

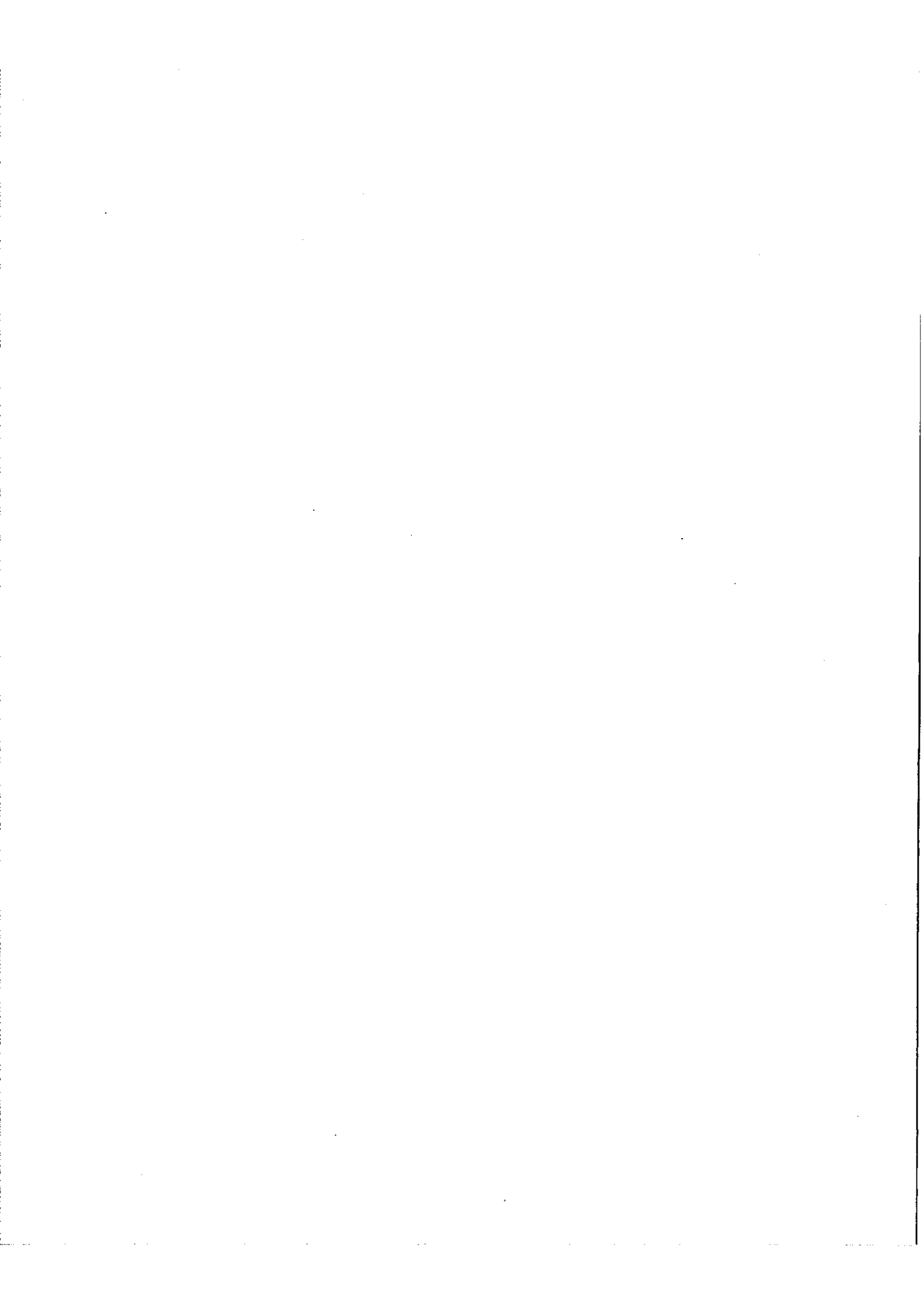
DEUXIEME THESE

de

Monsieur Jacques PINARD

sur le sujet:

L' AMPLIFICATION PARAMETRIQUE



I - INTRODUCTION

Les interactions paramétriques de plusieurs signaux électriques ont été étudiées il y a un siècle par Faraday et Lord Rayleigh. On peut rattacher à "phénomène paramétrique" tout phénomène qui fait intervenir l'interaction d'ondes soit électromagnétiques soit acoustiques dans un milieu non linéaire. La possibilité de construire des amplificateurs à très faible bruit dans le domaine des ondes centimétriques a donné, il y a une dizaine d'années, à ces phénomènes un accroissement d'intérêt

En 1956, Manley et Rowe [1] établissent les relations générales des phénomènes paramétriques :

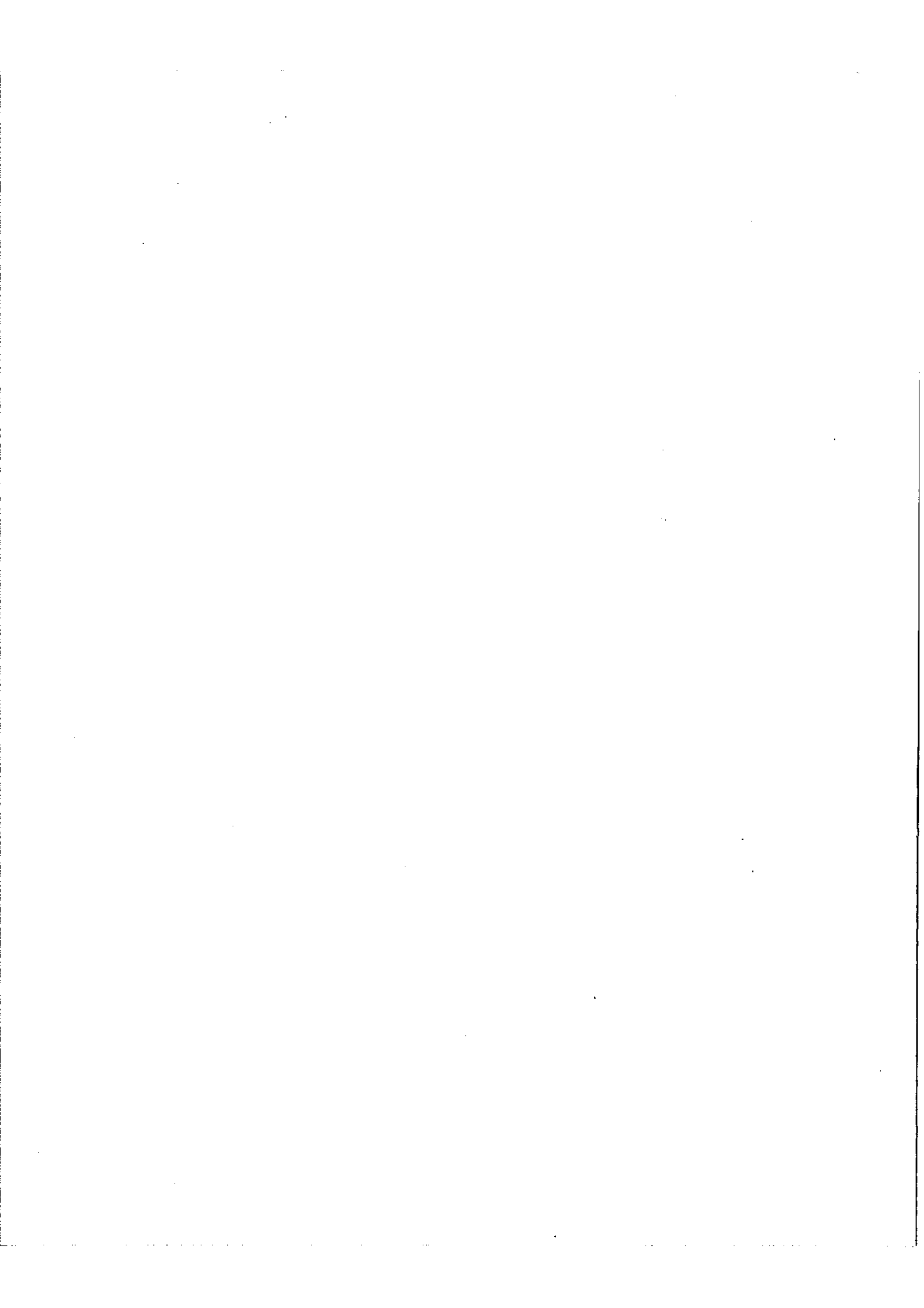
si un élément non linéaire (capacité par exemple) non dissipatif est soumis à des champs électromagnétiques de fréquence ω et Ω ,

1° il est le siège de signaux de fréquence : $m\Omega + n\omega$

2° si P_{mn} représente la puissance à la fréquence $m\Omega + n\omega$ reçue ($P_{mn} > 0$), ou dissipée ($P_{mn} < 0$) par l'élément non linéaire, nous avons les relations :

$$1 \left\{ \begin{aligned} \sum_{m=0}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{m P_{mn}}{m\Omega + n\omega} &= 0 \\ \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n P_{mn}}{m\Omega + n\omega} &= 0 \end{aligned} \right.$$

Dès 1960 Louisell publie une étude détaillée de l'Electronique paramétrique [2]. Une théorie quantique des interactions paramétriques a été élaborée par Louisell, Yariv et Siegman [3] elles montrent que l'amplificateur paramétrique peut être considéré, tout comme les amplificateurs du type maser comme un "idéal phase sensitive amplifier"; c'est-à-dire que les fluctuations $\Delta \varphi$ de la phase du signal de sortir d'un tel amplificateur ne sont limitées (lorsque sa température est inférieure a $\frac{h\nu}{K}$) que par la valeur déterminée par le principe d'incertitude $\Delta_n \Delta \varphi = \frac{1}{2}$ ou Δ_n représente l'incertitude sur le nombre de photons reçus à l'entrée.



Après l'observation des premiers effets d'optique non linéaires (doublement de fréquence d'un laser à rubis) par Franken en 1961 [4], plusieurs auteurs [5, 6] ont envisagé la possibilité d'obtenir une amplification paramétrique dans le domaine des fréquences visibles; on comprend alors l'intérêt porté à ces phénomènes pendant ces dernières années et c'est en 1965 que fut observée pour la première fois l'amplification paramétrique d'une onde lumineuse [7] par Wang et Racette.

Nous arrêterons là cette brève introduction pour entreprendre de façon plus détaillée l'étude de ces expériences d'un grand intérêt. Mais tout d'abord, en nous aidant du livre : "Quantum Electronic" de A. Yariv [8], nous donnerons un schéma théorique de l'amplificateur paramétrique en radiofréquence. Les circuits utilisés étant à constantes localisées (dimensions des éléments $\ll \lambda$) les équations rigoureuses sont relativement simples.

II - SCHEMA d'ETUDE DE L'AMPLIFICATION PARAMETRIQUE EN MICROONDE

Considérons fig. (1) un élément capacitif non linéaire, sans perte, alimenté par deux forces électromotrices e_p et e_s de fréquence respectivement ω_p et ω_s . Les dimensions de l'élément non linéaire sont supposées très inférieures aux longueurs d'onde des signaux et la valeur de sa capacité sera une fonction de la tension V appliquée à ses bornes

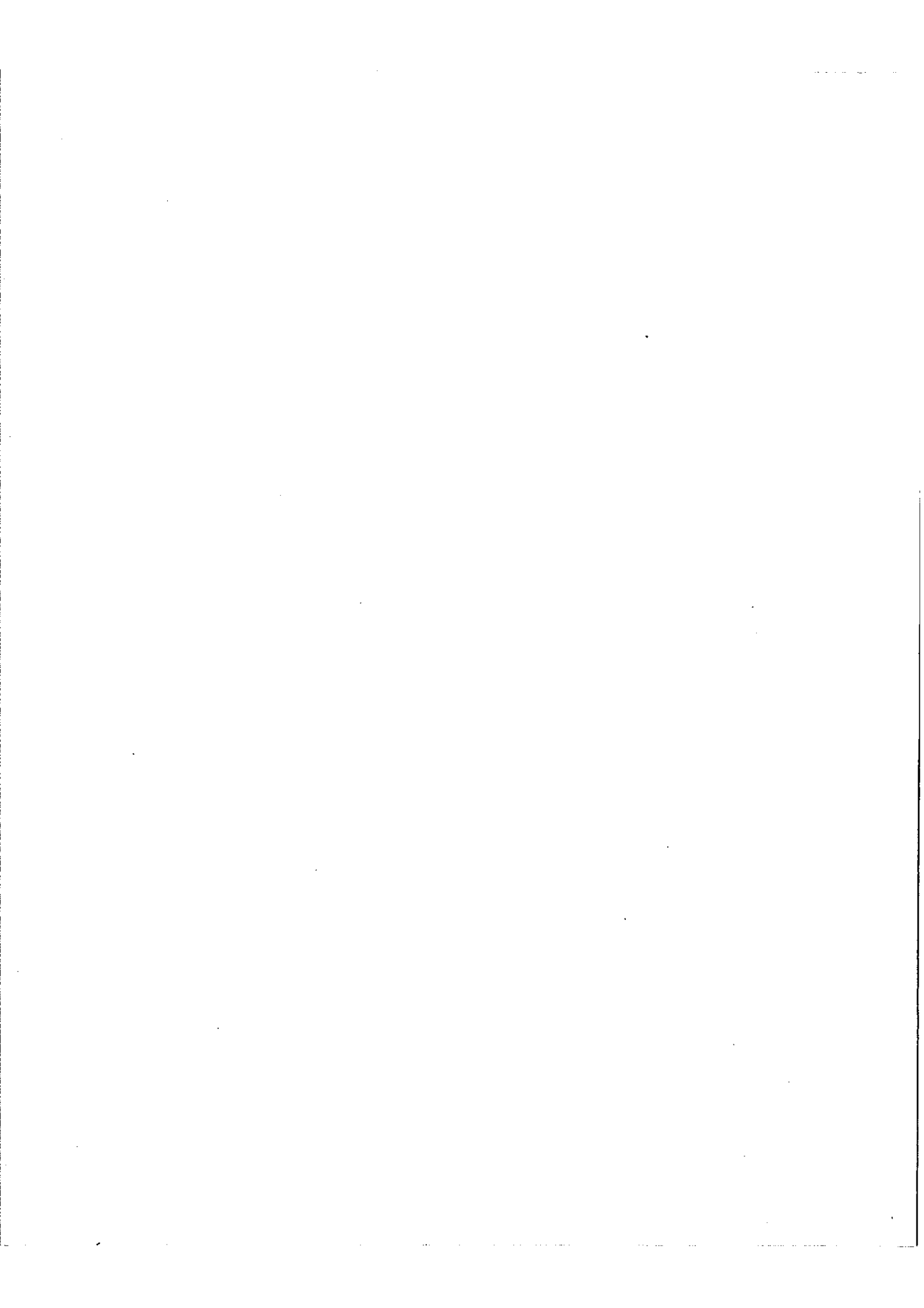
$$C = C_0 + C_1 V + \dots$$

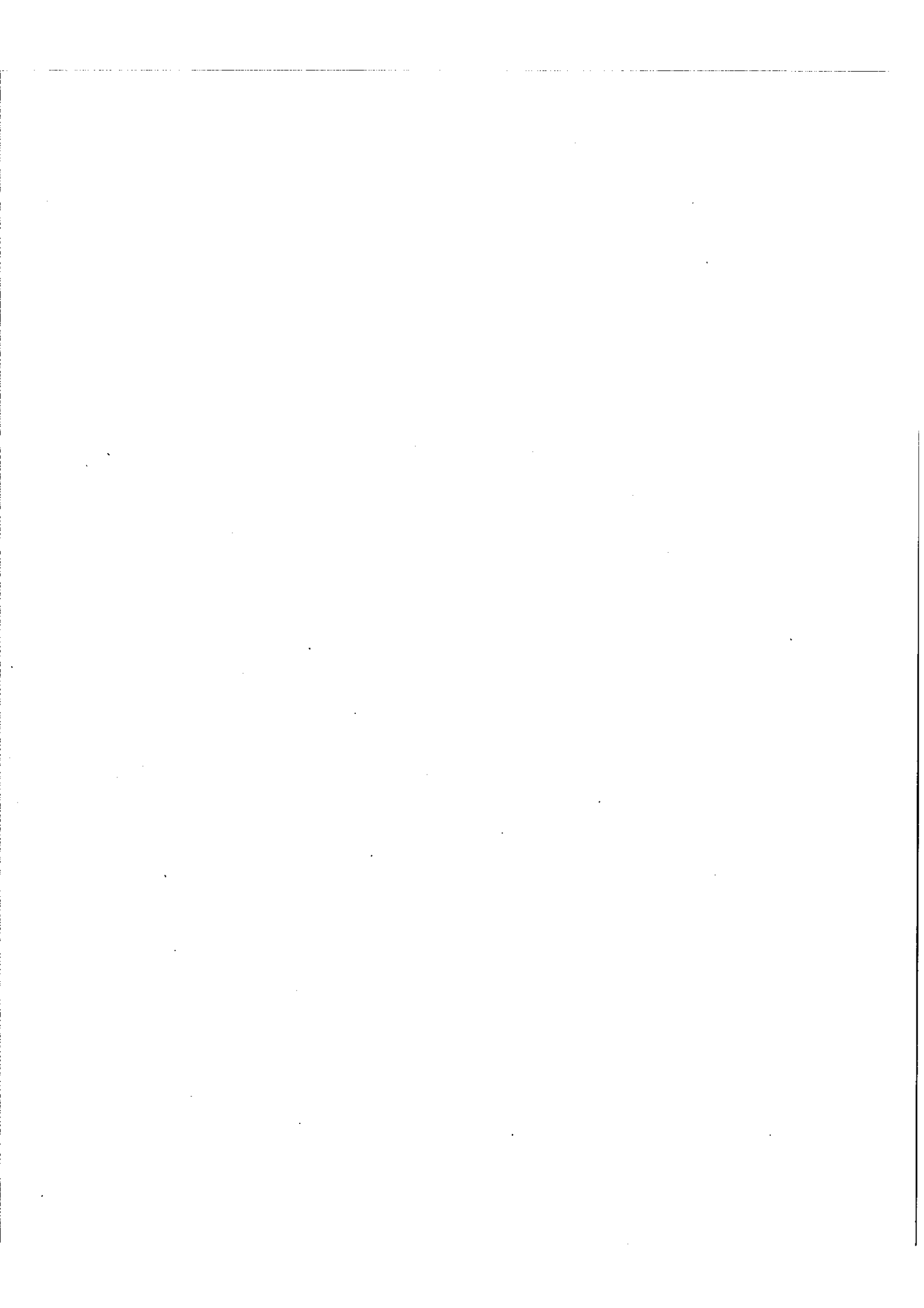
le courant $I(t)$ qui traverse la capacité sera donné par :

$$(1) \quad I(t) = \frac{d}{dt} CV = C_0 \frac{dV}{dt} + C_1 \frac{dV^2}{dt} \dots$$

$V(t)$ contiendra tous les termes de fréquences $m\omega_p + n\omega_s$ s'écrivant:

$$\begin{aligned} V(t) &= \sum_{mn} V_{mn} \cos(m\omega_p + n\omega_s)t + \varphi_{mn} \\ &= \sum_{mn} V_{mn} \text{ Réel. } e^{j(m\omega_p + n\omega_s)t + \varphi_{mn}} \end{aligned}$$





