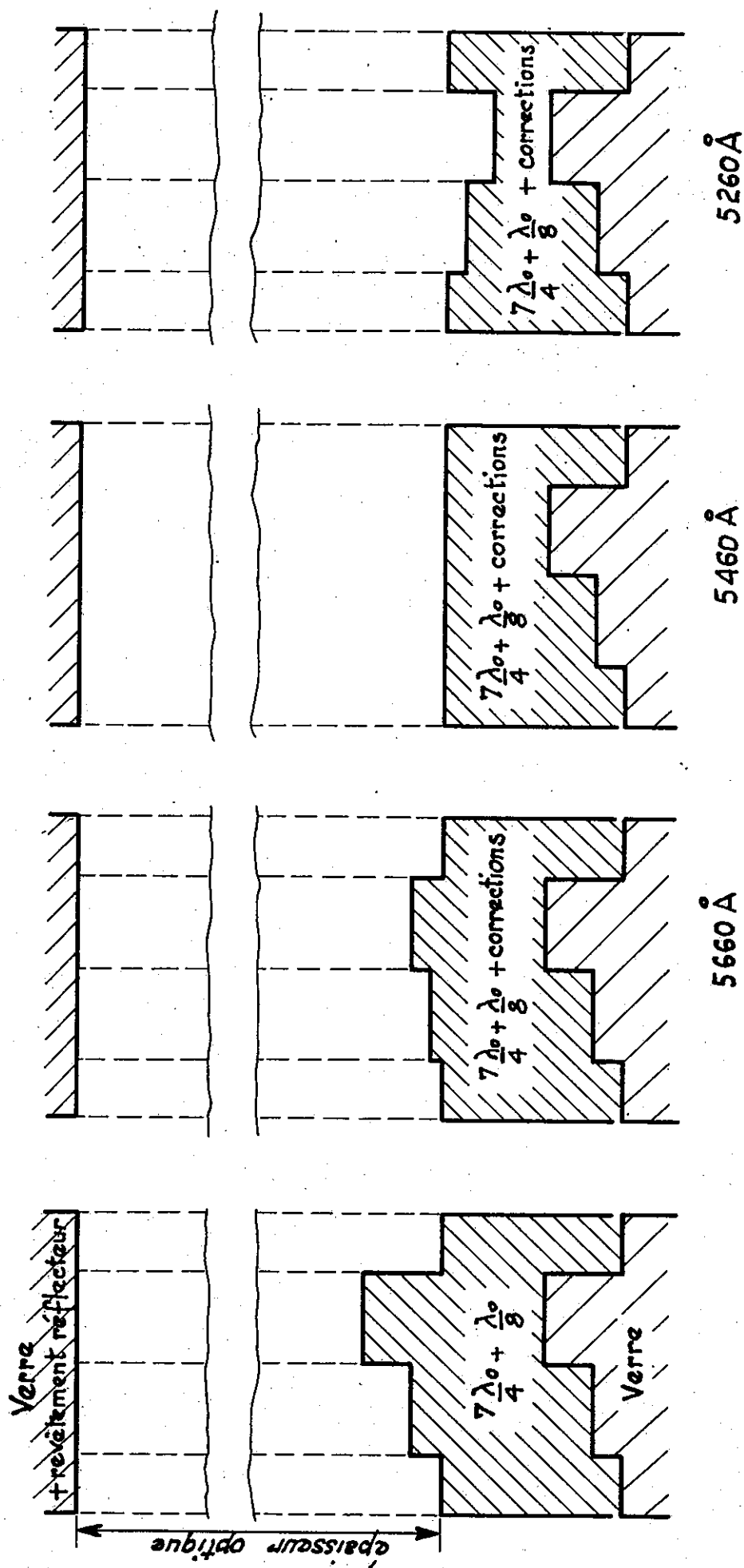
A titre d'exemple, on suppose une lame de Fabry Péroth représentée schématiquement sur





- VARIATION DE PLANEITÉ DES LAMES
EN FONCTION DE LA LONGUEUR D'ONDE -

Fig. 14



la figure 14, l'aspect géométrique de la lame se caractérise par deux bosses d'amplitude $\lambda_0/40$ et $\lambda_0/110$. Les calculs théoriques précédents ont montré, que pour rendre cette lame optiquement plane, il fallait rajouter sur les bosses de la lame des surépaisseurs $\lambda_0/20$ et $\lambda_0/40$ de sulfure de zinc ($\lambda_0 = 5460\text{Å}$). La correction est donc parfaite pour cette longueur d'onde. On a représenté, sur la même figure, l'état de surface obtenu pour $\lambda = 5660\text{Å}$, et $\lambda' = 5260\text{Å}$. On peut voir que la déformation obtenue est assez sensible; pour ces longueurs d'onde la lame présente des défauts d'amplitudes $\lambda/200$ et $\lambda/80$ environ. La déformation est plus importante pour les faibles longueurs d'onde.

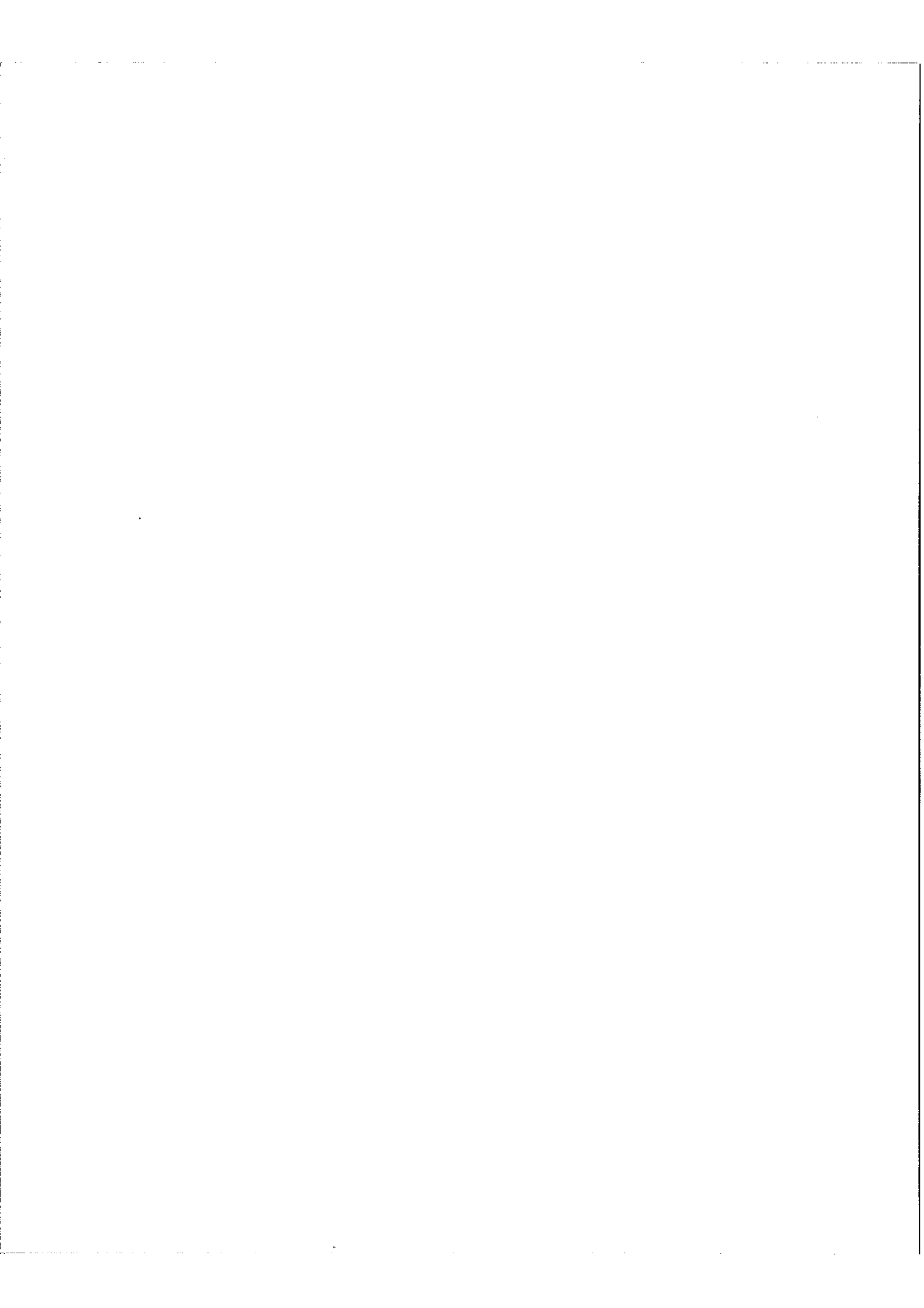
En outre, il ne faut pas oublier, que si on change de longueur d'onde, la perte de finesse réflectrice relative est, à priori, beaucoup plus importante pour un revêtement réflecteur, dont la dernière couche a une épaisseur de l'ordre de $\lambda/4 + \lambda/8$, que pour un revêtement supposé parfait. C'est à dire que le domaine d'utilisation possible, sans une trop grande perte de finesse réflectrice, doit se trouver réduit si, on le compare à celui acceptable pour un revêtement rigoureusement $\lambda/4$. Dans la suite de ce travail, nous traiterons ce problème. Disons simplement, pour l'instant, que si on désire utiliser l'interféromètre à une longueur d'onde λ différente de λ_0 , il y a lieu de calculer la finesse limite N_D , et la finesse réflectrice N_R , et de bien vérifier, que ces valeurs satisfont aux conditions requises pour le problème à traiter.

VIII - Conclusion

Le but de cette étude était de déterminer l'influence de surépaisseur d'une des couches du revêtement, sur l'épaisseur optique du Fabry Pérot. Il s'en dégage essentiellement, les résultats suivants:

a) Si on rajoute, sur la dernière couche du revêtement réflecteur, une surépaisseur optique inférieure à $\lambda/8$, on ne modifie pratiquement pas l'épaisseur optique du Fabry Pérot. Cette propriété est susceptible de faciliter l'emploi des couches protectrices, dont l'épaisseur optique n'a pas besoin d'être déterminée avec précision. Elle montre, en outre, que les couches de passage ~~de~~ air, ne doivent pas modifier sensiblement les propriétés des revêtements multidiélectriques classiques.

b) L'effet d'une correction sur une des premières couches du revêtement réflecteur était prévisible, l'influence sur les déphasages étant négligeable, une surépaisseur se traduit

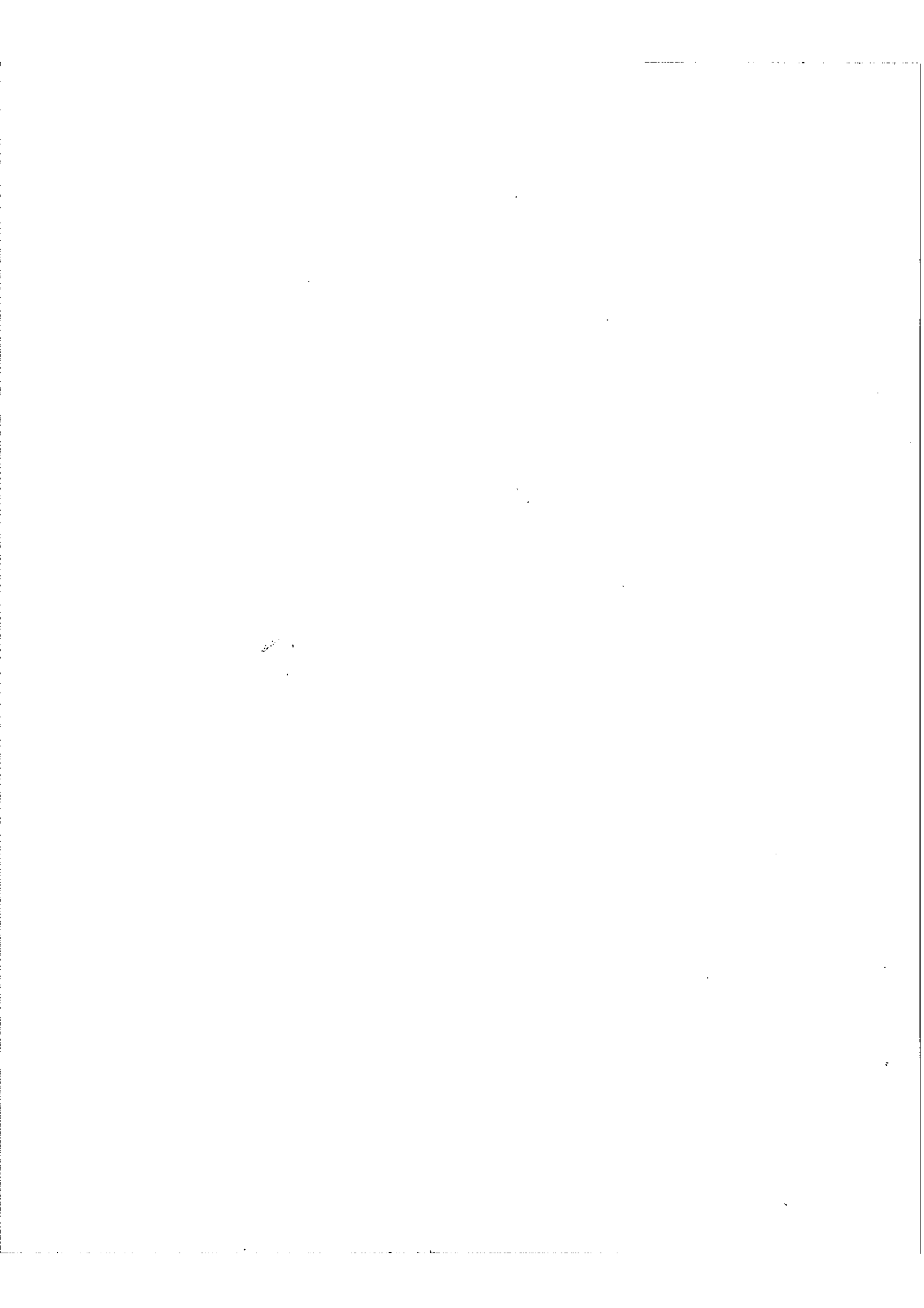


simplement par une variation d'épaisseur géométrique du Fabry Péro. Si on veut améliorer la planéité des lames, il suffira de combler les trous de la lame par des surépaisseurs appropriées.

c) Par contre, nous avons montré que, sur les dernières couches du revêtement réflecteur, et plus particulièrement sur la dernière couche, l'effet d'une surépaisseur peut se traduire par une augmentation de l'épaisseur optique du Fabry Péro, c'est à dire, que pour améliorer la planéité optique des lames, il faudra déposer des surépaisseurs sur les bosses de la lame.

d) Pour la longueur d'onde λ_0 , qui est celle pour laquelle a été construit le revêtement réflecteur, la correction entraîne une légère perte de finesse réflectrice, due au fait que l'empilement n'est pas constitué de 7 couches $\lambda/4$. Cette perte de finesse n'est pas très importante.

e) L'effet de la correction dépend de la longueur d'onde, l'étude a été faite dans une zone de longueur d'onde correspondant à une zone normale d'utilisation d'un revêtement réflecteur parfait. Cet effet n'est pas négligeable, et il faut en tenir compte, si on utilise λ , différent de λ_0 . Nous connaissons maintenant, l'épaisseur à déposer pour corriger un défaut d'amplitude connue; il faut maintenant être capable de mesurer avec précision, pendant l'évaporation, l'épaisseur des couches déposées. Dans le chapitre suivant nous exposerons les résultats obtenus dans ce sens.



Quatrième partie

Méthode de contrôle des épaisseurs déposées pendant l'évaporation

I - Introduction

La méthode d'amélioration de planéité des lames d'un interféromètre Fabry Péro, suppose que l'on soit capable de mesurer, avec une bonne précision, les surépaisseurs déposées pendant l'évaporation. Celles-ci sont de l'ordre de λ_{200} à $\lambda/8$. Après plusieurs essais infructueux, nous nous sommes ralliés à l'emploi du maximètre; appareil existant au laboratoire, et utilisé couramment, pour la fabrication de couches multidiélectriques d'épaisseur

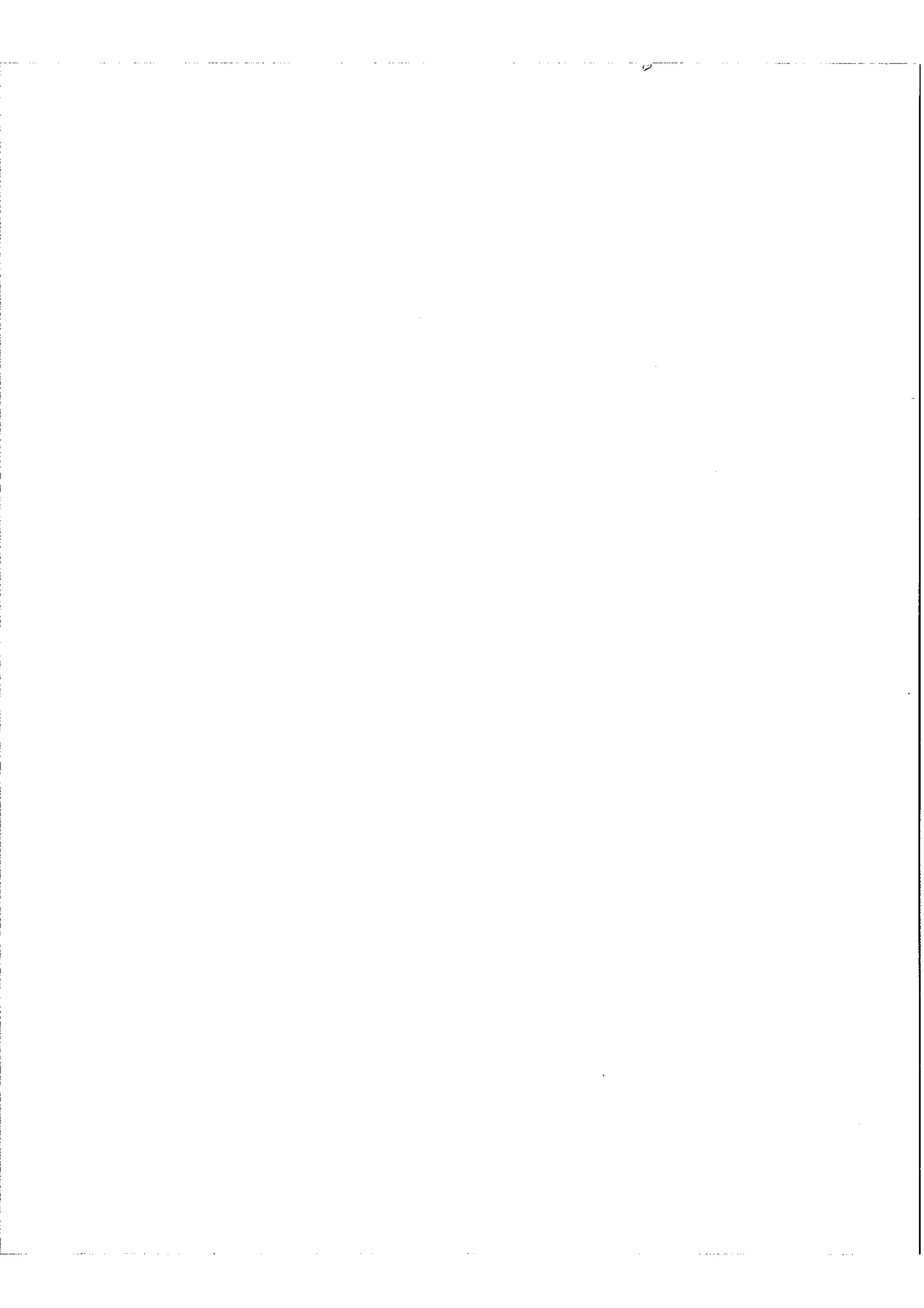
$9 \lambda/4$ (λ étant une longueur d'onde, du spectre visible car le domaine d'utilisation du maximètre se trouve limité pour des raisons d'ordre technologiques). Notre étude a pour but d'adapter le maximètre au contrôle de couches d'épaisseur quelconque. Au préalable, nous rappellerons brièvement le principe du maximètre [3] [13], en insistant particulièrement sur les connaissances fondamentales utiles à notre exposé; et nous présenterons deux méthodes différentes d'utilisation, pour parvenir au but que nous nous sommes fixé.

La première suppose, implicitement, le contrôle sur un verre témoin, la seconde, au contraire, permet le contrôle sur la lame que l'on doit traiter. Cette dernière méthode nous a conduit à l'étude théorique de la variation du pouvoir réflecteur, en fonction de la longueur d'onde. Nous étudierons plus particulièrement, le cas qui nous intéresse ici; à savoir, un empilement de couches $7 \lambda/4$ sur lequel on rajoute une épaisseur uniforme $\lambda/8$; puis des couches correctrices d'épaisseur très faibles. Nous présenterons les méthodes de calcul, les résultats théoriques obtenus, et nous dégagerons ensuite, le principe de la méthode de contrôle. Nous comparerons enfin, les avantages respectifs des deux méthodes.

II - Rappel du principe du maximètre

Après les travaux de Dufour [14] sur les revêtements réflecteurs multidiélectriques, Giacomo a mis au point, un appareil permettant le contrôle rigoureux de couches $\lambda/4$ déposées au cours de l'évaporation.

Au lieu de mesurer la variation $y = f(\lambda)$ du facteur de transmission, ou de réflexion d'une lame transparente, comme le fait Dufour, le maximètre permet d'observer directement des grandeurs proportionnelles aux dérivées $\frac{dy}{d\lambda}$ et $\frac{d^2y}{d\lambda^2}$.



Ces dérivées varient rapidement et changent de signe au voisinage des points intéressants; c'est à dire les extremum et points d'inflexion de la variation de la reflexion avec λ .

La lame transparente, dont on veut étudier la transmission est éclairée par une étroite bande spectrale, de longueur d'onde λ_0 . La longueur d'onde utilisée est "modulée" suivant la loi $\lambda = \lambda_0 + a \cos 2\pi N t$ à une fréquence $N = 100$ périodes/secondes

Le flux transmis est recueilli par une cellule photélectrique, dont le courant amplifié varie selon la loi: $i = A y (\lambda_0 + a \cos 2\pi N t)$.

Le coefficient A, fonction d'appareil, peut présenter lui-même une sélectivité ^{en fonction de λ} due principalement: à la source lumineuse et au récepteur photoélectrique employé. L'amplitude de modulation a étant petite, on peut développer suivant les puissances de a. On trouve une composante continue, ~~mais~~ une composante de fréquence N. Cette composante s'écrit:

$$i_1 = a \cos 2\pi N t \left[\frac{d(A y)}{d\lambda} \right]_0$$

dont l'amplitude est $I_1 = C a \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{d\lambda} + \frac{1}{A} \frac{dA}{d\lambda} \right)$.

C étant une constante, qu'il est inutile d'explicitier ici.

Lorsque I_1 s'annule, on a non pas $\frac{dy}{d\lambda} = 0$, mais $\frac{1}{y} \frac{dy}{d\lambda} = -\frac{1}{A} \frac{dA}{d\lambda}$.

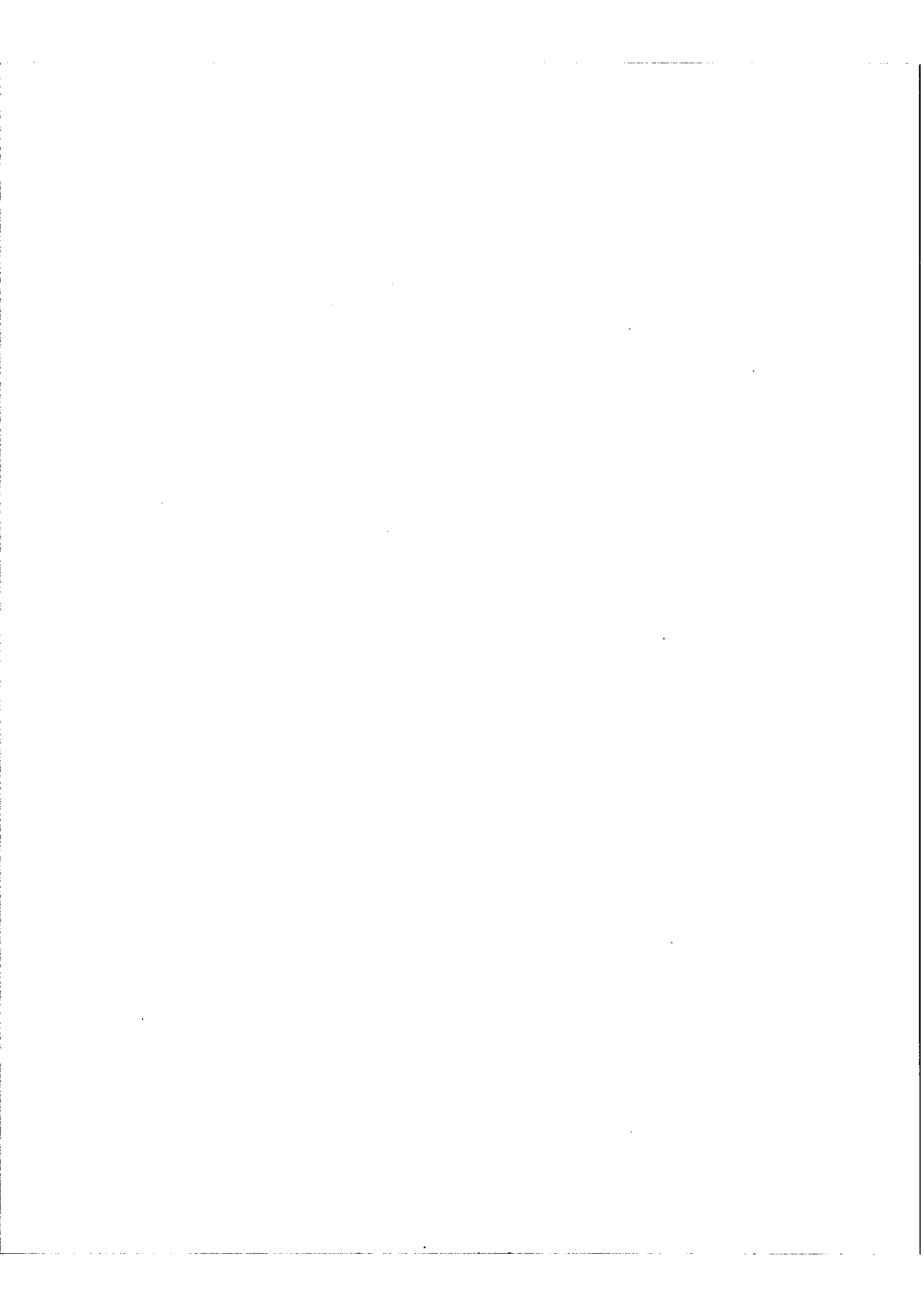
Pour repérer avec précision les zéros de $\frac{dy}{d\lambda}$ il faut rendre nulle la fonction $\frac{dA}{d\lambda}$.

Giacomo a utilisé un procédé qui permet d'annuler $\frac{dA}{d\lambda}$, pour une longueur d'onde donnée; on dispose sur un spectre intermédiaire du montage optique, un cache en forme de couteau orientable par rapport à la direction du spectre. Le réglage de l'orientation peut se faire très simplement, en observant le courant i_1 pour la longueur d'onde choisie, en l'absence de l'objet à étudier. Signalons, enfin, que si on veut étudier la transmission d'un empilement quelconque, la méthode de correction locale permet de déterminer par approximations successives, la longueur d'onde pour laquelle $y(\lambda)$ est maximum. On trouvera tous les détails relatifs à la méthode d'itération dans un article [13], déjà cité.

Le maximètre permet de contrôler, pendant l'évaporation, des empilements de couches; chacune de ces couches ayant l'épaisseur optique λ_0/p . Nous allons montrer qu'il est possible d'utiliser cet appareil, pour la mesure d'épaisseurs optiques λ_0/p ; p étant une valeur quelconque, comprise entre 4 et 300 ou 400.

III- Méthode de contrôle sur verre témoin

A) Principe



Le principe de contrôle est simple. On place, dans la cloche de l'évaporateur, un verre témoin A, qui servira pour le contrôle de l'évaporation, et, on place le plus près possible à la même hauteur, le verre B, sur lequel on désire déposer une couche d'épaisseur optique λ_0/p . Un cache, placé contre le verre B, permet de le masquer à volonté pendant une partie de l'évaporation.

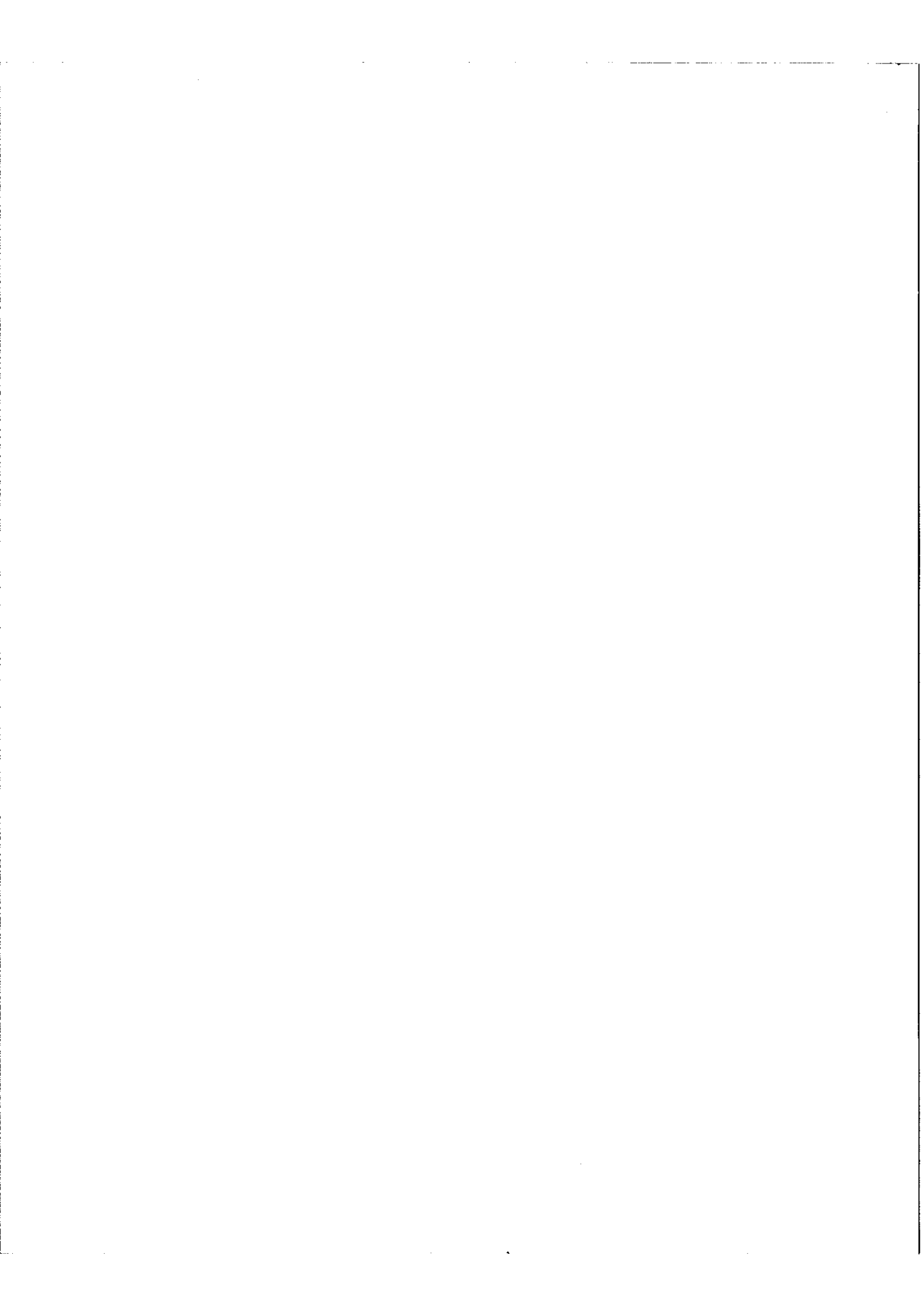
Un cache, au voisinage du creuset, permet l'arrêt de l'évaporation. On règle le maximètre sur une longueur d'onde λ , choisie arbitrairement. On règle ensuite le couteau pour annuler $\left(\frac{dA}{d\lambda}\right)_\lambda$ pour cette longueur d'onde. On évapore ensuite $q \lambda/4$ sur le verre à traiter, (q étant un nombre entier pair) en masquant soigneusement le verre B.

Ensuite, on change la longueur d'onde du maximètre, soit $\lambda' \gtrsim \lambda$, on règle le couteau pour cette nouvelle longueur d'onde, (nous expliquerons, plus tard, comment on peut faire ce réglage), et on évapore sur le verre témoin A et sur la lame à traiter, jusqu'à obtenir l'annulation de la dérivée $\left(\frac{dy}{d\lambda}\right)_{\lambda'}$. On a déposé, en tout, sur le verre témoin, une épaisseur $q \lambda'/4$; donc on a déposé sur le verre à traiter une épaisseur optique:

$$ne = q \left(\frac{\lambda' - \lambda}{4} \right)$$

Il faut, évidemment, choisir λ' voisin de λ , pour que le premier extremum de la fonction $y = f(\lambda')$, corresponde, effectivement, à une épaisseur égale à $q \cdot \lambda'/4$.

Pour obtenir une épaisseur (ne) donnée, il suffit donc de choisir, arbitrairement, les paramètres q , λ et λ' . Il est bien évident, que l'on prendra pour λ et λ' des valeurs, qui sont situées dans la zone de plus grande sensibilité du maximètre. On peut, en outre, choisir pour q une valeur, qui corresponde aussi à un maximum de sensibilité du maximètre, sans oublier toutefois, que pour une épaisseur (ne) donnée, si on choisit q trop grand, l'intervalle $\lambda' - \lambda$ diminue, il faut alors s'assurer que la dispersion du réseau est suffisante, pour que l'erreur commise ne soit pas trop grande. On sait que la sensibilité du maximètre augmente, lorsque le nombre de couches déposées augmente. Pour les épaisseurs, que nous avons à déposer, à savoir une couche $\lambda/8$, puis un empilement de couches d'environ $\lambda/200$ chacune, nous avons obtenu expérimentalement les résultats résultats pour une valeur de $q = 8$. Quant au choix de la longueur d'onde λ , nous dirons simplement, que la zone de sensibilité du maximètre est très grande; elle dépend, essentiellement, du récepteur photo-électrique, et de la source (une lampe à spectre "blanc"); aussi le choix ne présente pas de grandes difficultés.



Remarque

Cette méthode suppose implicitement, que l'indice du corps évaporé ne dépend pas de la longueur d'onde. On pourrait d'ailleurs, en connaissant la dispersion de l'indice, en fonction de la longueur d'onde pour le corps considéré, effectuer, au préalable, une correction par le calcul. Néanmoins, dans la faible zone de longueurs d'onde utilisées, zone située dans le visible, la dispersion de l'indice avec la longueur d'onde, est pratiquement négligeable pour les diélectriques utilisés, les bandes d'absorption étant situées loin dans l'ultraviolet. [15] [16].