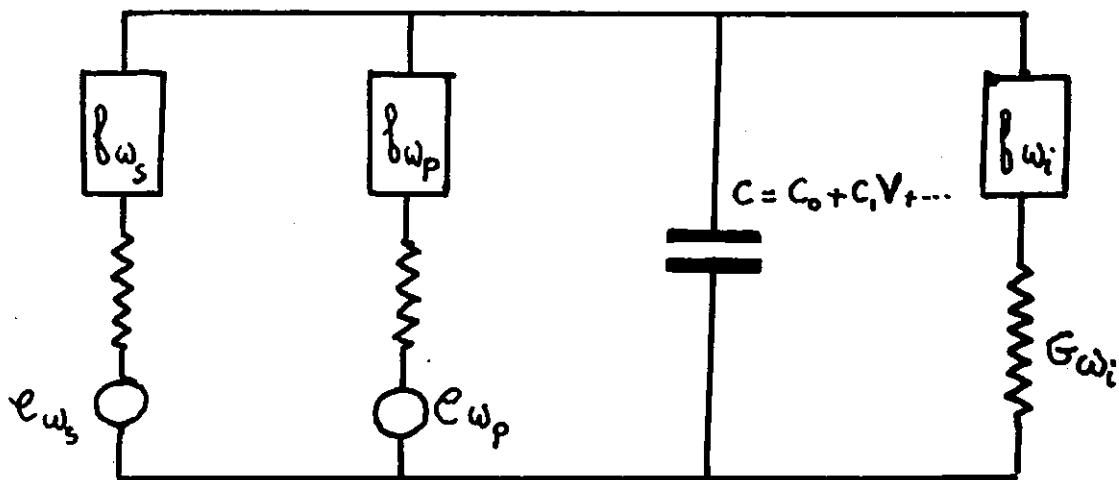


Fig 1 schema de l'amplificateur parametrique

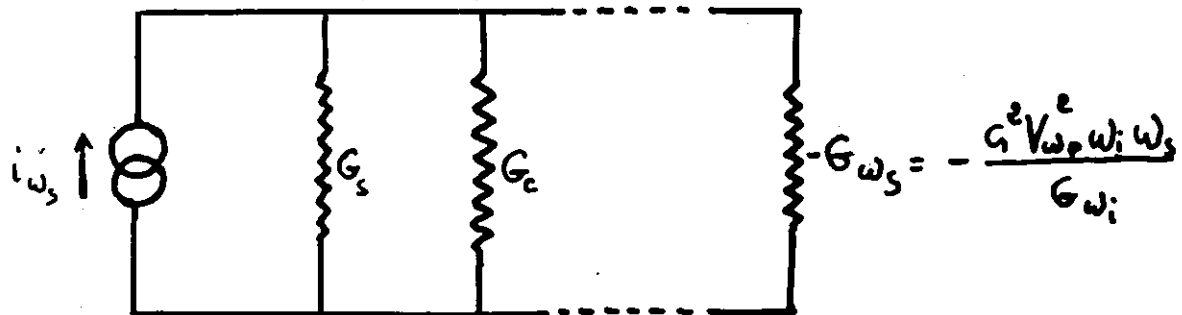


Fig 2 schema equivalent de l'amplificateur parametrique pour le signal à la fréquence ω_s

Nous limiterons ici notre étude théorique à 3 fréquences seulement:

ω_p appelée fréquence de pompe,

ω_s la fréquence signal et

$\omega_i = \omega_p - \omega_s$ la fréquence "Idler" ou complémentaire ($\omega_p > \omega_s$)

Cette limitation est, en pratique, réalisée par l'introduction dans les différents circuits de filtres sélectifs f_{mn} accordés aux fréquences ω_p , ω_s et ω_i . En séparant dans l'équation (1) (limitée au 1er terme non linéaire) les termes correspondant aux différentes fréquences on obtient un système de 3 équations :

$$2 \begin{cases} i(\omega_s) = \text{Reel} \left[C_0 V_{\omega_s} j \omega_s e^{j(\omega_s t + \varphi_s)} \right] + \text{Reel} \left[j \omega_s V_{\omega_i} C_1 V_{\omega_p} e^{j(\omega_s t + \varphi_p - \varphi_i)} \right] \\ i(\omega_i) = \text{Reel} \left[C_0 V_{\omega_i} j \omega_i e^{j(\omega_i t + \varphi_i)} \right] + \text{Reel} \left[j \omega_i V_{\omega_s} C_1 V_{\omega_p} e^{j(\omega_i t + \varphi_p - \varphi_s)} \right] \\ i(\omega_p) = \text{Reel} \left[C_0 V_{\omega_p} j \omega_p e^{j(\omega_p t + \varphi_p)} \right] + \text{Reel} \left[j \omega_p V_{\omega_s} C_1 V_{\omega_i} e^{j(\omega_p t + \varphi_s + \varphi_i)} \right] \end{cases}$$

des deux premières équations il est possible de déduire les admittances équivalentes du circuit non linéaire aux fréquences ω_s et ω_i nous trouvons :

$$(3) \begin{cases} Y_{\omega_s} = j C_0 \omega_s + j \omega_s \frac{V_{\omega_i} C_1 V_{\omega_p}}{V_{\omega_s}} e^{j[\varphi_p - \varphi_i - \varphi_s]} \\ Y_{\omega_i} = j C_0 \omega_i + j \omega_i \frac{V_{\omega_s} C_1 V_{\omega_p}}{V_{\omega_i}} e^{j[\varphi_p - \varphi_s - \varphi_i]} \end{cases}$$

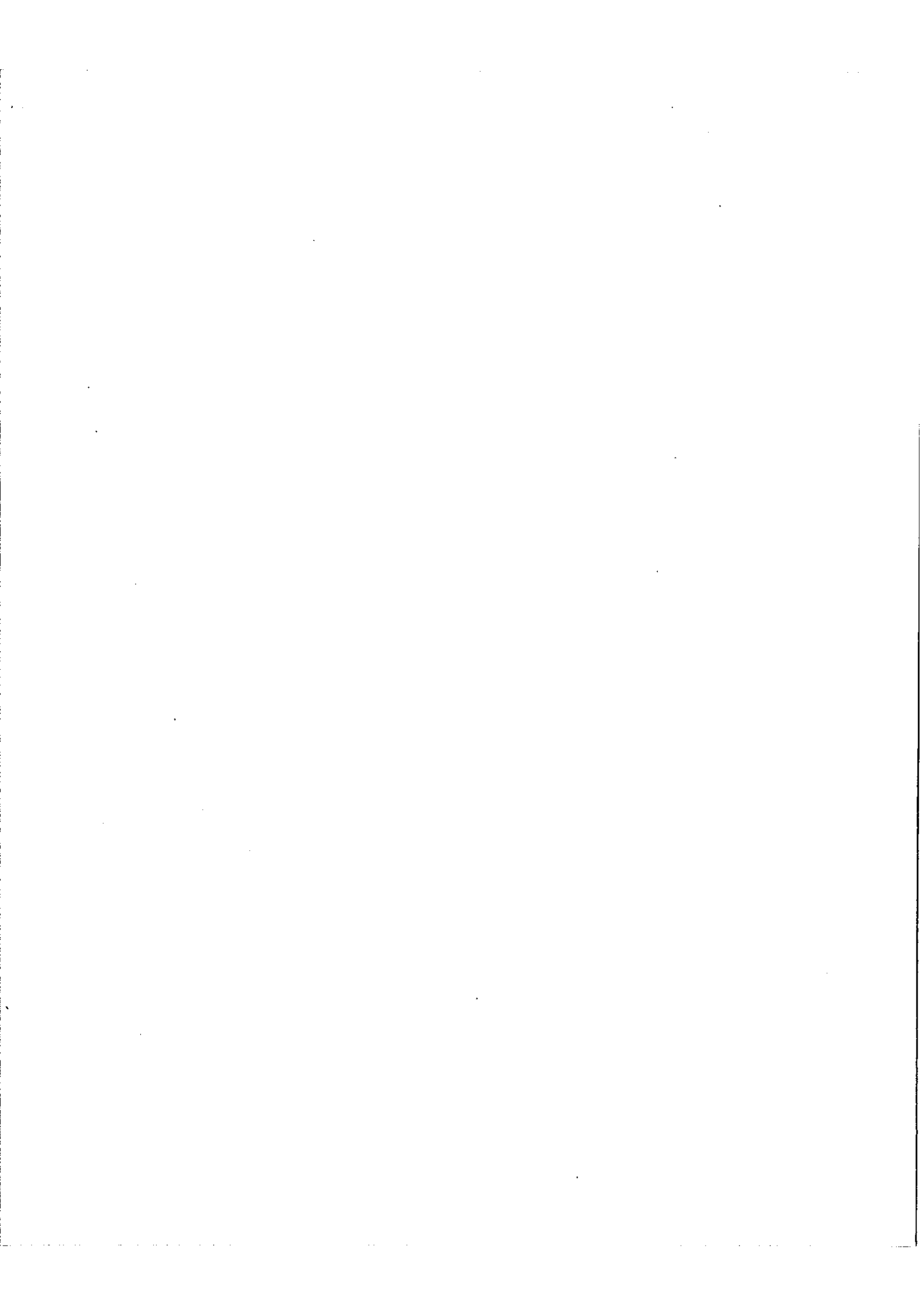
Nous ne tiendrons pas compte de l'admittance classique $j C_0 \omega_s$ et $j C_0 \omega_i$ et il existe entre Y_{ω_s} et $Y_{\omega_i}^*$ la relation :

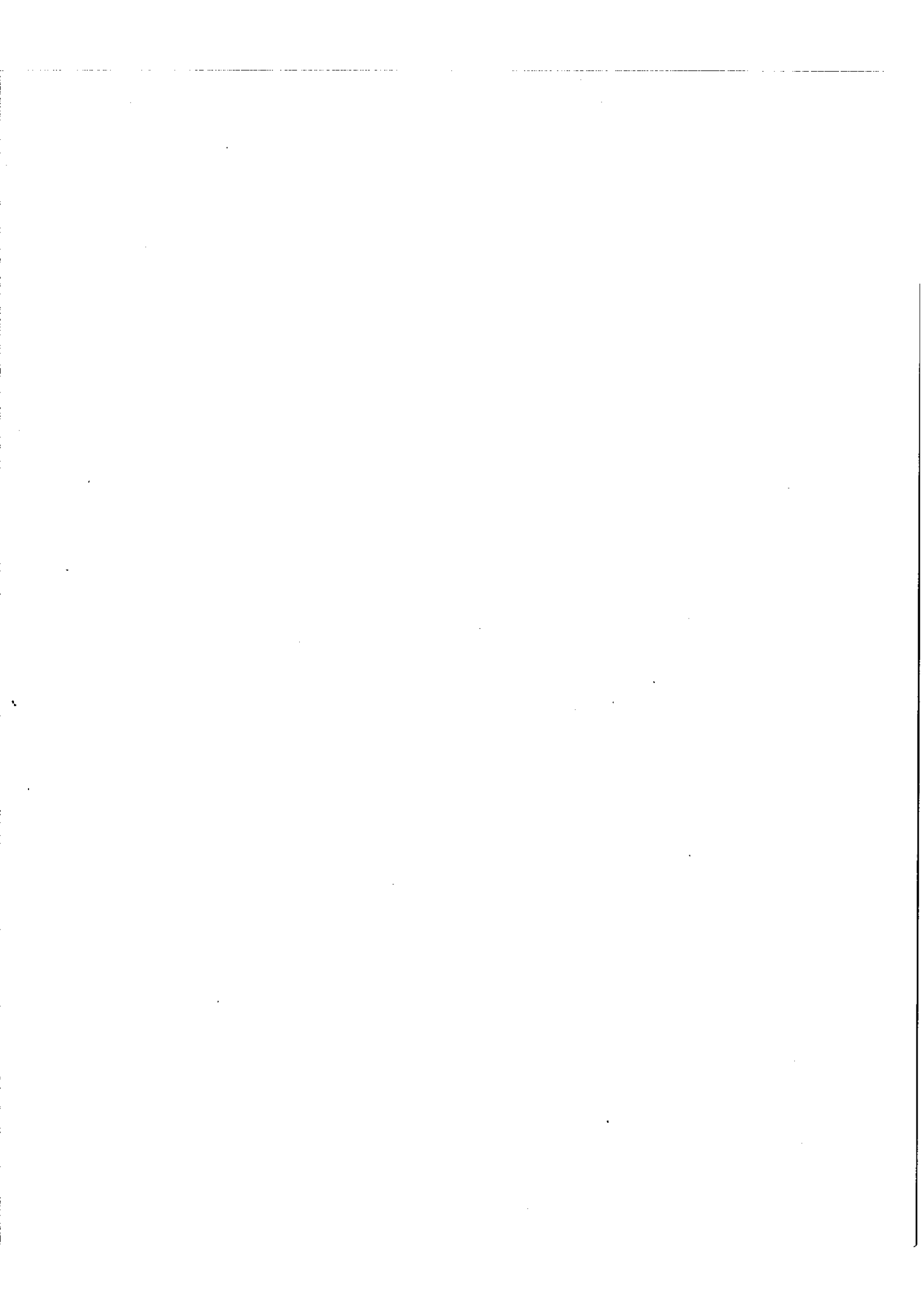
$$Y_{\omega_s} \times Y_{\omega_i}^* = C_1^2 V_{\omega_p}^2 \omega_i \omega_s$$

Nous observons alors que si nous introduisons dans le circuit ω_i une admittance G_{ω_i} purement résistive, avec notre convention de signe nous obtenons :

$$Y_{\omega_i}^* = - G_{\omega_i}$$

et : $Y_{\omega_s} = - \frac{C_1^2 V_{\omega_p}^2 \omega_i \omega_s}{G_{\omega_i}}$





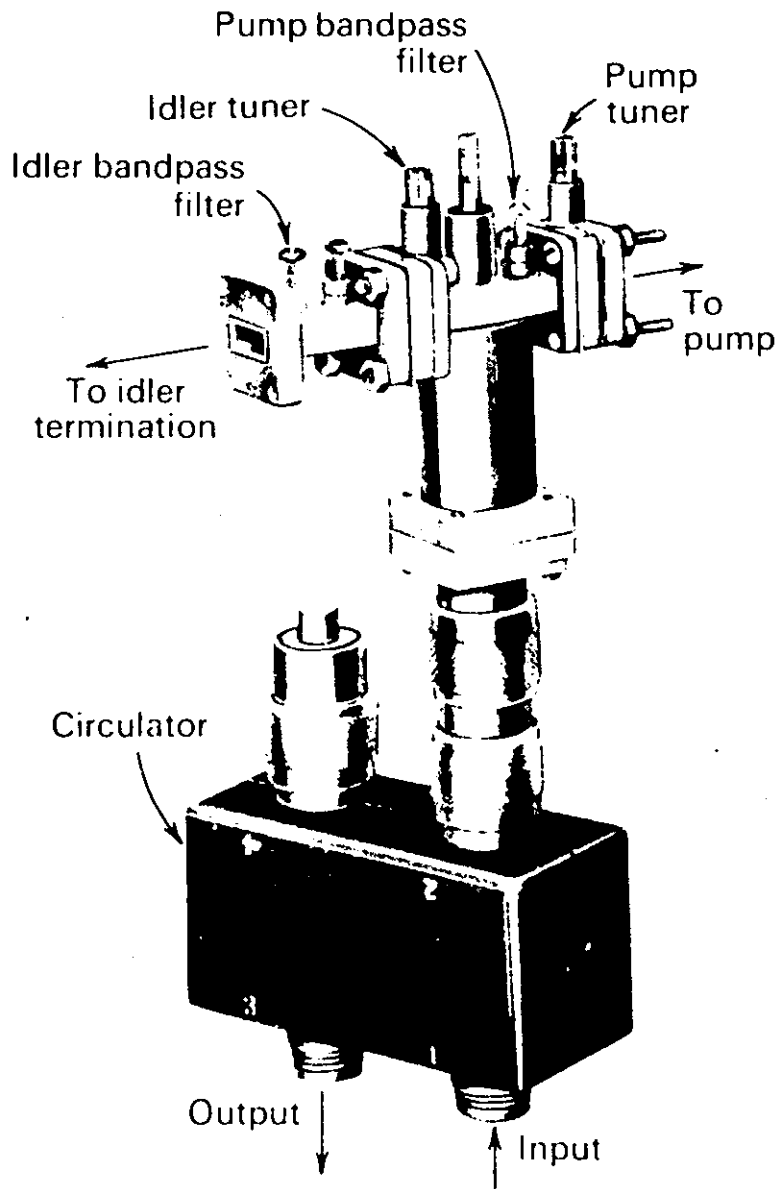


Figure 3 An artist's drawing of a Bell Telephone Laboratories 4-Gc sec varactor parametric amplifier. The pump frequency is 23 Gc sec and operation is at 77 K. From Uenohara (footnote 11).

Ainsi le système se comporte pour le signal à la fréquence ω_s comme une admittance négative $-G_{\omega_s}$ et nous pouvons réduire notre schéma de la figure (1). Nous avons représenté Fig. (2) la source comme un générateur de courant avec son admittance interne G_s et l'admittance de charge G_C . Le gain en puissance peut se calculer aisément :

$$A = \frac{4 G_C^2}{(G_C + G_s - G_{\omega_s})^2}$$

et si en augmentant la tension à la fréquence ω_p on atteint la condition $G_{\omega_s} = G_C + G_s$ l'ensemble se comportera comme un oscillateur à la fréquence ω_s une oscillation à la fréquence ω_i en résultera également.