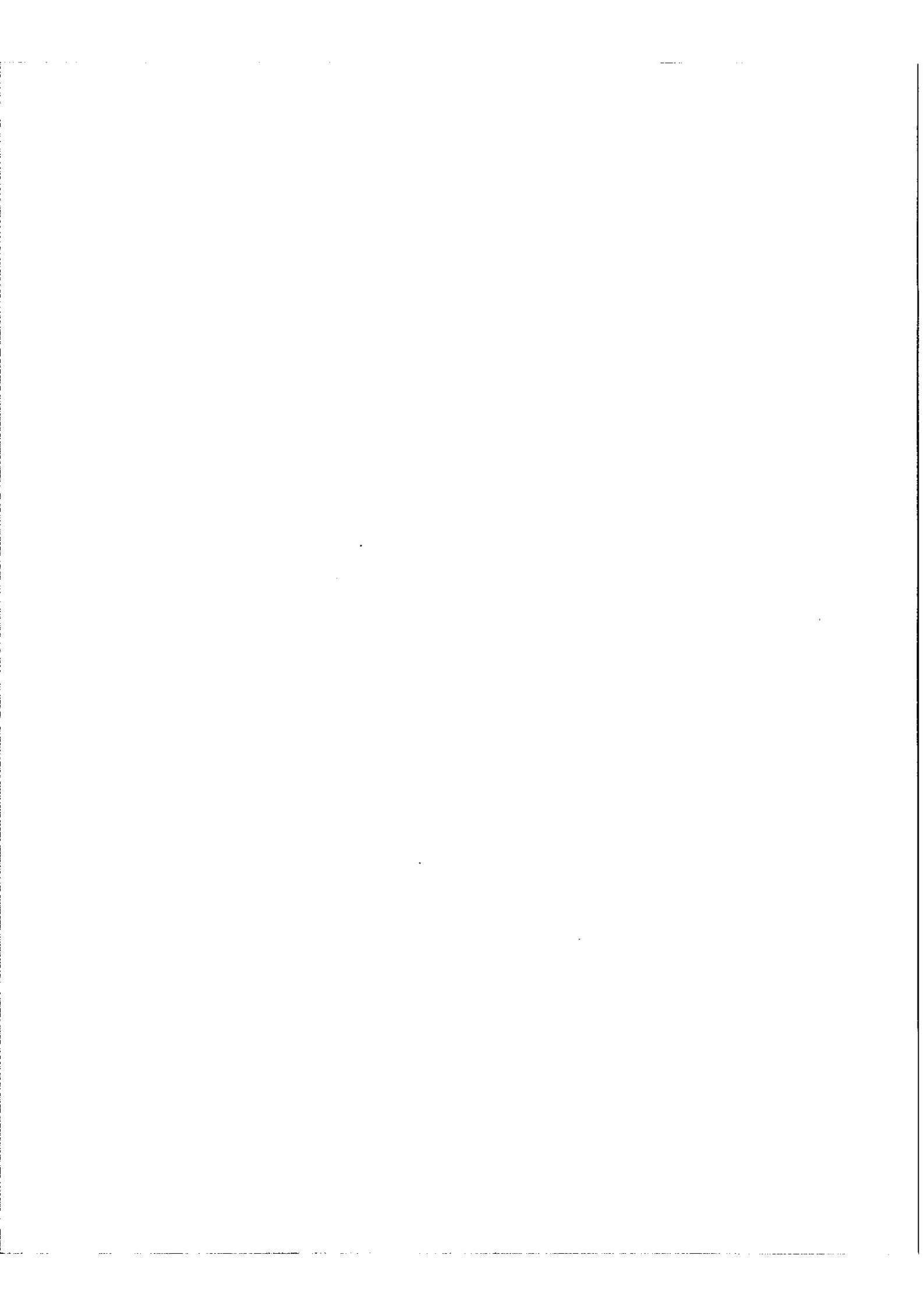
B) Réglage du couteau

Avant d'effectuer un dépôt sur le verre témoin, on règle le couteau de telle façon, que $\left(\frac{dA}{d\lambda}\right)_{\lambda} = 0$. Nous avons dit qu'il fallait être capable d'annuler la fonction $\frac{dA}{d\lambda}$, pour la longueur d'onde λ' . La variation de $A(\lambda)$ n'est pas négligeable, et, cet effet est important même si λ et λ' ont des valeurs peu différentes. Ce réglage ne peut pas se faire pour la longueur d'onde λ' à travers le verre témoin, qui a reçu une couche d'épaisseur $q \lambda / \mu$. On peut résoudre ce problème, expérimentalement, de plusieurs manières:

1) On interpose quelque part sur le trajet lumineux un filtre, dont la transmission soit au moins dans un domaine limité $B(\lambda) = \frac{1}{A(\lambda)}$.

Nous avons effectué des expériences systématiques dans ce sens. Etant donné la convexité de la fonction d'appareil, on pourrait dire, à priori, que le dépôt devait être constitué d'une couche (de SZn par exemple), d'épaisseur $k \lambda_0 / \mu$; k , étant un nombre impair.

La source est une lampe blanche (6 volts) à filament, le récepteur un photomultiplicateur E.M.H. Nous avons choisi une longueur d'onde $\lambda = 4765 \text{ \AA}$, qui correspond, approximativement, au maximum de sensibilité. On remarque que l'importance de la fonction d'appareil est considérable dès que l'on modifie la longueur d'onde. Mais pour une épaisseur $7 \lambda / \mu$ du filtre, nous avons constaté que la fonction d'appareil est correctement compensée dans une zone allant de 4570 \AA à 4970 \AA , soit un intervalle de 400 \AA . L'emploi de ce filtre permet donc d'utiliser le maximètre dans une zone étendue, sans avoir à régler le couteau lorsqu'on modifie la longueur d'onde. On pourra donc effectuer le contrôle de la manière suivante: sur un verre témoin, on dépose $\frac{8\lambda}{4}$; λ étant égal à 4570 \AA ; on passe sur la longueur d'onde λ' , et on découvre la lame à traiter. On peut avoir au maximum un dépôt de



l'ordre : $n e = \frac{8}{4} (\lambda - \lambda') = 800 \text{ \AA}$, ce qui est largement suffisant pour notre problème.

Si on veut déposer une épaisseur supérieure, la méthode est simple: on dépose sur un verre témoin $8 \lambda_{/4}$, à 4970 \AA , et, on passe à une longueur d'onde λ' inférieure à 4970 \AA on évapore alors sur le verre à traiter B, et sur le verre témoin A. Le premier zéro obtenu, en effectuant le contrôle à travers le verre A, correspond à un dépôt de $9 \lambda'_{/4}$. (et non plus de $8 \lambda'_{/4}$). Le dépôt sur le verre B est donc : $n e = 9 \lambda'_{/4} - 8 \lambda_{/4}$.

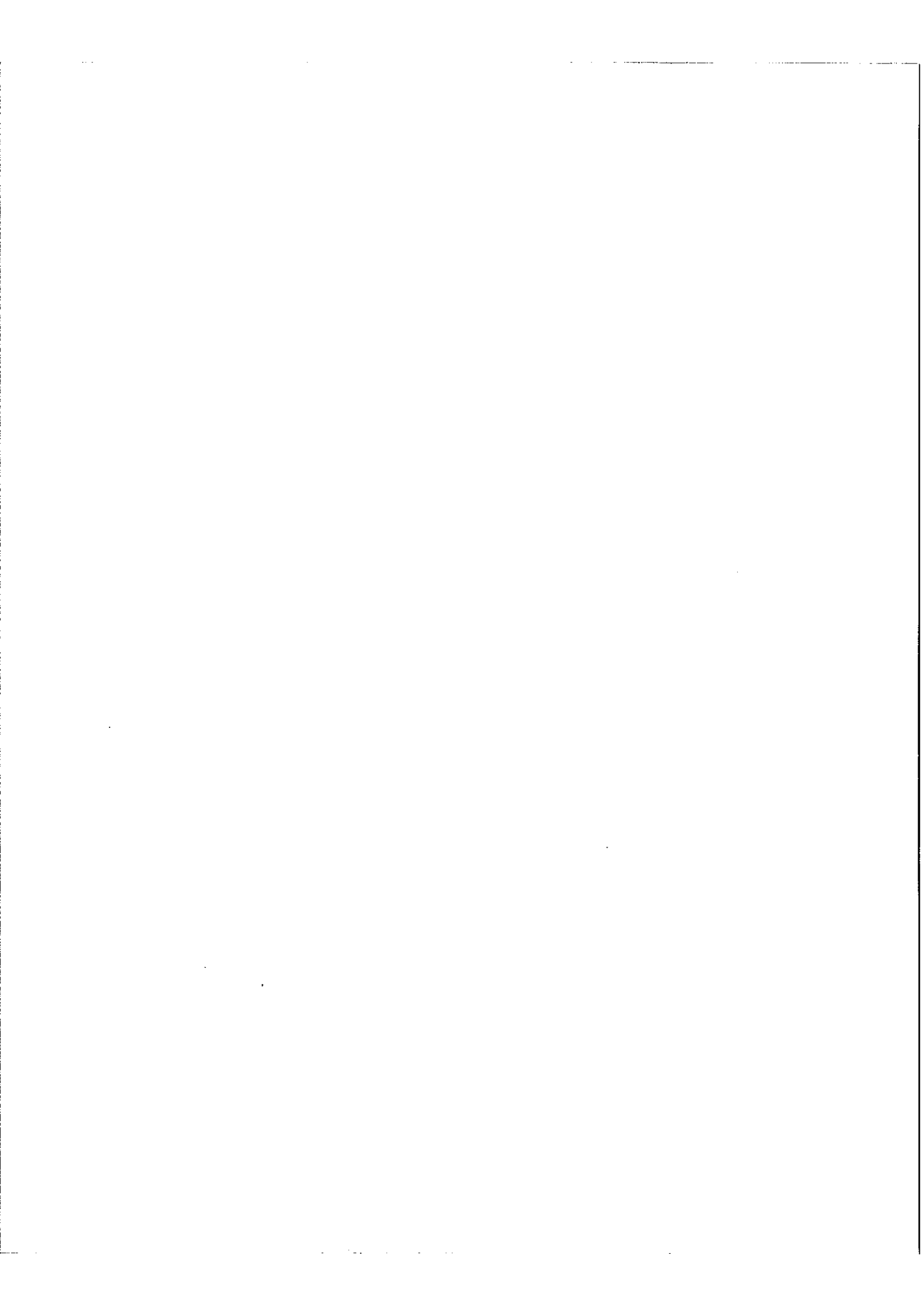
Si λ et λ' , sont très voisins, le dépôt obtenu est légèrement inférieur à $\lambda_{/4}$.

Si on veut déposer une épaisseur plus importante ($n e$), on se ramène au cas du dépôt d'une ou plusieurs couches $\frac{\lambda e}{4}$. Le choix de la longueur d'onde λe , étant tel que : $n e = p \lambda e_{/4}$; p pouvant prendre une valeur entière quelconque. C'est à dire, que quelle que soit l'épaisseur à déposer, on peut toujours choisir des valeurs λ et λ' situées dans le domaine de longueur d'onde, où la transmission du filtre B(λ) est égale à l'inverse de la fonction d'appareil. Le filtre, ainsi fabriqué, doit être conservé soigneusement, et reste utilisable pour un très grand nombre d'expériences. Cette méthode, très simple, ne nécessite aucun montage mécanique compliqué; malheureusement la fonction A(λ) dépend d'un grand nombre de paramètres difficilement contrôlables. Par exemple, l'état de propreté des miroirs, placés à l'intérieur de la cloche de l'évaporateur, modifie la fonction d'appareil. Au bout de plusieurs jours, la correction du filtre devient de moins en moins bonne, et, il faut recommencer les expériences pour obtenir un filtre centré sur une longueur d'onde, légèrement différente, pour compenser la fonction d'appareil.

Il existe d'autres méthodes possibles, pour annuler la dérivée de la fonction d'appareil pour chaque longueur d'onde.

2) On pourrait effectuer avant l'évaporation, un étalonnage préalable de la position du couteau, en fonction de λ . Mais la précision exigée pour la position du couteau est beaucoup trop importante, et les difficultés mécaniques, que présenterait cette méthode, sont considérables. Un asservissement du couteau présente les mêmes difficultés.

3) Une méthode simple consiste à installer dans la cloche de l'évaporateur, un système mécanique permettant de changer le verre témoin de position, et de le remplacer par un verre



de même qualité optique, mais qui n'a reçu aucun dépôt. Le système est commandé de l'extérieur par un passage Wilson, et le changement de verre témoin peut se faire sans ouvrir la cloche de l'évaporateur.

Le système de changement de verre témoin doit être assez soigné, pour permettre un échange correct et reproductible des verres. En outre, le verre nu qui sert au réglage du couteau, pour chaque longueur d'onde, doit être identique au verre témoin, et, il doit être soigneusement protégé par un cache, lors de l'évaporation.

Cette méthode donne de très bons résultats; on vérifie avant de faire le vide dans la cloche de l'évaporateur, que les verres ont bien une transmission identique; ce qui exige un nettoyage très soigné des deux lames.

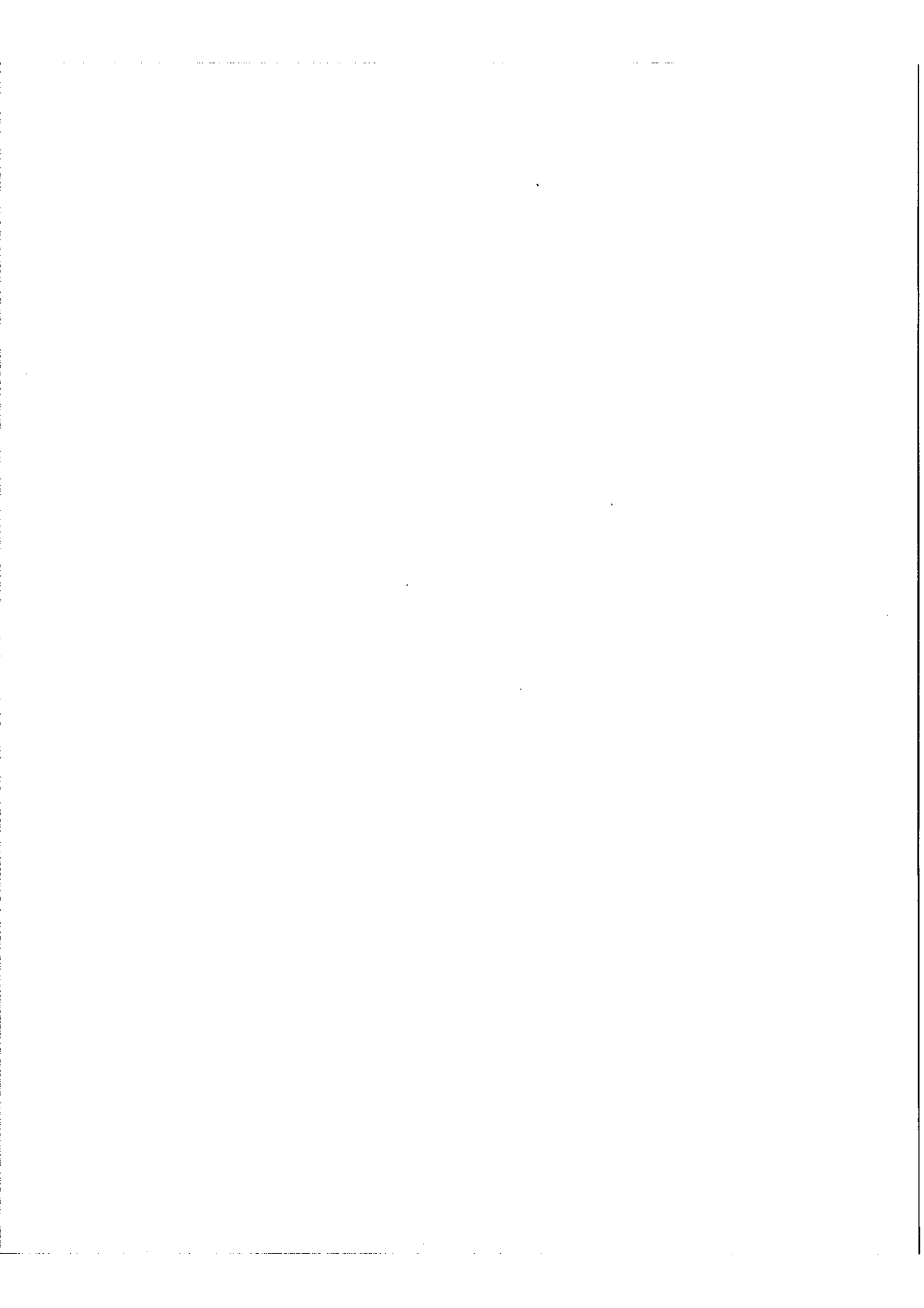
C Résultats expérimentaux

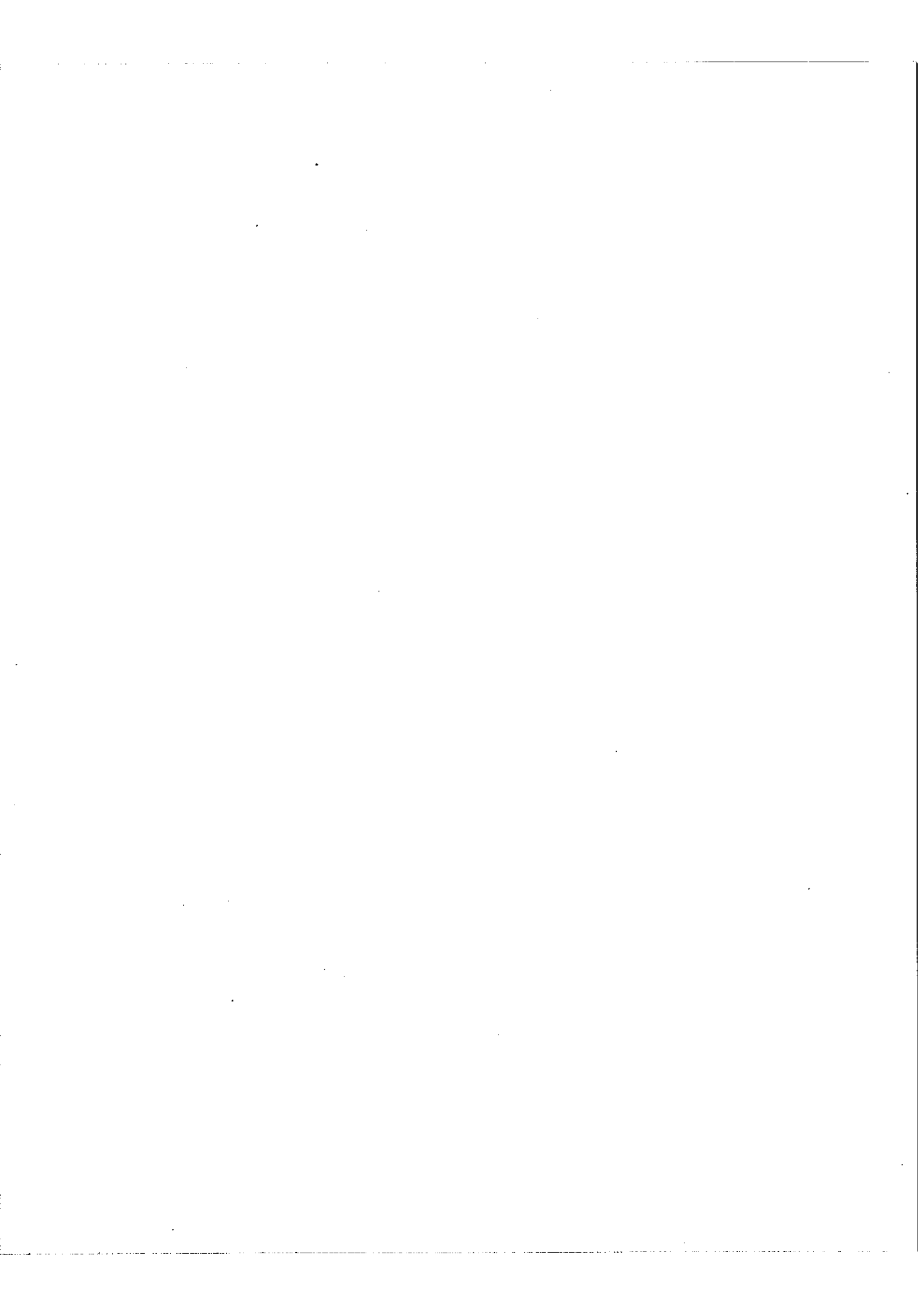
La lame de Fabry Pérot est placée, à côté du verre témoin, dans la cloche de l'évaporateur. On effectue un dépôt d'épaisseur donnée sur une partie de la lame de Fabry Pérot. On détermine l'épaisseur du dépôt en faisant la différence entre les cartes obtenues, avant et après évaporation. On détermine, en réalité, la variation d'épaisseur optique du Fabry Pérot, et on peut comparer à la variation d'épaisseur optique, que l'on aurait théoriquement due à obtenir, si l'épaisseur était celle prévue. Les vérifications expérimentales se heurtent donc aux difficultés suivantes:

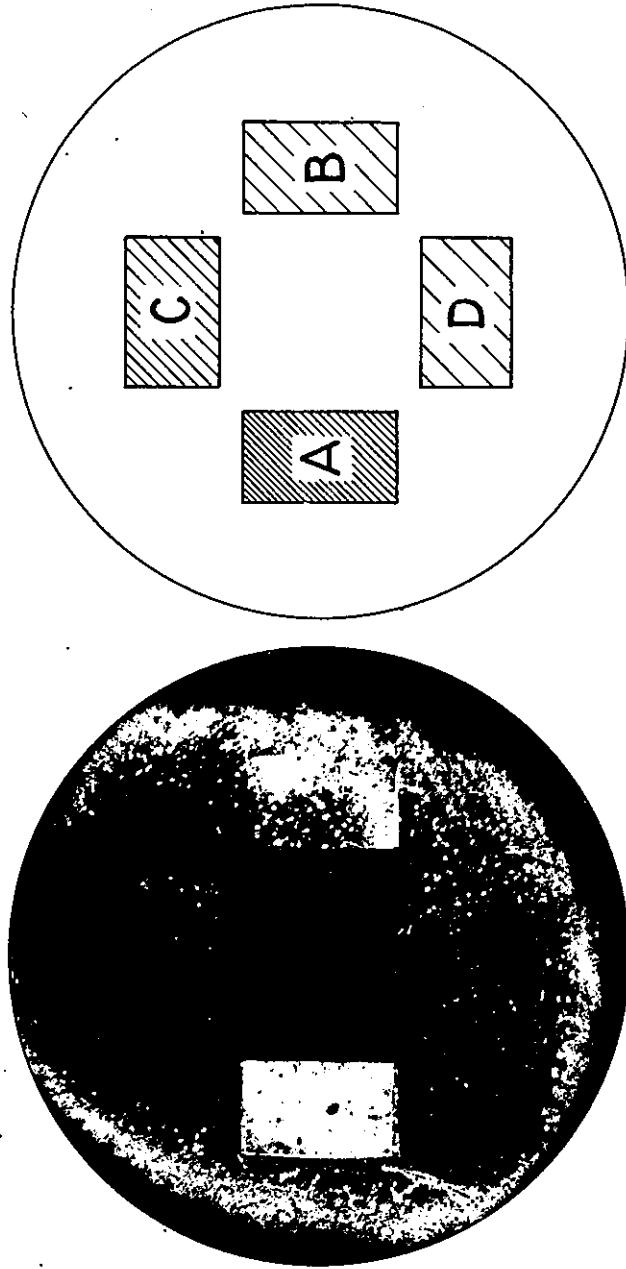
- 1) Il faut être capable de mesurer la variation d'épaisseur optique avec une très grande précision.
- 2) La comparaison avec le résultat théorique, suppose le parfait accord de la théorie avec l'expérience quant à la variation de l'épaisseur optique, en fonction de l'épaisseur rajoutée.

L'existence de couches de passage [17], de couches du revêtement réflecteur, légèrement différentes de $\lambda/4$, d'une couche $\lambda/8$, qui peut n'être ni uniforme, ni rigoureusement égale à $\lambda/8$, modifient l'influence de la surépaisseur.

- 3) Le contrôle de l'épaisseur ^{est} effectuée sur le verre témoin et non sur le verre à traiter, c'est à dire, sur la lame de Fabry Pérot recouverte de son revêtement réflecteur et de la couche $\lambda/8$. Rien ne permet d'affirmer, que les épaisseurs déposées sur le verre témoin et la lame, sont identiques. On peut déterminer, en fabriquant des filtres interférentiels,







.Frange d'égale épaisseur .

.Position des dépôts .

Fig. 15

dont on mesure les positions des bandes passantes, qu'il existe, entre les épaisseurs, une relation : $e = k e'$ $k \neq 1$.

Mais, la valeur de k dépend d'un tel nombre de paramètres, qu'il est impossible d'affirmer, surtout si e et e' sont très petits (inférieurs à $\lambda/20$ par exemple), que cette valeur soit reproductible d'une expérience à l'autre. Citons quelques uns de ces principaux paramètres pouvant intervenir: α) état de surface des lames. Les conditions de formation des couches dépendent essentiellement des supports, et de leur propreté. Le dégazage dû, aux impuretés, empêchent la formation des couches.

β) L'indicatrice d'émission du creuset.

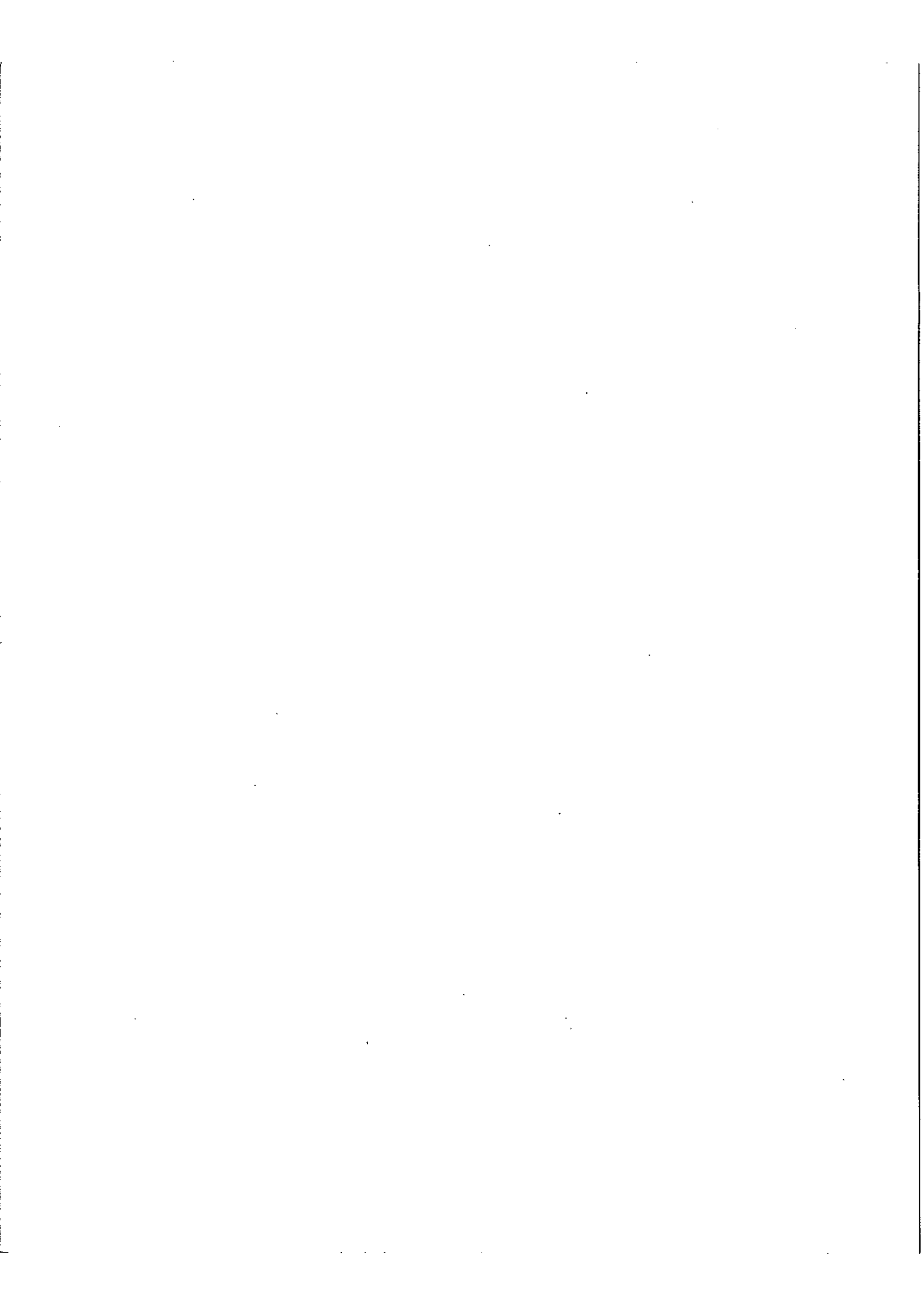
L'indicatrice du creuset dépend de la température à laquelle s'effectue l'évaporation, du remplissage, de l'état du creuset, de la pureté chimique ^{à évaporer, de la pression} du corps résiduelle. Ces conditions sont difficilement reproductibles, et modifient la valeur du rapport k des épaisseurs.

γ) Au voisinage de la lame à traiter, on place des caches qui limitent la surface de la lame; ceux-ci doivent être placés, le plus près possible, de la lame, afin de limiter l'effet de bord. Il est certain que l'état de propreté des caches, joue un rôle fondamental sur la qualité de la couche déposée, et aussi, sur son épaisseur. Le moindre dégazage des caches limite et empêche même, la formation de couches d'épaisseur très faibles. Aussi, doit-on prendre toutes les précautions possibles, en particulier, en travaillant dans un excellent vide, et après un dégazage prolongé des caches, nous avons obtenu des résultats assez encourageants.

Il est certain, que la sensibilité du maximètre, dans les conditions d'utilisation indiquées ci-dessus, permet de contrôler des épaisseurs de couches de l'ordre de $\lambda/400$; mais, étant donné, toutes les difficultés expérimentales rencontrées, il est difficile de vérifier la précision de cette mesure.

Pour donner une idée des résultats actuellement obtenus, nous allons décrire une expérience réalisée dans le cadre de cette étude.

Sur une lame de Fabry Pérot on a déposé un revêtement réflecteur $7 \lambda/4$ ($\lambda_0 = 5460 \text{ \AA}$), puis une couche uniforme $\lambda/8$. Enfin, à l'aide d'un système de caches, nous avons déposé sur certaines parties de la lame, des couches d'épaisseur e_1, e_2, e_3, e_4 . Les endroits de la lame, où ces couches ont été déposées, sont représentés sur la figure 15.



Les dépôts effectués sur les diverses régions sont:

Région A : 4 couches d'épaisseur e_1, e_2, e_3, e_4 , au total $\lambda_0/20$

Région C : 3 couches d'épaisseur e_1, e_2, e_3 , au total $\lambda_0/29$

Région B : 2 couches d'épaisseur e_1 et e_2 , au total $\lambda_0/43$

Région D : 1 couche d'épaisseur $e_1 = \lambda_0/230$

La photographie à côté du graphique, montre le résultat obtenu. L'interféromètre de Fabry Pérot est réglé au parallélisme; et, il est éclairé avec la longueur d'onde λ_0 . On peut voir une frange d'égale épaisseur; celle ci ne couvre pas toute la surface de l'interféromètre, car les lames ne sont pas parfaitement planes; mais, la frange permet de montrer l'influence des dépôts effectués.

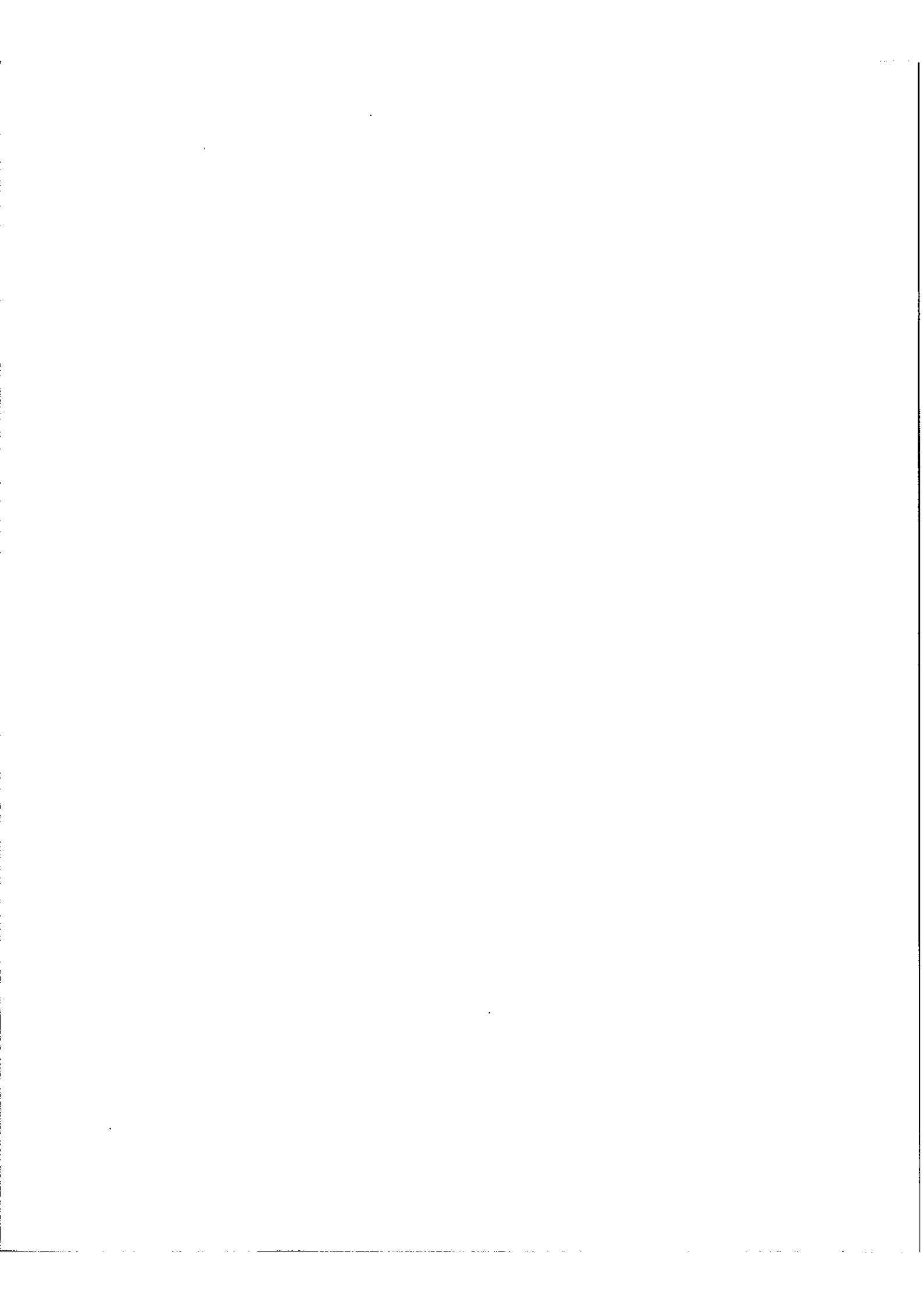
Sur le tableau suivant, figurent: les épaisseurs déposées; les variations d'épaisseur optique équivalentes obtenues par les calculs théoriques, et les résultats expérimentaux, lorsqu'on mesure la variation d'épaisseur optique ΔE .