Si nous calculons les puissances dissipées aux 3 fréquences nous trouvons d'après (2) :

$$\begin{aligned} P(\omega_s) &= \omega_s C_l V_{\omega_s} \cdot V_{\omega_i} \cdot V_{\omega_p} \sin \varphi_p - \varphi_s - \varphi_i \\ P(\omega_i) &= \omega_i C_l V_{\omega_s} V_{\omega_i} \cdot V_{\omega_p} \sin \varphi_p - \varphi_s - \varphi_i \\ P(\omega_p) &= -\omega_p C_l V_{\omega_s} V_{\omega_i} V_{\omega_p} \sin \varphi_p - \varphi_s - \varphi_i \end{aligned}$$

d'où nous déduisons :

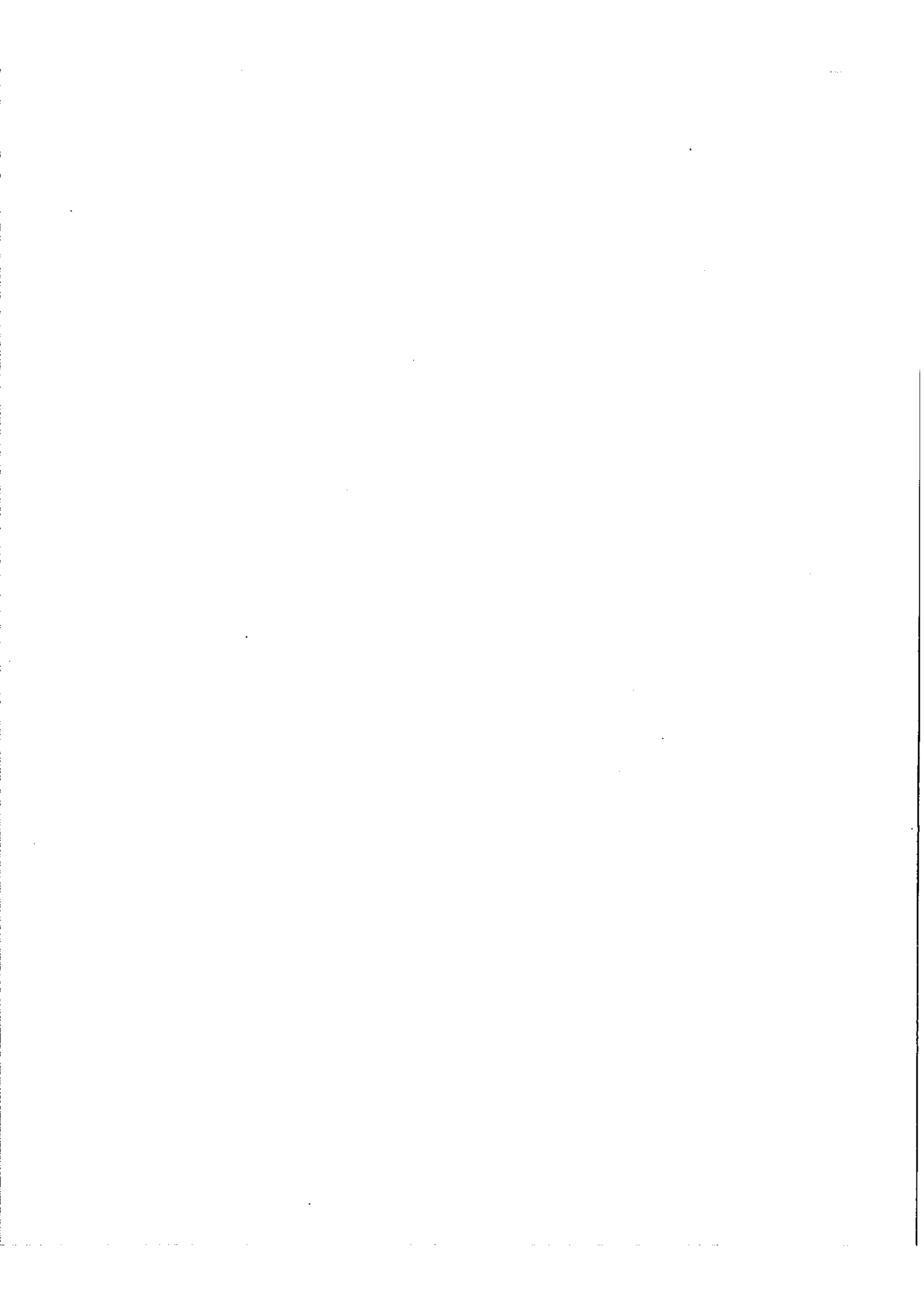
$$\frac{P(\omega_p)}{\omega_p} = - \frac{P(\omega_s)}{\omega_s} \quad \frac{P(\omega_s)}{\omega_s} = \frac{P(\omega_i)}{\omega_i}$$

Nous retrouvons les relations de Manley Rowe, elles traduisent la transformations des photons à la fréquence ω_p suivant le processus :

absorption		émission		émission
d'l photon ω_p	→	d'l photon ω_i	+	d'l photon ω_s

Réalisation.

La figure (3) représente un amplificateur microonde, la fréquence de pompe est de 23 g Hz, la fréquence signal de l'ordre de 4 g Hz, son gain est de 20 db avec une bande passante de 60 MHz. La température de fonctionnement de cet amplificateur est de 77°K.



III - PHENOMENES PARAMETRIQUES EN OPTIQUE

Si l'on veut étudier des phénomènes paramétriques où les trois fréquences ω_p , ω_s et ω_i sont des fréquences optiques, il n'est plus possible de considérer des circuits à constantes localisées mais de façon plus générale on sera amené à étudier la propagation d'ondes dans un milieu présentant une polarisation :

$$P = \overline{\chi}_{(1)} \vec{E} + \overline{\chi}_{(2)} \vec{E} \cdot \vec{E} + \dots$$

où $P_{NL} = \overline{\chi}_{(2)} \vec{E} \cdot \vec{E}$ est le terme de polarisation non linéaire, source du mélange des signaux aux diverses fréquences.

L'évolution de \vec{E} est donnée par les équations de Maxwell :

$$\begin{aligned} \text{Rot } \vec{H} &= \sigma \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \overline{\epsilon} \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{P}_{NL} \\ \text{Rot } \vec{E} &= - \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \vec{H} \end{aligned}$$

d'où l'on déduit l'équation de propagation :

$$(4) \quad \nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \overline{\epsilon} \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2}$$

qu'il est possible de résoudre dans des cas particuliers moyennant quelques hypothèses simplificatrices.

Plusieurs études complètes de la polarisation non linéaire, et des interactions d'ondes électromagnétiques dans les milieux non linéaires ont été menées par Bloembergen et ses collaborateurs [9, 10]. Nous ne donnerons ici que la forme du terme \vec{P}_{NL} et nous nous bornerons à l'étude de trois ondes planes progressives se propageant dans un milieu indéfini transversalement avec des vecteurs d'ondes k_s , k_i et k_p colinéaires

$$5 \left\{ \begin{aligned} \vec{E}_{\omega_s}(z, t) &= \text{Reel} \left[\vec{E}_{\omega_s}(z) e^{j(\omega_s t - k_s z)} \right] \\ \vec{E}_{\omega_i}(z, t) &= \text{Reel} \left[\vec{E}_{\omega_i}(z) e^{j(\omega_i t - k_i z)} \right] \\ \vec{E}_{\omega_p}(z, t) &= \text{Reel} \left[\vec{E}_{\omega_p}(z) e^{j(\omega_p t - k_p z)} \right] \end{aligned} \right.$$

TABLEAU I

Crystal	$d_{ijk}^{(2\omega)}$ (esu) in units of 3×10^{-9}	$\frac{\delta_{ijk}^{(2\omega)}}{(4\pi)^3}$ (esu) in units of 3×10^{-9}
NH ₄ H ₂ PO ₄ (ADP)	$d_{312} = 0.45$ $d_{123} = 0.45 \pm 0.02$	0.227 0.227
KH ₂ PO ₄ (KDP)	$d_{312} = 0.45 \pm 0.03$ $d_{123} = 0.45 \pm 0.03$	0.250 0.250
KD ₂ PO ₄	$d_{312} = 0.42 \pm 0.02$ $d_{123} = 0.42 \pm 0.02$	0.230 0.227
KH ₂ ASO ₄	$d_{312} = 0.48 \pm 0.03$ $d_{123} = 0.51 \pm 0.03$	0.186 0.190
Quartz	$d_{111} = 0.37 \pm 0.02$	0.145
AlPO ₄	$d_{111} = 0.38 \pm 0.03$	0.160
ZnO	$d_{333} = 6.5 \pm 0.2$ $d_{311} = 1.95 \pm 0.2$ $d_{113} = 2.1 \pm 0.2$	0.252 0.077 0.086
CdS	$d_{333} = 28.6 \pm 2$ $d_{311} = 14.5 \pm 1$ $d_{113} = 16 \pm 3$	0.236 0.122 0.140
GaP	$d_{123} = 80 \pm 14$	0.095
GaAs	$d_{123} = 260 \pm 60$	0.110
BaTiO ₃	$d_{333} = 6.4 \pm 0.5$ $d_{311} = 18 \pm 2$ $d_{113} = 17 \pm 2$	0.082 0.190 0.177
LiNbO ₃	$d_{311} = 4.76 \pm 0.5$ $d_{222} = 2.3 \pm 1.0$	0.086 0.040
Te	$d_{111} = 4200$	0.330
Se	$d_{111} = 63$	0.160

A) Le tenseur de polarisation non linéaire

Les différentes composantes de la polarisation \vec{P}_{NL} sont :

$$(P_{NL})_i = \sum_{jk} d(ijk) \vec{E}_j \cdot \vec{E}_k$$

elles se décomposeront en polarisations aux fréquences ω_s , ω_i et ω_p

$$(P_{NL})_{i\omega_s} = \sum_{jk} d_{ijk} (\omega_s = \omega_p - \omega_i) E_j \omega_p \cdot E_k^* \omega_i$$

plusieurs conditions de symétrie réduisent le nombre des composantes d_{ijk} , la première étant que les d_{ijk} sont inchangés dans une permutation des 2 derniers indices $d_{ijk} = d_{ikj}$, ce qui réduit le tenseur d_{ijk} à une matrice 3x6

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{16} \\ & \vdots & & \vdots \\ d_{21} & & & \\ & & & d_{36} \\ d_{31} & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x^2 \\ E_y^2 \\ E_z^2 \\ 2 E_y E_z \\ 2 E_x E_z \\ 2 E_x E_y \end{pmatrix}$$

La seconde a été démontrée initialement par Bloembergen [9]
 $d_{ijk} (\omega_p = \omega_i + \omega_s) = d_{jik} (\omega_i = \omega_p - \omega_s) = d_{kij} (\omega_s = \omega_p - \omega_i)$

qui lorsque l'on ne tient pas compte des effets de dispersion s'écrit :

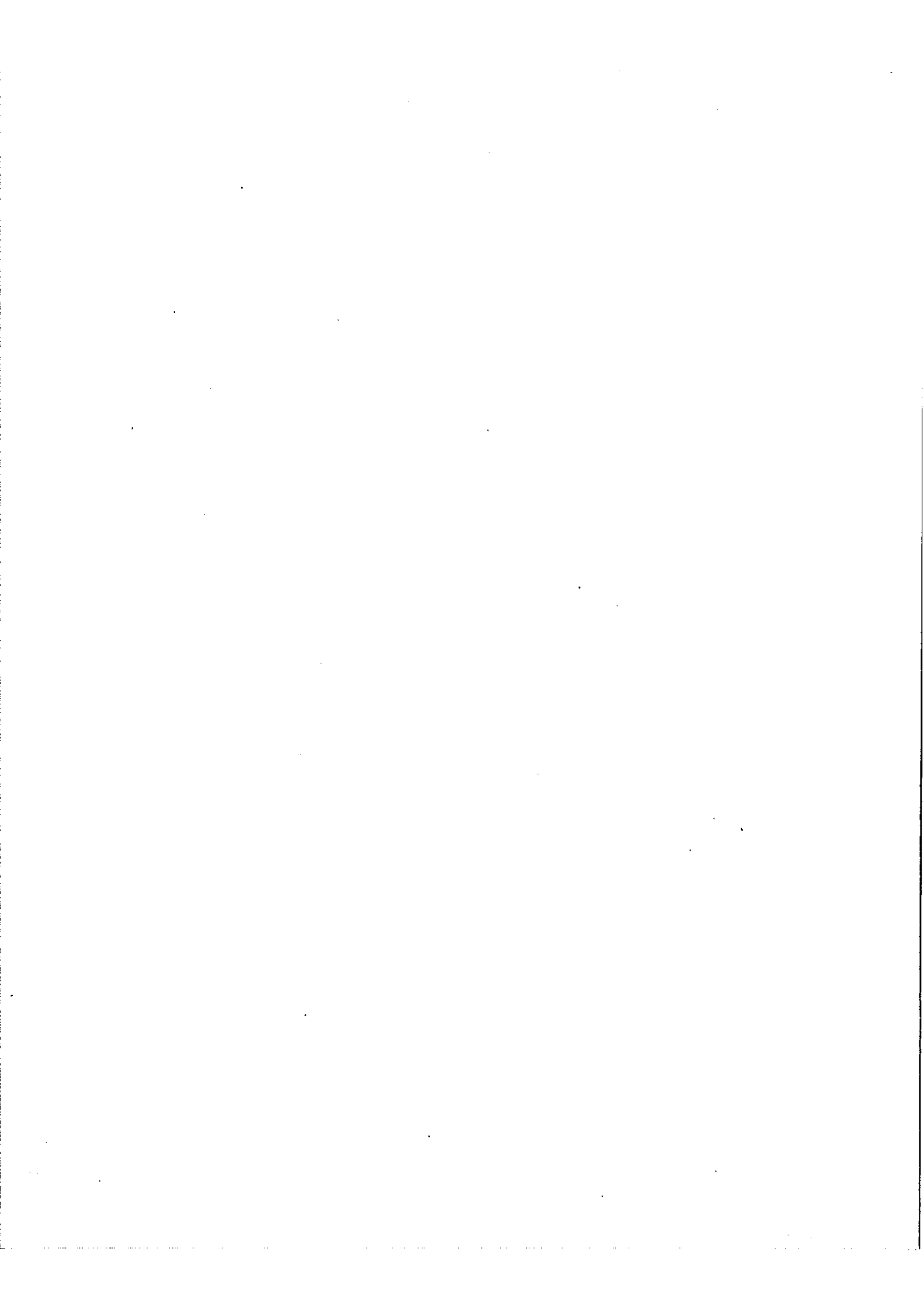
$$d_{ijk} = d_{jik} = d_{kij} \quad (\text{démontré par Kleinman [11]})$$

Si le matériau non linéaire est transparent aux fréquences ω_s , ω_i , ω_p , le nombre des composantes indépendantes se réduit à 10. Nous donnons dans le tableau 1 les coefficients d_{ijk} pour quelques cristaux utilisés en optique non linéaire.

B) Les équations du champ électromagnétique:

La substitution dans (4) du champ électromagnétique

$E(z,t) = E_{\omega_s} + E_{\omega_i} + E_{\omega_p}$, dont les composantes ont été définies en (5) donne une série de trois équations,



relative chacune à une fréquence bien déterminée.

$$6 \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial E_{\omega_s}^i(z)}{\partial z} &= -\frac{\sigma_s}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} E_{\omega_s}^i(z) - \frac{j\mu_0 \omega_s^2}{2k_s} d_{ijk} E_{\omega_p}^j E_{\omega_i}^{k*} e^{-j(k_p - k_s - k_i)z} \\ \frac{\partial E_{\omega_i}^i(z)}{\partial z} &= -\frac{\sigma_i}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} E_{\omega_i}^i(z) - \frac{j\mu_0 \omega_i^2}{2k_i} d_{ijk} E_{\omega_p}^j E_{\omega_s}^{k*} e^{-j(k_p - k_s - k_i)z} \\ \frac{\partial E_{\omega_p}^i(z)}{\partial z} &= -\frac{\sigma_p}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}} E_{\omega_p}^i(z) - \frac{j\mu_0 \omega_p^2}{2k_p} d_{ijk} E_{\omega_i}^j E_{\omega_s}^k e^{-j(k_s + k_i - k_p)z} \end{aligned} \right.$$

Ces équations sont obtenues en supposant que l'amplitude du champ $E(z)$ varie lentement suivant z de telle façon que l'on peut négliger $\frac{d^2 E(z)}{dz^2}$ devant $k \frac{dE(z)}{dz}$.

Si l'absorption du cristal aux fréquences ω_p, ω_s et ω_i est faible ($\sigma \approx 0$) et si nous ne considérons qu'une seule polarisation pour chacun des trois champs, le système (6) se réduit à 3 équations que l'on peut résoudre facilement

$$7 \left\{ \begin{aligned} \frac{dE_{\omega_s}^i}{dz} &= -j \frac{\mu_0 \omega_s^2}{2k_s} d E_{\omega_p}^k E_{\omega_i}^{j*} e^{-j\Delta k z} \\ \frac{dE_{\omega_i}^j}{dz} &= -j \frac{\mu_0 \omega_i^2}{2k_i} d E_{\omega_p}^k E_{\omega_s}^{i*} e^{-j\Delta k z} \\ \frac{dE_{\omega_p}^k}{dz} &= -j \frac{\mu_0 \omega_p^2}{2k_p} d E_{\omega_s}^i E_{\omega_i}^j e^{j\Delta k z} \end{aligned} \right.$$

où $d_{ijk} = d_{jki} = d_{kij} = d$ (condition de Kleinman)
 et $K = K_p - K_s - K_i$.

En première approximation les champs aux fréquences ω_s et ω_i sont très faibles par rapport au champ E_{ω_p} que nous pourrions considérer constant, nous obtiendrons alors :

$$E_{\omega_s}^i(z) = c_1 e^{d_1 z} + c_2 e^{d_2 z}$$

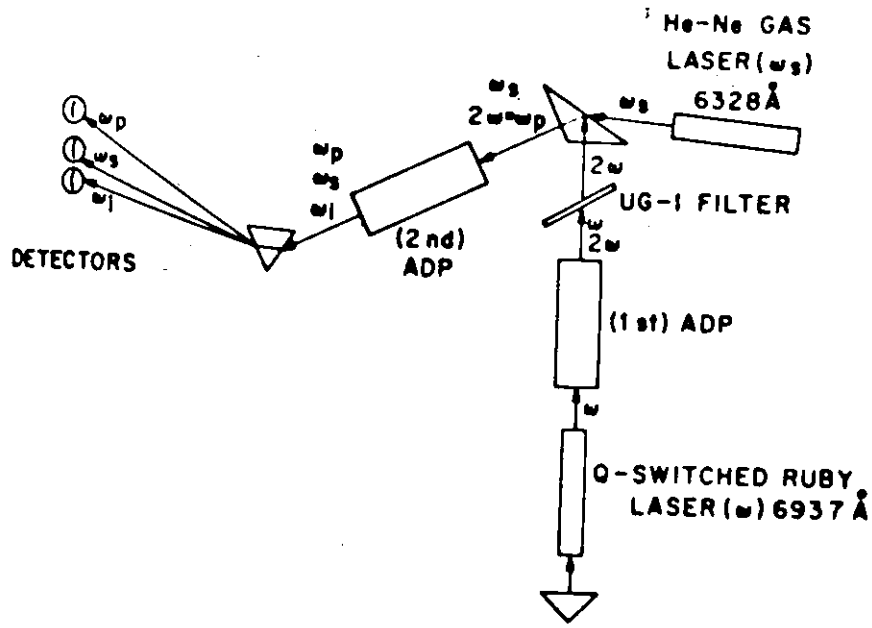


Fig. 6 Schematic of the experimental arrangement.