Région	Epaisseur optique déposée	Valeur théorique de ΔE	Valeur mesurée de ΔE
A	$\lambda_0/20$	$\lambda/39$	$\approx \lambda/30$
B	$\lambda_0/29$	$\lambda/68$	$\lambda/90$
C	$\lambda_0/43$	$\lambda/109$	$\lambda/100$
D	$\lambda_0/230$	$\lambda/900$	$\lambda/230$

Etant donné les difficultés de mesurer ΔE , avec précision, on peut considérer ces résultats comme satisfaisants. Il ne faut pas oublier, en outre, que les dépôts effectués aux points ABCD sont des dépôts constitués de deux ou plusieurs couches; et, que ces empilements risquent de présenter, plus d'inhomogénéités, qu'une couche unique [17].

Le désaccord obtenu pour la plage D peut s'expliquer par le fait que la dernière couche du revêtement, sur laquelle on a déposé cette surépaisseur, n'a pas une épaisseur optique rigoureusement égale à $(\lambda/4 + \lambda/3)$.

Néanmoins, il paraît vraisemblable, que l'on peut améliorer la qualité de contrôle, et diminuer les risques d'erreurs aléatoires, en contrôlant l'épaisseur à déposer sur la lame à traiter, et non sur un verre témoin.



Nous allons étudier la possibilité d'effectuer le contrôle par ce procédé.

IV - Méthode de contrôle à travers le revêtement réflecteur

A Principe

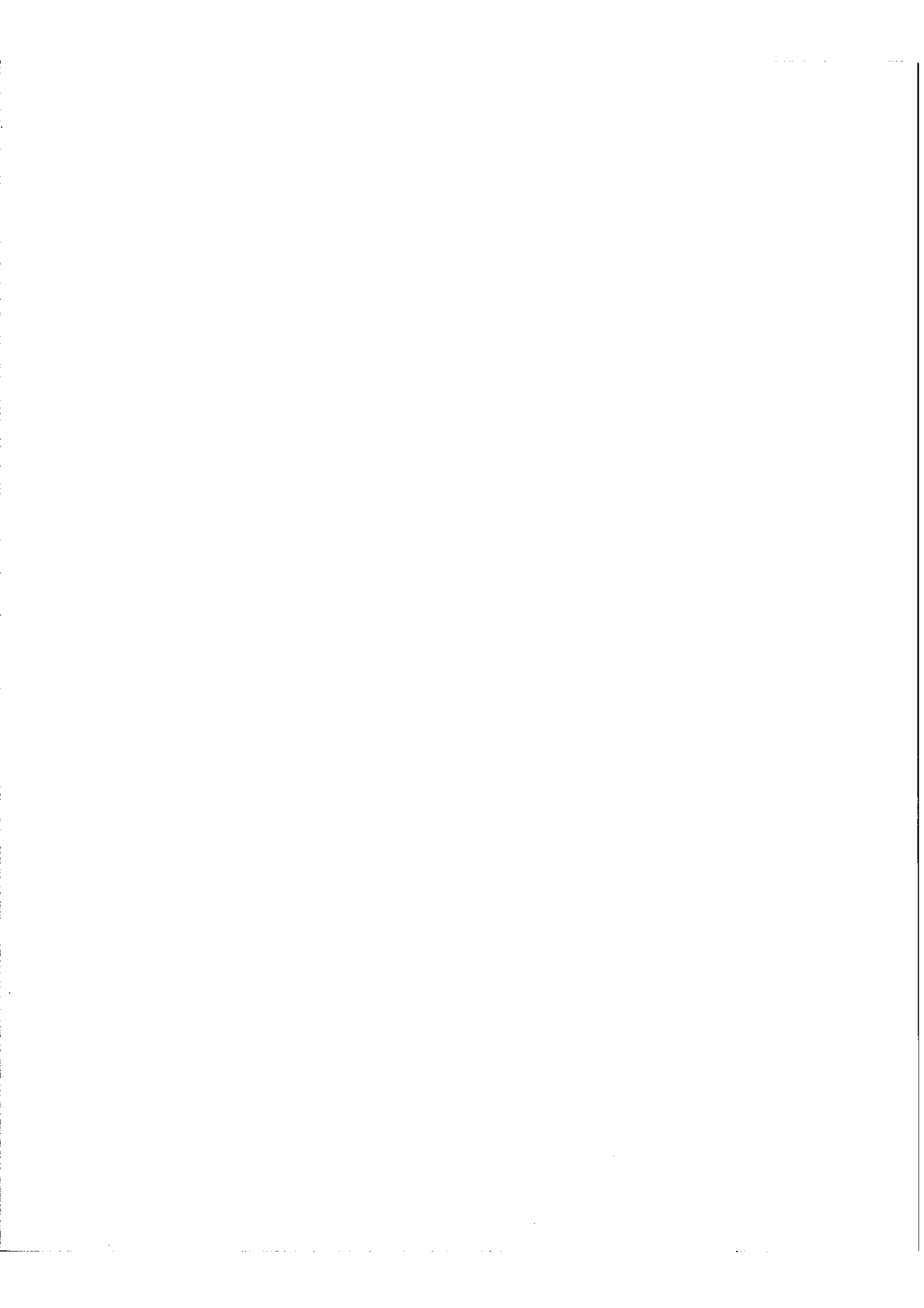
Dans le cas qui nous intéresse ici, il s'agit de déposer sur un revêtement réflecteur, $7 \frac{\lambda_0}{4}$, une épaisseur uniforme $\lambda_0/8$, sur toute la surface du Fabry Pérot; puis un empilement de couches d'épaisseur très faibles; l'épaisseur totale de ces couches étant de l'ordre de λ_{40} à λ_{20} .

On sait maintenant annuler $\frac{dA}{d\lambda}$, quelle que soit la longueur d'onde choisie. Le maximètre permet donc, de déterminer la longueur d'onde, pour laquelle un empilement de couches présente un $\frac{dR}{d\lambda} = 0$ (ou $\frac{dR}{d\sigma} = 0$) (R étant le pouvoir réflecteur pour l'intensité).

Réciproquement, on pourra déterminer une surépaisseur de la dernière couche de l'empilement, si on connaît la relation, entre la longueur d'onde pour laquelle $\left(\frac{dR}{d\sigma}\right)_\lambda = 0$, et, la surépaisseur: soit ne $\neq f(\lambda)$. On procédera ainsi: on réalise un empilement 7 couches $\lambda_0/4$ haut indice, bas indice alternées, pour déposer une épaisseur (ne), on règle le maximètre sur la longueur d'onde λ correspondante; on annule $\frac{dA}{d\lambda}$, à l'aide du couteau, et on évapore jusqu'à l'obtention de $\left(\frac{dR}{d\sigma}\right)_\lambda = 0$.

Le principe est donc le même que celui utilisé pour le contrôle à travers le verre témoin; mais, dans ce cas, le problème était beaucoup plus simple, car on avait sur le verre un empilement constitué d'une seule couche, d'épaisseur variable, le problème était immédiatement résolu; une couche unique donnant un extrémum de transmission (ou de réflexion), pour un nombre entier de fois, une épaisseur optique: $\lambda/4$ (λ étant la longueur d'onde utilisée). Maintenant, nous avons affaire à un empilement de 7 couches, haut indice, bas indice alternées, d'épaisseur optique $\lambda_0/4$. Si on change de longueur d'onde, on a un empilement de couches qui n'est plus simple, car les couches ont une épaisseur différente de $\lambda/4$, mais, on peut augmenter l'épaisseur de la dernière couche, jusqu'à ce que l'on obtienne $\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)_\lambda = 0$.

On sait, que pour une surépaisseur donnée de la dernière couche, les déterminations théoriques du maximum de R, en fonction de la longueur d'onde, sera très difficile, car, la valeur de R varie très lentement, dans une zone importante de la longueur d'onde, (zone, qui correspond physiquement à la zone d'utilisation du revêtement). Il faudra donc calculer, non seulement R, mais $\left(\frac{dR}{d\lambda}\right)$. Etant donné cette difficulté, nous avons été conduit à établir l'expression



théorique de R, qui nous permettrait un calcul numérique précis. Nous allons passer en revue, les différentes méthodes de calcul de R, et nous expliquerons les raisons qui nous ont conduits à un mode particulier de calcul. Après avoir développé les résultats théoriques obtenus, nous étudierons leur application expérimentale.

B Choix d'une méthode de calcul possible

Nous avons établi (annexe IV), pour le cas qui nous intéresse ici, l'expression du facteur de Fresnel (amplitude et phase) pour l'empilement de couches considéré.

Nous avons dit que r avait la forme complexe: $r = \frac{A + iB}{C + iD}$

A, B, C et D étant des combinaisons linéaires des fonctions sinus et cosinus, dont les arguments sont $(6\delta \pm \rho)$, $(4\delta \pm \rho)$, $(2\delta \pm \rho)$, et ρ . On peut évidemment, à partir des résultats numériques obtenus pour A, B, C et D dans le calcul des déphasages, calculer numériquement la valeur du pouvoir réflecteur pour l'intensité, en fonction de la longueur d'onde:

$$R = r \cdot r^* = \frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}$$

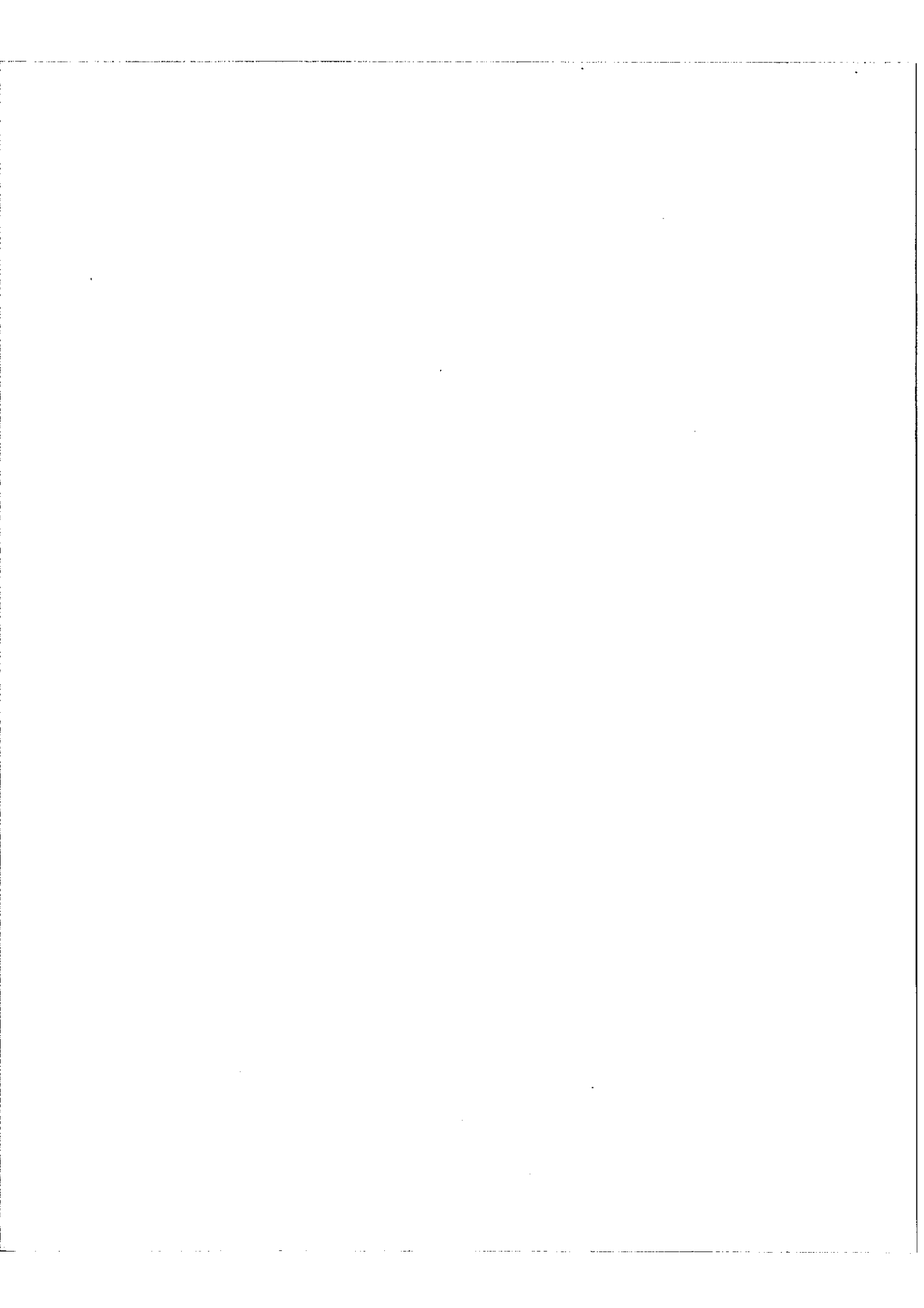
Une grande précision sur R, implique une détermination numérique très précise, des différents termes, et conduit à des calculs particulièrement fastidieux.

Nous avons cherché à obtenir l'expression théorique complète de R à partir de laquelle, on pourra calculer la dérivée $\left(\frac{dR}{d\sigma}\right)$; puis, la longueur d'onde, pour laquelle la dérivée est nulle. On pourrait partir de l'expression de r donnée sous la forme (VI) de l'annexe IV. Les coefficients α_i , α'_i , β_i , β'_i , sont réels; ce sont des fonctions des facteurs de Fresnel a, b et c. Ils se présentent sous la forme de polynômes, dont la forme, en général, n'est pas simple.

Pour obtenir R, il faut effectuer le produit: rr^* . Remarquons tout de suite, que le numérateur de r comporte 14 termes (α_i et α'_i), ainsi que le dénominateur (β_i et β'_i). Par cette méthode, le calcul de R se ramènerait à calculer le produit de 196 polynômes pour le numérateur, (avec une légère simplification toutefois, puisque les coefficients des termes en $e^{i(2p\delta \pm \rho)}$ et $e^{-i(2p\delta \pm \rho)}$ doivent être égaux, la valeur de R étant réelle) (p entier compris entre 0 et 6). Il en est de même pour le dénominateur.

Nous n'avons donc pas essayé de faire le calcul par cette méthode, car les risques d'erreurs sont beaucoup trop importants.

La méthode d'Abelès (développée dans l'annexe IV) donne une expression du coefficient



de Fresnel pour l'amplitude, relativement simple et symétrique. On doit donc, dans l'expression de R, retrouver une forme analogue présentant, elle aussi, une certaine symétrie. Nous allons indiquer les grandes lignes du calcul de R, et de sa dérivée en fonction de σ .

c) Calcul du pouvoir réflecteur et de sa dérivée en fonction du nombre d'onde

Nous avons obtenu pour expression du coefficient de Fresnel (formule V)

$$r = \frac{e^{i\sigma} \{ a[X] + [Y] \} + c e^{-i\sigma} \{ a[Y] + [X'] \}}{e^{i\sigma} \{ a[Y'] + [X] \} + c e^{-i\sigma} \{ a[X'] + [Y] \}}$$

Nous avons donné les expressions de X et de Y (Va) X' et Y' étant leurs complexes conjugués.

Posons pour simplifier l'écriture: $\Psi = a[X] + [Y']$

$$F = a[Y'] + [X]$$

on obtient:

$$R = r r^* = \frac{\Psi \Psi' + c e^{-i2\sigma} F' \Psi' + c e^{i2\sigma} \Psi F + c^2 F F'}{F F' + c e^{-i2\sigma} F' \Psi' + c e^{i2\sigma} \Psi F + c^2 \Psi \Psi'}$$

soit en posant: $K = c e^{-i2\sigma} F' \Psi' + c e^{i2\sigma} F \Psi$

$$R = \frac{\Psi \Psi' + K + c^2 F F'}{F F' + K + c^2 \Psi \Psi'}$$

La condition $\frac{dR}{d\sigma} = 0$ s'écrit:

$$\frac{d}{d\sigma} (\Psi \Psi') \{ (1-c^4) F F' + (1-c^2) K \} + \frac{dK}{d\sigma} \{ (1-c^2) (F F' - \Psi \Psi') \} - \frac{d}{d\sigma} (F F') \{ (1-c^4) \Psi \Psi' + (1-c^2) K \} = 0$$

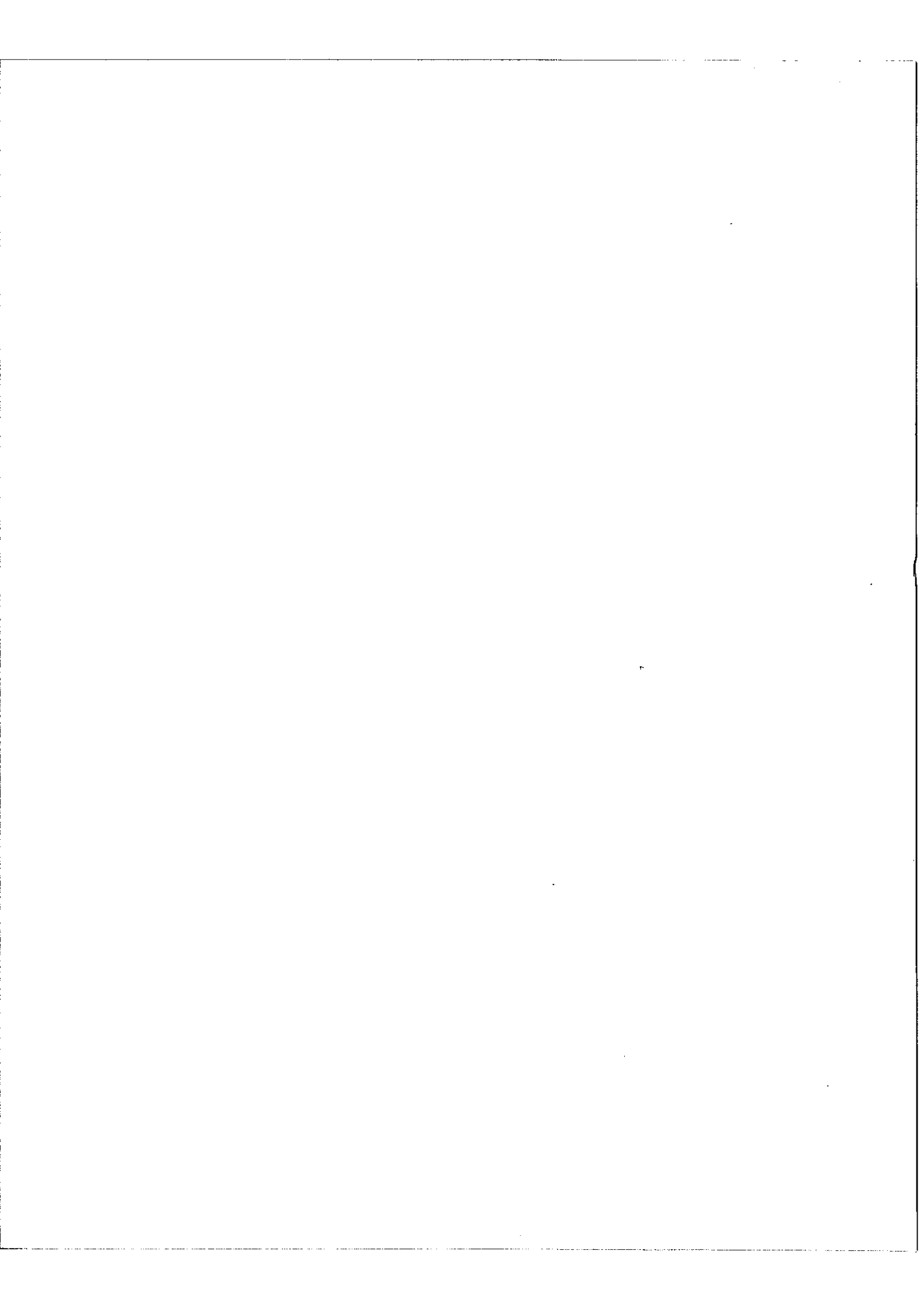
Il faut calculer:

$$\Psi \Psi' = a^2 X X' + Y Y' + a (X Y + X' Y')$$

$$F F' = a^2 Y Y' + X X' + a (X Y + X' Y')$$

$$F \Psi = X Y' (a^2 + 1) + a (Y'^2 + X^2)$$

$$F' \Psi' = X' Y (a^2 + 1) + a (Y^2 + X'^2)$$

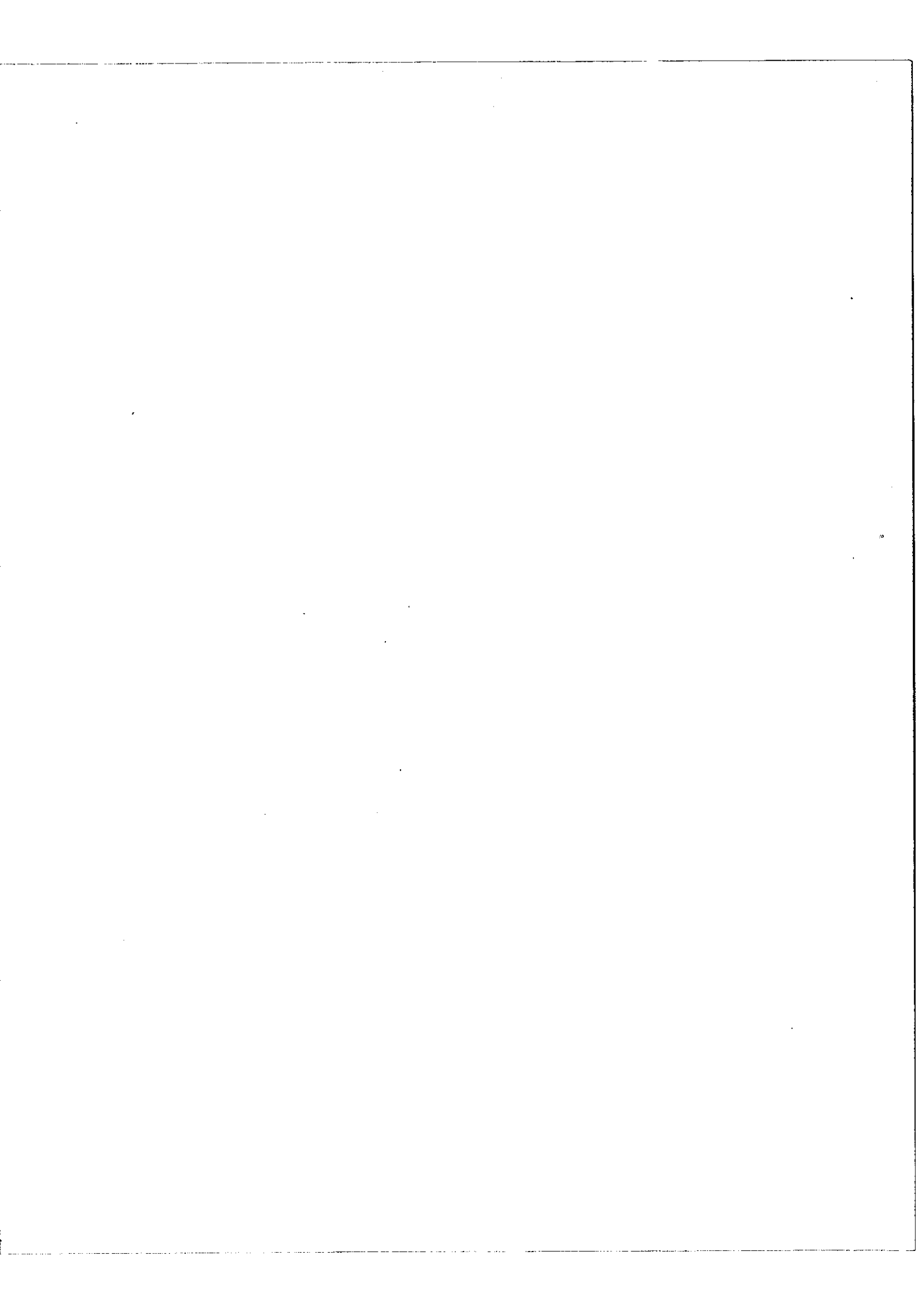


$$\Psi \Psi' = a^2 X X' + a(X Y + X' Y') + Y Y'$$

 $F F' =$

$\cos(12\delta + 2\theta)$				
$\cos 12\delta$				
$\cos(12\delta - 2\theta)$				
$\cos(10\delta + 2\theta)$		$-(a(2b))$		
$\cos 10\delta$	$-a^2(2b^2)$		$-2b^2$	$-a^2(2b^2)$
$\cos(10\delta - 2\theta)$		$-a(2b^3)$		
$\cos(8\delta + 2\theta)$		$+a(2b + 18b^3)$		
$\cos 8\delta$	$a^2(4b^2 + 16b^4)$	$-a(4b^3)$	$+(4b^2 + 16b^4)$	$-a^2(4b^2 + 16b^4)$
$\cos(8\delta - 2\theta)$	$-a^2(2b^4)$	$+a(6b^3 + 14b^5)$	$-2b^4$	$-a^2(2b^4)$
$\cos(6\delta + 2\theta)$		$-a(2b + 26b^3 + 58b^5)$		
$\cos 6\delta$	$-a^2(6b^2 + 36b^4 + 44b^6)$	$+a(4b^3 + 20b^5)$	$-(6b^2 + 36b^4 + 44b^6)$	$-a^2(6b^2 + 36b^4 + 44b^6)$
$\cos(6\delta - 2\theta)$	$a^2(4b^4 + 8b^6)$	$-a(12b^3 + 44b^5 + 32b^7)$	$+(4b^4 + 8b^6)$	$a^2(4b^4 + 8b^6)$
$\cos(4\delta + 2\theta)$	$-a^2(2b^4)$	$+a(2b + 32b^3 + 102b^5 + 80b^7)$	$-2b^4$	$-a^2(2b^4)$
$\cos 4\delta$	$a^2(6b^2 + 60b^4 + 102b^6 + 48b^8)$	$-a(2b^3 + 32b^5 + 26b^7)$	$+(8b^2 + 56b^4 + 104b^6 + 48b^8)$	$a^2(8b^2 + 56b^4 + 104b^6 + 48b^8)$
$\cos(4\delta - 2\theta)$	$-a^2(6b^4 + 14b^6 - 8b^8)$	$+a(18b^3 + 84b^5 + 92b^7 + 26b^9)$	$-(4b^4 + 18b^6 + 6b^8)$	$-a^2(4b^4 + 18b^6 + 6b^8)$
$\cos(2\delta + 2\theta)$	$a^2(2b^2 + 10b^6)$	$-a(2b + 34b^3 + 132b^5 + 150b^7 + 44b^9)$	$+(4b^4 + 8b^6)$	$a^2(4b^4 + 8b^6)$
$\cos 2\delta$	$-a^2(10b^2 + 64b^4 + 172b^6 + 100b^8 + 18b^{10})$	$+a(4b^3 + 32b^5 + 52b^7 + 8b^9)$	$-(10b^2 + 72b^4 + 156b^6 + 108b^8 + 8b^{10})$	$-a^2(10b^2 + 72b^4 + 156b^6 + 108b^8 + 18b^{10})$
$\cos(2\delta - 2\theta)$	$a^2(6b^4 + 18b^6 + 10b^8 + 2b^{10})$	$-a(28b^3 + 110b^5 + 162b^7 + 58b^9 + 6b^{11})$	$+(4b^4 + 20b^6 + 12b^8)$	$a^2(4b^4 + 20b^6 + 12b^8)$
$\cos 2\theta$	$-a^2(10b^4 + 6b^6 + 12b^8)$	$+a(2b + 28b^3 + 144b^5 + 172b^7 + 71b^9 + 6b^{11})$	$-(4b^4 + 18b^6 + 6b^8)$	$-a^2(4b^4 + 18b^6 + 6b^8)$
Constante	$a^2(1 + 49b^4 + 78b^6 + 77b^8 + 10b^{10} + b^{12})$	$-a(2b^3 + 20b^5 + 26b^7 + 8b^9)$	$+(6b^2 + 36b^4 + 96b^6 + 60b^8 + 18b^{10})$	$a^2(6b^2 + 36b^4 + 96b^6 + 60b^8 + 18b^{10})$

$+ a(XY + X'Y') + XX'$		$K = c(a^2 + 1)(X'Ye^{-b2\delta} + XYe^{b2\delta}) + ac[(X'^2 + Y^2)e^{-b2\delta} + (X^2 + Y'^2)e^{b2\delta}]$	
			$ac(2)$
		$c(a^2 + 1) \cdot 2b$	
			$ac(2b^2)$
			$-ac(20b^2)$
$- 2b^2$		$-c(a^2 + 1)(2b + 18b^3)$	$+ac(4b^2)$
		$+c(a^2 + 1) \cdot 2b^3$	$-ac(4b^2 + 16b^4)$
			$+ac(14b^2 + 76b^4)$
$+ (4b^2 + 16b^4)$		$c(a^2 + 1)(2b + 28b^3 + 58b^5)$	$-ac(24b^4)$
$- 2b^4$		$-c(a^2 + 1)(2b^3 + 10b^5)$	$+ac(6b^2 + 40b^4 + 44b^6)$
$+ 58b^5$		$c(a^2 + 1)(2b^3)$	$-ac(16b^2 + 96b^4 + 124b^6)$
$(6b^2 + 36b^4 + 44b^6)$		$-c(a^2 + 1)(2b + 38b^3 + 116b^5 + 80b^7)$	$+ac(20b^4 + 44b^6)$
$+ 32b^7$	$+ (4b^4 + 8b^6)$	$c(a^2 + 1)(2b^3 + 14b^5 + 14b^7)$	$-ac(8b^2 + 64b^4 + 120b^6 + 48b^8)$
$+ 102b^5 + 80b^7$	$- 2b^4$	$-c(a^2 + 1)(2b^3 + 10b^5)$	$+ac(14b^2 + 126b^4 + 216b^6 + 92b^8)$
$b^5 + 26b^7$	$+ (6b^2 + 60b^4 + 102b^6 + 48b^8)$	$c(a^2 + 1)(2b + 46b^3 + 176b^5 + 182b^7 + 44b^9)$	$-ac(28b^4 + 64b^6 + 28b^8)$
$b^5 + 92b^7 + 26b^9$	$- (6b^4 + 14b^6 + 8b^8)$	$-c(a^2 + 1)(2b^3 + 18b^5 + 22b^7 + 6b^9)$	$+ac(10b^2 + 92b^4 + 200b^6 + 132b^8 + 18b^{10})$
$+ 132b^5 + 150b^7 + 44b^9$	$+ (2b^2 + 10b^6)$	$c(a^2 + 1)(18b^5 + 12b^7)$	$-ac(12b^2 + 132b^4 + 296b^6 + 180b^8 + 24b^{10})$
$b^5 + 52b^7 + 8b^9$	$- (10b^2 + 64b^4 + 172b^6 + 100b^8 + 18b^{10})$	$-c(a^2 + 1)(2b + 46b^3 + 228b^5 + 264b^7 + 102b^9 + 6b^{11})$	$+ac(24b^4 + 100b^6 + 44b^8 + 4b^{10})$
$b^5 + 162b^7 + 58b^9 + 6b^{11}$	$+ (6b^4 + 18b^6 + 10b^8 + 2b^{10})$	$c(a^2 + 1)(2b^3 + 20b^5 + 26b^7 + 8b^9)$	$-ac(12b^2 + 108b^4 + 292b^6 + 188b^8 + 48b^{10})$
$b^3 + 144b^5 + 172b^7 + 76b^9 + 6b^{11}$	$- (10b^4 + 6b^6 + 12b^8)$	$-c(a^2 + 1)(2b^3 + 14b^5 + 30b^7 + 2b^9)$	$+ac(10b^2 + 134b^4 + 300b^6 + 242b^8 + 36b^{10} + 2b^{12})$
$b^5 + 26b^7 + 8b^9$	$+ (1 + 49b^4 + 78b^6 + 77b^8 + 10b^{10} + b^{12})$	$-c(a^2 + 1)(28b^3 + 110b^5 + 162b^7 + 58b^9 + 6b^{11})$	$-ac(12b^2 + 134b^4 + 360b^6)$



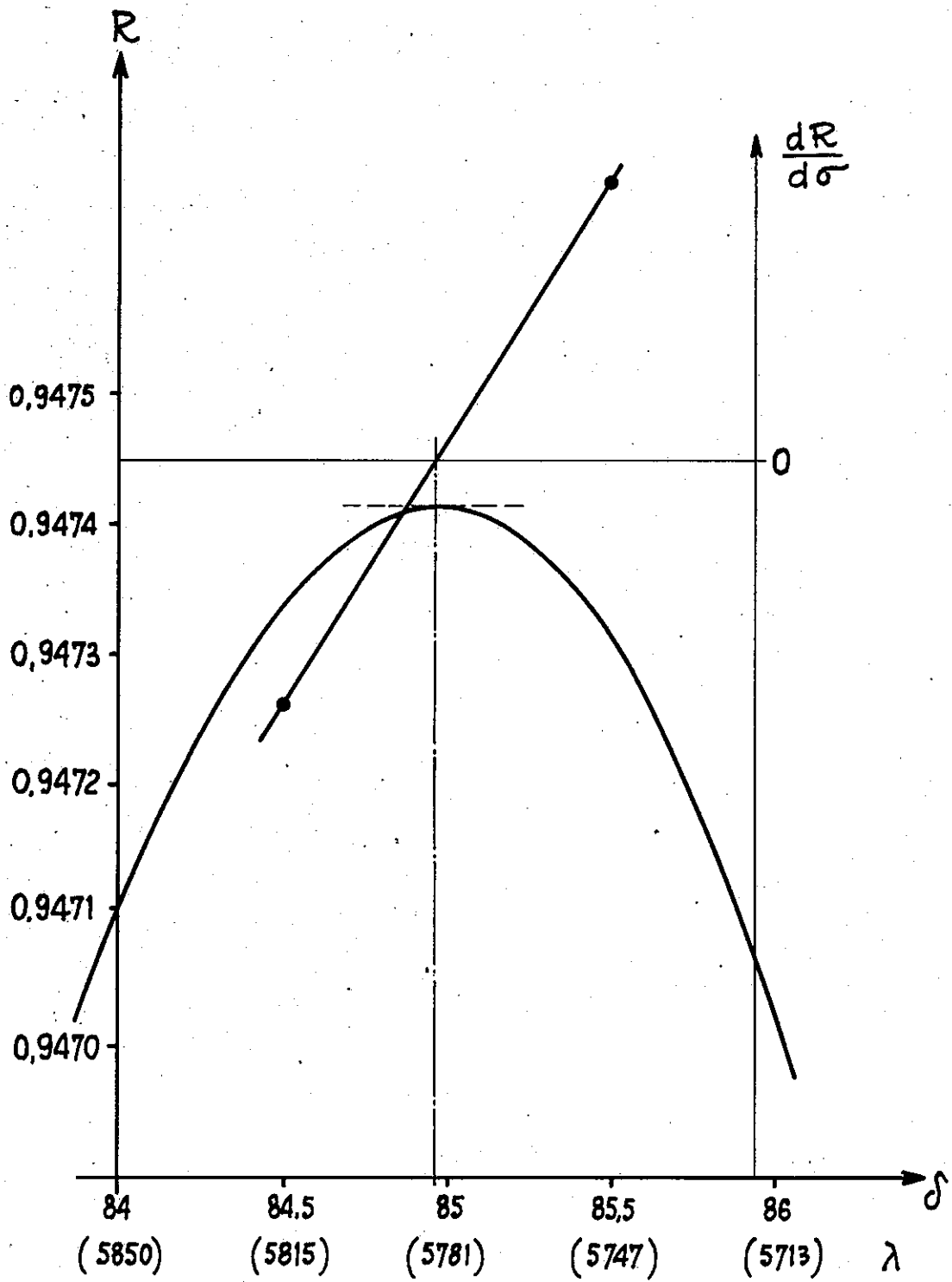


Fig. 16 DÉTERMINATION DE $\left(\frac{dR}{d\sigma}\right)_{\lambda} = 0$ POUR $\rho = 1.7 \delta$

A l'aide de la relation (Va), on calcule les produits XX' , YY' , $X'Y$, XY' , X^2 , Y^2 , Y'^2 et X'^2 . dont on obtient la forme générale, à l'aide des relations (Vb). Nous pouvons faire les remarques suivantes: la valeur de R obtenue doit être réelle. Les indices des corps considérés n'étant pas complexes, les coefficients de Fresnel a, b, c sont réels. X' et Y' sont les complexes conjugués de X et de Y.