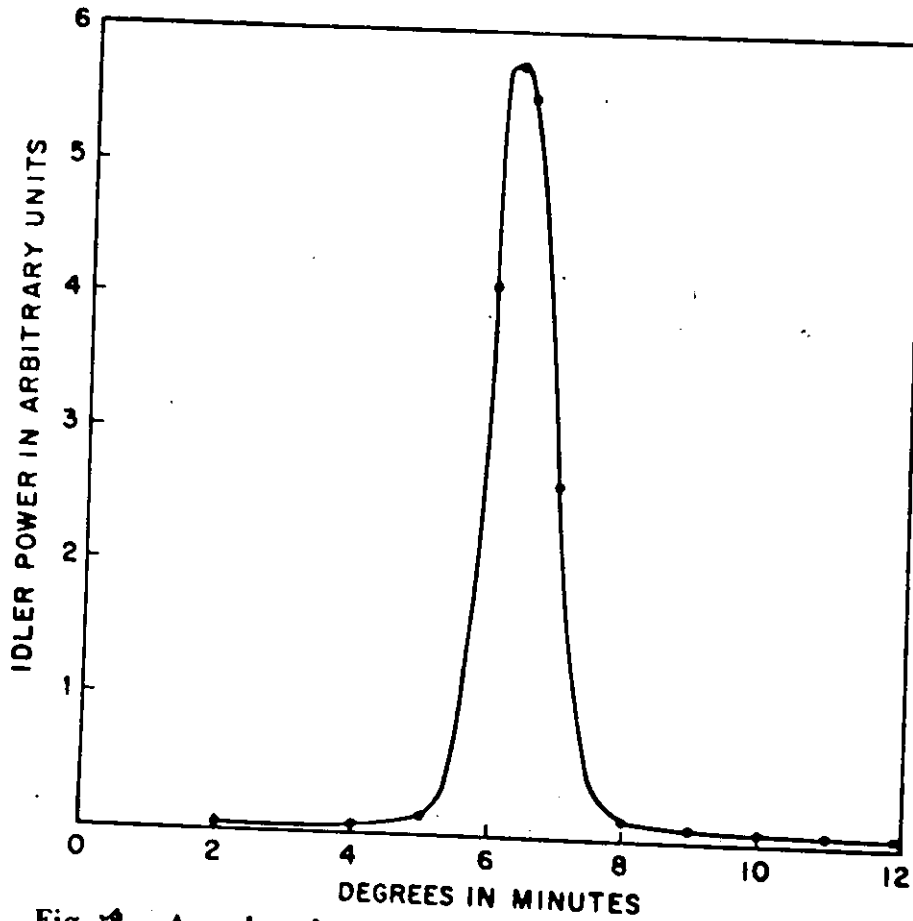


Fig. 7 Angular dependence of the difference frequency generation.

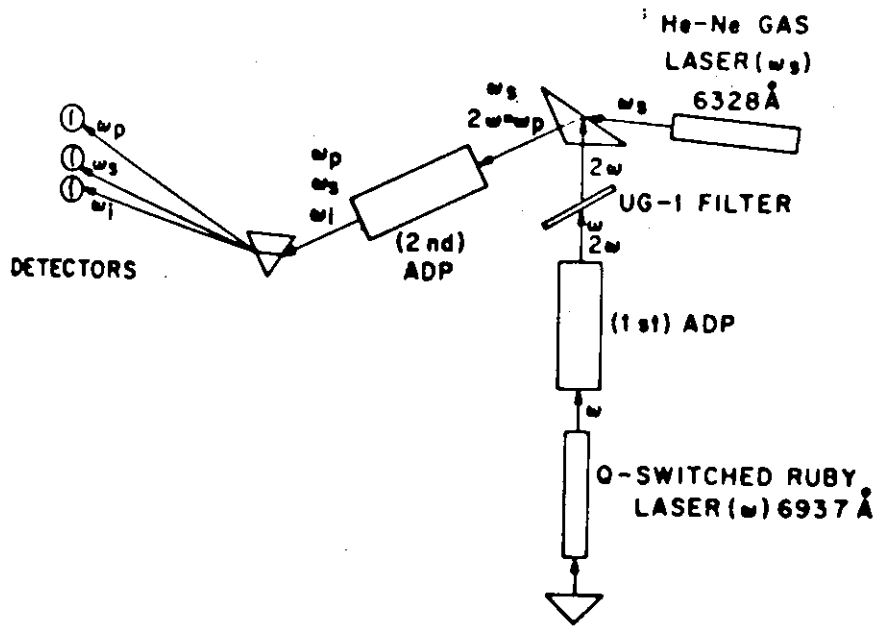


Fig. 7 Schematic of the experimental arrangement.

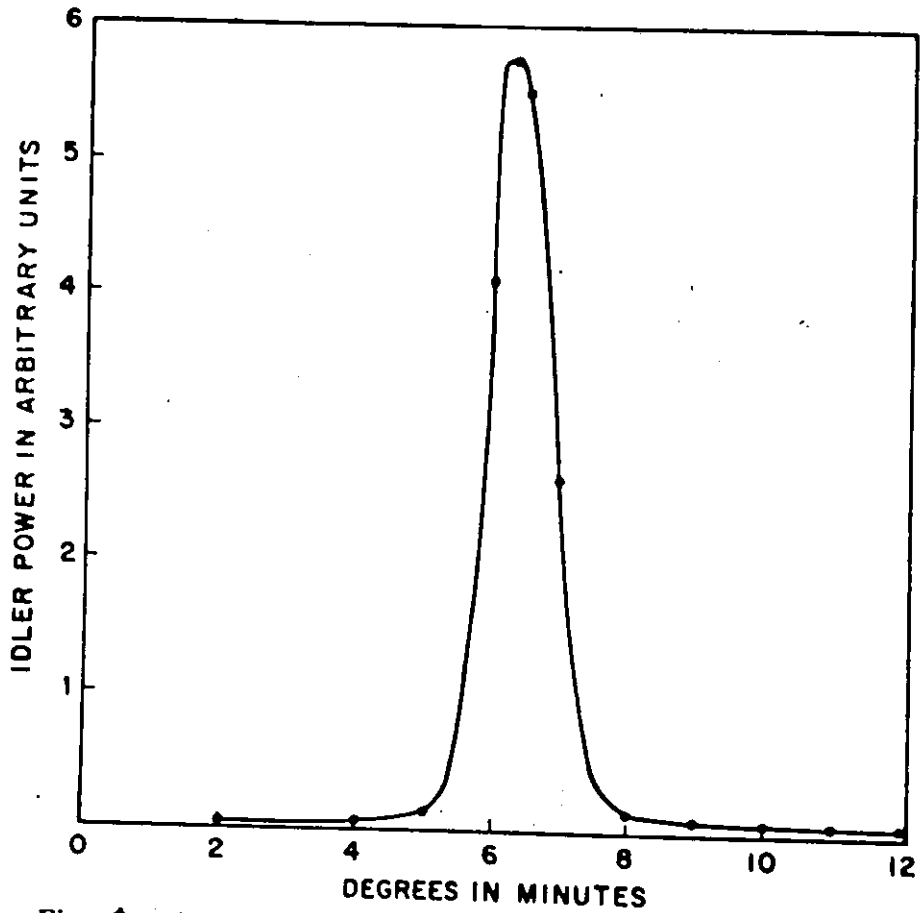
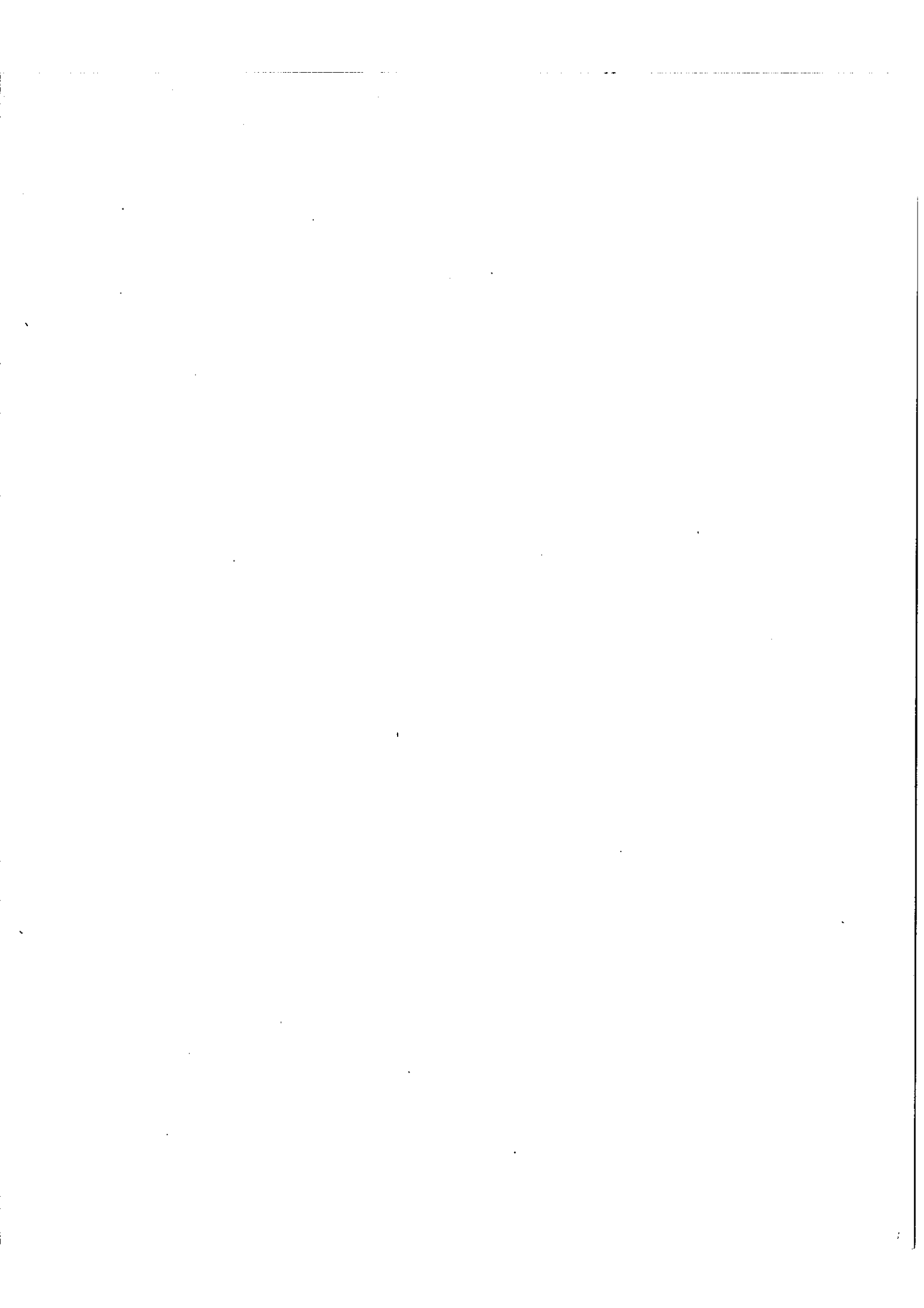
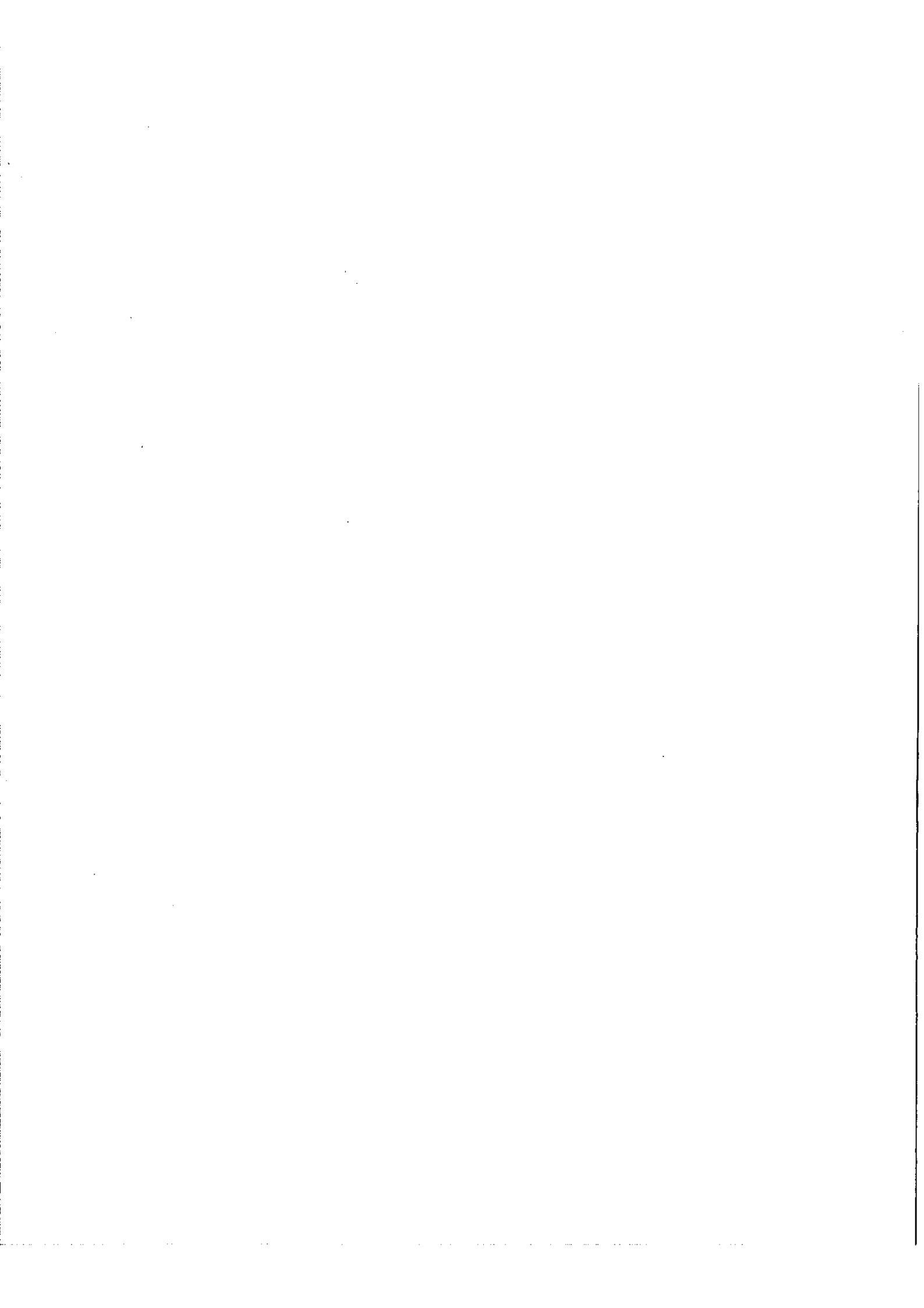


Fig. 8 Angular dependence of the difference frequency generation.





$$\text{ou } \alpha_1 \text{ et } \alpha_2 = \frac{-\gamma \Delta k \pm \sqrt{\Delta k^2 + \frac{M_0^2 \omega_i^2 \omega_s^2}{k_i k_s} d^2 E_{\omega_r} E_{\omega_r}^*}}{2}$$

Nous observons qu'il y aura amplification dans le cristal de l'onde $E_{\omega_s}^i(0)$ si

$$\Delta k^2 < \frac{M_0^2 \omega_i^2 \omega_s^2}{k_i k_s} d^2 E_{\omega_r} E_{\omega_r}^*$$

Nous supposons que la condition de phase, est presque toujours réalisée : $\Delta k = 0$ et nous aurons :

$$\gamma \begin{cases} E_{\omega_s}(z) = E_{\omega_s}(0) \cosh \alpha z \\ E_{\omega_i}(z) = -i E_{\omega_s}^*(0) \sinh \alpha z \end{cases}$$

(en supposant que pour $z = 0$ $E_{\omega_i} = 0$)

$$\text{avec } \alpha = \frac{M_0 \omega_i \omega_s}{\sqrt{k_i k_s}} d E_{\omega_r}$$

C) Réalisation de la condition de phase $\Delta k = 0$

Afin qu'il y ait amplification paramétrique deux conditions doivent être réalisées simultanément :

$$\gamma \begin{cases} 1) \omega_p = \omega_s + \omega_i \\ 2) \vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i \end{cases}$$

avec $|\vec{k}_p| = \omega_p n(\omega_p, k_p, \vec{\epsilon}_p) \cdot c$
 $|\vec{k}_s| = \omega_s n(\omega_s, k_s, \vec{\epsilon}_s) \cdot c$
 $|\vec{k}_i| = \omega_i n(\omega_i, k_i, \vec{\epsilon}_i) \cdot c$

dans un milieu présentant une dispersion normale c'est-à-dire $n(\omega)$ croissant avec la fréquence :

$$|k_p| > |k_s| + |k_i| \quad \text{et il n'est pas possible de réaliser la condition de phase } \gamma(2).$$

Les différentes méthodes pour réaliser cette condition utilisent la dépendance de n avec l'orientation du champ électrique dans un milieu anisotrope. On observe effectivement que si dans un cristal $n_o > n_e$ et que E_{ω_p} correspond à un rayon extraordinaire alors que E_{ω_s} et E_{ω_e} correspondent à des rayons ordinaires.

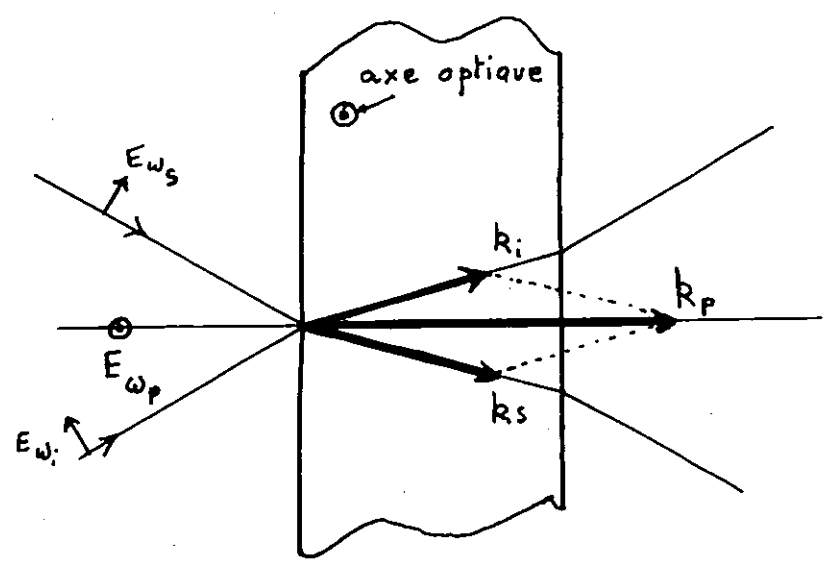


Fig 4. Realisation de la condition de phase $\vec{k}_p = \vec{k}_i + \vec{k}_s$ par orientation des vecteurs d'onde