Le produit $\Psi \Psi'$ est réel, ainsi que FF' . Donc K doit être réel. $K = C (e^{-i2\delta} F' \Psi' + e^{i2\delta} F \Psi)$

Il en résulte que: $X'Y e^{-i2\delta} + XY' e^{i2\delta}$ doit être réel, ainsi que l'expression: $(Y^2 + X'^2) e^{-i2\delta} + (Y'^2 + X^2) e^{i2\delta}$, puisque les puissances du coefficient a ne sont pas les mêmes pour chacune des deux expressions.

L'avantage de cette méthode est dû, au fait que l'on peut toujours vérifier, que les expressions obtenues sont bien complexes conjugués, l'une de l'autre, et toute erreur de calcul commise, lors de l'établissement de ces formules, peut se déceler rapidement, en vérifiant cette propriété.

Les produits obtenus $\Psi \Psi'$, FF' et K étant réels, on pourra remplacer les fonctions exponentielles par les fonctions cosinus, à l'aide de la relation: $e^{i\varphi_n} + e^{-i\varphi_n} = 2 \cos \varphi_n$.

Les expressions s'écrivent sous la forme: $\sum_n \alpha_n \cos \varphi_n$, avec: $\varphi_n = 2p\delta \pm 2\varrho$ ou $2p\delta$. (p entier variant de 0 à 6). Les calculs effectués sont beaucoup trop longs pour être reproduits ici, nous résumerons simplement les résultats obtenus pour $\Psi \Psi'$, FF' et K, en portant les valeurs correspondantes α_n , en fonction des $\cos \varphi_n$, dans le tableau (1).

D) Résultats numériques

On peut calculer numériquement les coefficients α_n , R et $\frac{dR}{d\delta}$ pour une valeur de ϱ donnée.

On rappelle que: $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda_0}{4} \right)$ et $\varrho = \frac{2\pi}{\lambda} (n.d)$

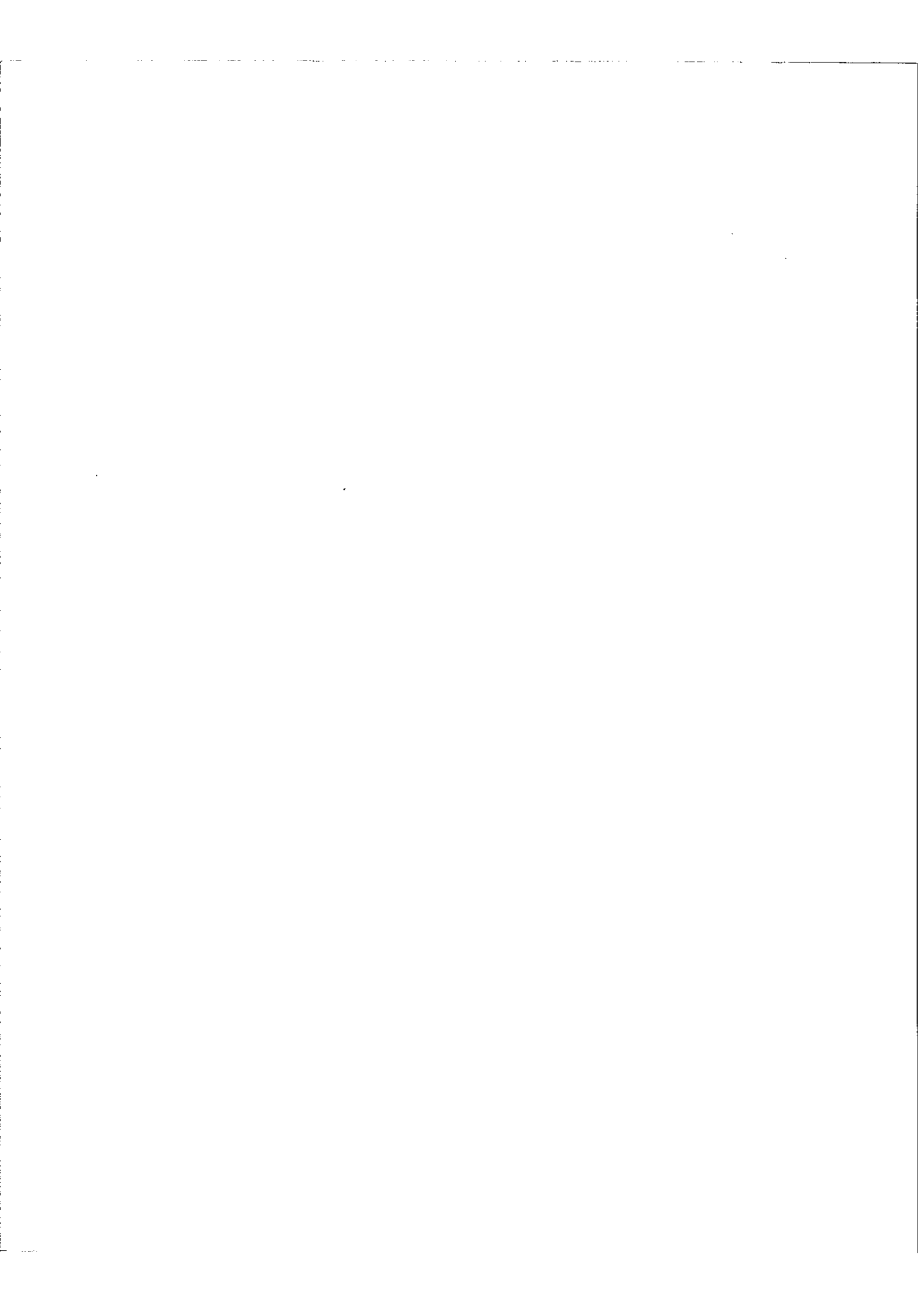
L'application numérique ne présente pas de difficulté, le calcul des dérivées $\frac{d}{d\delta} (\Psi \Psi')$

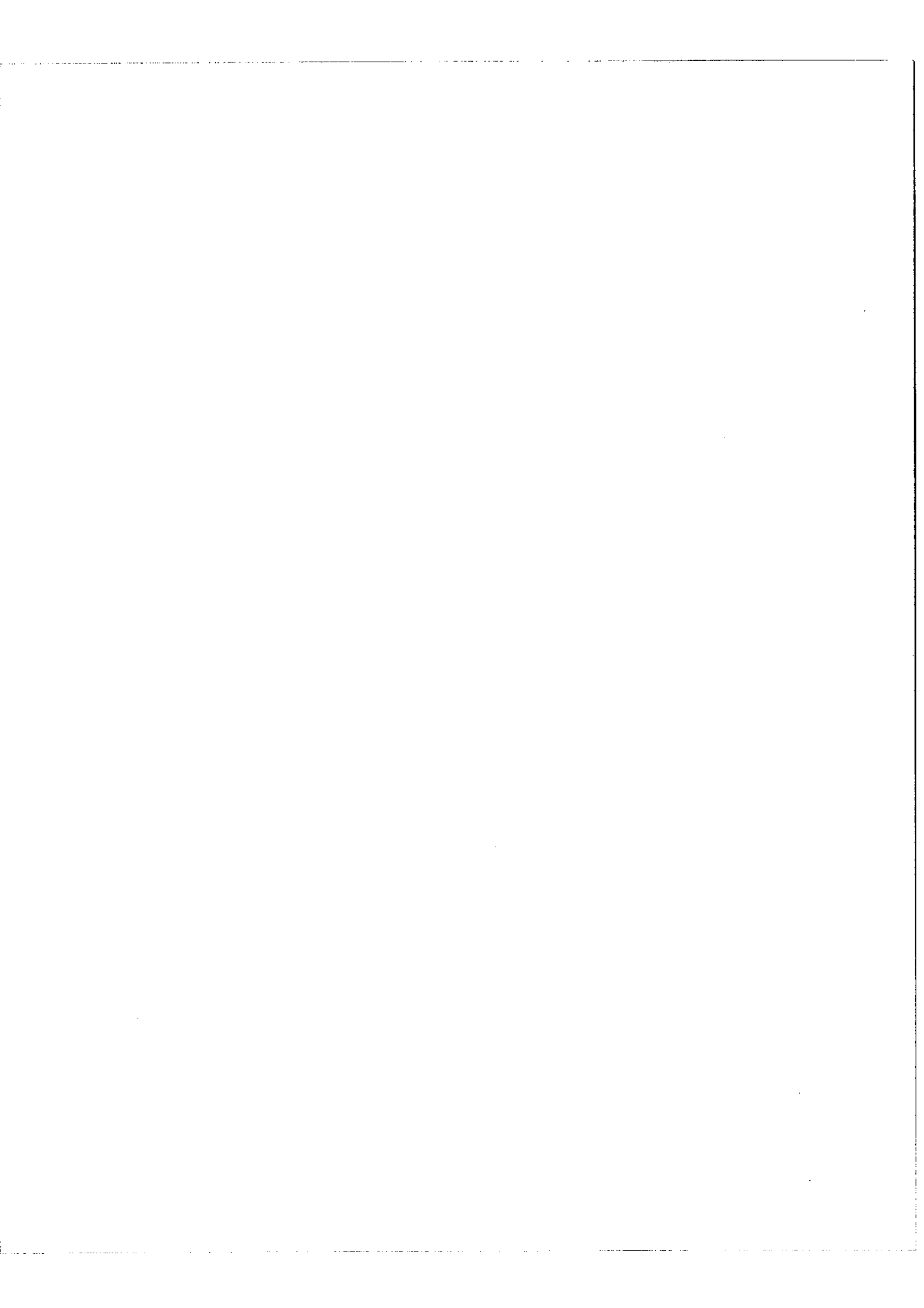
$\frac{d}{d\delta} (FF')$ et $\frac{d}{d\delta} (K)$ est immédiat.

Sur la figure 16 on montre les résultats obtenus, dans le cas où $\varrho = 1,7 \delta$, c'est à dire pour un revêtement dont l'épaisseur de la dernière couche est: $(\lambda_0/4 + \lambda_0/8 + \lambda_0/20)$

On a porté, en abscisses, les valeurs de δ exprimées en degrés (les chiffres entre parenthèses donnent les longueurs d'ondes, si $\lambda_0 = 5460 \text{ \AA}$)

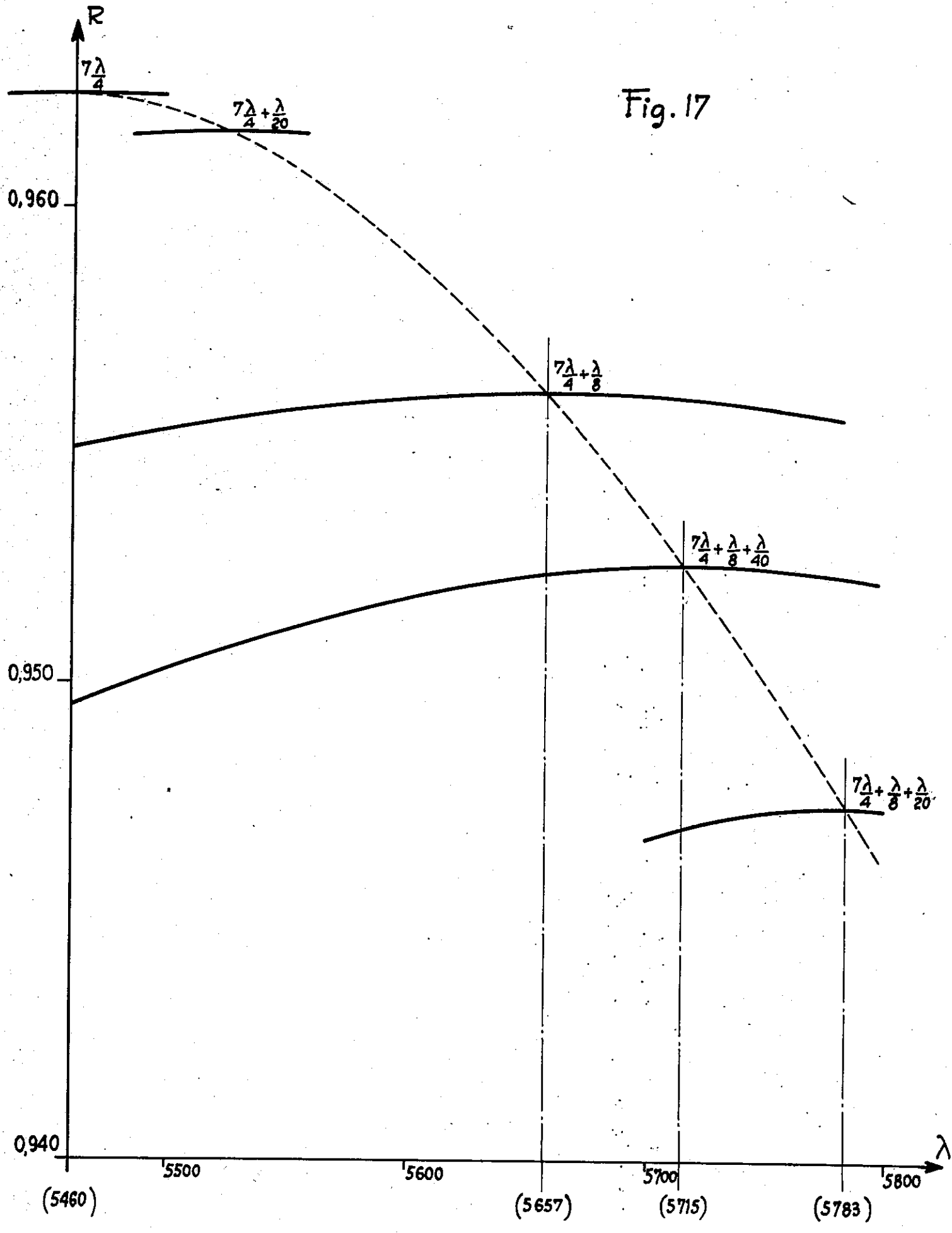
Les valeurs de R sont portées en ordonnées. Sur une autre échelle, on a porté en ordonnées





40

Fig. 17



la dérivée $\frac{dR}{d\sigma}$, assimilable à une droite, dans le faible domaine de longueur d'onde considéré. L'abscisse du point, pour lequel la dérivée s'annule, donne la longueur d'onde pour laquelle R est maximum.

Nous avons fait le calcul pour plusieurs épaisseurs de la dernière couche. On a porté sur la figure 17, l'ensemble des résultats obtenus. Les valeurs de la longueur d'onde sont portées en abscisses, et, en ordonnées, les valeurs calculées de R. Chaque courbe correspond à une épaisseur de la dernière couche du revêtement, qui est indiquée sur la figure. Le lieu du maximum de R, quand l'épaisseur de la dernière couche varie, est indiquée par la courbe en pointillés.

On arrive aux conclusions suivantes: Si on considère un empilement de couches $7\lambda_{\frac{1}{4}}\lambda_{\frac{1}{4}} = 5460\text{\AA}$

- une surépaisseur $\lambda_{\frac{1}{2}}$ déplace le maximum de R de 197\AA

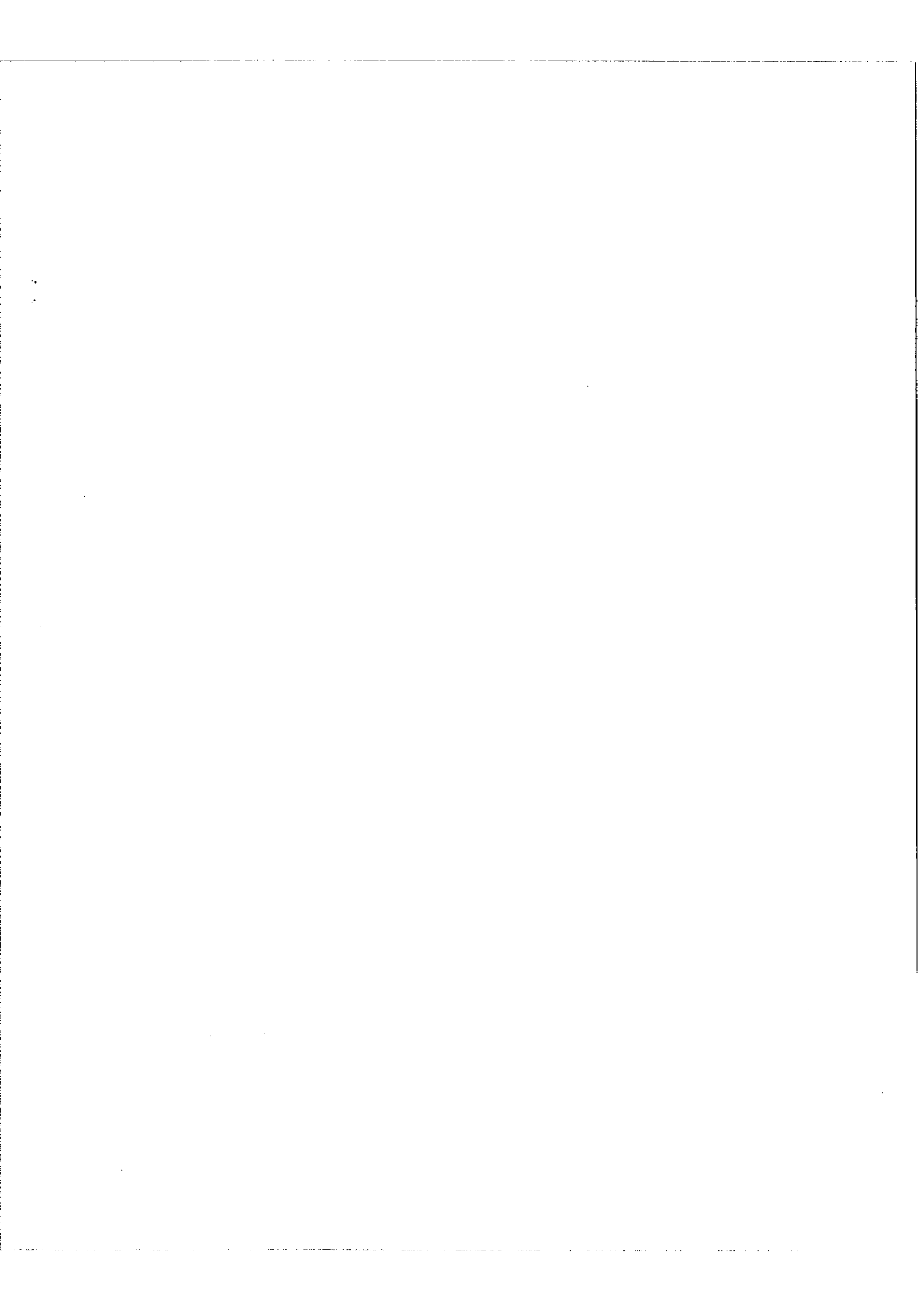
- si on rajoute, maintenant, une couche $\lambda_{\frac{1}{40}}$, le maximum de R se déplace de 58\AA

Pour une surépaisseur $\lambda_{\frac{1}{20}}$ on obtient un déplacement de 168\AA

Il est intéressant de remarquer, que le contrôle est beaucoup plus facile à effectuer, lorsque la dernière couche a une épaisseur $\lambda_{\frac{1}{4}} + \lambda_{\frac{1}{8}}$, que pour une couche $\lambda_{\frac{1}{4}}$; l'influence d'une même surépaisseur, sur le déplacement du maximum, est beaucoup plus sensible.

E) Conditions et vérifications expérimentales

Le but de la méthode est de pouvoir effectuer le contrôle, à travers la lame à traiter. Nous avons calculé théoriquement le déplacement de longueur d'onde du maximum de réflexion, en fonction de la surépaisseur ajoutée. Après le dépôt d'une couche uniforme $\lambda_{\frac{1}{8}}$, nous devons déposer un empilement de couches ayant chacune une épaisseur d'environ $\lambda_{\frac{1}{200}}$. Pour effectuer, expérimentalement, le contrôle, il faudra pouvoir modifier la longueur d'onde d'utilisation du maximètre, avec une précision suffisante, $\lambda_{\frac{1}{200}}$ correspond à un déplacement d'environ 12\AA . Dans le montage actuel, existant au laboratoire, le monochromateur à réseau a une dispersion largement suffisante, et, on peut mesurer facilement un déplacement de deux Angstroms du centre de la bande passante. L'étalonnage du monochromateur a été effectué, et le montage est tel que la dispersion est proportionnelle à la longueur d'onde [1]. Il faut, toutefois tenir, compte, que la largeur de la bande passante est dans les conditions habituelles de fonctionnement de l'appareil, de l'ordre de 25\AA , et de plus, le miroir vibrant utilisé pour "moduler" la longueur d'onde, selon la loi:



$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda \cos 2\pi n t$ donne un balayage d'amplitude $\Delta\lambda \approx 30\text{\AA}$ environ. La mesure de la dérivée s'effectue donc sur une bande de longueur d'onde de l'ordre de 60\AA .

Nous avons vérifié ensuite, les résultats théoriques obtenus, grâce à l'expérience suivante: on place dans la cloche de l'évaporateur, un système portant trois verres témoins ABC, grâce à un joint Wilson, chaque verre peut être placé devant le faisceau de contrôle du maximètre.

On effectue les dépôts suivants:

- sur le verre A dépôt de $8 \lambda_0/4$ de SZn; les verres B et C sont grâce à des caches, soigneusement protégés de l'évaporation. $\lambda_0 = 5460\text{\AA}$
- sur le verre B, on dépose un revêtement réflecteur $7 \lambda_0/4$ haut indice, bas indice alternés
- le verre C est un verre nu, qui permettra de régler le couteau quelle que soit la longueur d'onde; il est toujours à l'abri de toute évaporation.

On découvre alors le verre A et le verre B; et, on dépose une épaisseur ne_1 contrôlée sur le verre A, par la méthode décrite ci-dessus; après évaporation, on place le verre B sur le faisceau de contrôle; et, en employant la méthode d'itération, on cherche la valeur de λ , qui correspond au maximum de R. On peut ensuite, effectuer une série de dépôts $ne_2, ne_3 \dots$ etc. On obtient une série de résultats donnant la longueur d'onde, pour laquelle $\frac{dR}{d\sigma} = 0$, en fonction de l'épaisseur de la dernière couche du revêtement réflecteur.

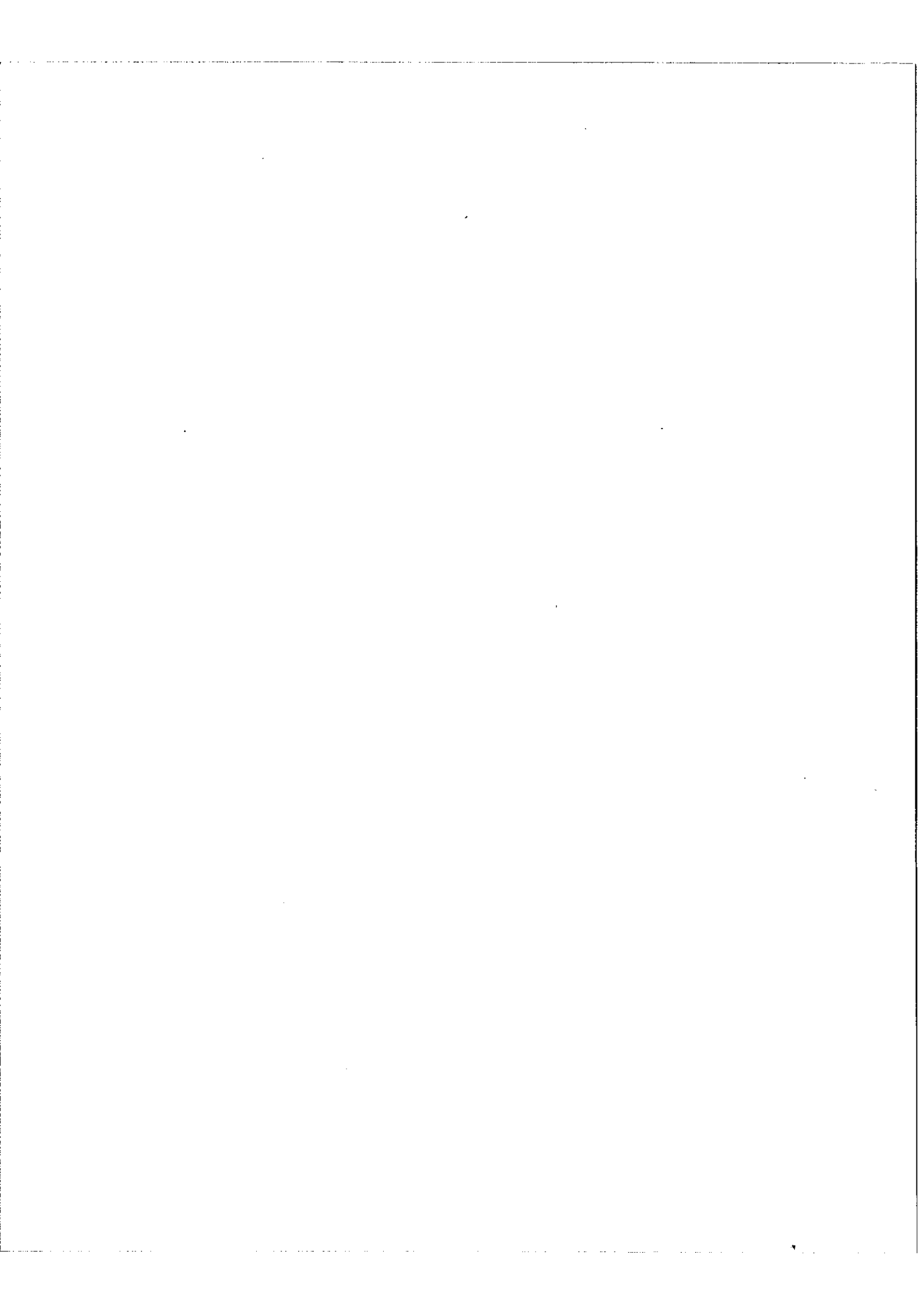
On peut ensuite comparer les résultats expérimentaux, à ceux obtenus théoriquement.

L'ensemble des verres ABC est placé sur le plateau tournant de l'évaporateur, et l'on peut considérer, que les épaisseurs déposées sur les verres A et B sont sensiblement les mêmes, sachant que les dépôts sont effectués, tous deux, sur une sous couche de SZn fraîchement déposée.

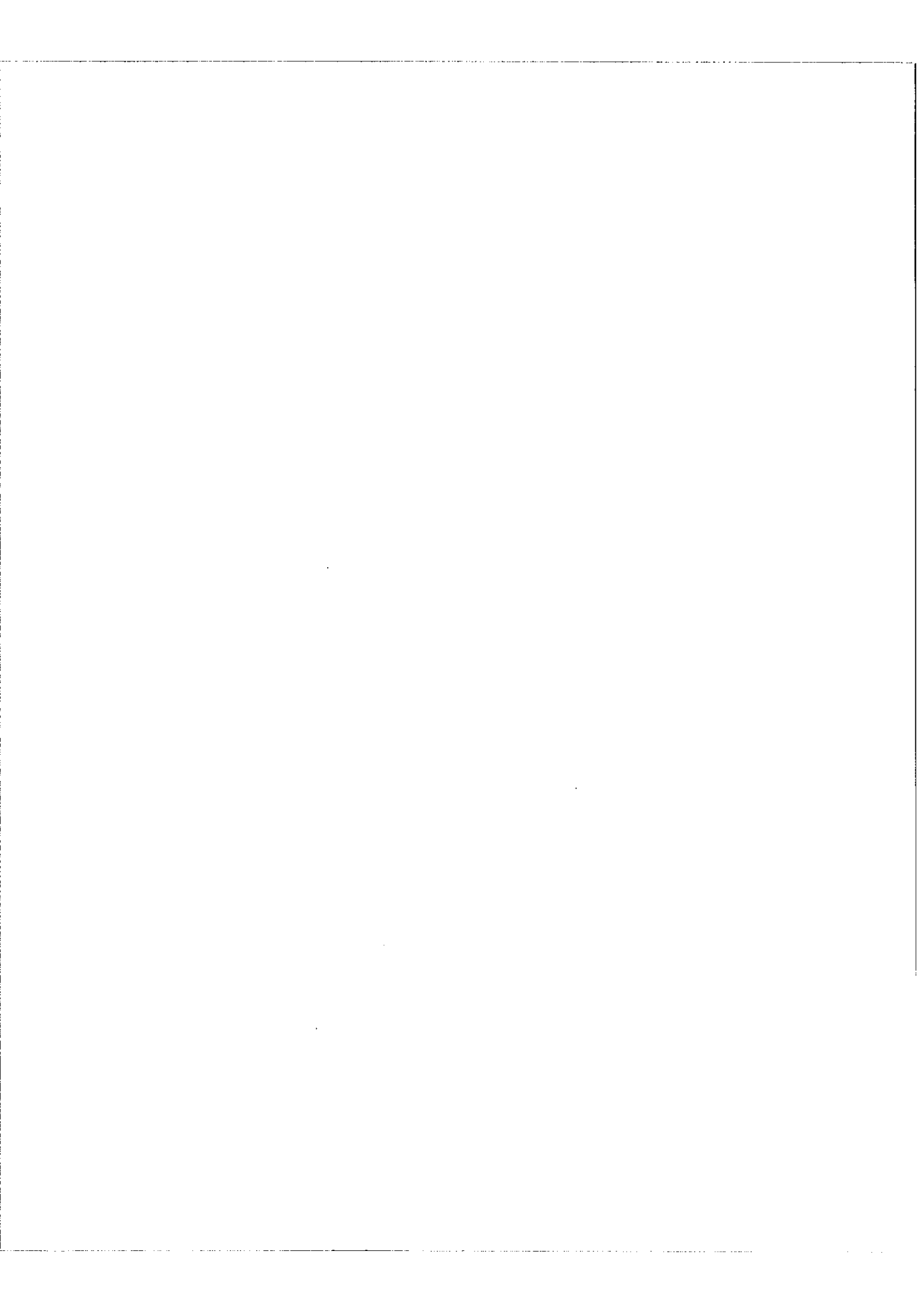
La vérification expérimentale des résultats théoriques se heurte à de sérieuses difficultés, néanmoins, l'accord paraît être assez satisfaisant, compte tenu de toutes les instabilités de l'appareillage (source, électronique du maximètre etc ...), et des erreurs systématiques possibles; en particulier, les défauts d'épaisseur de chacune des couches du revêtement réflecteur.

V - Conclusion

Nous avons donc mis au point deux méthodes possibles de contrôle des épaisseurs différentes de $\lambda/4$, déposées pendant l'évaporation. La première méthode présentée permet d'adapter



très facilement, le maximètre à ces mesures, mais, elle présente un inconvénient fondamental, car le contrôle doit s'effectuer obligatoirement sur un verre témoin. Pour le problème, qui nous intéresse, nous avons montré, qu'il était possible d'effectuer le contrôle à travers la lame à traiter. Cette méthode nous a conduit à un calcul théorique et numérique long, et compliqué, mais du point de vue expérimental, le contrôle ne présente pas plus de difficultés que dans la première méthode; et il élimine la cause la plus importante d'erreur systématique (différence entre verre témoin et verre à traiter).



CONCLUSION

Nous nous étions proposé d'étudier la possibilité de corriger les défauts de planéité de lames d'interféromètre. Une telle correction permettrait d'améliorer sensiblement les performances des spectromètres interférentiels à ondes multiples. La méthode envisagée, consistant à déposer une couche correctrice par évaporation sous vide, pose divers problèmes.

Nous nous sommes d'abord attaqué aux problèmes de principe.

La couche correctrice intervient non seulement par son épaisseur géométrique, mais encore par le déphasage à la réflexion, qu'elle modifie. Cet effet est d'autant plus marqué que nous désirons, si possible, corriger les défauts de planéité d'une lame déjà pourvue d'un revêtement réfléchissant. Nous nous sommes limité au cas, habituel, où ce revêtement est constitué de couches alternées haut indice bas indice, d'épaisseur optique $\lambda_0/4$, et où la lame est utilisée sous incidence normale.

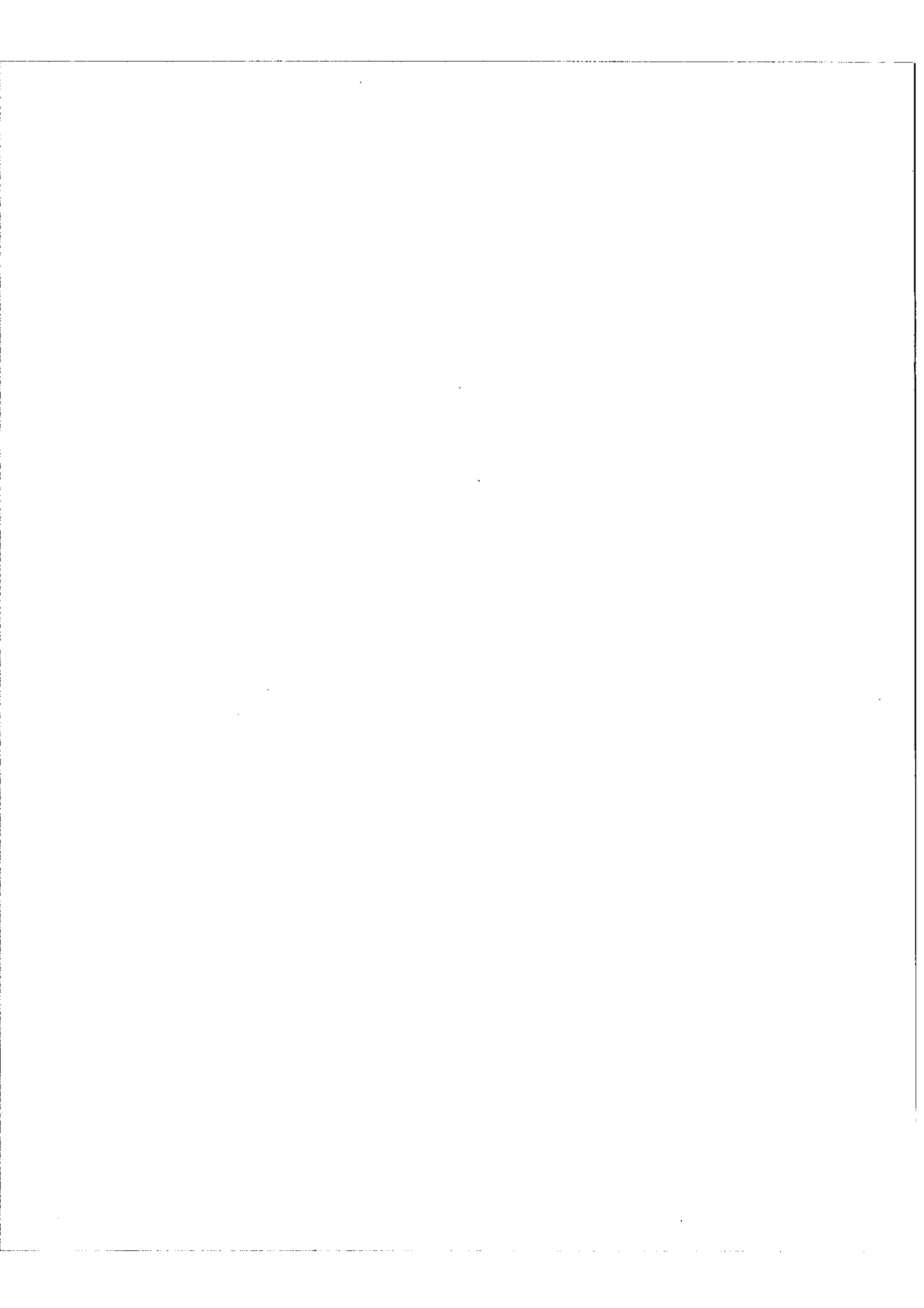
Nous avons calculé, par diverses méthodes :

- a) l'épaisseur de la couche nécessaire pour corriger un défaut donné, compte tenu du déphasage à la réflexion
- b) le domaine spectral dans lequel cette correction reste satisfaisante ($\pm 0,04 \lambda_0$); quoique modeste, il reste suffisant pour de nombreux usages.
- c) la perte de pouvoir réflecteur, donc de finesse (de l'ordre de 8%, pour cette dernière, pour une correction de $\lambda_0/40$); la perte de finesse reste très acceptable.

Quelques expériences préliminaires nous ont permis de vérifier qualitativement nos calculs.

On peut donc considérer le principe de cette méthode de correction comme satisfaisant.

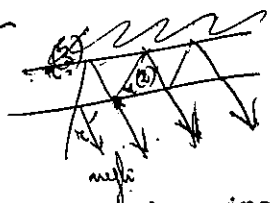
Accessoirement, nous avons montré qu'une surépaisseur, d'indice quelconque, ajoutée sur un revêtement multidiélectrique à couches $\lambda/4$ alternées, ne modifie pratiquement pas la planéité apparente tant que son épaisseur optique reste comprise entre $p \lambda/2 - \lambda/8$ et $p \lambda/2 + \lambda/8$. Cette propriété remarquable est susceptible de faciliter l'emploi de couches protectrices ou de matériaux présentant, "côté air", une couche de passage importante.



Le second problème abordé était le contrôle des épaisseurs, extrêmement faibles, des couches correctrices à déposer. Nous avons montré qu'un tel contrôle est possible, sur la lame elle-même, à l'aide d'un maximètre. Ce procédé élimine la cause principale d'imprécision ~~et~~ différences aléatoires d'épaisseur du dépôt sur le verre témoin éventuel et sur la lame à corriger.

D'autres problèmes pratiques demanderont encore des perfectionnements ~~à~~ localisation et mesure des défauts des lames, fabrication et mise en place des caches, précautions à prendre pour obtenir des dépôts uniformes et homogènes. Une installation d'évaporation sous vide, spécialement adaptée à cet usage et équipée du dispositif de contrôle, est en cours de montage. On peut raisonnablement espérer qu'elle permettra d'appliquer cette méthode avec quelques chances de succès.

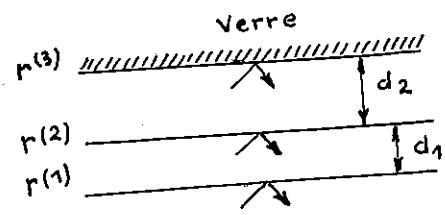
ANNEXE I



I Méthode de Rouard

Rouard considère d'abord le cas de la réflexion sur deux couches minces déposées sur du verre, les trois coefficients de Fresnel $r^{(1)}$ $r^{(2)}$ $r^{(3)}$, et les différences de marche x_1 et x_2 . Les calculs se font en commençant à partir du verre support. Si on considère la

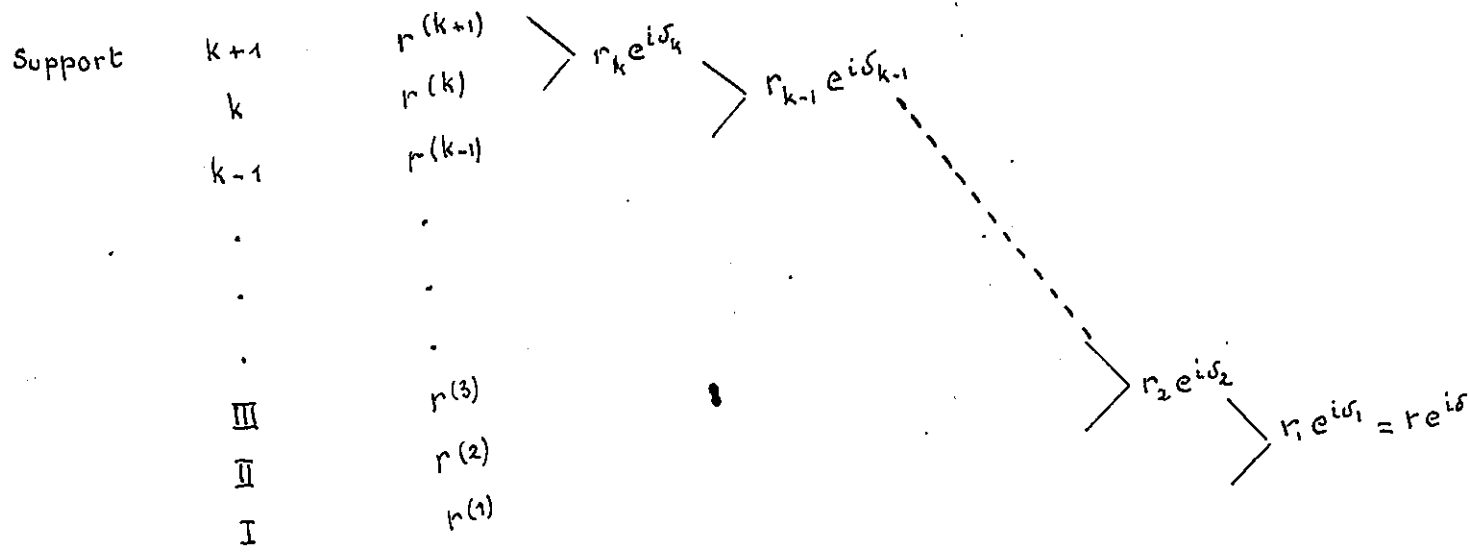
somme des amplitudes des rayons réfléchis à la surface de la première couche déposée sur le verre, on a l'expression: $r_2 e^{i\delta_2} = \frac{r^{(2)} + r^{(3)} e^{-ix_2}}{1 + r^{(2)} r^{(3)} e^{-ix_2}}$ avec: $x = \frac{2\pi}{\lambda} (2nd)$ (d) épaisseur géométrique de la couche. r_2 représentant l'amplitude réelle et δ_2 la phase.

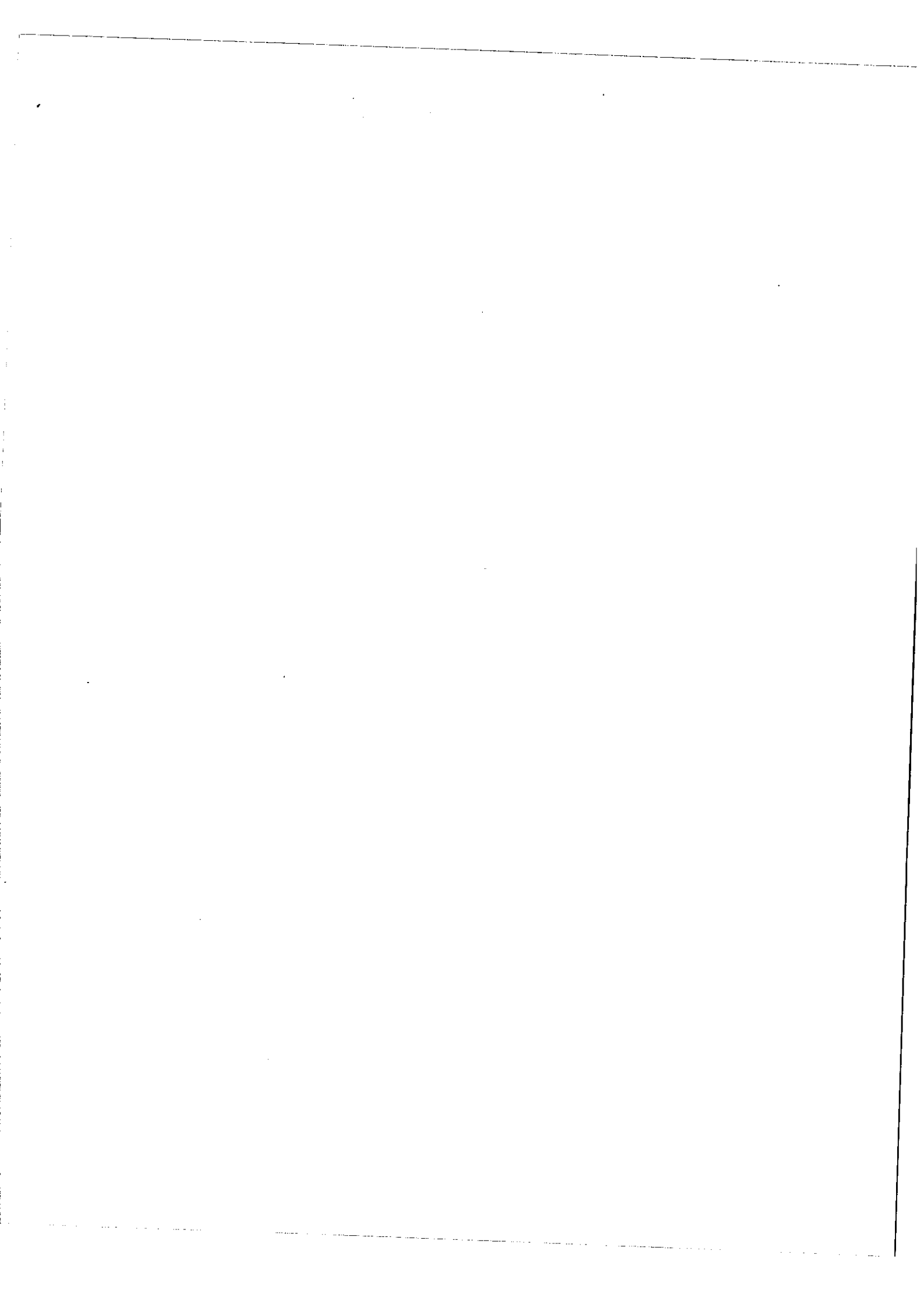


$r_2 e^{i\delta_2}$ est le coefficient de Fresnel effectif pour l'ensemble verre et première couche (au contact du verre). On peut alors considérer le système total comme étant constitué d'une couche d'épaisseur optique $n_1 d_1$, déposée sur un support dont le coefficient de Fresnel effectif est $r_2 e^{i\delta_2}$; on obtient alors:

$$r e^{i\delta} = \frac{r^{(1)} + (r_2 e^{i\delta_2}) e^{-ix_1}}{1 + r^{(1)} (r_2 e^{i\delta_2}) e^{-ix_1}}$$

La généralisation à un nombre quelconque de couches est immédiate:





Dans le cas de k couches minces homogènes, on a affaire à $(k+1)$ surfaces de séparation avec les amplitudes $r^{(1)} r^{(2)} r^{(3)} \dots r^{(k)} r^{(k+1)}$ et les différences de marche $x_1 x_2 x_3 \dots x_{k-1} x_k$. Pour les deux dernières surfaces de séparation auxquelles correspondent les amplitudes $r^{(k+1)}$ et $r^{(k)}$, et pour la différence de marche x_k on a :

$$r_k e^{i\delta_k} = \frac{r^{(k)} + r^{(k+1)} e^{-ix_k}}{1 + r^{(k)} r^{(k+1)} e^{-ix_k}}$$

Pour calculer la phase δ_k on introduit les angles ξ_k et η_k définis comme suit :

$$r_k e^{i\delta_k} = \frac{r_a}{r_b} e^{-i(\xi_k - \eta_k)} = \frac{r_a e^{-i\xi_k}}{r_b e^{-i\eta_k}}$$

Les angles ξ_k et η_k sont donnés par les relations :

$$\text{tg } \xi_k = \frac{r^{(k+1)} \sin x_k}{r^{(k)} + r^{(k+1)} \cos x_k}$$

$$\text{tg } \eta_k = \frac{r^{(k)} r^{(k+1)} \sin x_k}{1 + r^{(k)} r^{(k+1)} \cos x_k}$$

et la phase est : $\delta_k = -(\xi_k - \eta_k)$

On ajoute maintenant la couche de rang $(k-1)$, c'est à dire l'amplitude $r^{(k-1)}$ et la différence de marche x_{k-1} , on obtient :

$$r_{k-1} e^{i\delta_{k-1}} = \frac{r^{(k-1)} + r_k e^{i\delta_k} e^{-ix_{k-1}}}{1 + r^{(k-1)} r_k e^{i\delta_k} e^{-ix_{k-1}}}$$

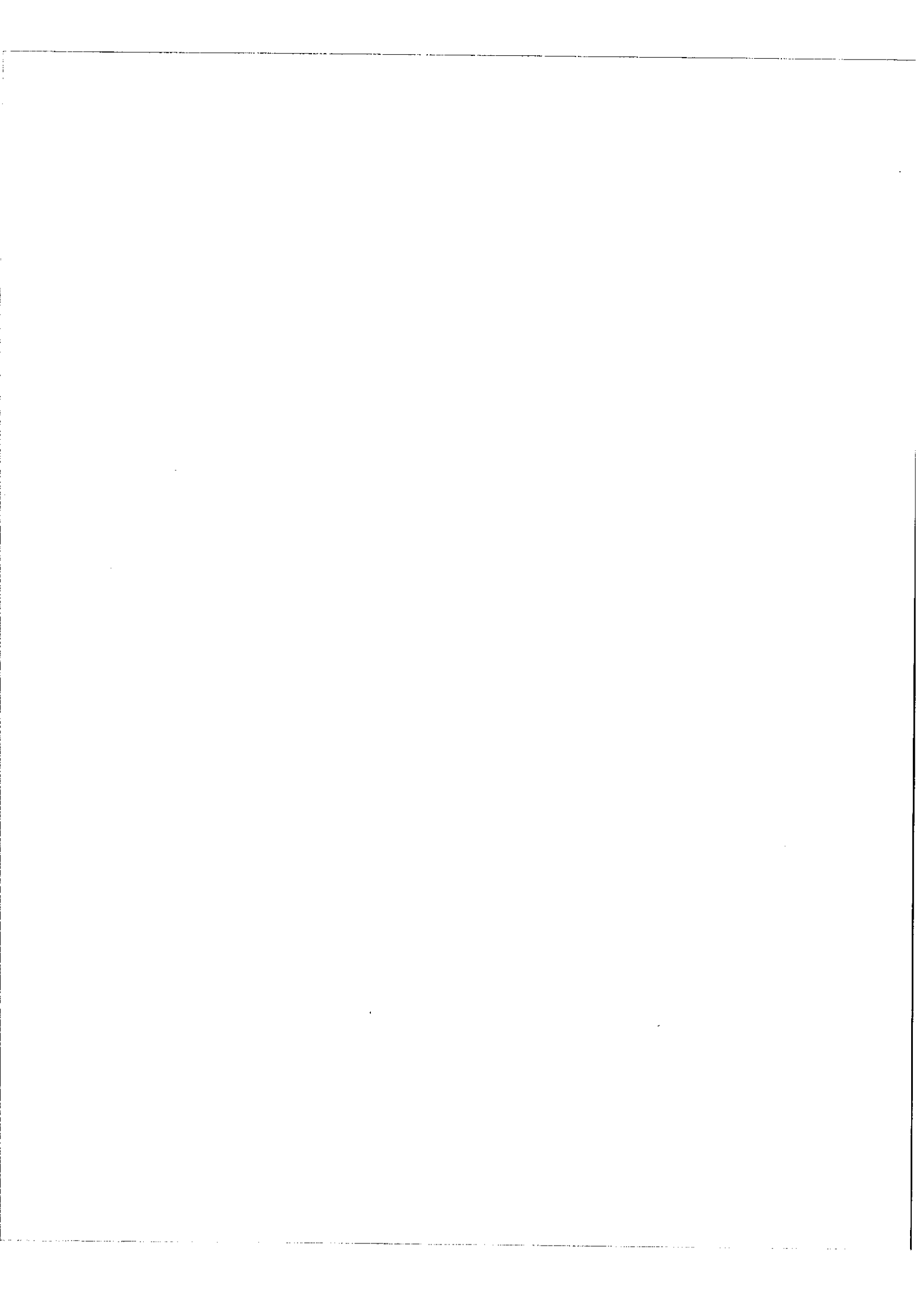
Par les mêmes méthodes on peut calculer δ_{k-1}

On tient ainsi compte, successivement, de toutes les couches, et finalement à la première surface de séparation (côté air) (amplitude $r^{(1)}$, différence de marche x_1)

$$r e^{i\delta} = r_1 e^{i\delta_1} = \frac{r^{(1)} + r_2 e^{i\delta_2} e^{-ix_1}}{1 + r^{(1)} r_2 e^{i\delta_2} e^{-ix_1}}$$

Le pouvoir réflecteur pour l'intensité est :

$$r^2 = R_1^2 = \frac{r^{(1)2} + r_2^2 + 2 r^{(1)} r_2 \cos(x_1 - \delta_2)}{1 + r^{(1)2} r_2^2 + 2 r^{(1)} r_2 \cos(x_1 - \delta_2)}$$



et pour la phase:

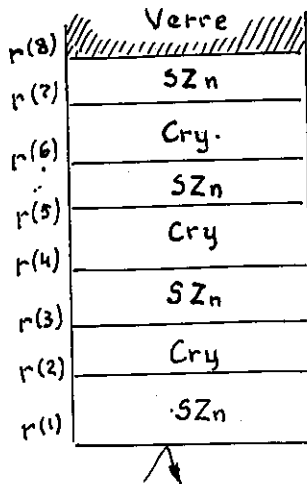
$$\delta = \delta_1 = -(\xi_1 - \eta_1)$$

les angles ξ_1 et η_1 étant donnés par les expressions:

$$\operatorname{tg} \xi_1 = \frac{r_2 \sin(x_1 - \delta_2)}{r_1^{(1)} + r_2 \cos(x_1 - \delta_2)}$$

$$\operatorname{tg} \eta_1 = \frac{r_1^{(1)} r_2 \sin(x_1 - \delta_2)}{1 + r_1^{(1)} r_2 \cos(x_1 - \delta_2)}$$

II Application de cette méthode à un revêtement réflecteur 7 couches



On utilise généralement au laboratoire des revêtements constitués de 7 couches, chacune ayant une épaisseur optique égale à $\lambda/4$, λ étant la longueur d'onde pour laquelle on veut utiliser le revêtement réflecteur. La substance de haut indice est du sulfure de zinc, celle de bas indice de la cryolithe. Les valeurs des indices diffèrent légèrement d'un auteur à l'autre. Nous avons admis les valeurs relatives

suyvantes support (silice) $n_V = 1,50$, cryolithe $n_B = 1,34$ $n_H = 2,35$ l'indice de l'air $n = 1$. Nous ne tiendrons pas compte de l'absorption (très faible). En incidence normale il n'y a pas lieu de tenir compte de l'état de polarisation de la lumière pour les coefficients de Fresnel.

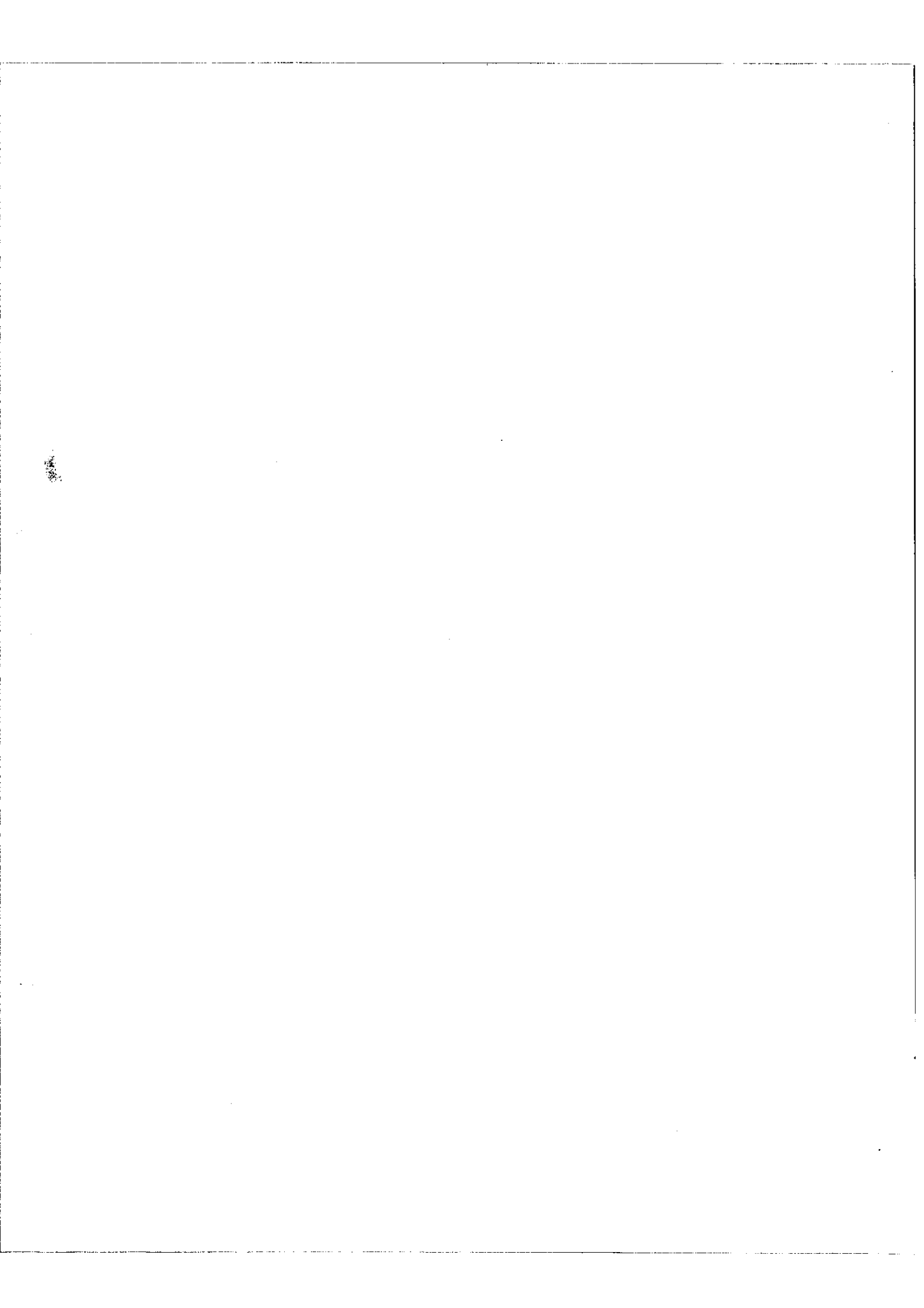
On obtient immédiatement:

$$r^{(8)} = - \frac{n_V - n_H}{n_V + n_H}$$

$$r^{(7)} = - \frac{n_H - n_B}{n_H + n_B} = r^{(5)} = r^{(3)}$$

$$r^{(6)} = - \frac{n_B - n_H}{n_H + n_B} = -r^{(7)} = r^{(4)} = r^{(2)}$$

$$r^{(1)} = - \frac{n_H - 1}{n_H + 1}$$



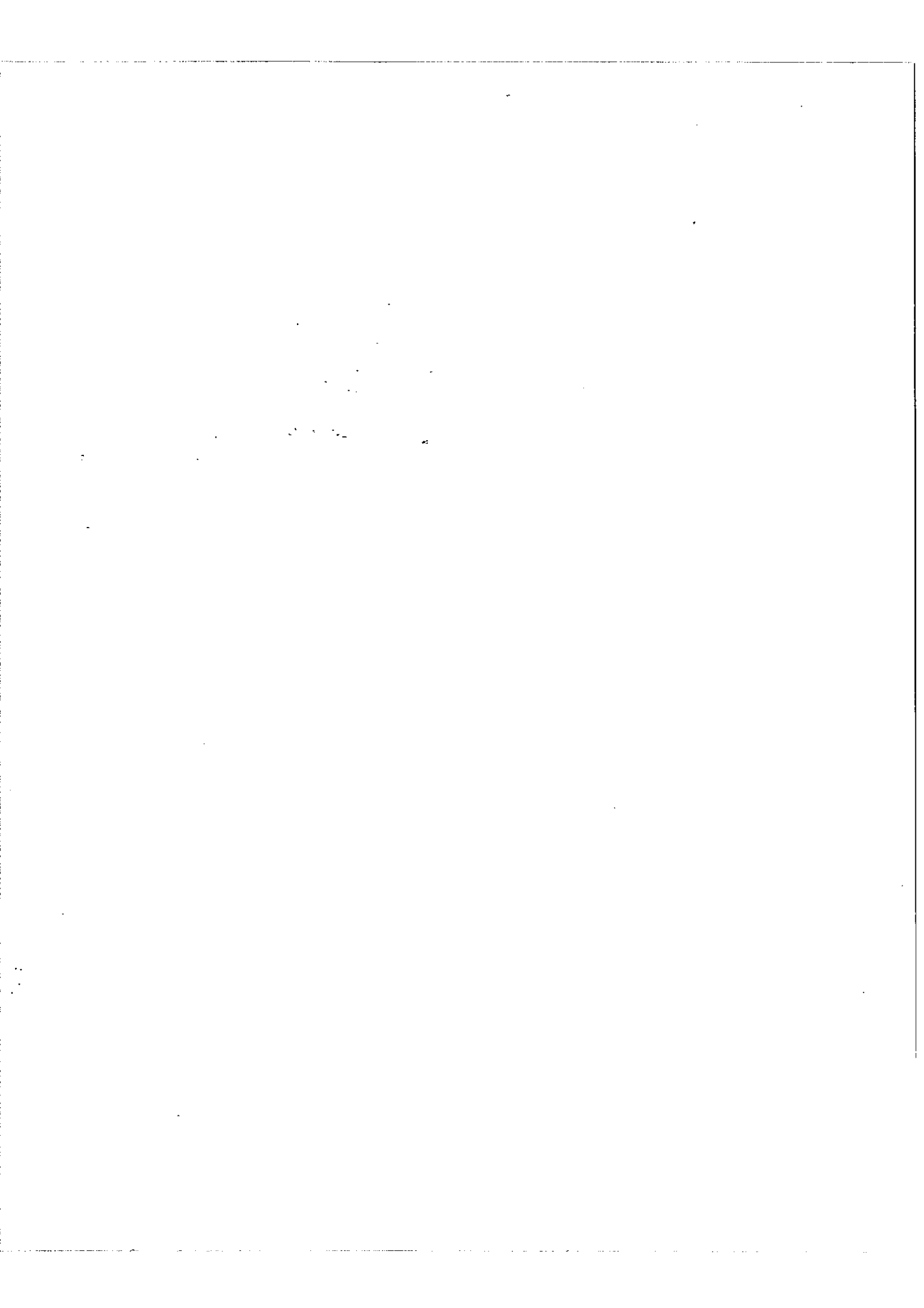
Nous avons dit que l'on considérait un revêtement réflecteur théoriquement parfait, et que l'on modifierait l'épaisseur d'une des couches seulement. La méthode de Rouard se révèle particulièrement simple pour notre problème.

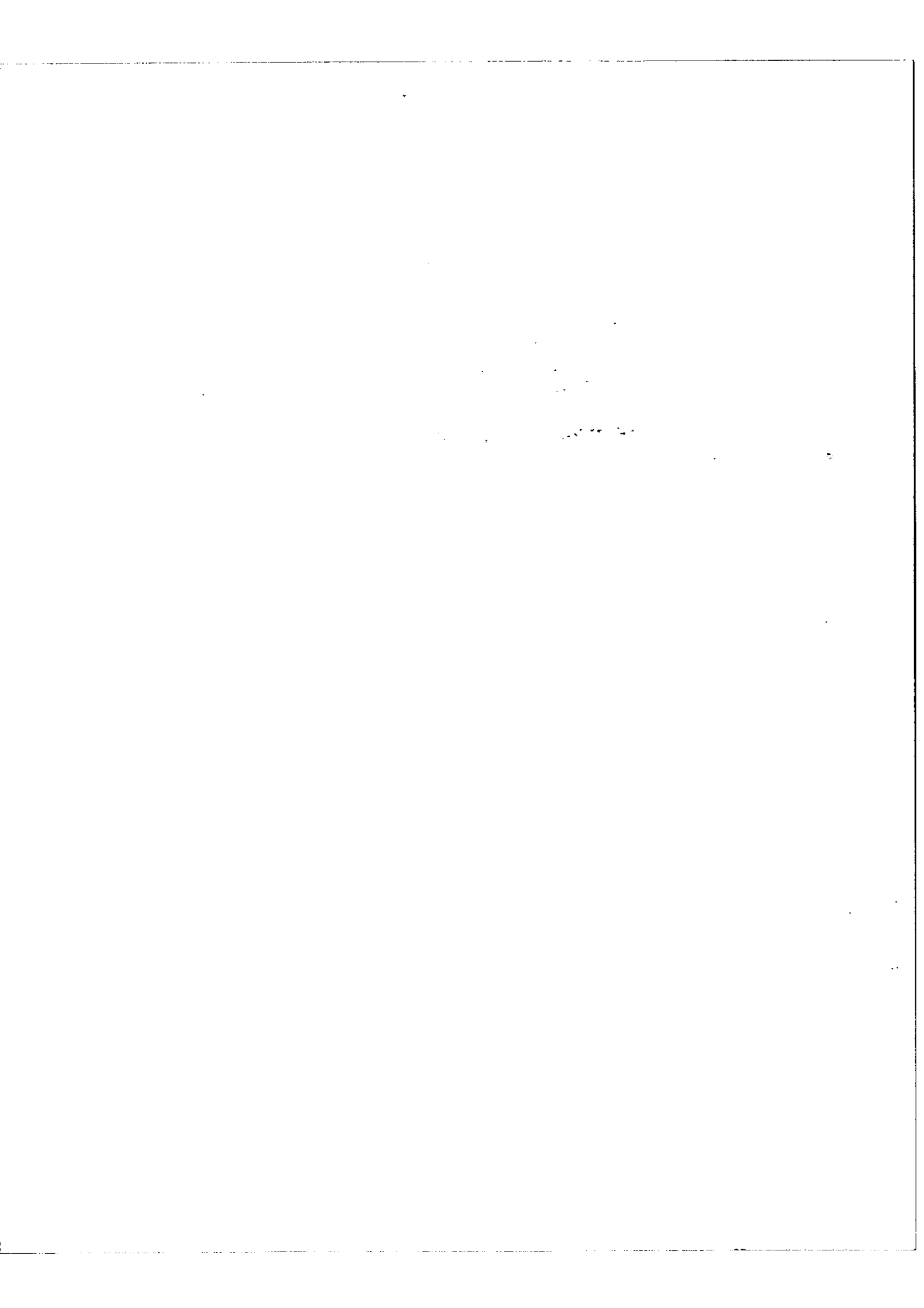
Ce calcul est fait pour la longueur d'onde λ , propre à la constitution du revêtement réflecteur; c'est à dire que l'épaisseur optique nd de toutes les couches, sauf une, est égale à $\lambda/4$, les différences de marche correspondantes exprimées en terme de phase sont donc égales à $\alpha_j = \frac{2\pi}{\lambda}(2nd) = \pi$, donc les expressions de $r_k e^{i\delta_k}$ se réduisent à des termes réels. Le seul terme imaginaire, qui subsiste dans ces calculs, est dû à la variable considérée; à savoir l'épaisseur ($n_j d_j$) de la couche que l'on veut modifier.

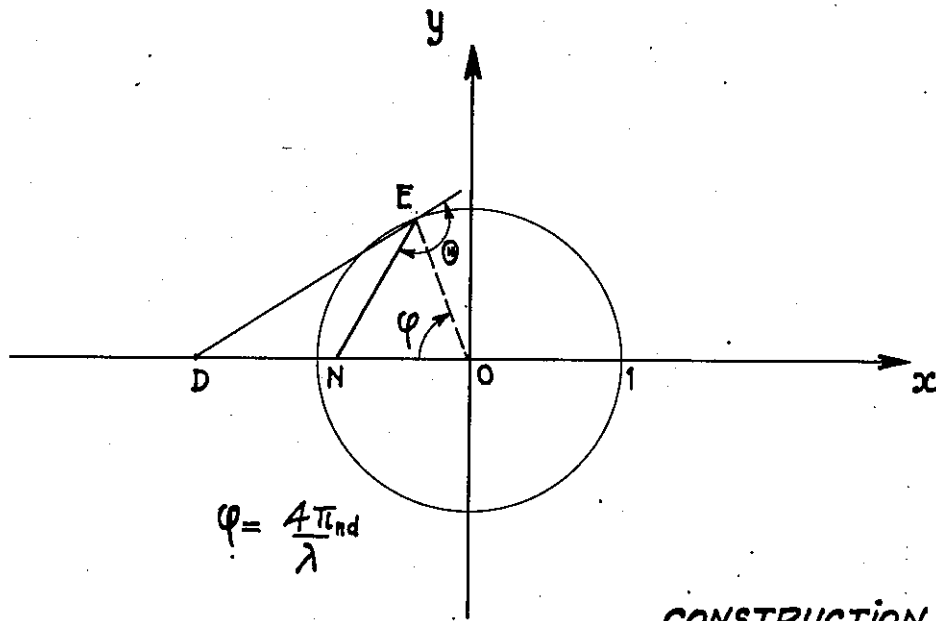
Pour chaque valeur de j ($j = 1, 2 \dots 7$) on obtient une expression numérique de $r e^{i\delta}$ en fonction de l'épaisseur optique $n_j d_j$. De cette expression, on tire, facilement, la valeur de δ , déphasage à la surface du revêtement réflecteur par la méthode indiquée ci-dessus.