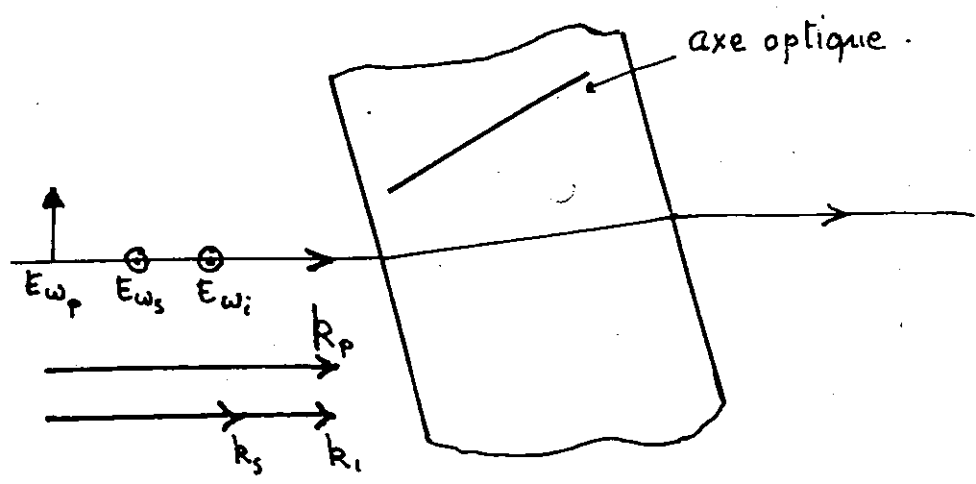
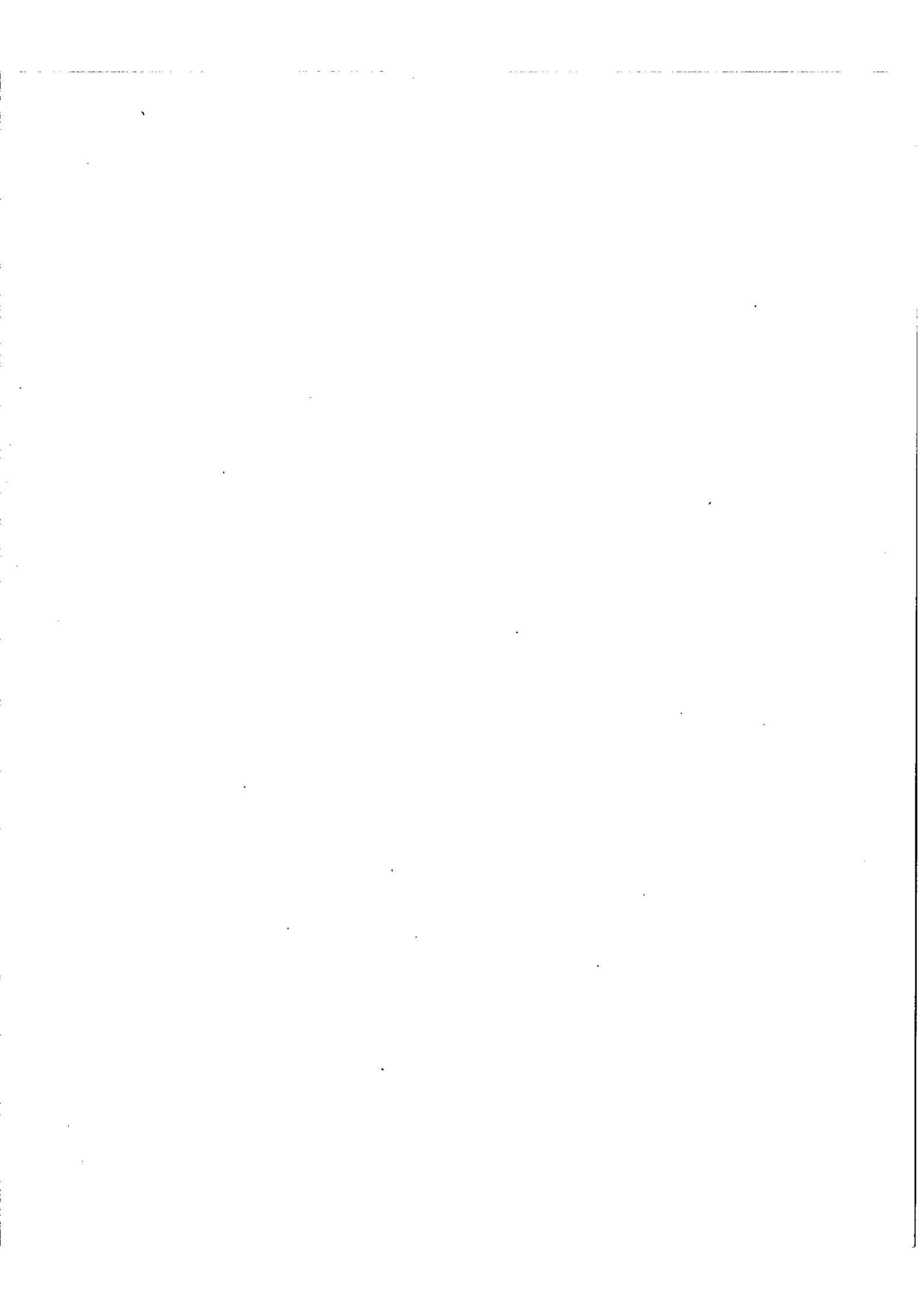


Fig 5. Realisation de la condition de phase par rotation du cristal. (les vecteurs d'onde etant colinéaires)



On peut obtenir : $|k_p| < |k_s| + |k_i|$ et il existera une orientation des vecteurs d'onde pour laquelle la condition $\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i$ sera réalisée.

Afin de faire varier la fréquence ω_s pour laquelle il y a effectivement une amplification, il suffira de faire varier la configuration géométrique du montage amplificateur; plusieurs procédés peuvent être réalisés :

1°) le premier qui fut signalé [Kroll (5) Akmanov (6)] consiste à orienter les vecteurs d'onde \vec{k}_s et \vec{k}_i (rayons ordinaires) de telle façon que vectoriellement $\vec{k}_p = \vec{k}_s + \vec{k}_i$ (Fig. 4).

2°) Dans le second procédé, les vecteurs $\vec{k}_p, \vec{k}_s, \vec{k}_i$ restent colinéaires et c'est par rotation du cristal (Fig. 5) que l'on réalise la condition de phase, si $\omega_i \approx \omega_s$ cette condition devient : $n_e(\omega_p) = n_o(\omega_s)$. C'est ce procédé qui fut utilisé par Wang et Racette [7] pour observer l'amplification paramétrique.

3°) Un troisième procédé consiste à utiliser la dépendance de l'indice de réfraction avec la température il a été employé par Giordmaine et Miller [12] dans les premières expérience d'oscillateur paramétrique que nous verrons au chapitre suivant.

D) Expérience d'amplification paramétrique [6]

Nous avons reporté (Fig. 6) la première expérience d'amplification paramétrique dans le domaine optique réalisée par Wang et Racette en 1965.

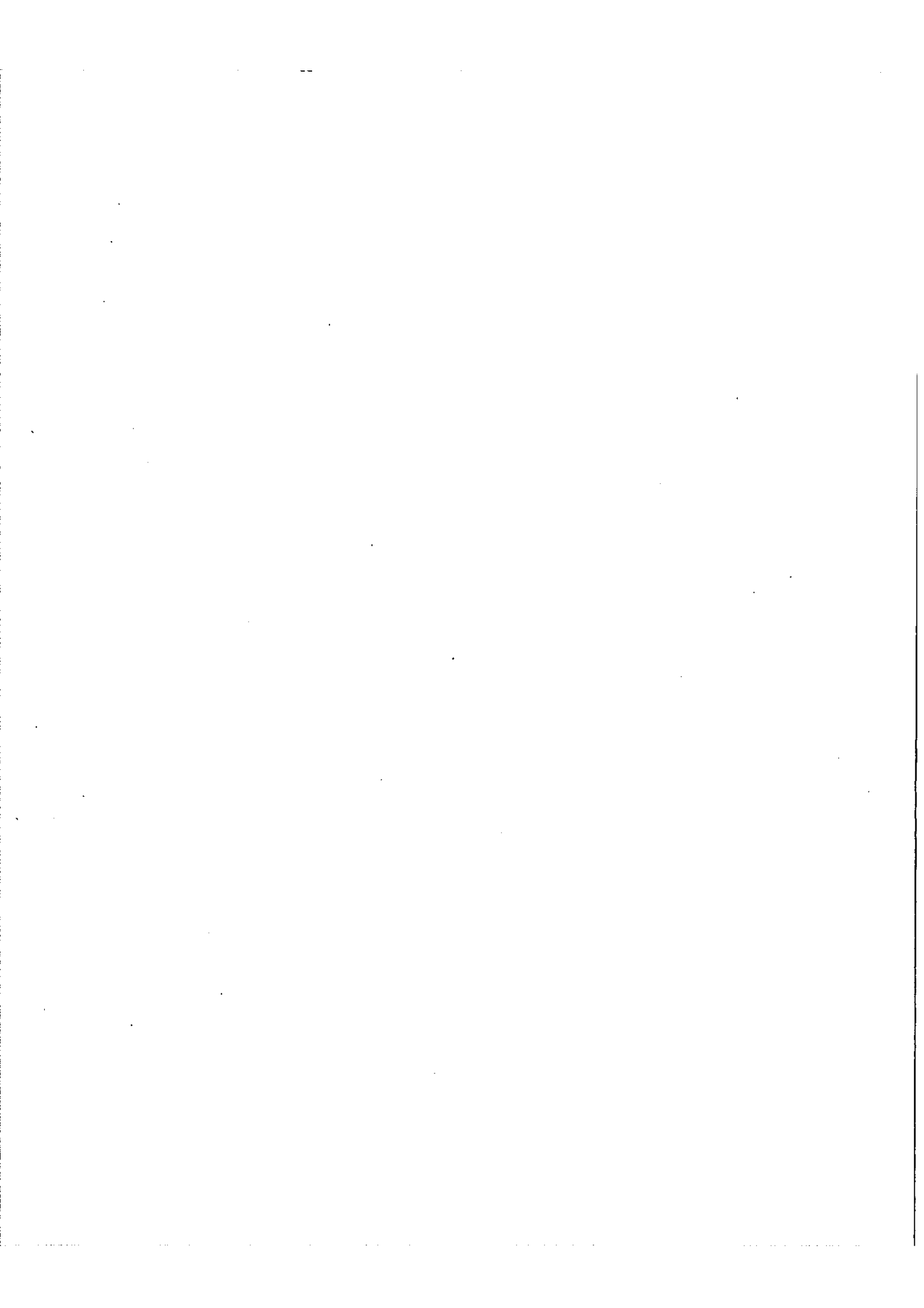
La fréquence de pompe est celle donnée par un laser à rubis déclenché, suivi d'un cristal ADP doubleur de fréquence d'où $\lambda_p = 3469 \text{ \AA}$.

La fréquence ω_s est celle donnée par un laser à gaz He Ne à 6328 \AA .

La fréquence ω_i correspond alors à un signal à 7676 \AA .

Les vecteurs d'onde k_p et k_s sont colinéaires dans le cristal ADP qui réalise l'amplification et les 3 fréquences ω_p, ω_s et ω_i sont séparées en sortie à l'aide d'un prisme.

Les faces d'entrée et de sortie du cristal sont taillées de telle façon qu'attaquées perpendiculairement par la source à laser à rubis, la condition de phase est réalisée pour la production du second harmonique. On réalise alors l'accord



de phase pour l'amplification paramétrique en faisant tourner le cristal.

La figure (7) représente la dépendance du signal à ω_i avec l'angle de rotation du cristal, elle montre combien la condition de phase est critique.

La puissance de pompe P_{ω_p} était de l'ordre de 1,2 MW et l'amplification observée de l'ordre de 17,6 %.

IV - LES OSCILLATEURS PARAMÉTRIQUES

Nous avons montré qu'il était possible de réaliser les conditions d'oscillations dans les amplificateurs paramétriques aux fréquences radioélectriques. Il en sera de même en optique si l'on introduit le cristal générateur dans une cavité résonnante. Cette possibilité de pouvoir réaliser ainsi des oscillateurs à fréquence optique variable a tenté plusieurs auteurs et les articles consacrés à la théorie de l'oscillation paramétrique sont nombreux [13, 14, 15, 16, 17].

A) Le seuil de l'oscillation:

La condition fondamentale de l'oscillation est que le gain introduit par le cristal à la fréquence ω_s compense les pertes à l'intérieur de la cavité qui sont dues en majeure partie au coefficient de réflexion des miroirs la composant. Boyd et Ashkin [13] ont montré que le gain en puissance, calculé lorsqu'un régime d'oscillation stationnaire est établi dans la cavité est différent du gain de l'amplificateur seul.

Nous trouvons effectivement, d'après (8) qu'en amplificateur :

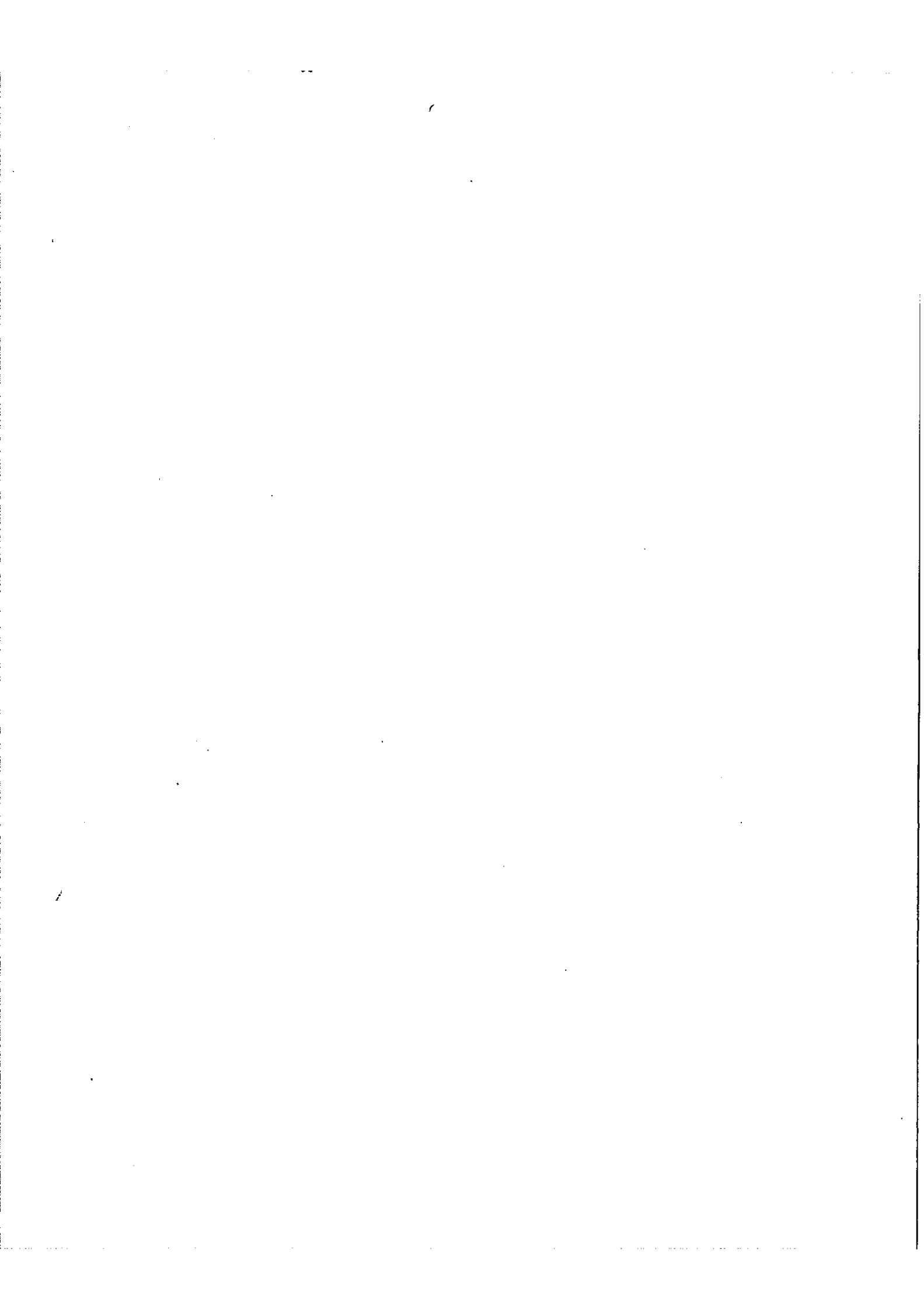
$P(z) = P_0 \cosh^2 \alpha z$ et pour un seul passage dans un cristal de longueur l ($\alpha l \ll 1$). Le gain est $\frac{P(l)}{P_0} = 1 + \alpha^2 l^2$

Alors qu'en régime d'oscillation stationnaire, après que le rayonnement ait effectué plusieurs allers et retours dans la cavité, αz devient très grand et le terme $e^{-\alpha z}$ contenu dans $\cosh \alpha z$ est négligeable.

Nous déduisons alors le gain par aller et retour :

$$\frac{P(l)}{P_0} = e^{2\alpha l} = 1 + 2\alpha l$$

(lorsque l'onde de pompe est progressive, il n'existe pas d'amplification pour l'onde signal se propageant dans la direction opposée) que l'on doit donc compa-



rer à l'amplification introduite par un cristal de longueur $2l$:

$$1 + 4\alpha^2 l^2$$

si R est le coefficient de réflexion de chacun des miroirs, la condition de seuil s'écrira :

$$e^{2\alpha l} \times R^2 = 1 \quad \text{soit} \quad \alpha = \frac{1-R}{1}$$

Nous observons qu'elle correspond à des gains de l'amplification paramétrique extrêmement faibles. La puissance $(P_{\omega_p})_{th}$ de pompe nécessaire pour provoquer l'oscillation s'appelle puissance de seuil. Boyd et Ashkin ont également montré qu'une focalisation des ondes de pompe et signal dans la cavité permet de diminuer notablement $(P_{\omega_p})_{th}$ ce qui rend possible la réalisation d'oscillateur paramétrique alimenté par une source laser continue, telle qu'un laser à argon ionisé.

Une théorie plus complète des interactions paramétriques d'ondes focalisées a été élaborée récemment par Boyd et Kleinman [16].