Il y a, évidemment, une incertitude de phase égale à π sur la valeur de δ obtenue; celle-ci est due au fait, que l'on détermine la valeur d'un angle par sa tangente.

Mais ces difficultés sont en partie levées du fait, que l'on considère des variations du déphasage à la réflexion.







$$\varphi = \frac{4\pi nd}{\lambda}$$

- CONSTRUCTION GRAPHIQUE
DE MALE -

Fig. 18

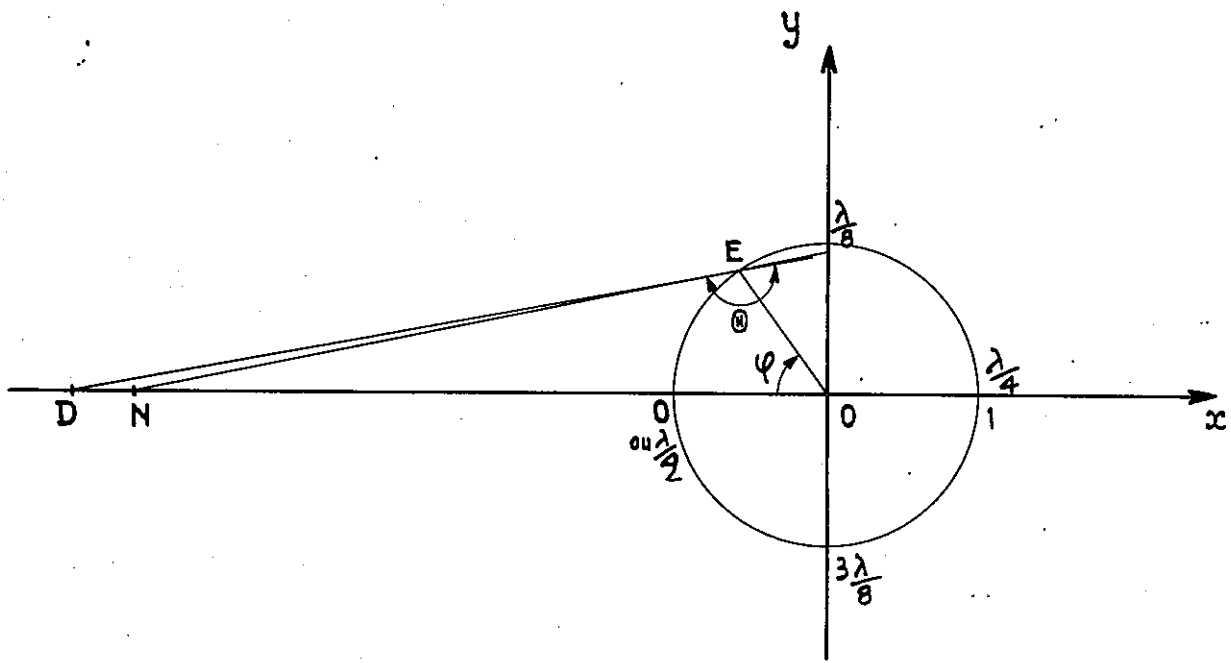
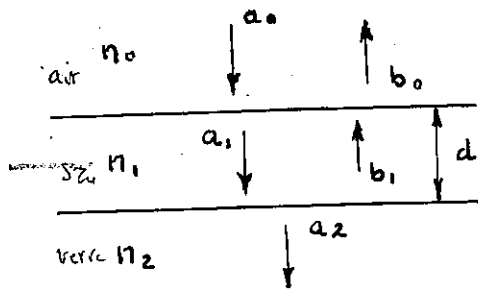


Fig. 19 - CAS DE LA COUCHE DE RANG 1 -

ANNEXE II

I - Méthode graphique de Malé

Cette méthode ne s'applique simplement qu'à un petit nombre de couches. Lorsqu'il s'agit d'une seule couche d'épaisseur d , non absorbante, sur un support de verre, la construction graphique est très rapide.



Soit a_0 l'amplitude de l'onde incidente, b_0 et a_2 les amplitudes complexes de l'onde réfléchie et de l'onde transmise par la lame; la théorie électromagnétique donne les relations classiques:

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{r_1 + r_2 e^{-4\pi j \frac{n_1 d}{\lambda}}}{1 + r_1 r_2 e^{-4\pi j \frac{n_1 d}{\lambda}}}$$

avec en incidence normale,

$$r_1 = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1}, \quad r_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

λ étant la longueur dans le vide de la radiation utilisée.

Dans le cas simple d'une couche non absorbante r_1 et r_2 sont réels.

Pour déterminer le facteur de réflexion et la phase à la surface s'écrit:

$$(1) \quad \frac{b_0}{a_0} = \frac{1}{r_1} \frac{\frac{r_1}{r_2} + e^{-4\pi j \frac{n_1 d}{\lambda}}}{\frac{1}{r_1 r_2} + e^{-4\pi j \frac{n_1 d}{\lambda}}} = \frac{1}{r_1} P e^{j\Theta}$$

Dans le plan de la variable complexe on porte les points $D(\frac{r_1}{r_2})$; $N(\frac{1}{r_1 r_2})$; $E(e^{-4\pi j \frac{n_1 d}{\lambda}})$

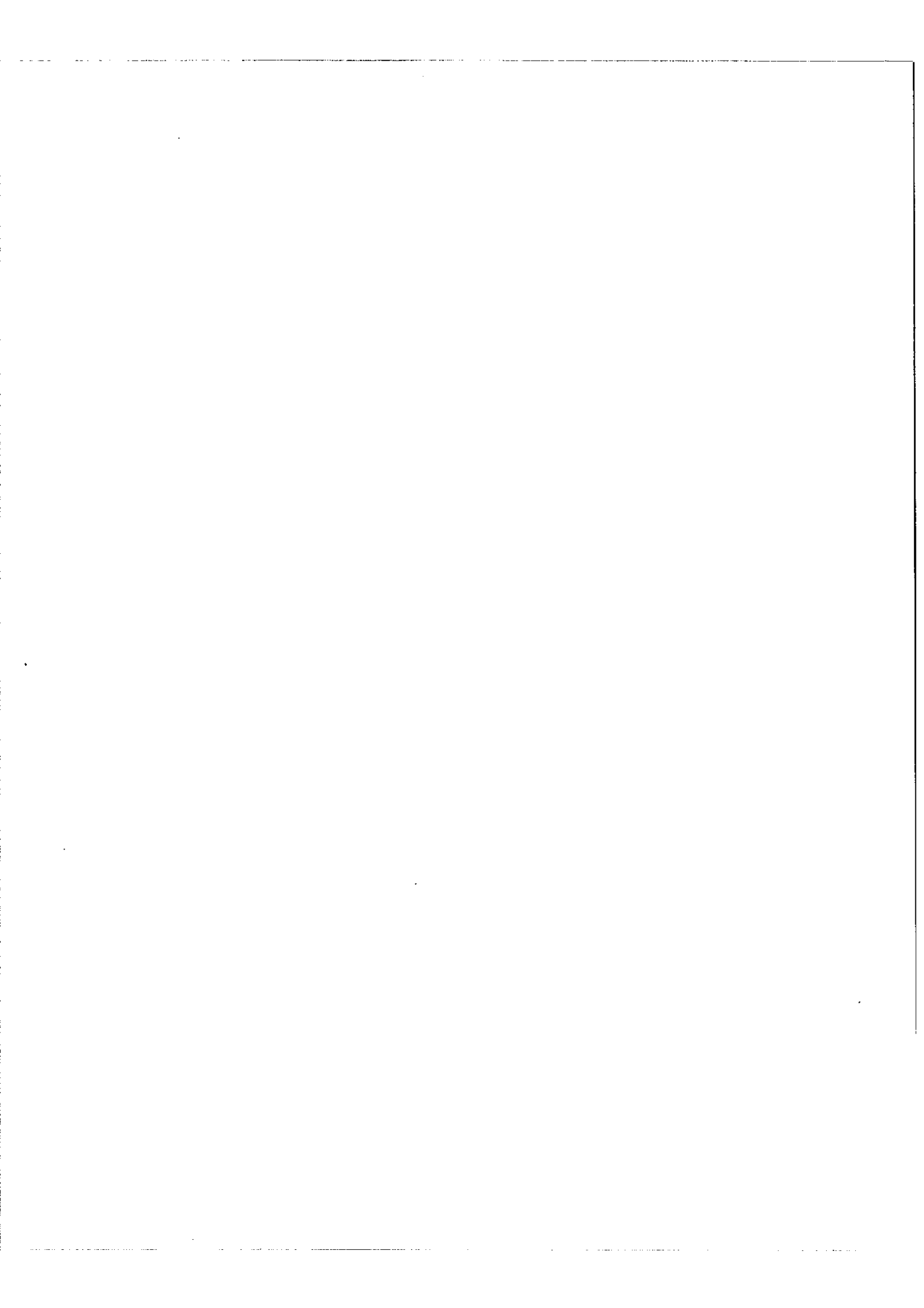
et l'on obtient: (figure 18)

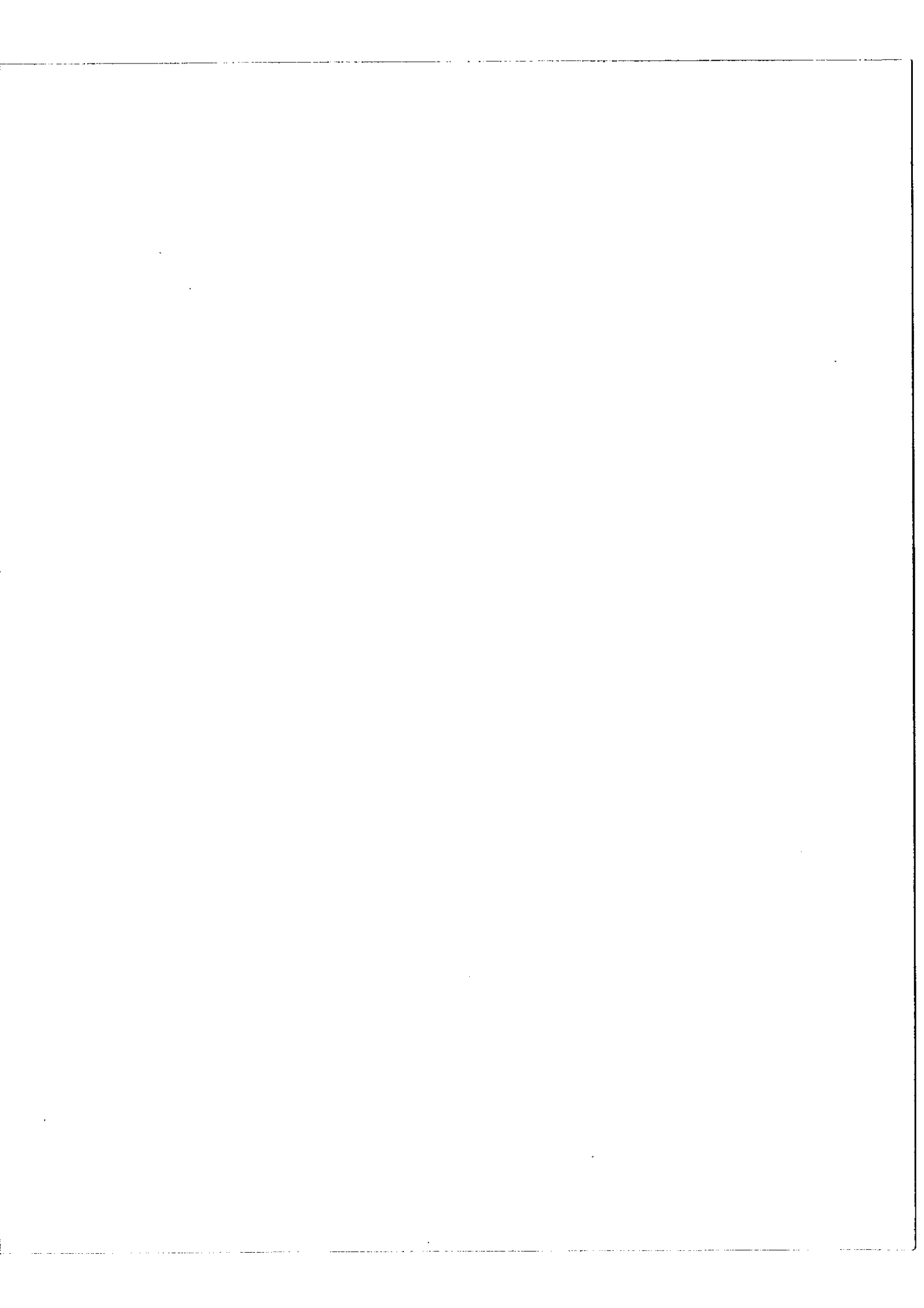
$$P = \frac{\overline{EN}}{ED} \quad \Theta = \widehat{ED, EN}$$

Pour une lame non absorbante, lorsque l'épaisseur d , de la lame, varie, le point E décrit un cercle de centre O et de rayon unité. La graduation du cercle en fonction de l'épaisseur d est immédiate.

II - Application

On remarquera que la formule globale obtenue par Rouard pour un empilement de couches a bien la même forme que celle relative à une seule couche. Ce qui est évident, puisque à priori, on peut remplacer mathématiquement un empilement de couches par une couche fictive, dont les facteurs de Fresnel effectifs sont les mêmes. Donc, pour appliquer simplement la méthode de Malé, il nous suffira de prendre les expressions obtenues pour le facteur de réflexion $r e^{j\delta}$ par la méthode de Rouard, et, en identifiant avec l'équation (1), on





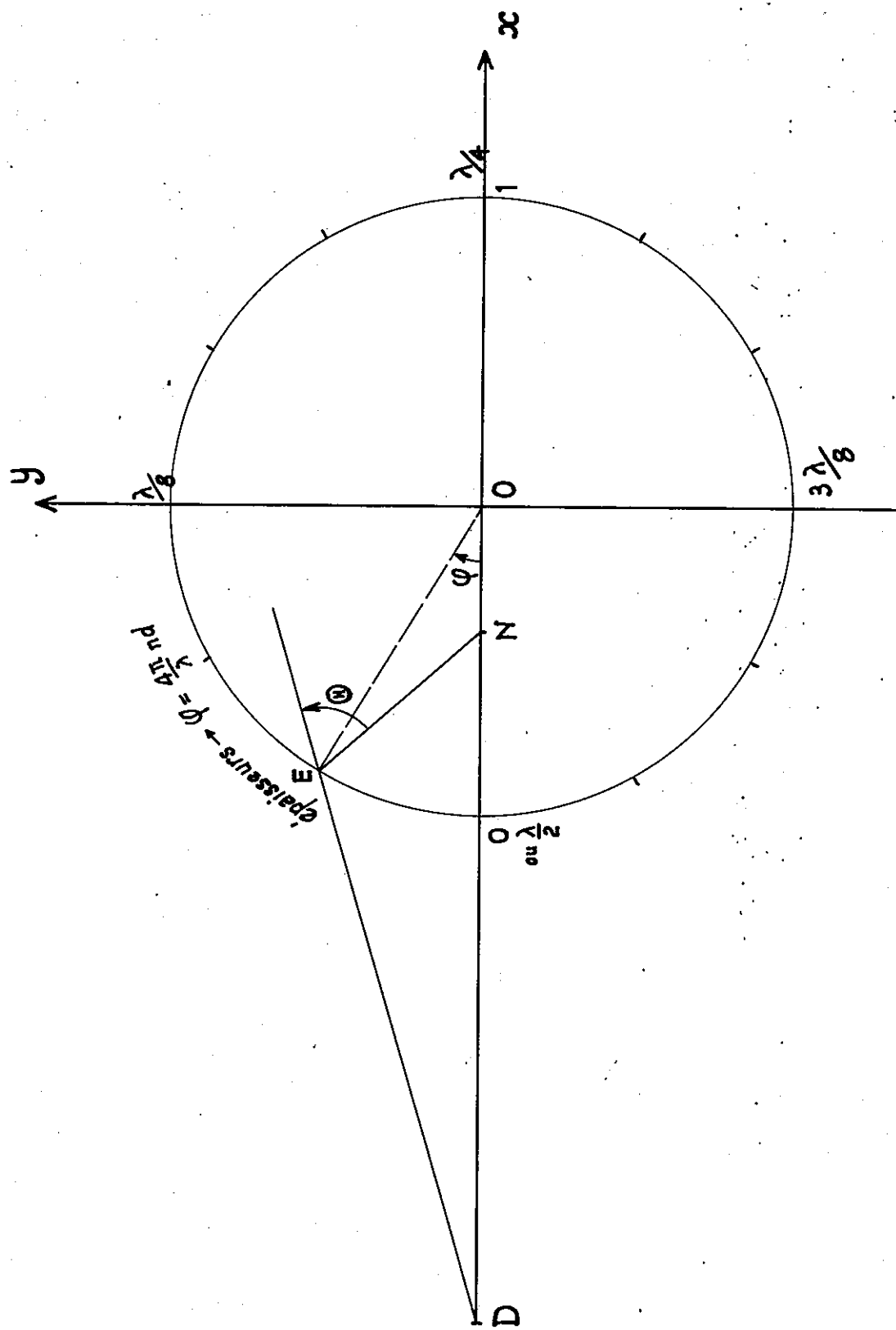


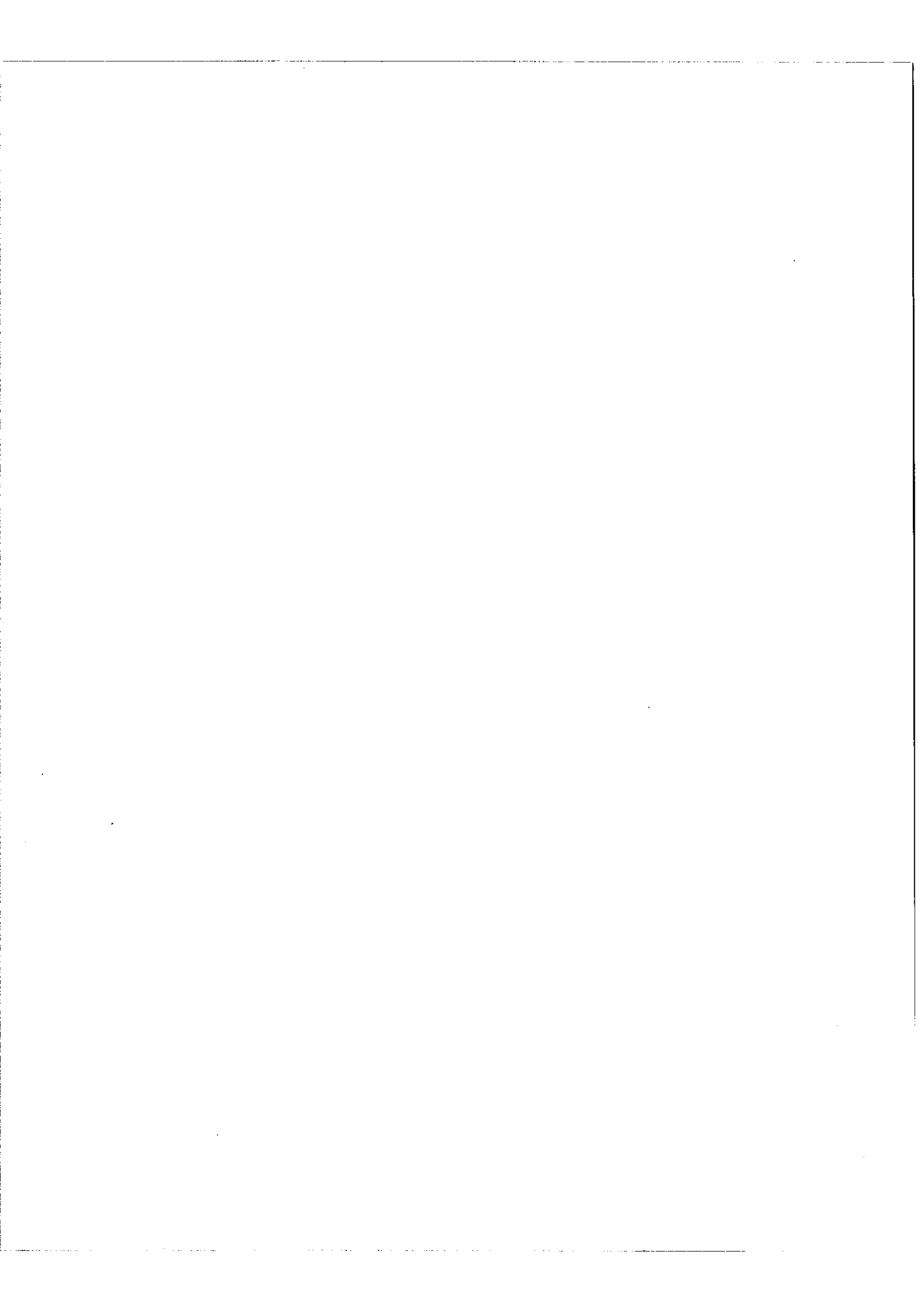
Fig. 20 - CONSTRUCTION RELATIVE À LA COUCHE DE RANG $i = 7$ -

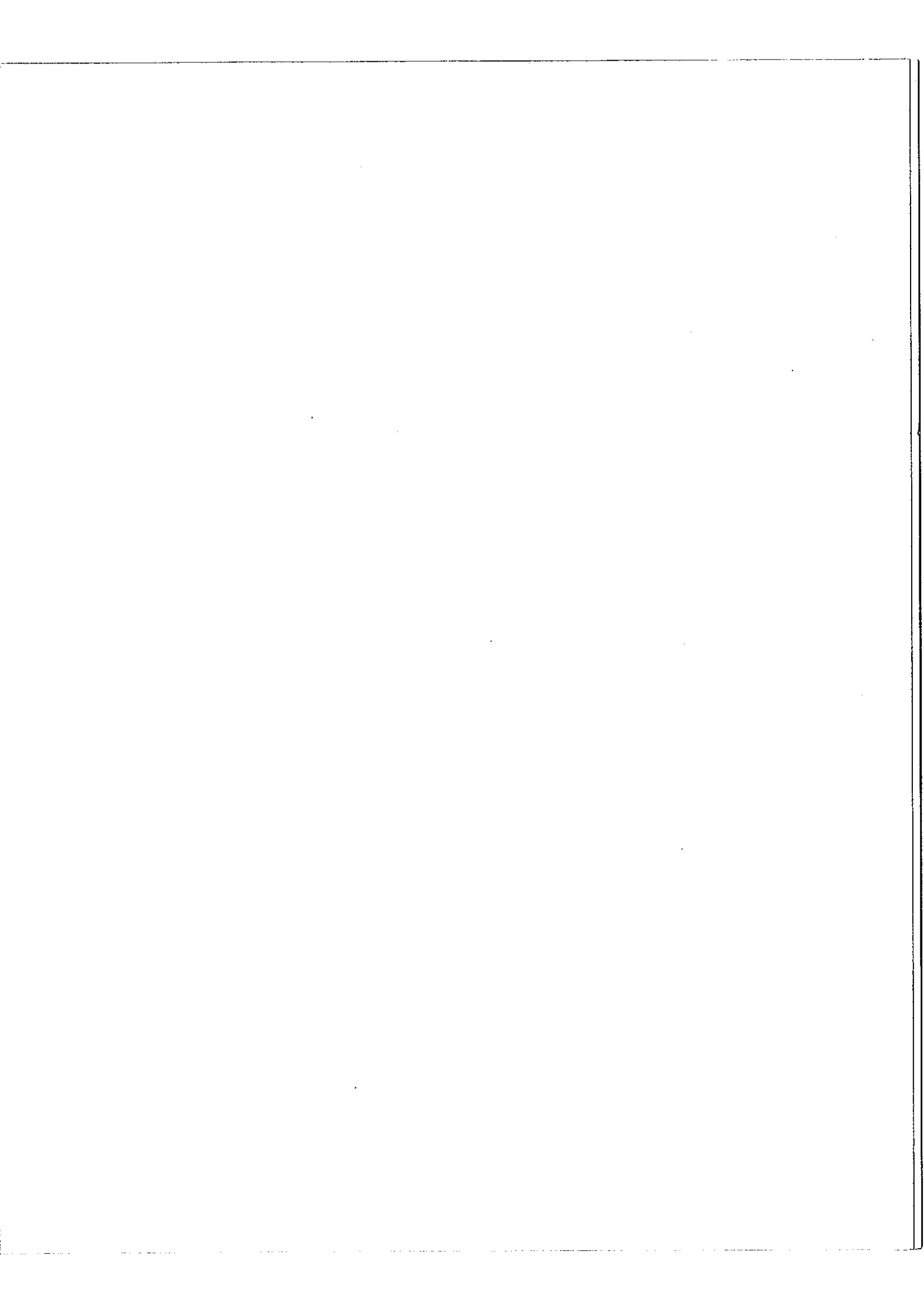
obtiendra les facteurs de Fresnel effectifs.

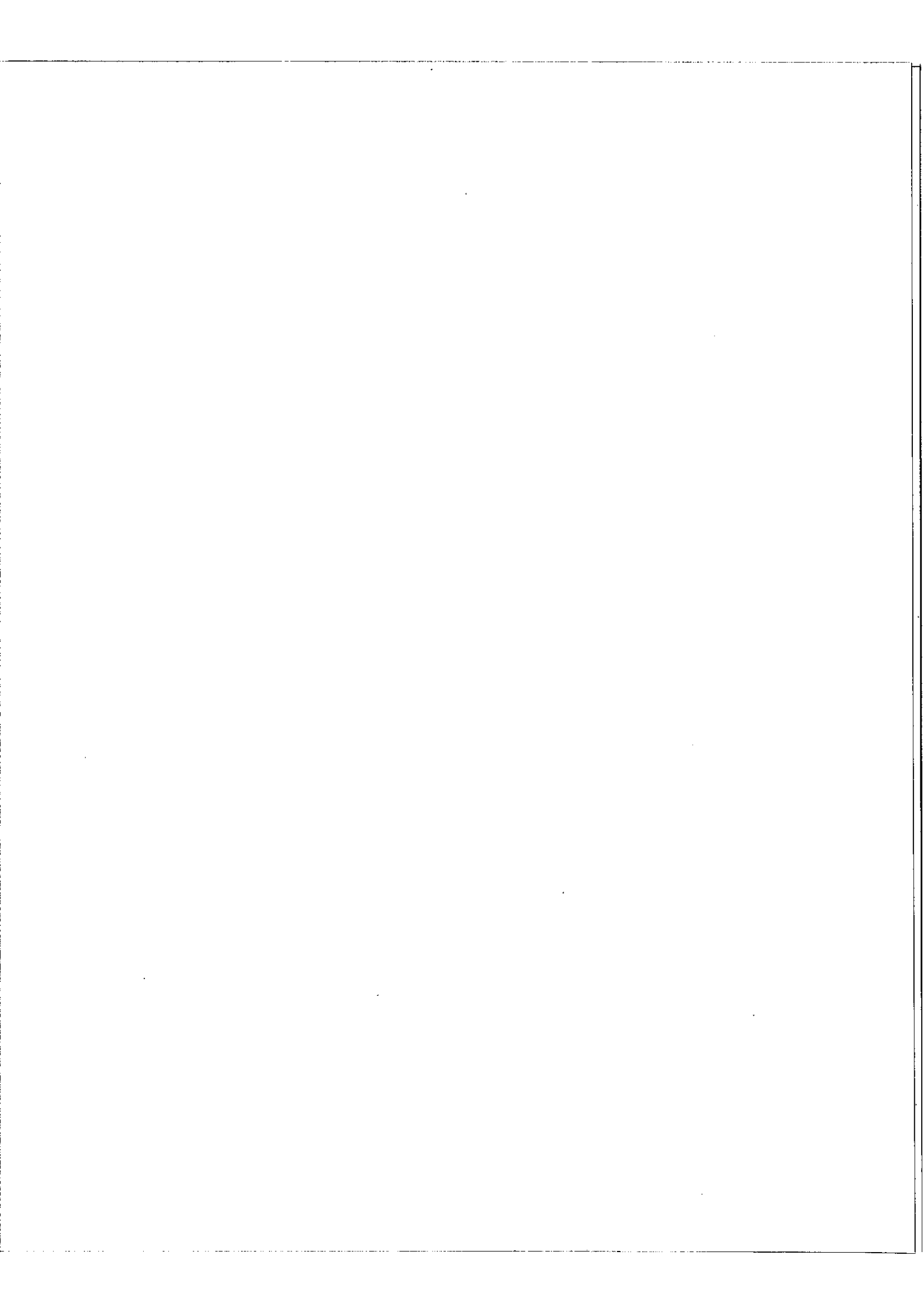
A titre d'exemples la figure 19 montre la construction obtenue, lorsque l'on modifie l'épaisseur de la couche au contact du verre. On remarquera que les points N et D obtenus, sont tous deux extérieurs au cercle, lieu de E; c'est à dire que la valeur de Θ , qui est le déphasage à la surface côté air de l'empilement, varie peu autour de sa valeur moyenne π , lorsque le point E décrit le cercle.

Par contre, sur la figure 20 relative à une variation d'épaisseur de la couche au contact de l'air, le point N est à l'intérieur du cercle lieu de E. On voit que l'angle Θ varie de 0 à 2π , lorsque l'épaisseur passe de 0 à $\lambda/2$.

Ces deux exemples montrent bien les avantages que présente l'utilisation de la méthode de Malé; on a rapidement une vue d'ensemble de la variation de $\delta\psi$ en fonction de l'épaisseur de la couche variable, et ^{elle} permet de lever les difficultés dues à l'incertitude de phase de π , qui ont été signalées dans l'annexe I.







Pour déterminer ψ , qui est l'argument de r , pour une épaisseur donnée ne , on trace la droite passant par Ω et faisant l'angle $\varphi/2$ avec l'axe ox . Cette droite coupe la tangente TT' au cercle en un point I .

La droite PI coupe le cercle en un point qui est la représentation géométrique de $re^{i\psi}$, dans le plan complexe, on peut alors déterminer l'amplitude et la phase (l'angle de phase ψ est mesuré en sens inverse du sens trigonométrique, car il s'agit ici d'un déphasage retard).

L'application au cas d'un revêtement réflecteur constitué de 7 couches est très facile. On doit faire varier l'épaisseur d'une des 7 couches du revêtement ($p = 1$ à 7). Les points correspondants aux facteurs de Fresnel r_{0p} et r_{np} ont déjà été calculés par la méthode de Rouard. On remarquera que r_{np} correspond à une épaisseur optique de la couche de rang p égale à $\lambda/4$; c'est à dire, que dans ce cas particulier on a, quelque soit p , un revêtement réflecteur parfait, donc la valeur de r_{np} est indépendante de p . Dans le plan complexe, les cercles relatifs à chacune des couches du revêtement réflecteur, forment donc un faisceau à point de base P .

Il faut calculer ensuite les valeurs de r_{q-p} . Nous avons dit qu'il s'agissait du facteur de Fresnel, calculé sur les $q-p$ couches situées après la p ième couche d'épaisseur variable. Le support ayant l'indice de la p ième couche, H et B représentant des couches d'épaisseur optique $\lambda/4$, un revêtement réflecteur parfait de 7 couches s'écrit:

$$\boxed{\text{verre}} \quad H \ B \ H \ B \ H \ B \ H$$

Pour $p = 1$ il faut donc calculer le facteur de Fresnel $r_{7,1}$ de l'empilement

$$\boxed{H} \quad B \ H \ B \ H \ B \ H$$

Pour $p = 2$

$$\boxed{B} \quad H \ B \ H \ B \ H$$

etc ...

Pour $p = 6$

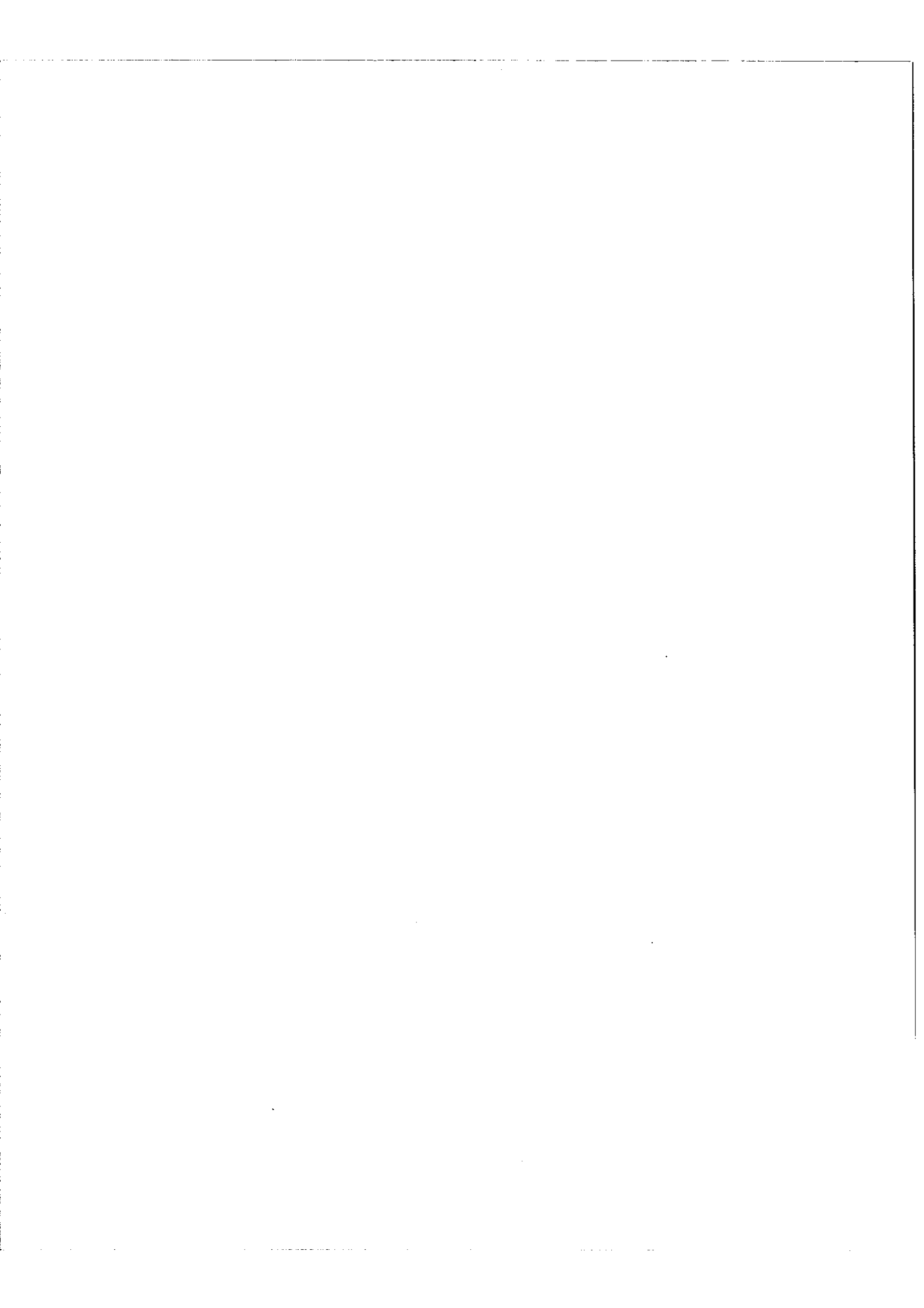
$$\boxed{B} \quad H$$

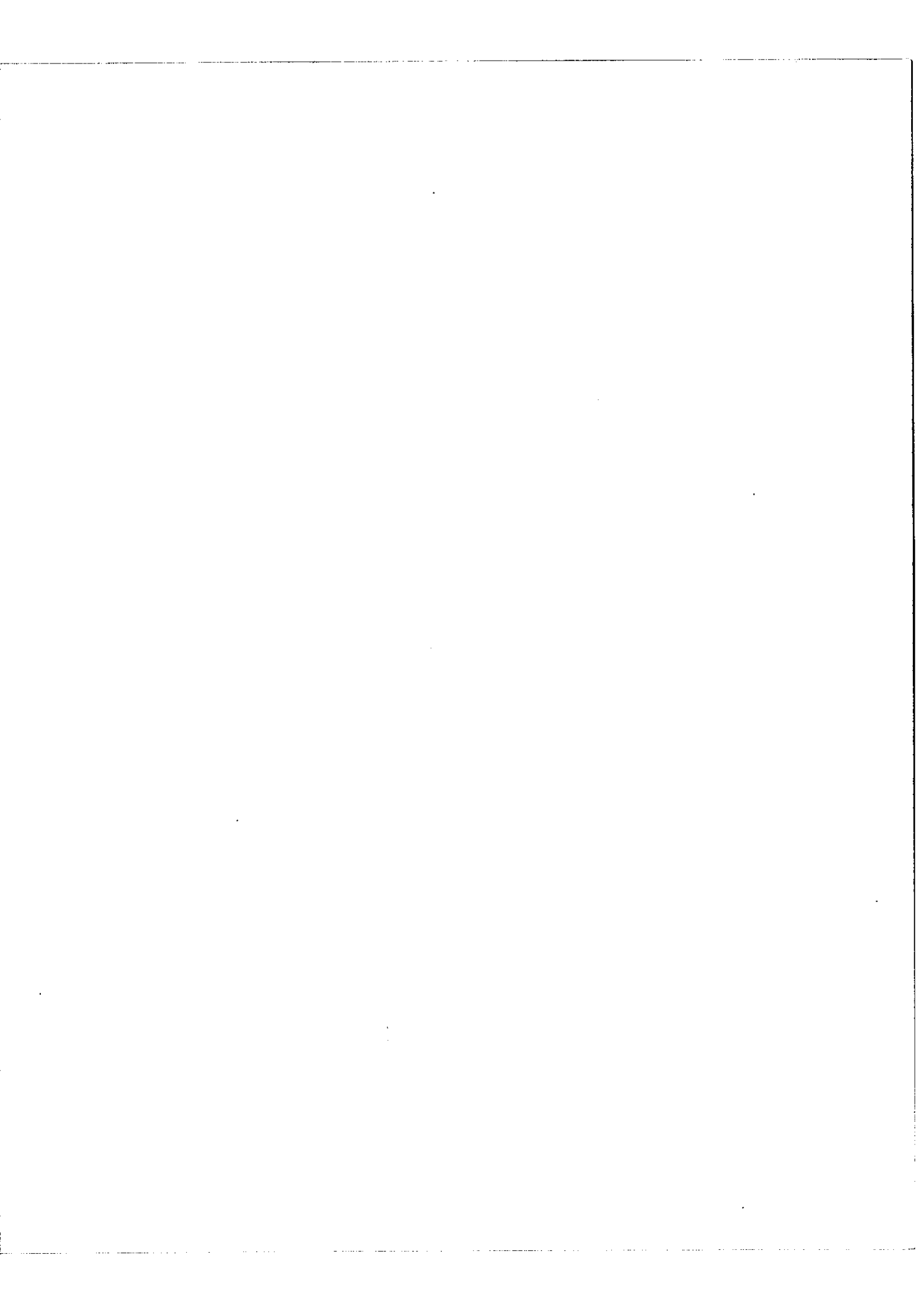
Enfin $p = 7$

$r_{7,7}$ est le facteur de Fresnel d'un support de haut indice.

On pourrait calculer, facilement, par la méthode de Rouard, le facteur de Fresnel r_{q-p} il existe cependant une méthode [3] qui s'avère beaucoup plus simple dans ce cas particulier.

En écrivant r sous la forme : $r = \frac{1-k}{1+k}$, on obtient immédiatement pour





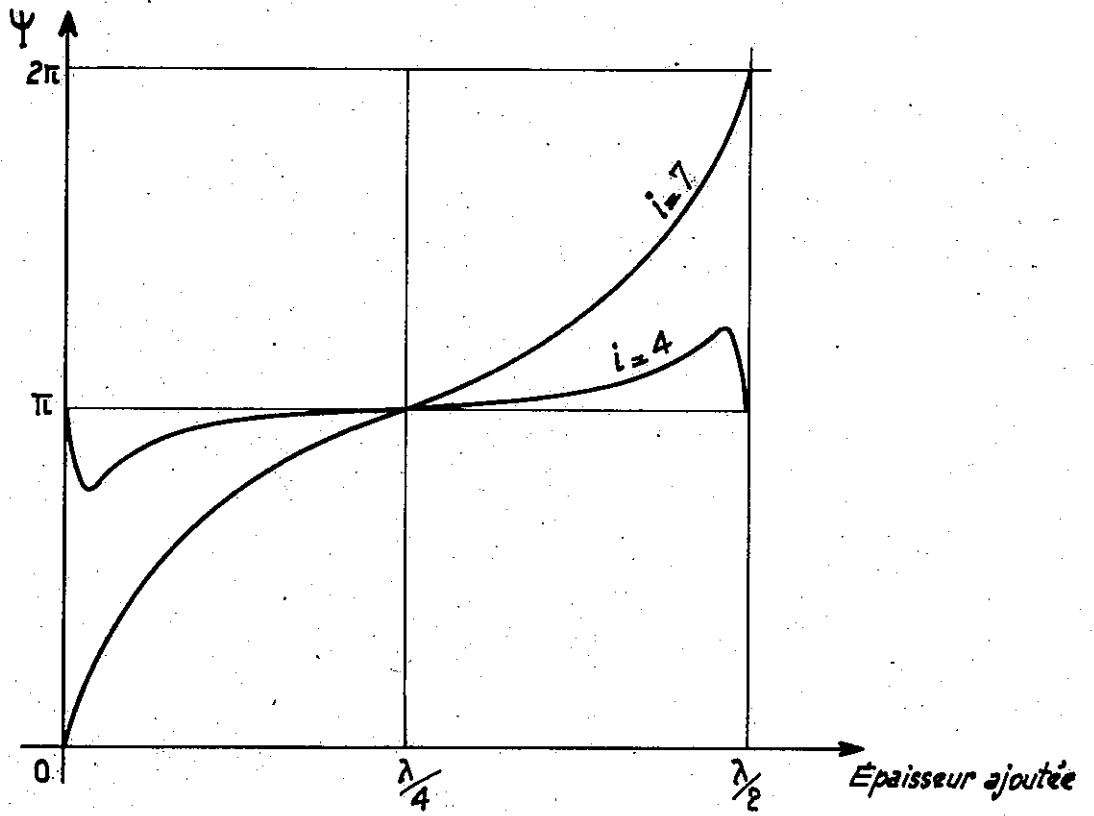


Fig. 24 - VARIATION DE DÉPHASAGE EN FONCTION DE L'ÉPAISSEUR D'UNE COUCHE -
i=4 et i=7

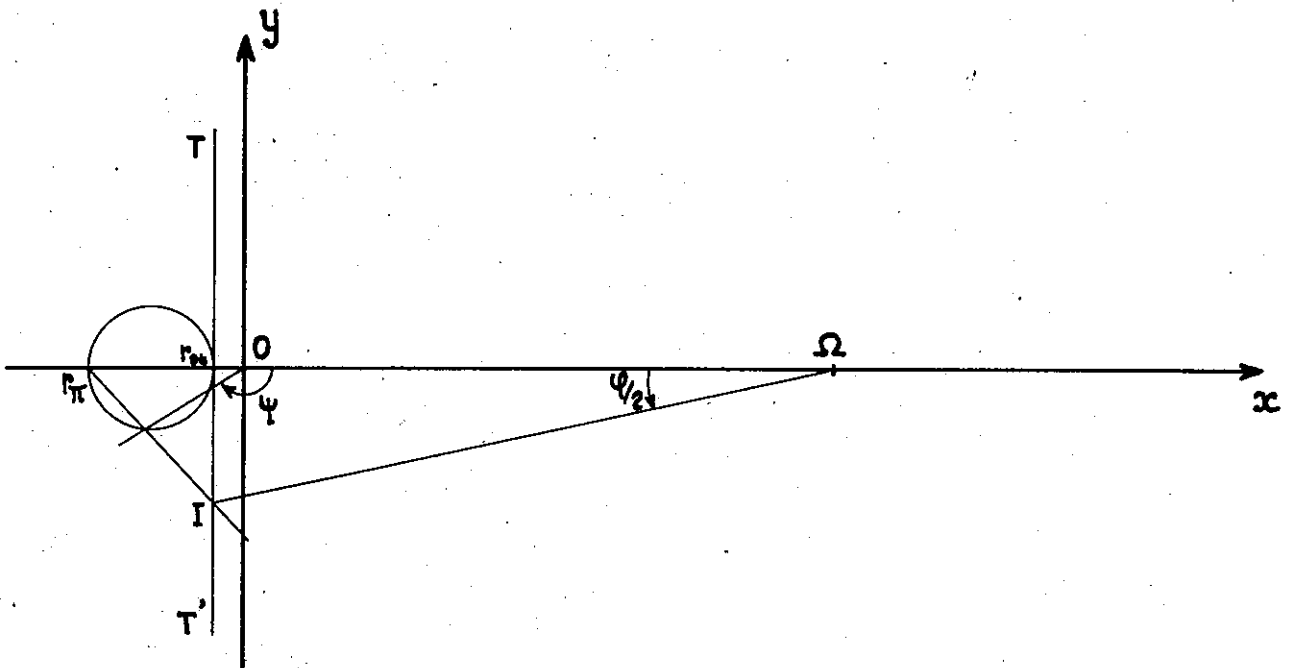


Fig. 23 - CONSTRUCTION RELATIVE À LA COUCHE DE RANG 4 -

$$r_{04} = -0,198$$

$$r_{\pi} = -0,981$$

expression de, k_{q-p}

$$k_{q-p} = \left(\frac{n_H}{n_S} \right)^{q-p} \cdot n_H$$

avec $q = 7$

$p = 1 \text{ à } 7.$

Les points Ω_p s'obtiennent en effectuant les inversions de centre P et de puissance PH^2 . Nous avons effectuée cette vérification pour toutes les courbes du revêtement réflecteur. Nous allons présenter deux cas particulièrement intéressants, pour montrer que cette méthode graphique est bien adaptée à ce problème.

premier exemple:

On modifie l'épaisseur de la dernière couche du revêtement réflecteur $p = 7$. Sur la figure 22 on a porté le lieu des points $r e^{i\psi}$. Le cercle est centré sur l'axe des x, dont les points diamétralement opposés sont $r_{07} = + 0,908$ $r_{\pi} = - 0,981$.

A partir de la valeur de $r_{7-7} = - 0,394$, on obtient la position du point Ω . $0\Omega = 5,087$.

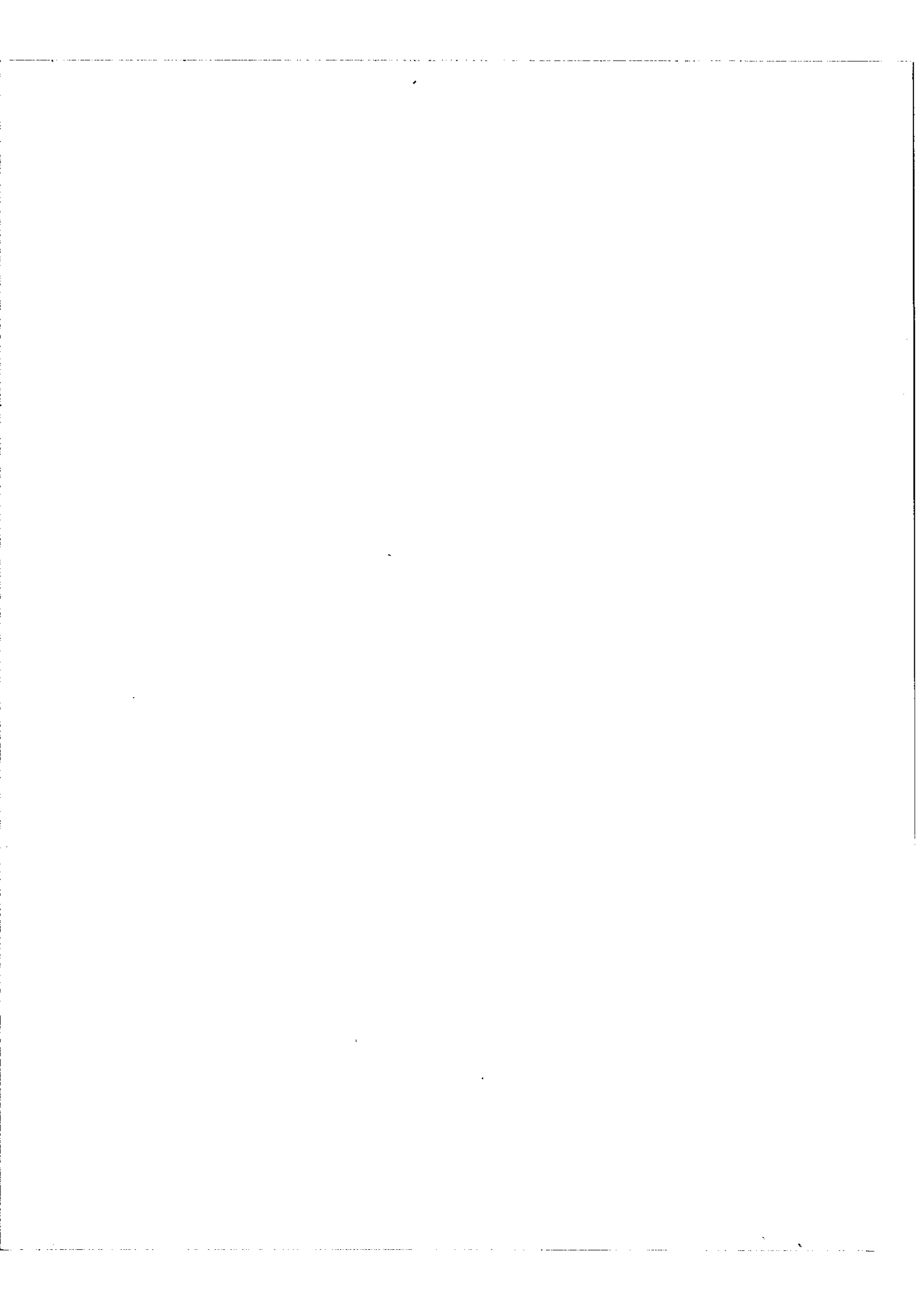
Lorsqu'on fait varier l'épaisseur de la dernière couche du revêtement de 0 à $\lambda/2$ l'angle $\varphi/2$ varie de 0 à π . Il est intéressant de voir rapidement, comment varie le déphasage, en fonction de l'épaisseur liée à φ , par la relation: $\varphi = \frac{4\pi(ne)}{\lambda}$
 Le déphasage passe de 0 à π , lorsque l'épaisseur optique passe de 0 à $\lambda/4$; l'épaisseur $\lambda/4$ correspond à un revêtement réflecteur parfait. Le déphasage continue à croître de π à 2π lorsqu'on augmente l'épaisseur de la dernière couche de $\lambda/4$ à $\lambda/2$.

Une vérification graphique précise, nous a permis de vérifier les calculs effectués par la méthode de Rouard.

deuxième exemple:

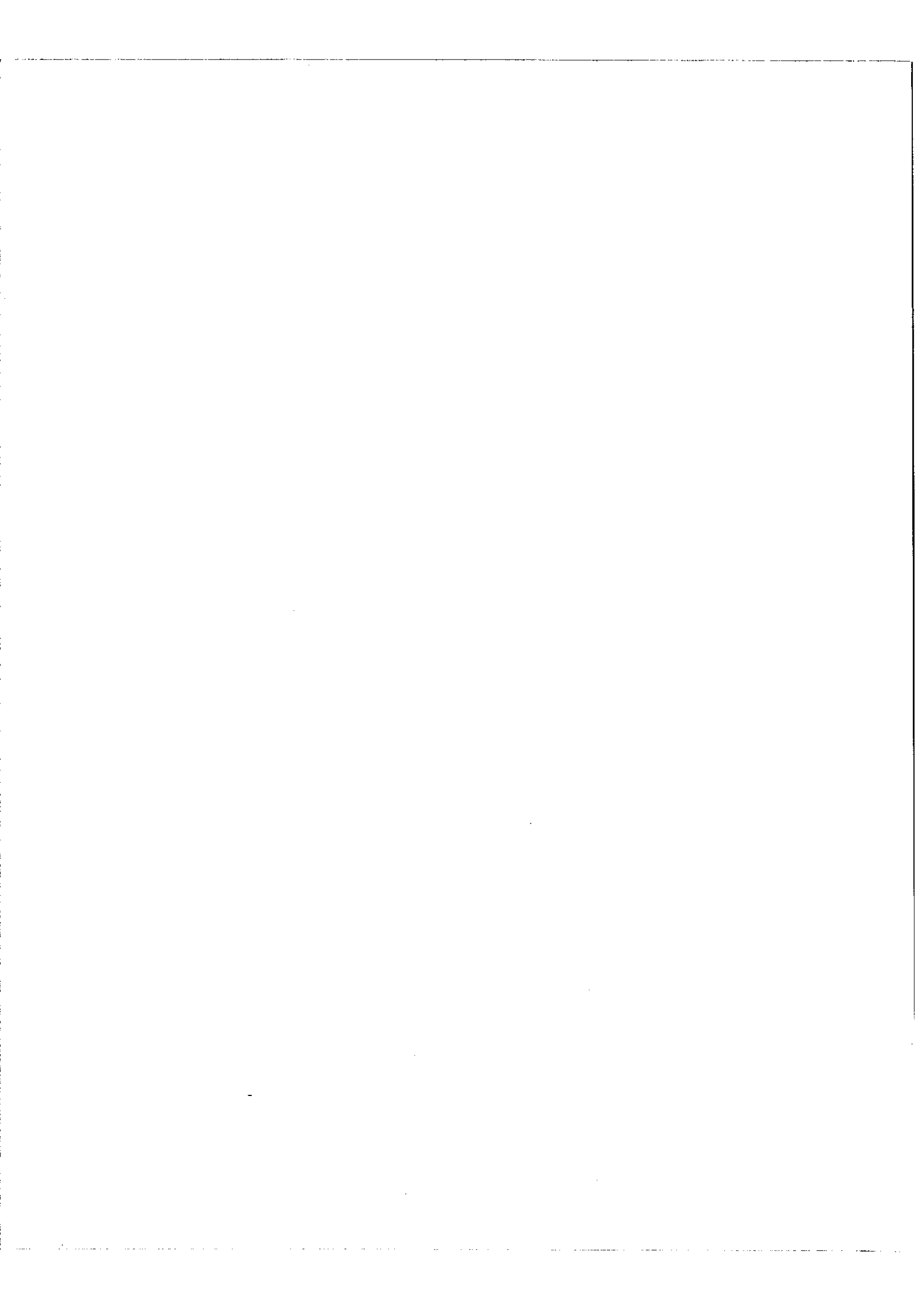
Nous allons maintenant modifier l'épaisseur de la couche de rang $p = 4$ les résultats est donné par la figure 23, on obtient $r_{04} = - 0,198$, $r_{\pi} = - 0,981$, $r_{7-4} = - 0,854$, $0\Omega = 3,872$

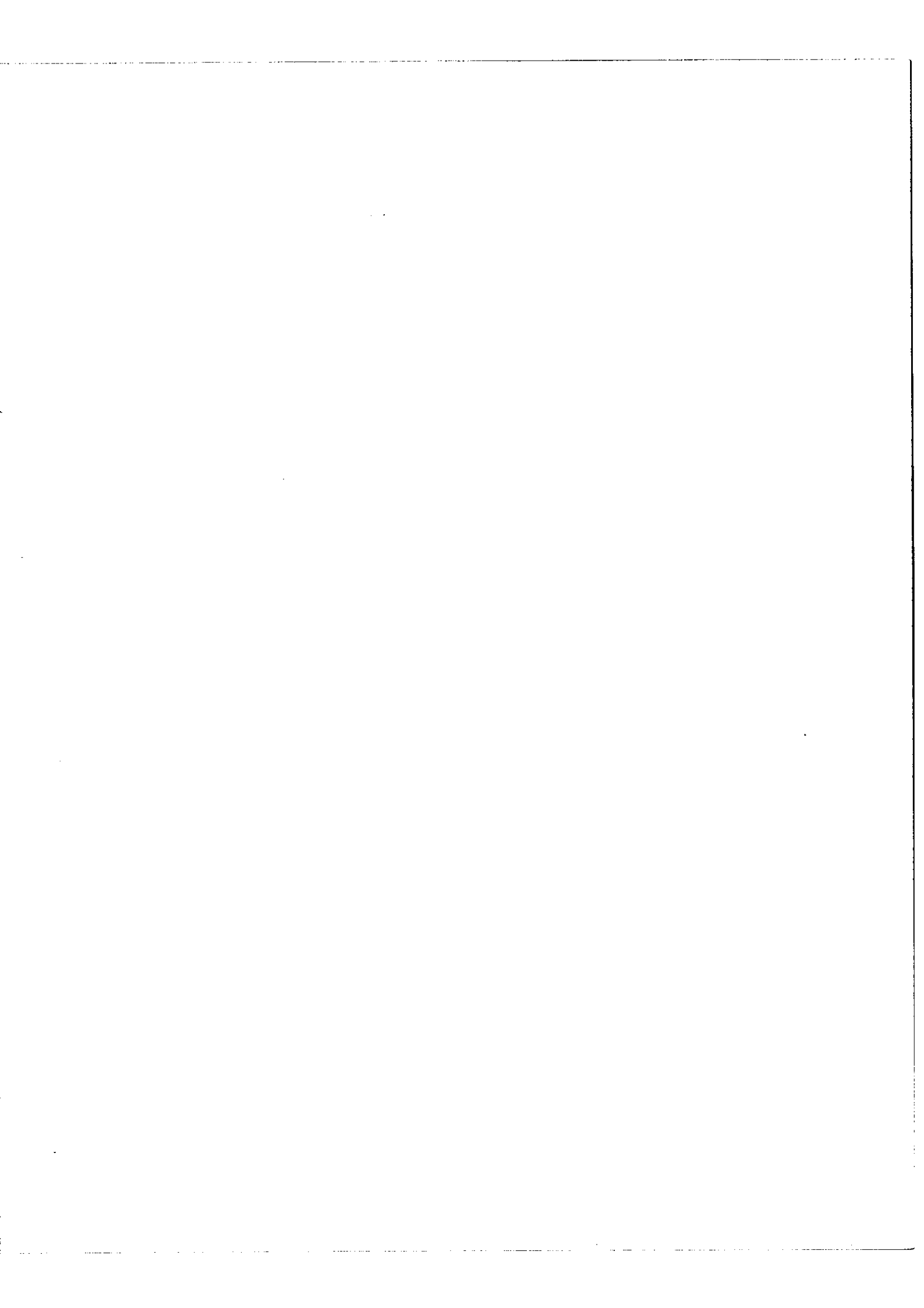
La variation du déphasage ψ , en fonction de l'épaisseur angulaire $\varphi = \frac{4\pi ne}{\lambda}$ est donnée par le tableau suivant:

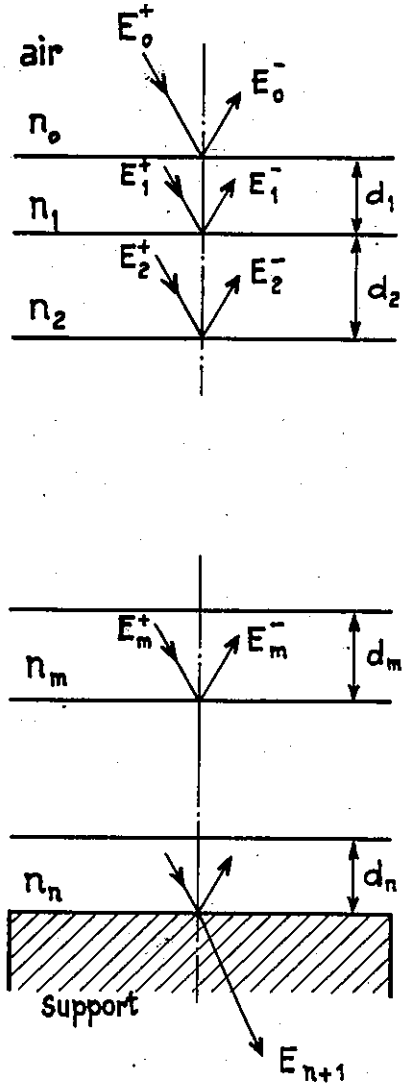


Épaisseur	0	$(ne)_t$	$\lambda/4$	$\lambda/2 - (ne)_t$	$\lambda/2$
$\varphi = \frac{4\pi ne}{\lambda}$	0	φ_t	π	$2\pi - \varphi_t$	2π
déphasage Ψ	π	Ψ_{\min}	π	Ψ_{\max}	π

Dans ce cas $p = 4$, la valeur de Ψ oscille autour de la valeur π ; les valeurs extrêmes de Ψ : Ψ_{\min} et Ψ_{\max} s'obtiennent en traçant les tangentes issues de 0 au cercle lieu de $re^{i\Psi}$. Les variations de Ψ pour $p = 4$ et $p = 7$ sont représentées sur la figure 24, lorsque l'épaisseur de la couche varie entre 0 et $\lambda/2$. L'épaisseur $\lambda/4$ correspond à un revêtement réflecteur parfait.





*Fig. 25*

ANNEXE IV

I - Principe de la méthode d'Abelès

(Nous respecterons les notations utilisées par Heavens [12].)

Abelès considère un empilement de couches d'indices et d'épaisseurs quelconques (fig.25). On supposera n couches comptées à partir de l'air vers le support, E_0^+ et E_0^- sont les vecteurs électriques incidents et réfléchis à la surface de l'empilement; n_{n+1} est l'indice du support.

Abelès démontre que chaque couche peut être caractérisée par une matrice qui relie, par une relation de récurrence, les vecteurs électriques E_{m-1}^+ et E_{m-1}^- aux vecteurs incidents réfléchis sur l'interface suivante E_m^+ et E_m^- .

La forme générale de la matrice est donnée par la relation :

$$\begin{bmatrix} E_{m-1}^+ \\ E_{m-1}^- \end{bmatrix} = \frac{1}{t_m} \begin{bmatrix} e^{i\delta_{m-1}} & r_m e^{i\delta_{m-1}} \\ r_m e^{-i\delta_{m-1}} & e^{-i\delta_{m-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_m^+ \\ E_m^- \end{bmatrix}$$

t_m et r_m étant les coefficients de Fresnel (de la couche de rang m); δ est le changement de phase du faisceau à la traversée de la couche en incidence normale ($\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (nd)$), nd étant l'épaisseur optique de la couche.

On peut relier les vecteurs E_0^+ et E_0^- aux vecteurs E_{n+1}^+ et E_{n+1}^- qui sont respectivement le vecteur électrique transmis, et $E_{n+1}^- = 0$ car il n'y a pas de réflexion. D'où la relation:

$$\begin{bmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{bmatrix} = \frac{(C_1)(C_2) \dots (C_{n+1})}{t_1 t_2 \dots t_{n+1}} \begin{bmatrix} E_{n+1}^+ \\ E_{n+1}^- \end{bmatrix}$$

avec

$$(C_m) = \begin{bmatrix} e^{i\delta_{m-1}} & r_m e^{i\delta_{m-1}} \\ r_m e^{-i\delta_{m-1}} & e^{-i\delta_{m-1}} \end{bmatrix}$$

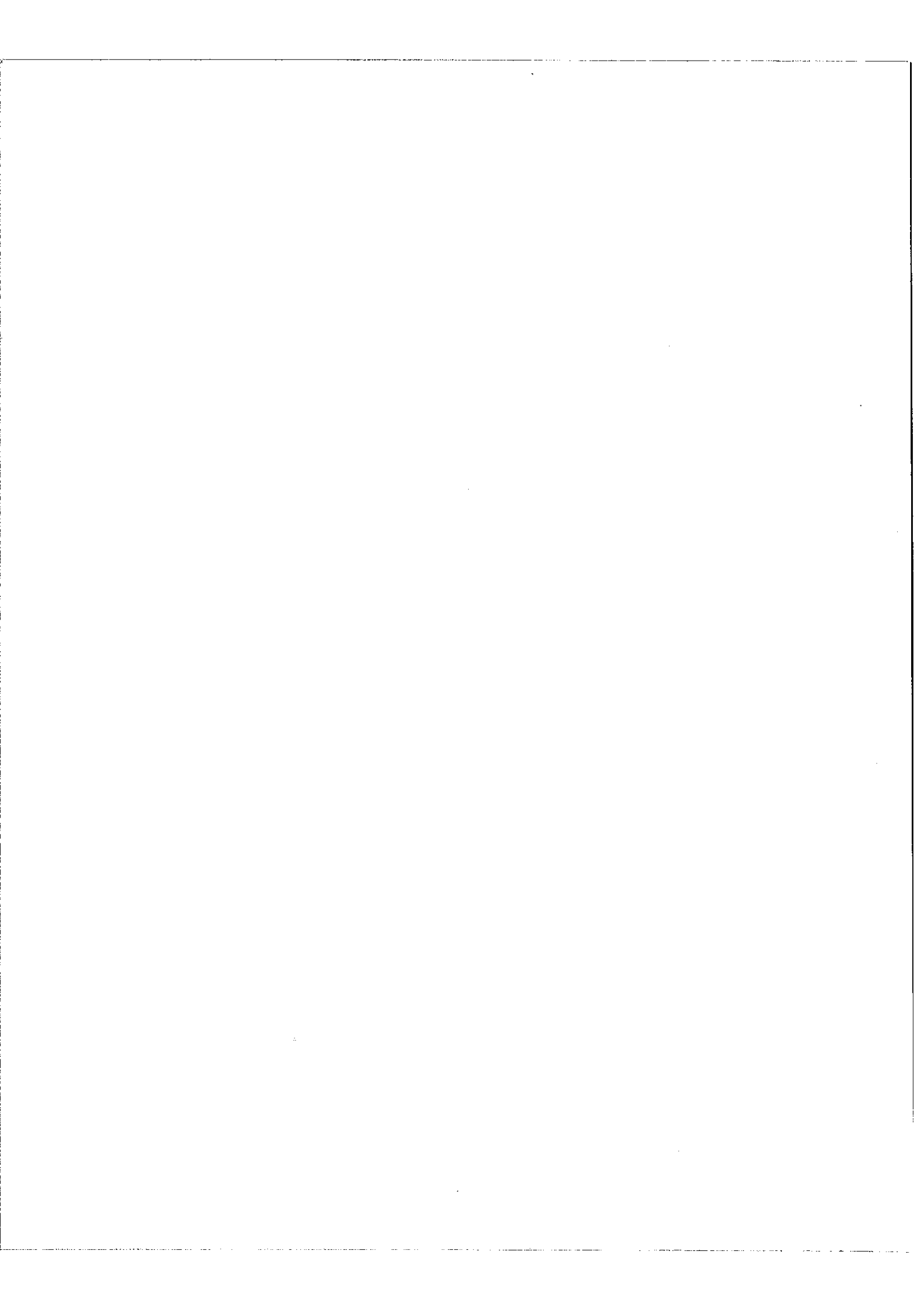
on posera

$$(C_1)(C_2) \dots (C_{n+1}) = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}$$

Nous obtenons le pouvoir réflecteur pour l'amplitude :

$$r = \frac{E_0^-}{E_0^+} = \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}}$$

On remarquera immédiatement que pour un système de couches transparentes, les coefficients de Fresnel sont réels et les matrices sont hermitiques cette relation de symétrie existant pour



chaque matrice nous permettra de conserver à l'expression de r obtenue, une certaine symétrie, qui permet d'éviter de nombreuses erreurs de calculs.

II - Application de la méthode d'Abelès

Nous allons considérer un empilement de couches où toutes les couches, sauf celle au contact de l'air, ont une épaisseur optique $nd = \lambda/4$, la couche n_1 (c'est à dire la couche de rang 7) a une épaisseur variable.

Cependant, pour pouvoir éventuellement utiliser les formules obtenues pour d'autres problèmes, nous avons pensé qu'il était préférable de considérer le cas, où chaque couche a une épaisseur d_i différente. Le cas simple, qui nous intéresse ici, sera déduit de cette formule très rapidement. Néanmoins on a toujours affaire à un empilement de couches d'indices alternés, et cette propriété simplifie déjà beaucoup les résultats.

On obtient:

$$r_1 = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} = a$$

$$r_2 = r_4 = r_6 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = b$$

$$r_3 = r_5 = r_7 = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -b$$

enfin
$$r_8 = \frac{n_1 - n_3}{n_1 + n_3} = c$$

Les notations a, b, c ont simplement pour but d'éviter de conserver, dans les calculs qui vont suivre, les indices pour les facteurs de Fresnel.