Jusqu'ici le seuil n'a été déterminé que par des considérations sur l'amplification du milieu, en fait, il est nécessaire de faire intervenir les modes $(\omega_s, \vec{k}_s, \omega_i, \vec{k}_i)$ de la cavité dans lesquels les oscillations sont couplées, généralement les modes sont tels que :

$$\begin{aligned} k_p - k_s - k_i &= \Delta k \\ \omega_p - \omega_s - \omega_i &= \Delta \omega \end{aligned}$$

Il est alors montré [17] que :

1°) le seuil d'oscillation est donné pour α tel que :

$$\alpha_0^2 = \frac{1 + \left(\frac{\Delta \omega}{\Delta \omega_c}\right)^2}{\sin^2 \frac{\Delta k l}{2} / \frac{\Delta k l}{2}}$$

avec

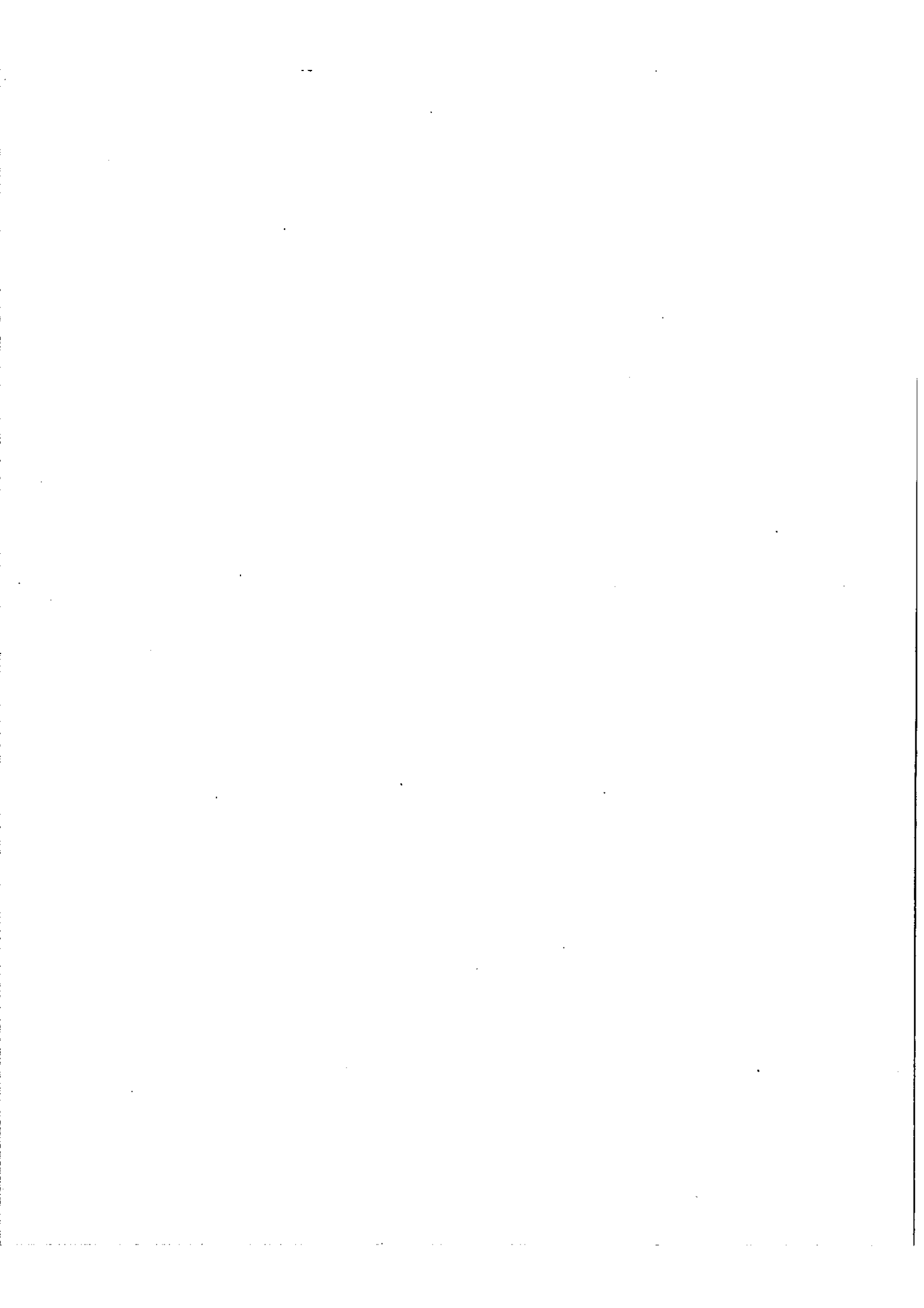
$$\alpha_0 = \frac{1-R}{l} \quad \text{et} \quad \Delta \omega_c = \frac{c(1-R)}{2l n_0}$$

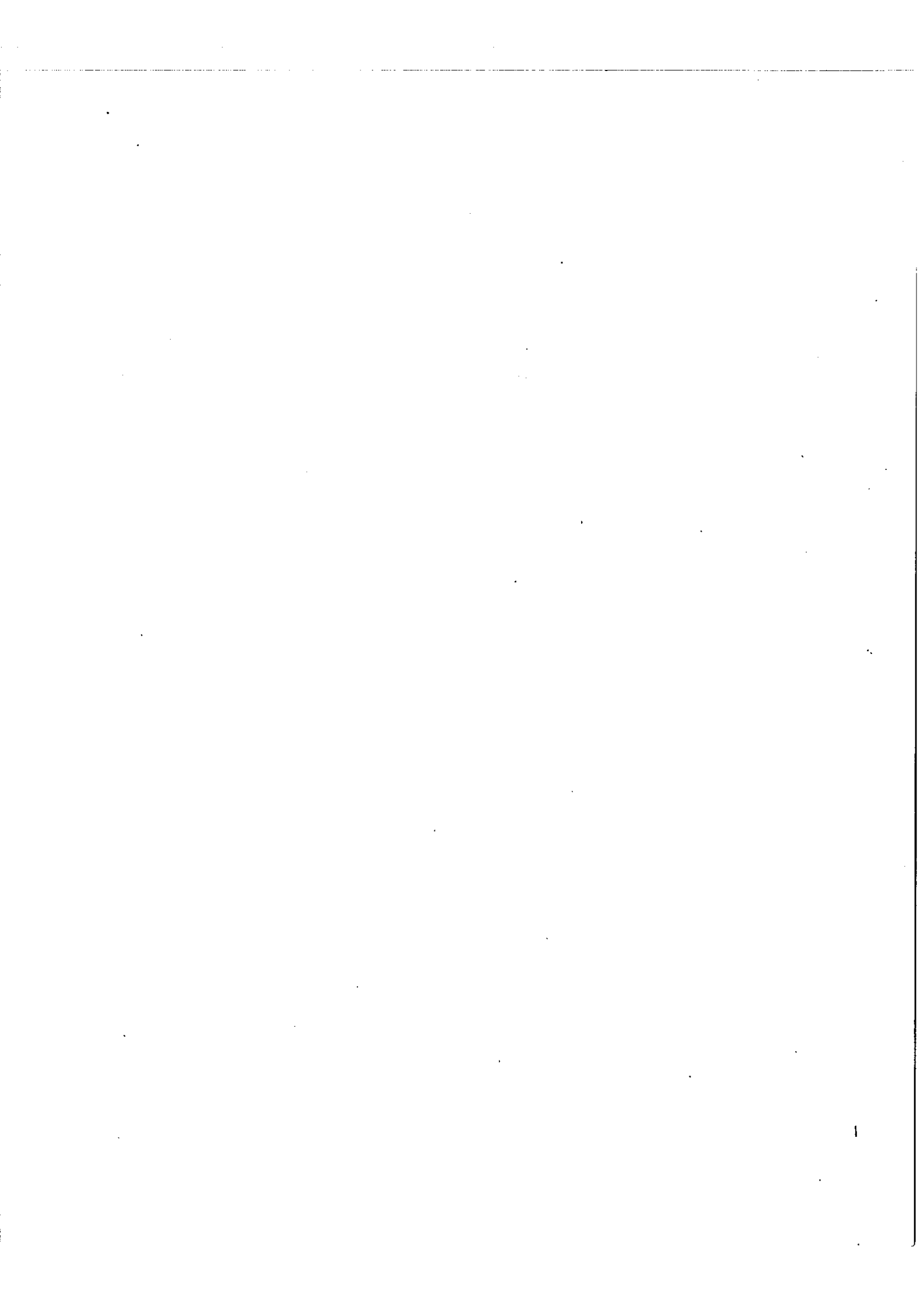
2°) Les fréquences d'oscillation sont déplacées par rapport aux fréquences propres de la cavité.

$$\omega'_s = \omega_s + \frac{\Delta \omega}{2}$$

$$\omega'_i = \omega_i + \frac{\Delta \omega}{2}$$

$$\text{(la condition } \omega_p = \omega'_s + \omega'_i \text{)}$$





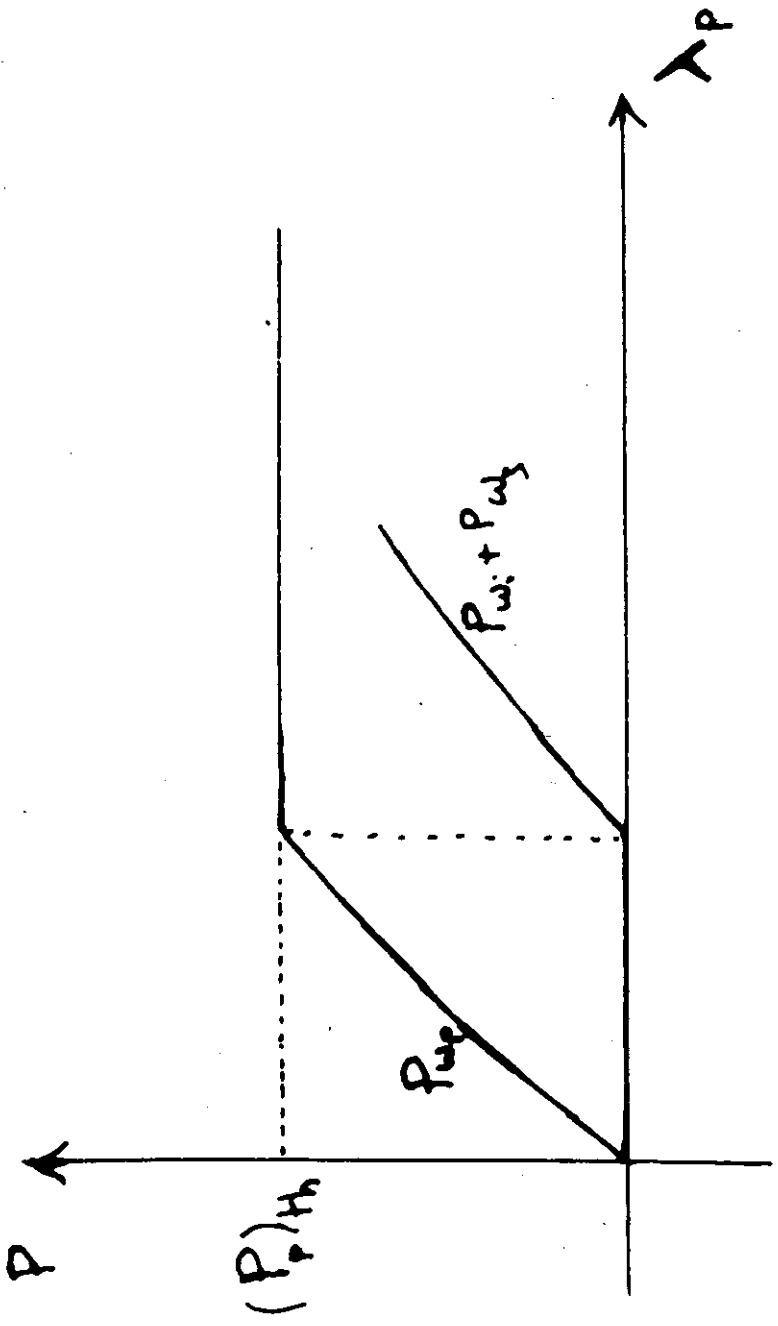
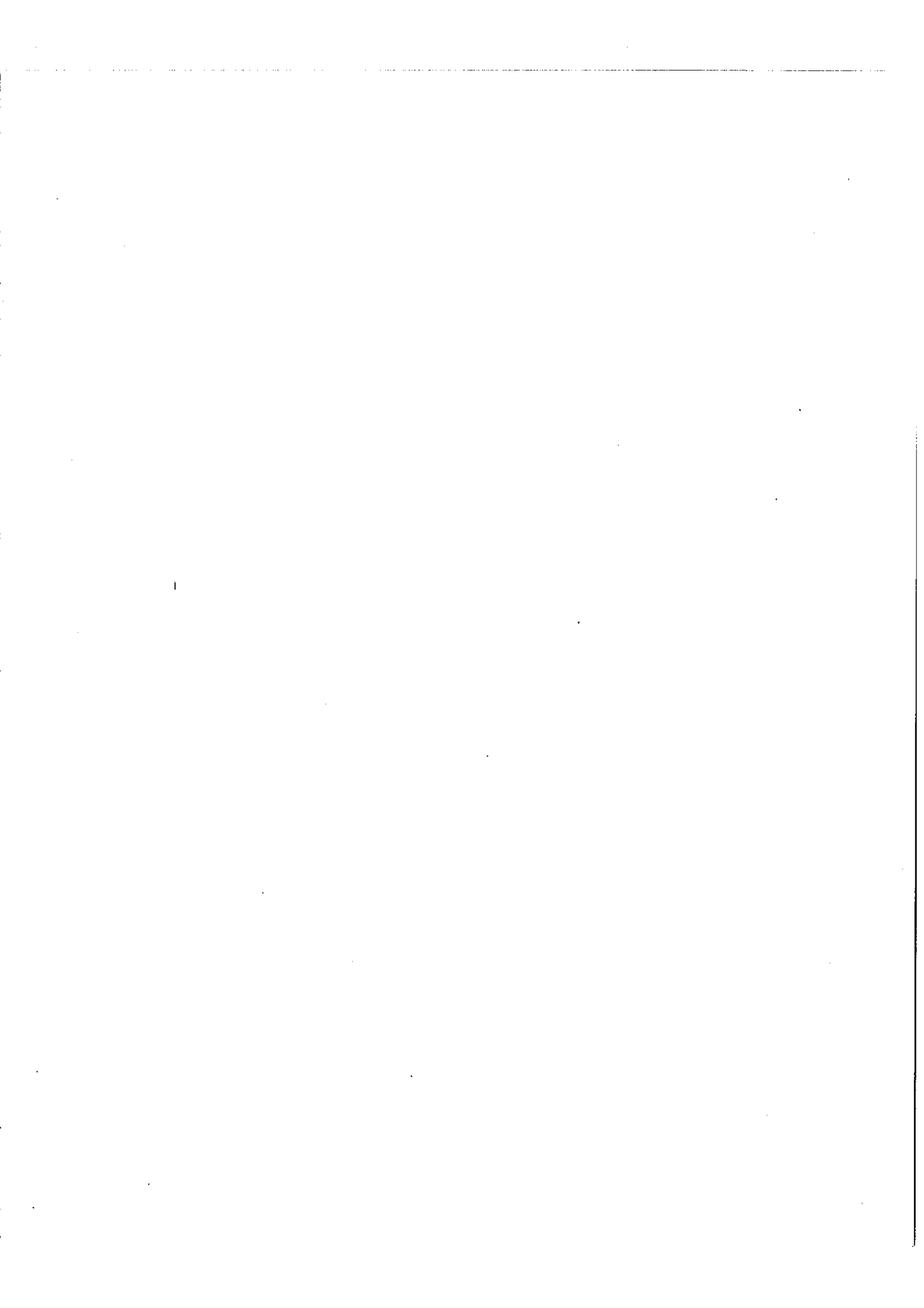


Fig 8 Variation des puissances P_{wp} , $P_{wi} + P_{wz}$ en fonction de l'excitation du milieu à la fréquence ω_p



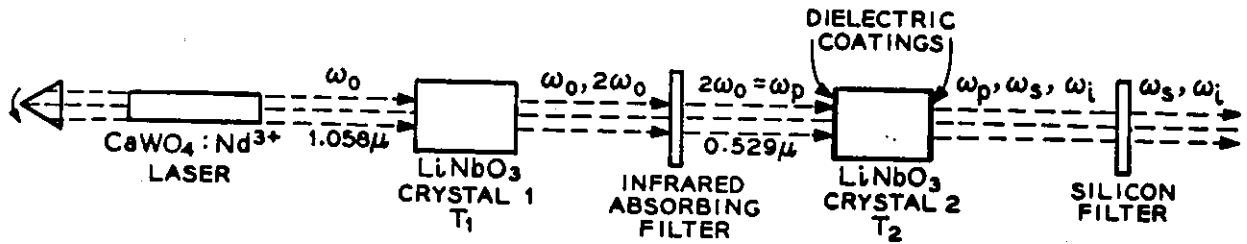


FIG. 9 Optical parametric oscillator apparatus. ω_p , ω_s , and ω_i are the pump, signal, and idler frequencies, respectively.

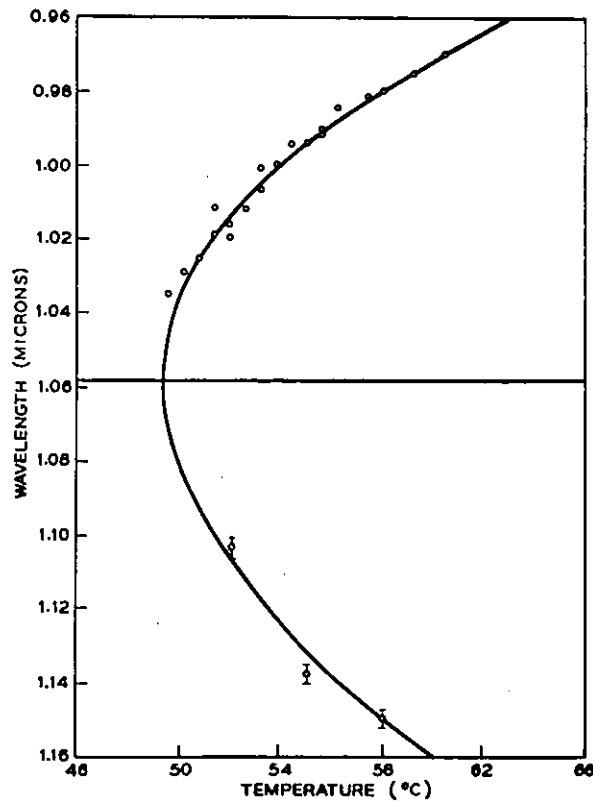


FIG. 10 Signal and idler wavelength as a function of temperature T_2 of the oscillator crystal No. 2.

était réalisée). Ce résultat a également été obtenu par Jerphagnon [18] qui démontre en même temps que l'oscillation à ω_s et ω_i ne peut avoir lieu que si l'onde de pompe n'est pas entièrement progressive.

B) Evolution de l'oscillateur en fonction de la puissance de la pompe:

En introduisant dans les équations de Maxwell un terme source λ_p à la fréquence de pompe, qui rend compte de l'excitation du cristal par la pompe extérieure, il est possible d'étudier, en fonction de l'excitation l'évolution des signaux à ω_s, ω_i et ω_p [15].