Avec ces notations on obtient : $C_1 = \begin{bmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{bmatrix}$ car $S_0 = 0$

$$C_2 = \begin{bmatrix} e^{i\delta_1} & be^{i\delta_1} \\ be^{-i\delta_1} & e^{-i\delta_1} \end{bmatrix}$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} e^{i\delta_2} & -be^{i\delta_2} \\ -be^{-i\delta_2} & e^{-i\delta_2} \end{bmatrix}$$

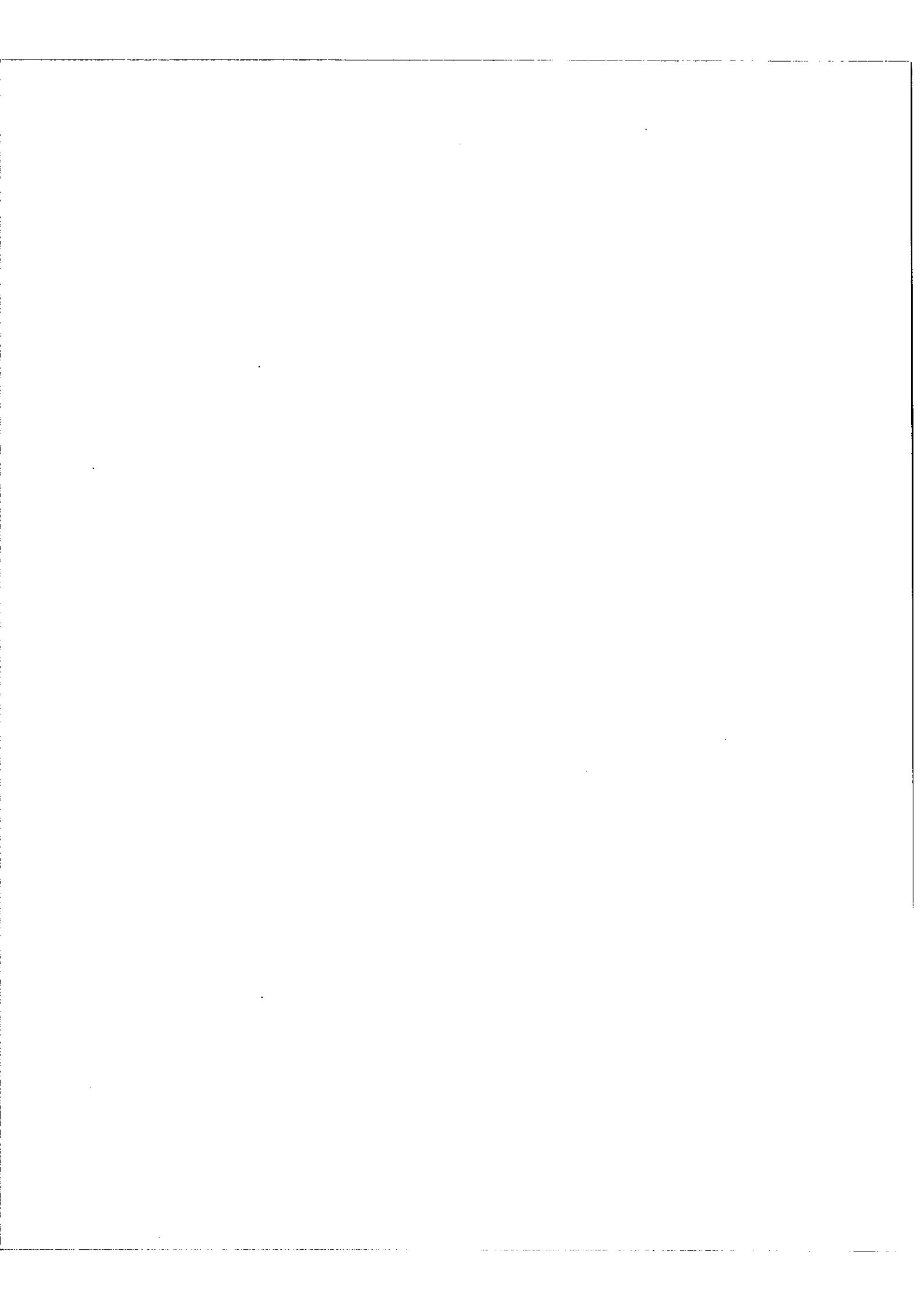
etc.. $C_7 = \begin{bmatrix} e^{i\delta_6} & -be^{i\delta_6} \\ -be^{-i\delta_6} & e^{-i\delta_6} \end{bmatrix}$

$$C_8 = \begin{bmatrix} e^{i\delta_7} & ce^{i\delta_7} \\ ce^{-i\delta_7} & e^{-i\delta_7} \end{bmatrix}$$

On est donc ramené à calculer le produit de 8 matrices

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} = \prod_{i=1,8} C_i \quad \text{il suffit d'ailleurs de calculer } r = \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}}$$

On remarquera d'abord, que si on calcule $C_2 C_3$, on obtient $C_4 C_5$ et $C_6 C_7$ par un jeu évident d'indices.



On posera pour simplifier l'écriture :

$$I \left\{ \begin{array}{lll} \delta_1 + \delta_2 = \alpha & \delta_3 + \delta_4 = \beta & \delta_5 + \delta_6 = \gamma \\ \delta_1 - \delta_2 = \alpha' & \delta_3 - \delta_4 = \beta' & \delta_5 - \delta_6 = \gamma' \end{array} \right.$$

Le calcul ne présente pas de difficultés fondamentales, on obtient pour le produit

$[(c_2)(c_3)] [(c_4)(c_5)]$ la matrice suivante :

$$[(c_2)(c_3)] [(c_4)(c_5)] =$$

$$\left[\begin{array}{ll} e^{i(\alpha+\theta)} - b^2 \Lambda + b^4 e^{i(\alpha'+\beta')} & b\pi - b^3 \Sigma \\ b\pi' - b^3 \Sigma' & e^{-i(\alpha+\theta)} - b^2 \Lambda' + b^4 e^{-i(\alpha'+\beta')} \end{array} \right]$$

En posant :

$$II \left\{ \begin{array}{l} \Lambda = e^{i(\alpha+\theta)} + e^{i(\alpha+\theta')} + e^{i(\alpha-\beta')} + e^{i(\alpha'-\theta)} - e^{i(\alpha-\theta)} - e^{i(\alpha'-\beta')} \\ \pi = e^{i(\alpha+\beta')} + e^{i(\alpha'-\theta)} - e^{i(\alpha+\beta)} - e^{i(\alpha-\beta)} \\ \Sigma = e^{i(\alpha'+\theta')} + e^{i(\alpha'-\theta')} - e^{i(\alpha'+\theta)} - e^{i(\alpha-\theta')} \end{array} \right.$$

Les termes Λ' , π' et Σ' s'obtiennent en changeant i en $-i$. La forme symétrique de la matrice produit s'explique simplement par la forme symétrique des matrices de base du produit.

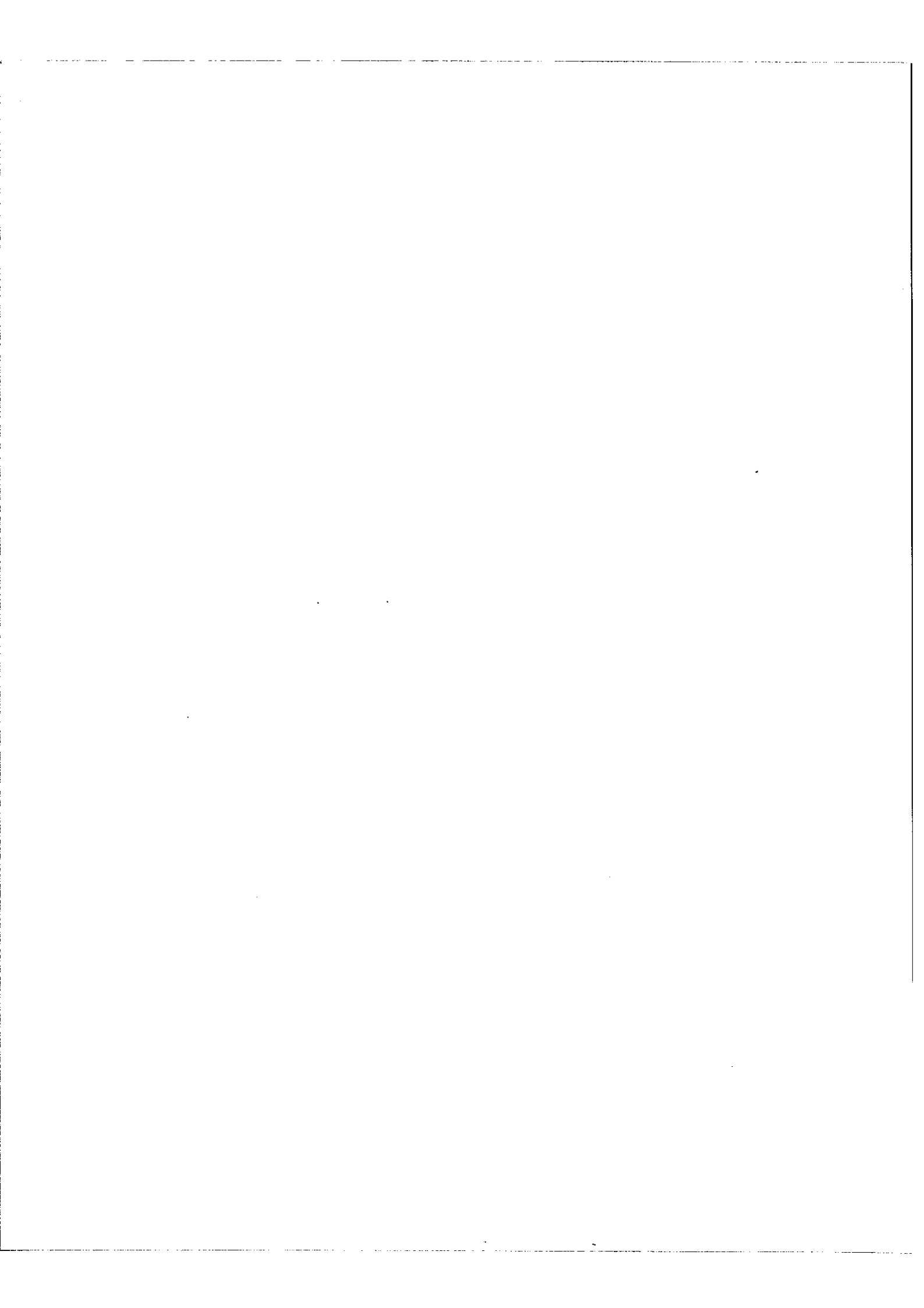
On multiplie ensuite cette matrice par la matrice $[(c_6)(c_7)]$

$$\text{on obtient : } \left\{ [(c_2)(c_3)] [(c_4)(c_5)] \right\} \left\{ [(c_6)(c_7)] \right\} =$$

$$\left[\begin{array}{ll} e^{i(\alpha+\theta+\gamma)} - b^2 \nu + b^4 \nu - b^6 e^{i(\alpha'+\theta'+\gamma')} & b\lambda + b^3 \eta - b^5 \xi \\ b\lambda' + b^3 \eta' - b^5 \xi' & e^{-i(\alpha+\theta+\gamma)} - b^2 \nu' + b^4 \nu' - b^6 e^{-i(\alpha'+\theta'+\gamma')} \end{array} \right]$$

en posant :

$$\begin{aligned} \nu &= \Lambda e^{i\gamma} + e^{i(\alpha'+\theta'+\gamma')} + \pi e^{-i\gamma} - \pi e^{-i\gamma'} \\ \nu' &= e^{i(\alpha'+\theta'+\gamma)} + \Lambda e^{i\gamma'} - \Sigma^{-i\gamma} + \Sigma e^{i\gamma} \\ \eta &= \Lambda e^{i\gamma} - \Lambda e^{i\gamma'} - \pi e^{-i\gamma} - \Sigma e^{-i\gamma} \\ \xi &= e^{i(\alpha'+\theta'+\gamma)} - e^{i(\alpha'+\theta'+\gamma')} - \Sigma e^{i\gamma} \\ \lambda &= -e^{i(\alpha+\theta+\gamma)} + e^{i(\alpha'+\theta'+\gamma')} + \pi e^{-i\gamma} \end{aligned}$$



Les termes ν', ν'', η', ξ' et λ' s'obtiennent en changeant i en $-i$ et Λ, Π, Σ en Λ', Π' et Σ' .
 On obtiendra enfin le produit $(\prod C_i)$ en multipliant d'abord à droite par la matrice (C_3) ,
 et, enfin à gauche, par la matrice (C_1) . Il suffit d'ailleurs, comme nous l'avons dit de
 calculer les coefficients α_{21} et α_{11} de la matrice produit, et d'en faire le rapport pour
 obtenir l'expression la plus générale du coefficient de Fresnel (amplitude et phase)
 On obtient :

$$IV \left\{ r = \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}} = \frac{e^{i\omega\tau} \{ a [e^{i(\alpha+\beta+\delta)} - b^2\nu + b^4\nu' - b^6 e^{i(\alpha'+\theta'+\sigma')}] + [b\lambda' + b^3\eta' - b^5\xi'] \} + e^{i\omega\tau} \{ a [b\lambda' + b^3\eta' - b^5\xi'] + [e^{i(\alpha+\theta+\sigma)} - b^2\nu + b^4\nu' - b^6 e^{i(\alpha'+\theta'+\sigma')}] \} + ce^{-i\omega\tau} \{ a [b\lambda + b^3\eta - b^5\xi] + [e^{-i(\alpha+\theta+\sigma)} - b^2\nu + b^4\nu' - b^6 e^{-i(\alpha'+\theta'+\sigma')}] \} + ce^{-i\omega\tau} \{ a [e^{-i(\alpha+\theta+\sigma)} - b^2\nu + b^4\nu' - b^6 e^{-i(\alpha'+\theta'+\sigma')}] + [b\lambda + b^3\eta - b^5\xi] \}}{e^{i\omega\tau} \{ a [e^{i(\alpha+\beta+\delta)} - b^2\nu + b^4\nu' - b^6 e^{i(\alpha'+\theta'+\sigma')}] + [b\lambda' + b^3\eta' - b^5\xi'] \} + e^{i\omega\tau} \{ a [b\lambda' + b^3\eta' - b^5\xi'] + [e^{i(\alpha+\theta+\sigma)} - b^2\nu + b^4\nu' - b^6 e^{i(\alpha'+\theta'+\sigma')}] \} + ce^{-i\omega\tau} \{ a [b\lambda + b^3\eta - b^5\xi] + [e^{-i(\alpha+\theta+\sigma)} - b^2\nu + b^4\nu' - b^6 e^{-i(\alpha'+\theta'+\sigma')}] \} + ce^{-i\omega\tau} \{ a [e^{-i(\alpha+\theta+\sigma)} - b^2\nu + b^4\nu' - b^6 e^{-i(\alpha'+\theta'+\sigma')}] + [b\lambda + b^3\eta - b^5\xi] \}}$$

Cette formule est assez simple lorsqu'on considère toutes les relations de symétrie qu'elle présente.

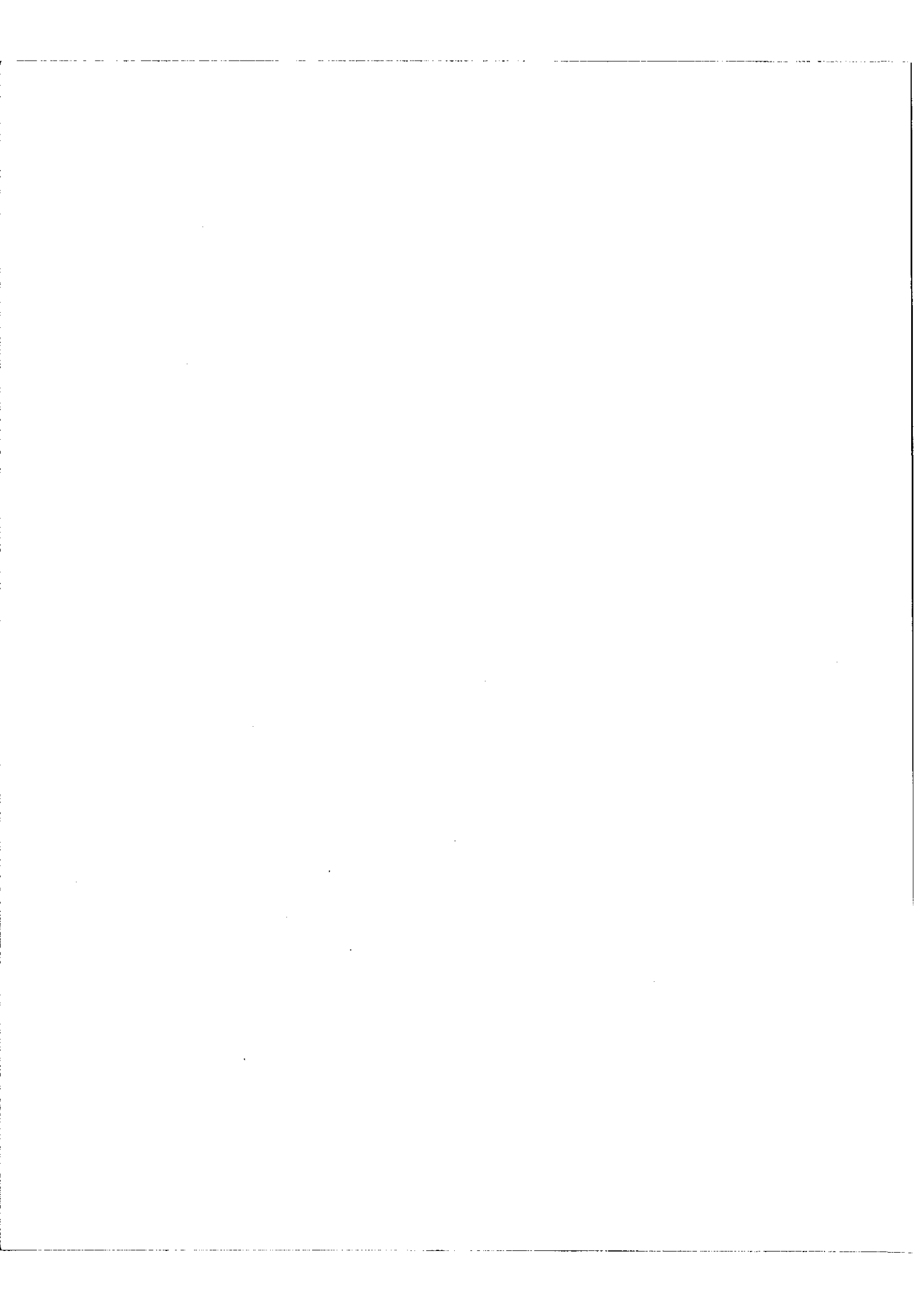
Il faut bien remarquer que cette méthode est facilement généralisable à un revêtement constitué de 9 ou 11 couches; il suffirait de multiplier l'ensemble par une matrice du type $[(C_2)(C_3)]$ dans le premier cas, et $[(C_2)(C_3)]^2$ dans le dernier cas.

a) Cas particulier

A titre de vérification, on peut appliquer le résultat ci-dessus au cas le plus simple possible, à savoir un revêtement réflecteur parfait. Il suffit de porter dans l'expression de r , δ_i ; δ quel que soit i , et, en utilisant les relations (I) (II) et (III), on obtiendra facilement l'expression complète de r . Nous donnerons simplement le résultat; il est intéressant pour nous, car en se basant sur la symétrie de cette équation, nous avons pu résoudre de nombreux problèmes dont nous parlerons plus loin.

L'expression du coefficient de Fresnel (amplitude et phase) pour un revêtement 7 couches supposé parfait s'écrit:

$$V \left\{ r = \frac{e^{i\delta} \{ a [x] + [\gamma'] + ce^{-i\delta} \{ a [\gamma] + [x'] \} \}}{e^{i\delta} \{ a [\gamma'] + [x] + ce^{-i\delta} \{ a [x'] + [\gamma] \} \}}$$



avec : $X = e^{i6\delta} - b^2 \nu + b^4 \nu - b^6$

$Y = b\lambda + b^3 \eta - b^5 \xi$ et X', Y' sont les conjugués.

En tenant compte des équations (II) et (III) on obtient :

$$X = e^{i6\delta} - 5b^2 e^{i4\delta} + (4b^2 + 6b^4) e^{i2\delta} - 3b^2 - 6b^4 - b^6 + (2b^2 + 3b^4) e^{-i2\delta} - b^2 e^{-i4\delta}$$

$$Y = -b e^{i6\delta} + (b + 4b^3) e^{i4\delta} - (b + 6b^3 + 3b^5) e^{i2\delta} + (b + 6b^3 + 3b^5) e^{-i2\delta} - (b + 4b^3) e^{-i4\delta} + b e^{-i6\delta}$$

On en déduit X' et Y' en prenant les complexes conjugués.

L'expression de r peut s'écrire sous la forme:

$$r = \frac{\alpha_7 e^{i7\delta} + \alpha_5 e^{i5\delta} + \dots + \alpha_1 e^{i\delta} + \alpha'_1 e^{-i\delta} + \dots + \alpha'_7 e^{-i7\delta}}{\beta_7 e^{i7\delta} + \dots + \beta_1 e^{i\delta} + \beta'_1 e^{-i\delta} + \dots + \beta'_7 e^{-i7\delta}}$$

Les coefficients $\alpha_i, \alpha'_i, \beta_i, \beta'_i$ étant fonctions des facteurs de Fresnel a, b, c

D'où :

$$r = \frac{[(\alpha_7 + \alpha'_7) \cos 7\delta + \dots + (\alpha_1 + \alpha'_1) \cos \delta] + i [(\alpha_7 - \alpha'_7) \sin 7\delta + \dots + (\alpha_1 - \alpha'_1) \sin \delta]}{[(\beta_7 + \beta'_7) \cos 7\delta + \dots + (\beta_1 + \beta'_1) \cos \delta] + i [(\beta_7 - \beta'_7) \sin 7\delta + \dots + (\beta_1 - \beta'_1) \sin \delta]}$$

Posons : $r = \frac{A + iB}{C + iD}$
 $r = |r| e^{i\psi}$

on calculera le déphasage ψ en posant

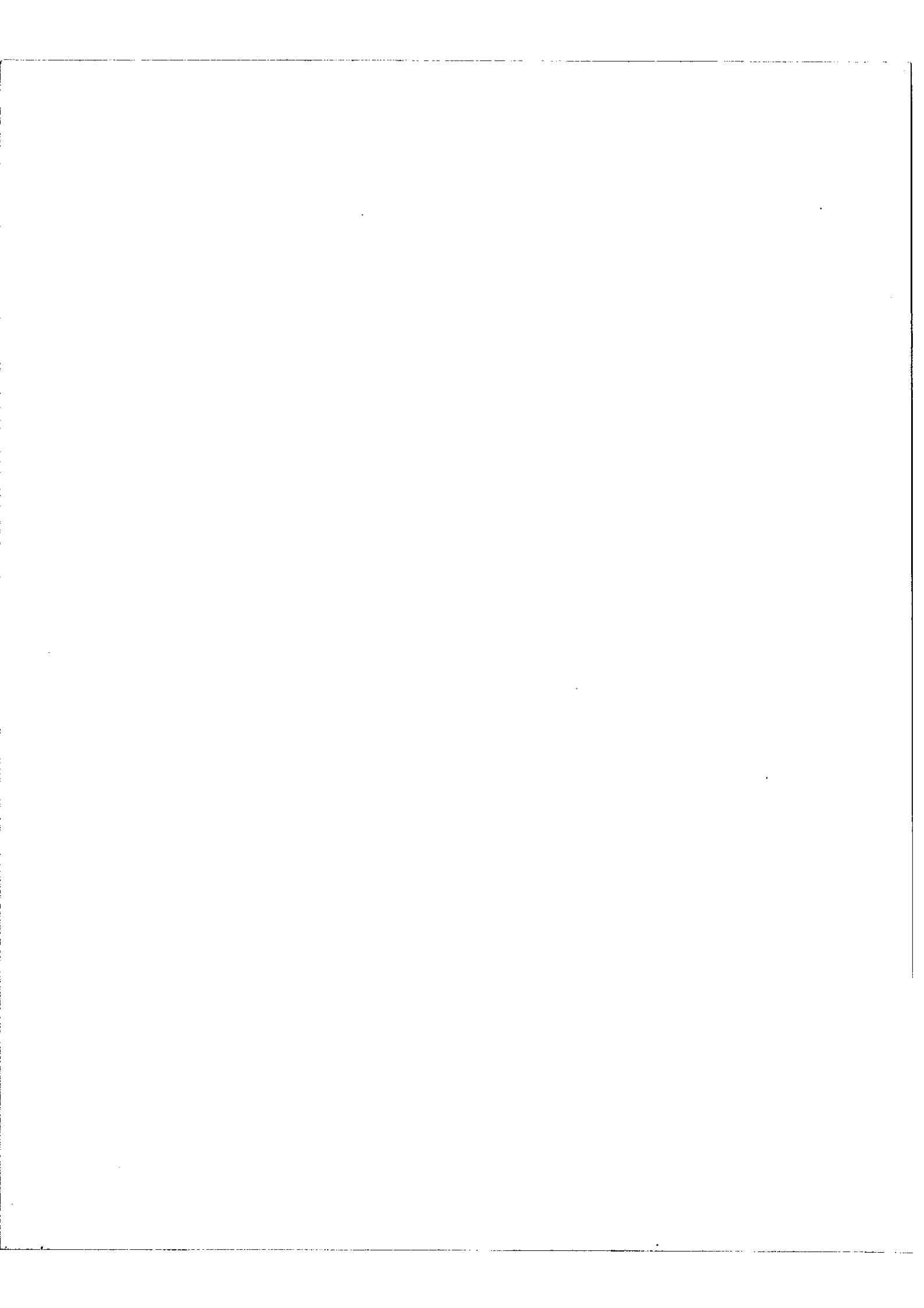
et en identifiant les parties réelles et imaginaires

Rappelons que : $\delta = \frac{2\pi(nd)}{\lambda}$ avec : $nd = \lambda_0/4$

b) Application au cas d'un revêtement: 7 couches, la dernière ayant une épaisseur variable

On posera donc $\delta_i = \rho_i$ et $S_i = S$ pour $i = 2$ à 7. La conduite du calcul est la même que celle décrite ci-dessus. On reporte ces valeurs dans les équations (I), puis (IV), et on obtient une expression plus compliquée que dans le cas précédent, mais pour conserver la même forme générale, on pose par analogie avec le revêtement réflecteur parfait:

$$r = \frac{e^{i\delta} \{ a [x] + [Y'] \} + ce^{-i\delta} \{ a [Y] + [x'] \}}{e^{i\delta} \{ a [Y'] + [x] \} + ce^{-i\delta} \{ a [x'] + [Y] \}}$$



Par identification on obtient:

$$V_a \left\{ \begin{aligned} X &= e^{i(5\delta+e)} - b^2 \nu + b^4 \nu - b^6 e^{i(e-\delta)} \\ Y &= b\lambda + b^3 \eta - b^5 \xi \end{aligned} \right. \quad \text{(pour } \rho = \delta \text{ on retrouve bien le cas précédent)}$$

On calcule ν, λ, η, ξ etc en reportant $\delta_1 = \rho$ et $\delta_i = \delta$ pour $i = 2$ à 7 dans les expressions (II) et (III). Nous donnerons les résultats car ils nous seront utiles plus loin:

$$V_b \left\{ \begin{aligned} \nu &= 5e^{i(e+3\delta)} - 3e^{i(e+\delta)} + 3e^{i(e-\delta)} - 2e^{i(e-3\delta)} + e^{i(e-5\delta)} - e^{-i(e-3\delta)} \\ \lambda &= -e^{i(e+5\delta)} + e^{i(e+3\delta)} - e^{i(e+\delta)} + e^{i(e-\delta)} - e^{i(e-3\delta)} + e^{i(e-5\delta)} \\ \eta &= 4e^{i(e+3\delta)} - 5e^{i(e+\delta)} + 5e^{i(e-\delta)} - 4e^{i(e-3\delta)} + e^{-i(e-\delta)} - e^{-i(e-3\delta)} \\ \xi &= 3e^{i(e+\delta)} - 3e^{i(e-\delta)} \end{aligned} \right.$$

ν', λ', η' et ξ' sont les complexes conjugués. En reportant dans (Va), on obtient les équations (Vc):

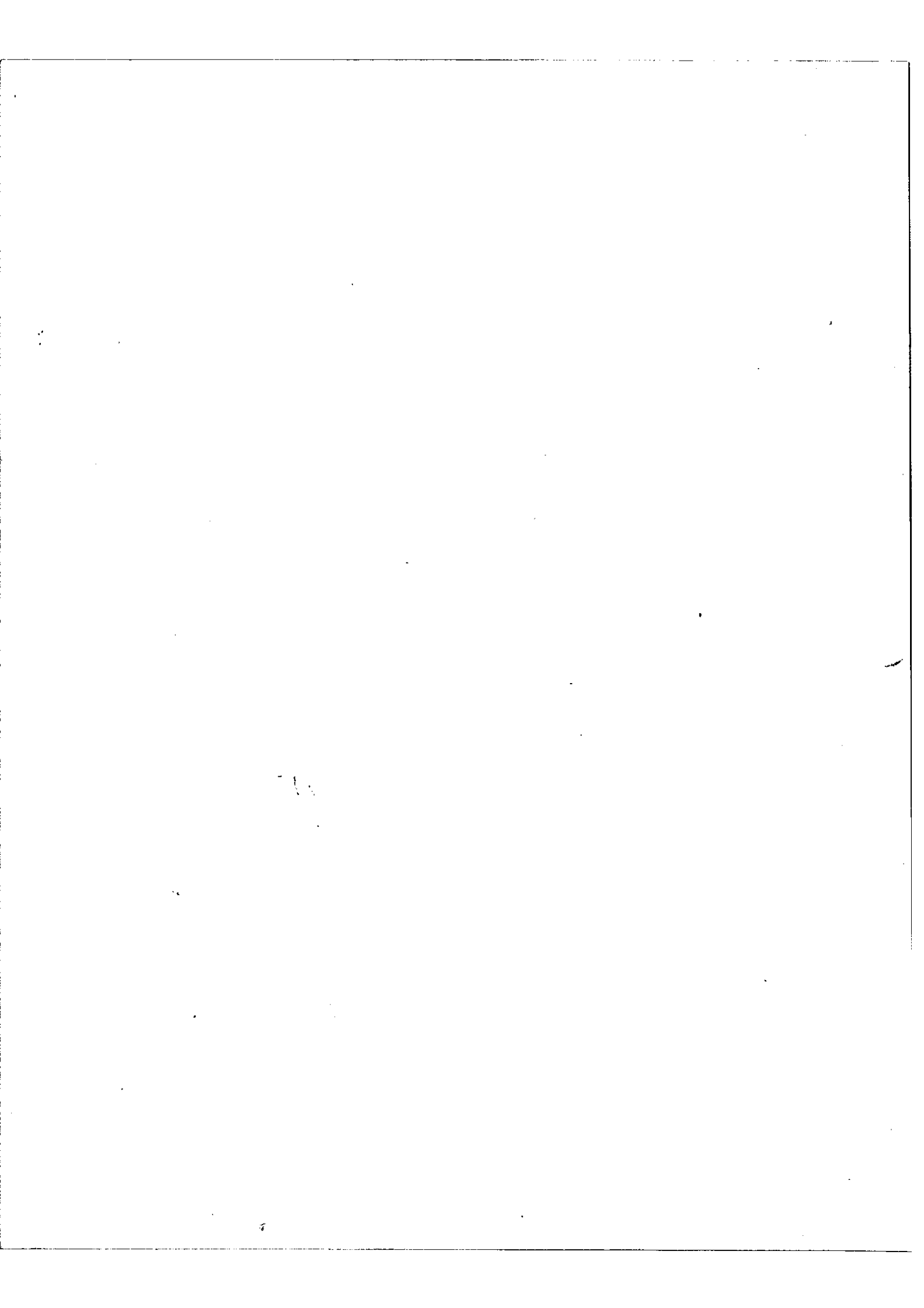
$$V_c \left\{ \begin{aligned} X &= e^{i(e+\delta)} - 5b^2 e^{i(e+3\delta)} + (3b^2+6b^4) e^{i(e+\delta)} - (3b^2+5b^4+b^6) e^{i(e-\delta)} + (2b^2+3b^4) e^{i(e-3\delta)} \\ &\quad - b^2 e^{i(e-5\delta)} - b^4 e^{-i(e-\delta)} + b^2 e^{-i(e-3\delta)} \\ Y &= -be^{i(e+5\delta)} + (b+4b^3) e^{i(e+3\delta)} - (b+5b^3+3b^5) e^{i(e+\delta)} + (b+5b^3+3b^5) e^{i(e-\delta)} \\ &\quad - (b+4b^3) e^{i(e-3\delta)} + be^{i(e-5\delta)} + b^3 e^{-i(e-\delta)} - b^3 e^{-i(e-3\delta)} \end{aligned} \right.$$

X' et Y' sont les complexes conjugués. Pour $\delta = \rho$ on retrouve les valeurs données pour le cas particulier $7\lambda_0/4$.

L'expression de r obtenue est assez longue, elle prend la forme VI suivante:

$$VI \left\{ r = \frac{\alpha_1 e^{i(6\delta+e)} + \alpha_2 e^{i(6\delta-e)} + \alpha_3 e^{i(4\delta+e)} + \dots + \alpha_6 e^{ie} + \alpha'_1 e^{-i(6\delta+e)} + \alpha'_2 e^{-i(6\delta-e)} + \dots + \alpha'_6 e^{-ie}}{\beta_1 e^{i(6\delta+e)} + \beta_2 e^{i(6\delta-e)} + \dots + \beta_6 e^{ie} + \beta'_1 e^{-i(6\delta+e)} + \dots + \beta'_6 e^{-ie}} \right.$$

Les coefficients $\alpha_i, \alpha'_i, \beta_i, \beta'_i$ étant fonction des facteurs de Fresnel a, b, c . Pour les applications numériques on lui donnera une forme définitive, c'est à dire un développement en sinus et cosinus, forme analogue à celle donnée dans le cas d'un revêtement réflecteur parfait.



BIBLIOGRAPHIE

- 1 R.CHABBAL Rev.Optique. 1958, t37, p49
- 2 G.KOPPELMANN et K.KREBS Optiks. 1961, t18, p349
- 3 ~~P.GIACOMO~~. Rev. Optique. 1956, t35, p317 et 442 n° III
- 4 P.ROUARD. Ann de Physique. 1937, t7, p291 (voir également sur la méthode de Rouard)
- 5 A.VASICEK. J. Physique Rad. 1950, t11, p342
- 6 D.MALÉ. J.Physique Rad. 1950, t11, p332
- 7 P.GIACOMO. A paraître J.Physique
- 8 P.J.LEURGANS. J.Opt.Soc.Amer. 1951, t41, p714 87
100
dans concept de cellule
Telle...
- 9 P.GIACOMO. C.R.Ac.Sc. 1955, t241, p867
- 10 C.DUFOUR. Rev.Optique. 1953, t32, p321 34
- 11 W.WEINSTEIN. Vacuum. 1954, t4, p3 17 tiré à part
- 12 K.D.MIELLENZ. J.Research NBS. 1960, t64A, p487
- 13 F.ABELES. Ann Physique. 1950, t5, p596 voir également HEAVENS J.Opt.Soc.Amer.1954,t44,p371
- 14 P.GIACOMO et P.JACQUINOT. J.Physique. 1952, t13, p59A
- 15 C.DUFOUR. Thèse Ann Physique. 1951, t6, p5
- 16 J.F.HALL et W.F.C.FERGUSON. J. Opt.Soc. Amer. 1955, t45, p714
- 17 J.F.HALL. J. Opt. Soc. Amer. 1956, t46, p1013 ← non (UV)
- 18 P.BOUSQUET. Ann Physique.1957, t2, p163