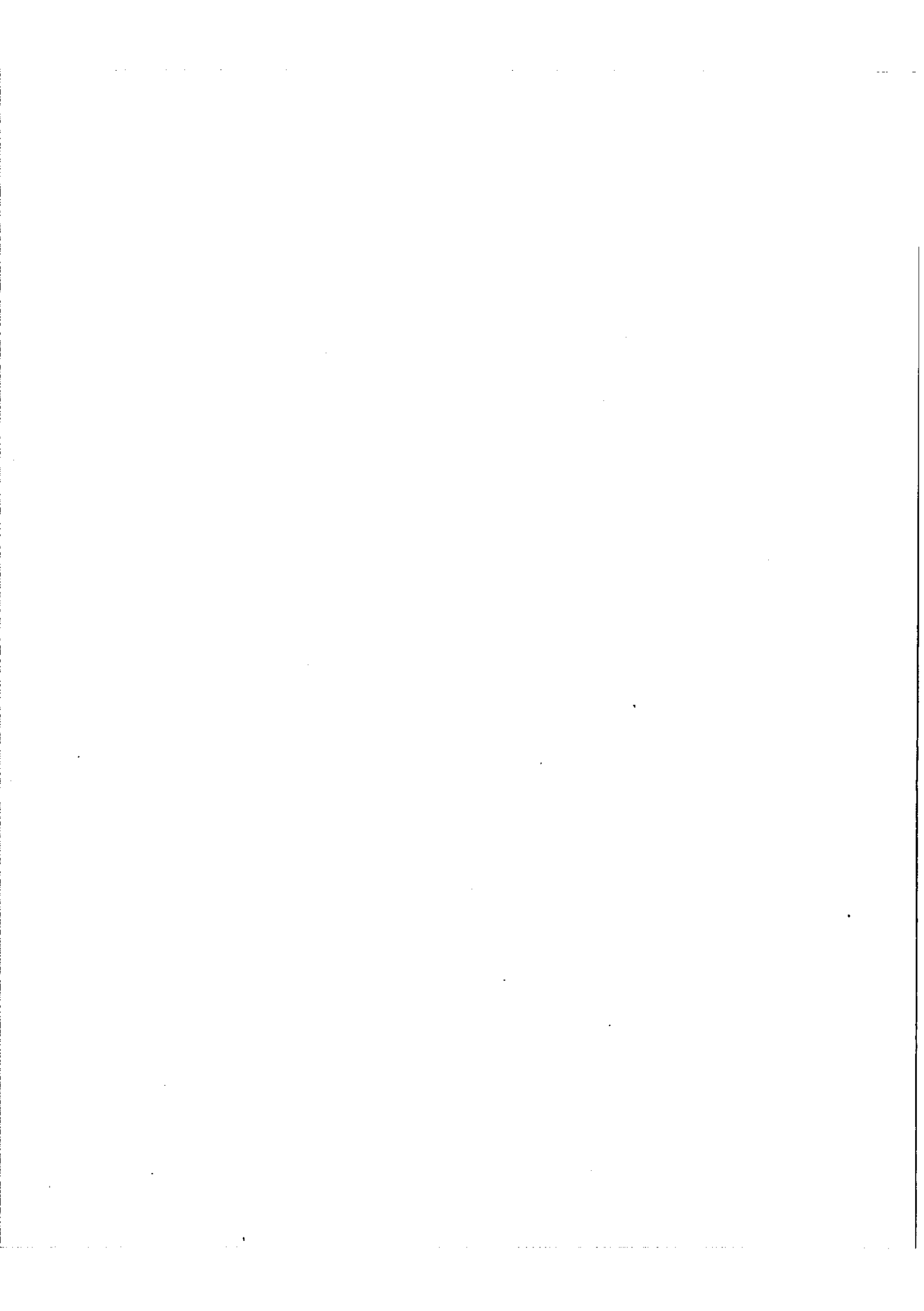
Il est ainsi montré que si l'on fait croître λ_p la puissance de pompe emmagasinée dans le cristal croît jusqu'à ce qu'elle ait atteint la valeur de seuil d'oscillation $(P_p)_{th}$ (Fig. 8) au delà de cette valeur elle reste constante tandis que les puissances P_{ω_i} et P_{ω_s} croissent. Celles-ci étant liées par la relation :

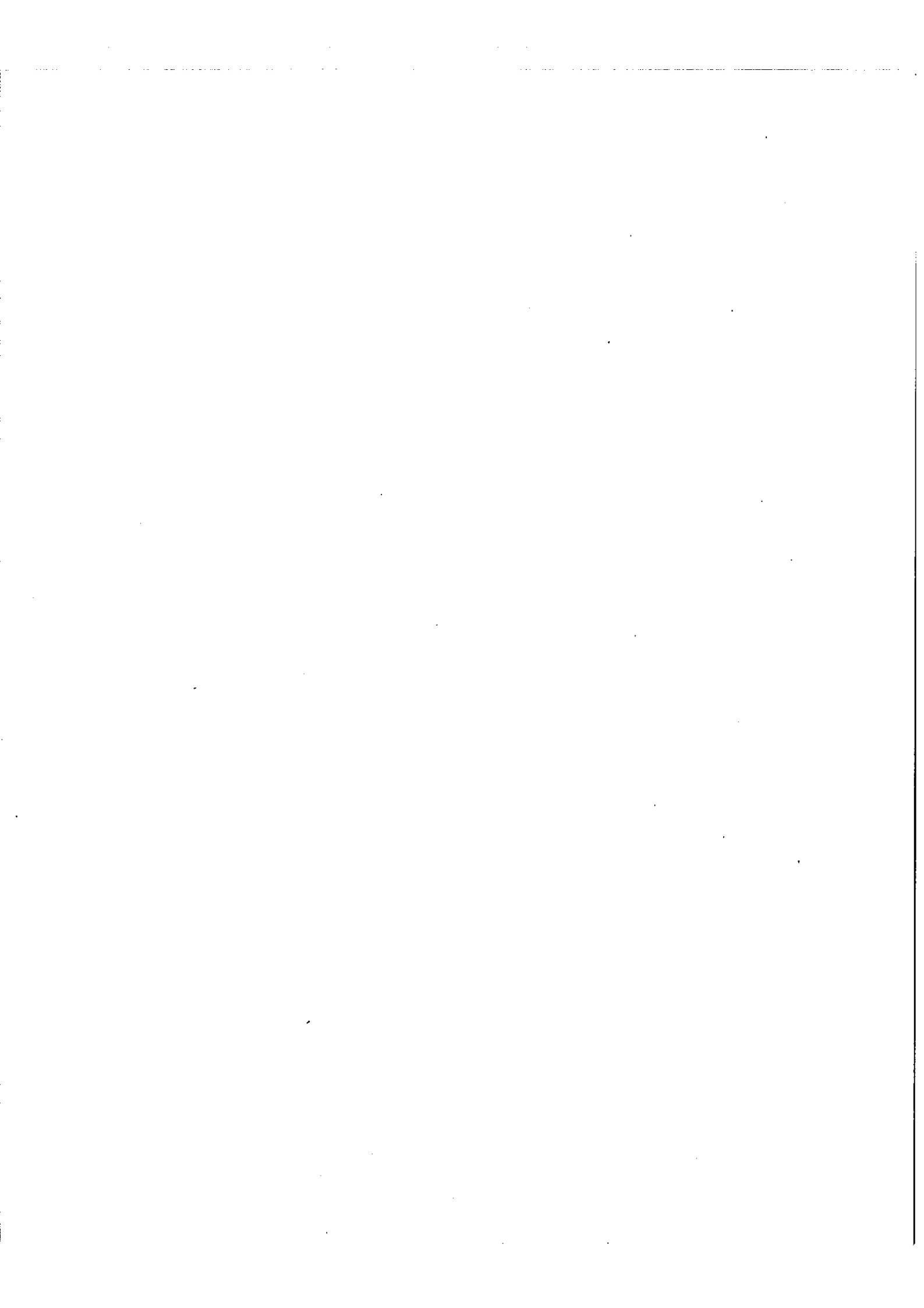
$$\frac{P_{\omega_s}}{\omega_s} = \frac{P_{\omega_i}}{\omega_i} = \frac{(P_p)_{th}}{\omega_p} \left(\frac{\lambda_p}{\lambda_{p_{th}}} - 1 \right)$$

C) Les expériences d'oscillation paramétrique:

La première expérience d'oscillation paramétrique a été effectuée par Giordmaine et Miller [12], nous en avons reporté le schéma fig. 9. L'élément non linéaire est un cristal de Niobate de Lithium LiNbO_3 dont deux faces parallèles, polies et recouvertes de couches diélectriques forment une cavité dans laquelle prendront naissance les oscillations ω_i et ω_s (les revêtements étant transparents à l'onde de pompe ω_p). L'axe optique du cristal est dans le plan de la face d'entrée et l'onde de pompe provenant d'un laser au Néodyme déclenché et doublé en fréquence ($0,529 \mu$) se propage dans le cristal suivant une direction extraordinaire.

L'accord de phase est réalisé en faisant varier la température du cristal. Nous avons reporté Fig. 10 les fréquences ω_i et ω_s observées en fonction de la température. Il a été ainsi possible de faire varier continuellement la fréquence du signal sur un domaine de 700 Å. Les puissances moyennes d'impulsion de la pompe pour lesquelles l'oscillation a été observée est de 6,7kW alors





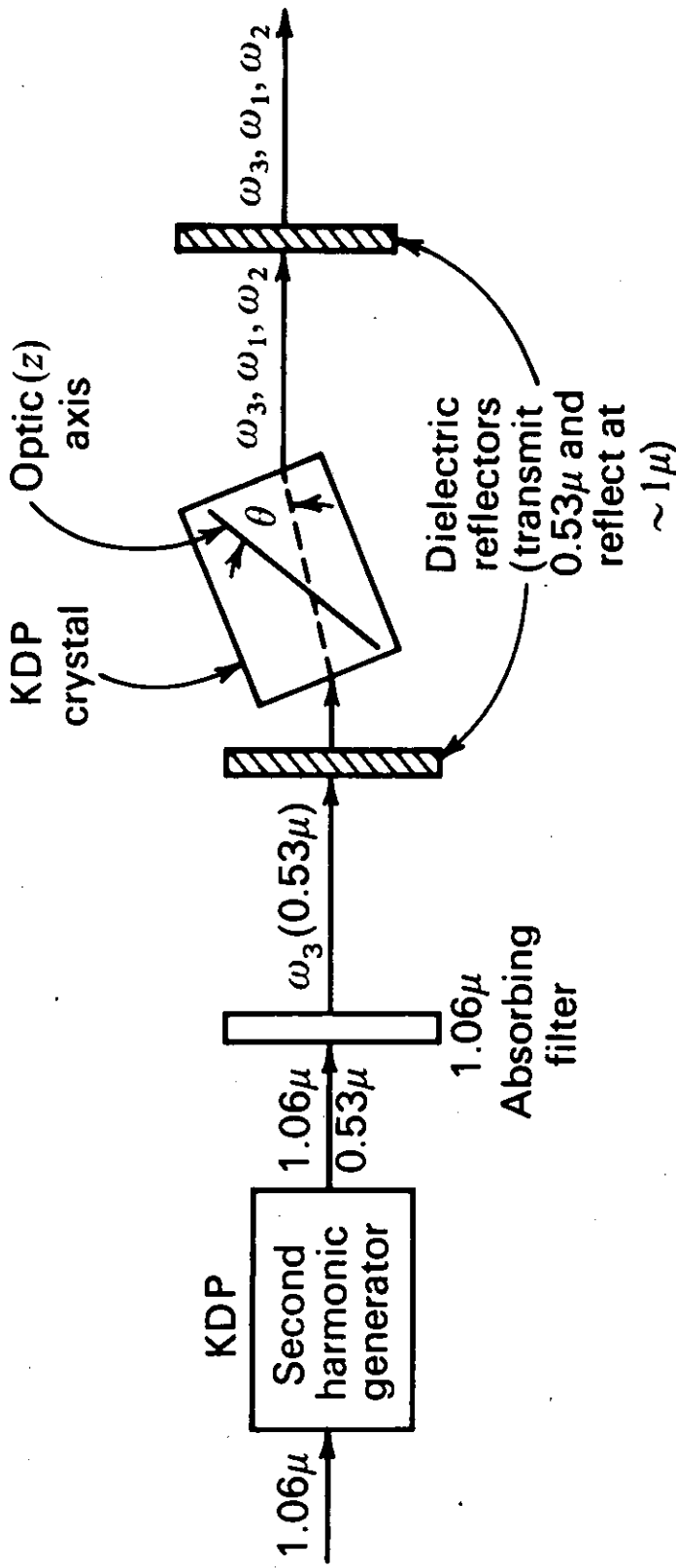
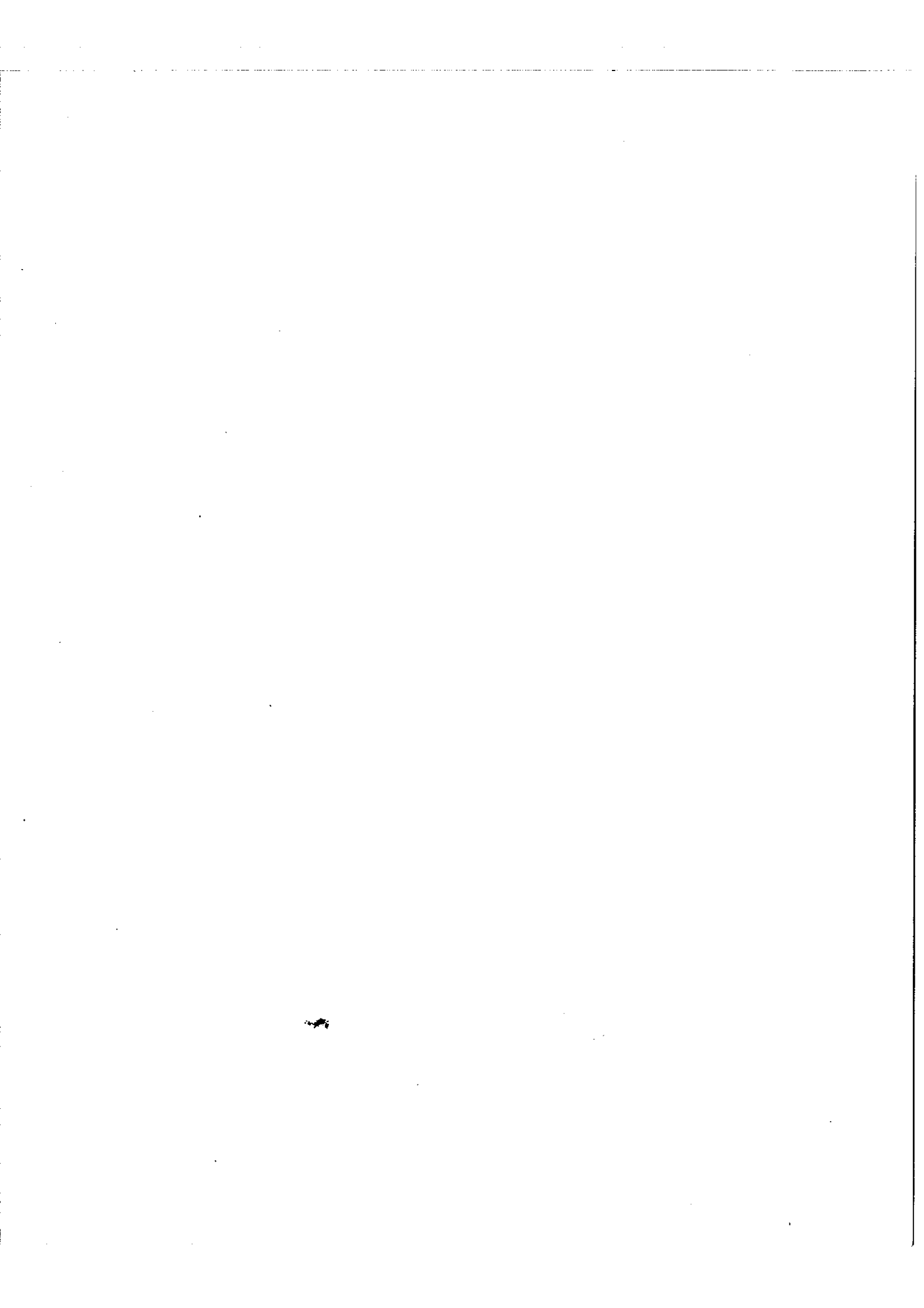
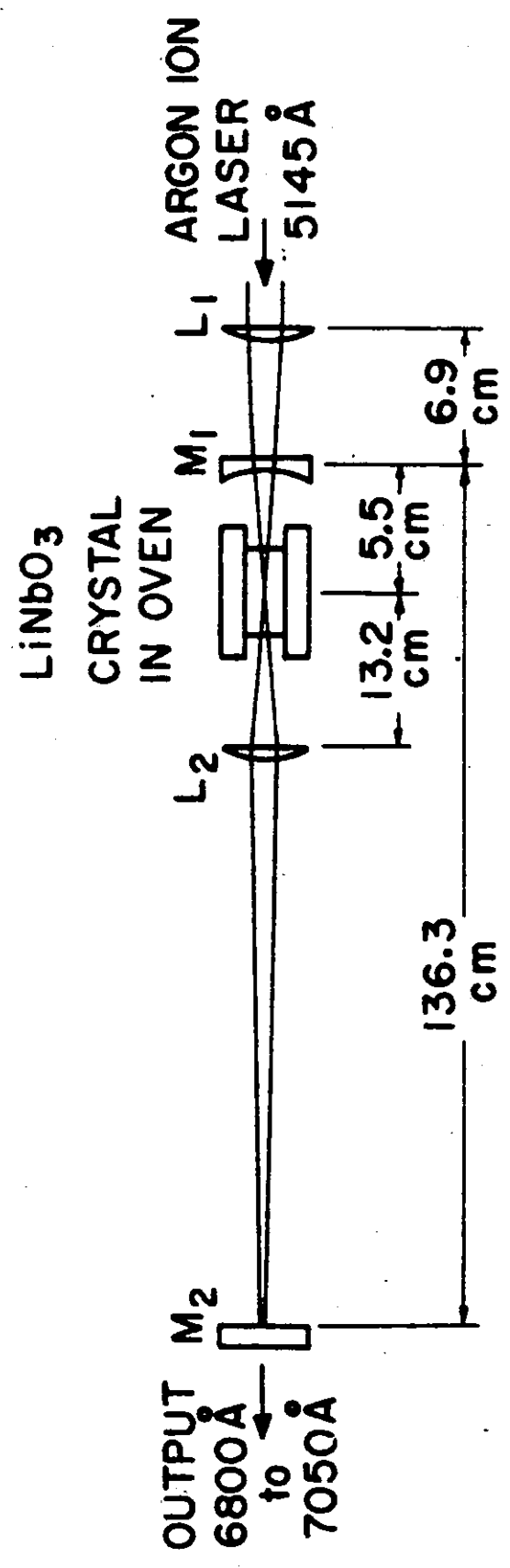


Figure 1 A schematic diagram of the optical parametric oscillator experiment of Akhmanov et al.⁹ The output frequencies ω_1 and ω_2 are determined by the angular position of the nonlinear crystal in the optical resonator.





- M₁ 5cm RADIUS MIRROR
- M₂ FLAT MIRROR
- L₁ MATCHING LENS, FOCAL LENGTH 9.8cm (5145 Å)
- L₂ COLLIMATING LENS, FOCAL LENGTH 11.8cm (6900 Å)

Fig. 12 Schematic of parametric oscillator.

que la puissance de sortie mesurée à $9\ 840\ \text{\AA}$ est approximativement de 15 W.

Une expérience semblable à la précédente a été réalisée par Akhmanov et al. (fig. 11) (14) mais avec un cristal de KDP placé à l'intérieur d'une cavité fixe. L'accord de phase étant réalisé par rotation du cristal.

Miller et Nordland [20] ont obtenu une oscillation paramétrique variable continuellement dans le domaine (0,684 - 2,355) par rotation d'un cristal de LiNbO_3 .

Cependant ces expériences nécessitent des puissances de pompe très élevées et ne fonctionnent donc qu'en impulsions. Récemment des expériences ont été effectuées sur un nouveau matériau : un cristal de $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$ dont les qualités optiques sont supérieures à celles du cristal de LiNbO_3 ; ainsi une oscillation paramétrique continue a été observée [21] en utilisant comme pompe un laser au Néodyme Yalg : Nd, doublé, délivrant une puissance de 1 W continue à 0,532 M; la puissance de seuil est seulement de 45 mW et le rendement de cet oscillateur est de 1 % pour une puissance de pompe de 300 mW.

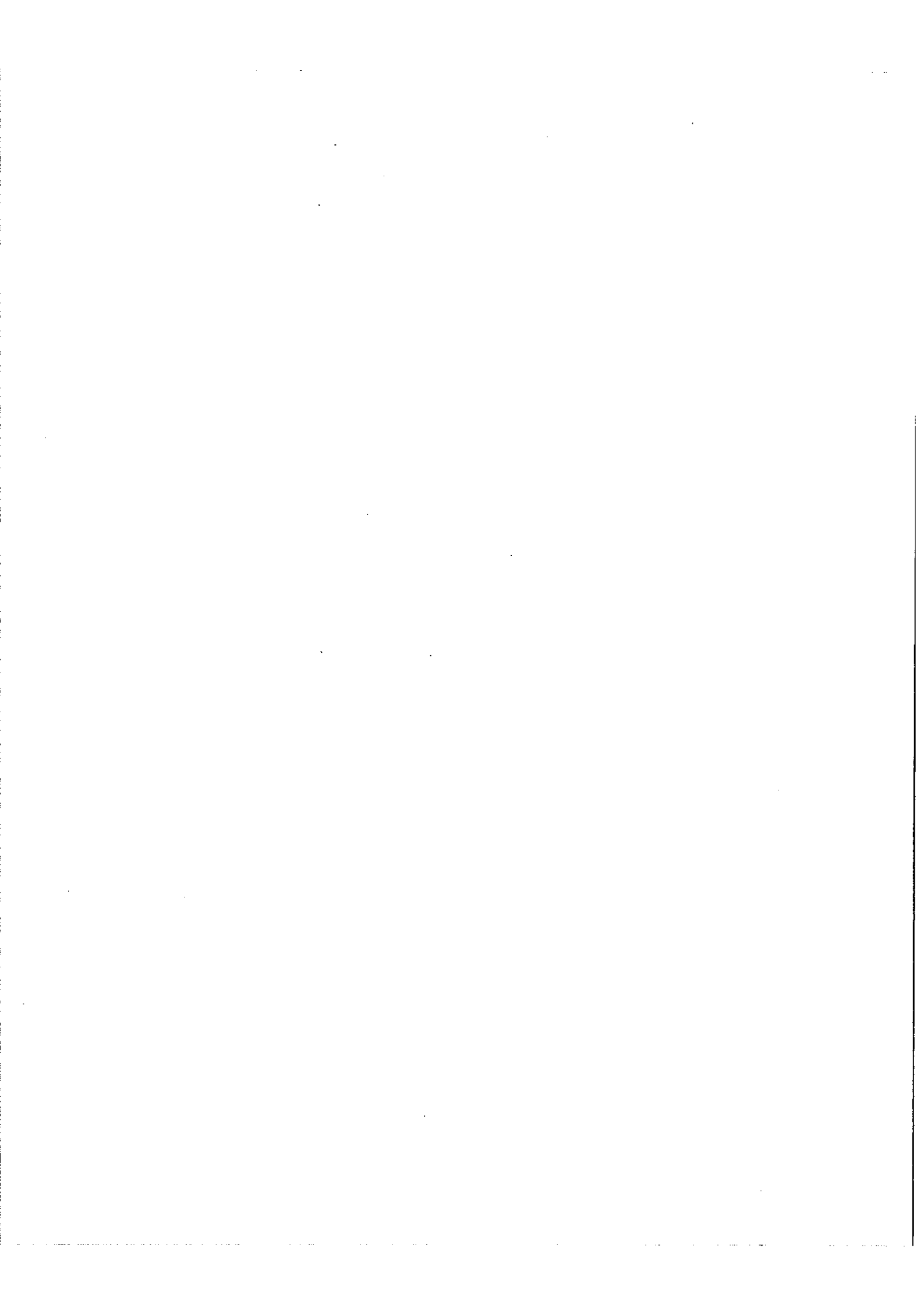
Nous reporterons ici une dernière expérience, celle faite par Byer et al. [22] qui en utilisant un cristal de LiNbO_3 sont arrivés à ramener le seuil d'oscillation à 410 mW, par une focalisation des faisceaux à l'intérieur du cristal. Ils ont pu ainsi obtenir une oscillation en utilisant un laser à Argon ionisé ($\lambda = 5\ 145\ \text{\AA}$). Fig 12

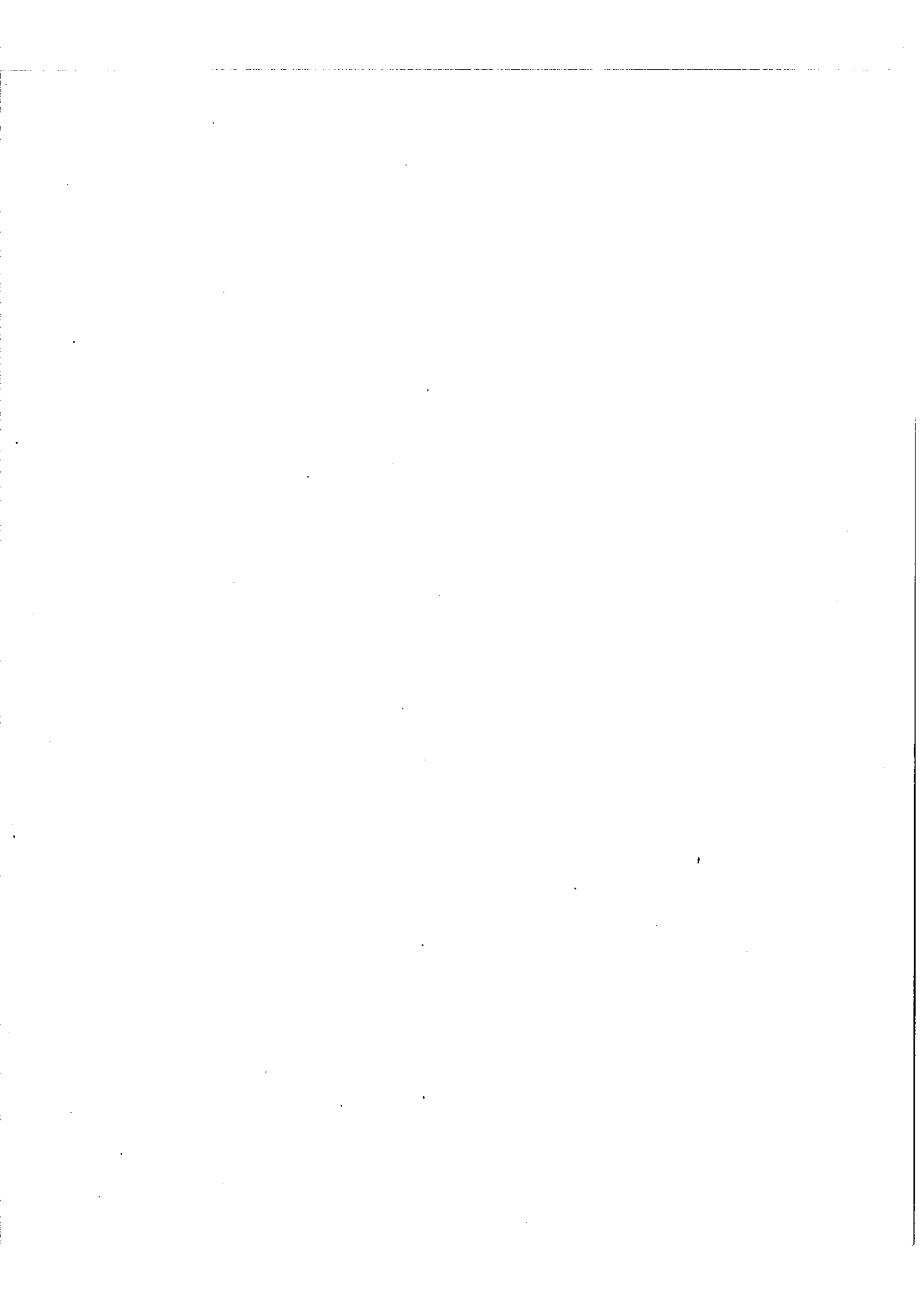
D) La fluorescence paramétrique:

Il a été montré théoriquement qu'un milieu non linéaire dans lequel se propage une onde électromagnétique (ω_p, k_p) crée spontanément des paires de photons (ω_s, k_s) et (ω_i, k_i) telles que :

$$\begin{aligned}\omega_p &= \omega_i + \omega_s \\ k_p &= k_i + k_s\end{aligned}$$

ce phénomène est de nature purement quantique et ne peut être expliqué par une théorie classique. Il a été observé par Harris et al. [23] dans un cristal de LiNbO_3 en utilisant comme source de pompe la raie à $4\ 880\ \text{\AA}$ d'un laser à argon ionisé, et comme il est prévu, la longueur d'onde du rayonnement émis varie lorsque l'on fait varier la température du cristal, ce qui correspond à une modification des conditions de phase.





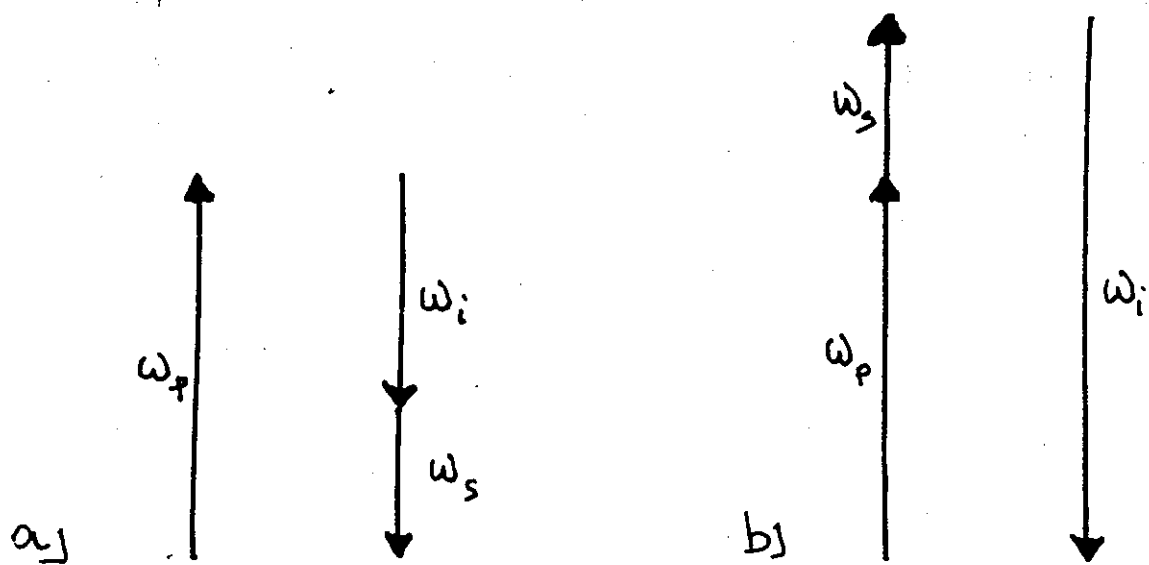


Fig 13 Representation des phénomènes paramétriques
a) l'amplification paramétrique, b) conversion de fréquence.

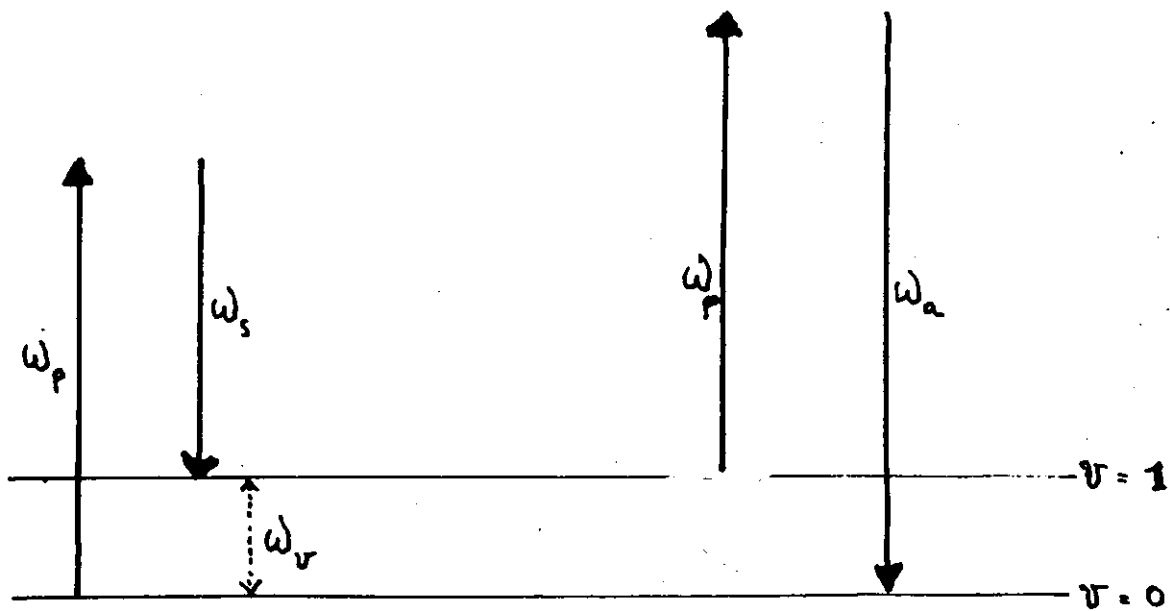


Fig 14. Representation graphique de l'effet Raman

V - QUELQUES CONSIDERATIONS GENERALES SUR LES PHENOMENES PARAMETRIQUES

Nous nous sommes limités dans cette brève étude aux phénomènes paramétriques dans lesquels trois ondes électromagnétiques interagissent, leur fréquence étant

$$\omega_p, \omega_s < \omega_p$$

$$\text{et } \omega_i = \omega_p - \omega_s$$

ces phénomènes qui conduisent à l'amplification paramétrique peuvent être représentés par le schéma Fig. (13a).

Un autre phénomène paramétrique, plus classique, est celui qui fait intervenir les trois fréquences ω_p, ω_s et $\omega_i = \omega_p + \omega_s$, il peut être représenté par le schéma (13b) et correspond à l'absorption d'un photon à ω_p et d'un photon à ω_s pour donner un photon à $\omega_i = \omega_p + \omega_s$. C'est le phénomène de conversion de fréquence.

Dans les expériences de modulation classique où il n'est pas possible de discriminer les deux processus (a ou b), par exemple par les relations de phase, ces deux processus interviennent simultanément d'où l'observation dans le spectre de fréquence d'une onde modulée de bandes latérales

$$\omega_p + \omega_s$$

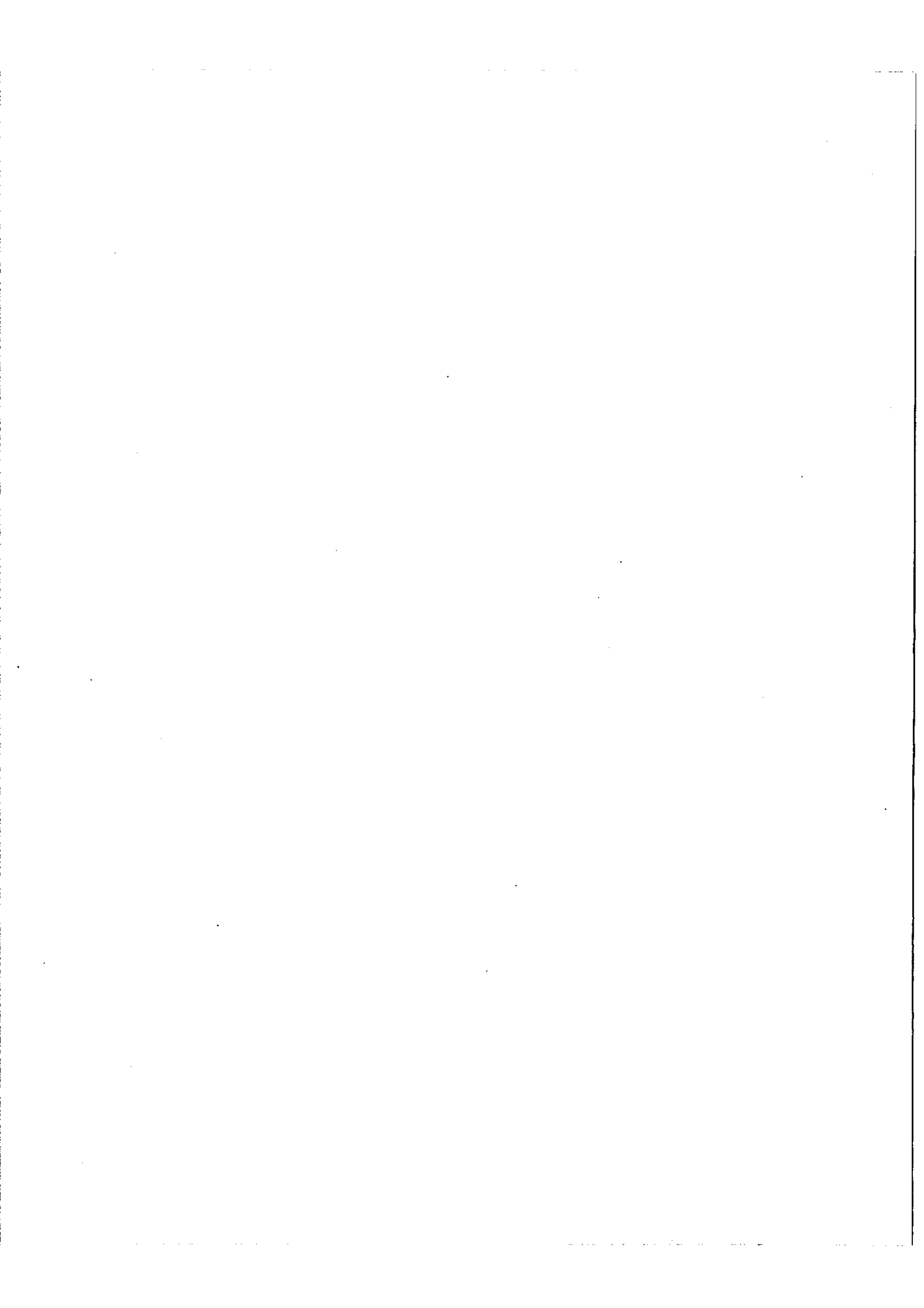
$$\omega_p - \omega_s$$

Nous citerons une expérience de modulation d'un faisceau lumineux dite à bande latérale unique, imaginée par P. Connes [25] dans laquelle l'un ou l'autre de ces processus peut être isolé. Les rayonnements à ω_p et ω_s sont polarisés circulairement et possèdent alors comme caractéristique l'équivalent d'un moment cinétique \vec{M}_p, \vec{M}_s dont l'orientation permet de distinguer les deux phénomènes

D'autre part, les phénomènes paramétriques ne se bornent pas uniquement à l'interaction d'ondes électromagnétiques. Nous donnerons maintenant quelques effets qui peuvent également s'interpréter comme des phénomènes paramétriques.

1°) L'effet Raman stimulé:

Cet effet a été découvert par Eckhardt et al. [26] et peut être schématisé par le diagramme Fig. 14 où les deux niveaux inférieurs représentent deux états de vibration de la molécule et ω_s la fréquence stoké correspondant à



une vibration incidente ω_p . Le phénomène s'interprète comme étant l'absorption d'un photon à ω_p et émission d'un photon à ω_s et d'un phonon optique

$\omega_r = \omega_p - \omega_s$. En présence de deux ondes ω_s et ω_p telles que $\omega_p - \omega_s = \omega_v$ le milieu possède un terme des polarisations non linéaire

$$P_{NL}(\omega_s) = \chi_{\omega_s} |E_{\omega_p}|^2 E_{\omega_s}$$

imaginaire pur négatif, ce qui correspond à une amplification à la fréquence ω_s d'où possibilité d'obtenir une oscillation à cette fréquence.

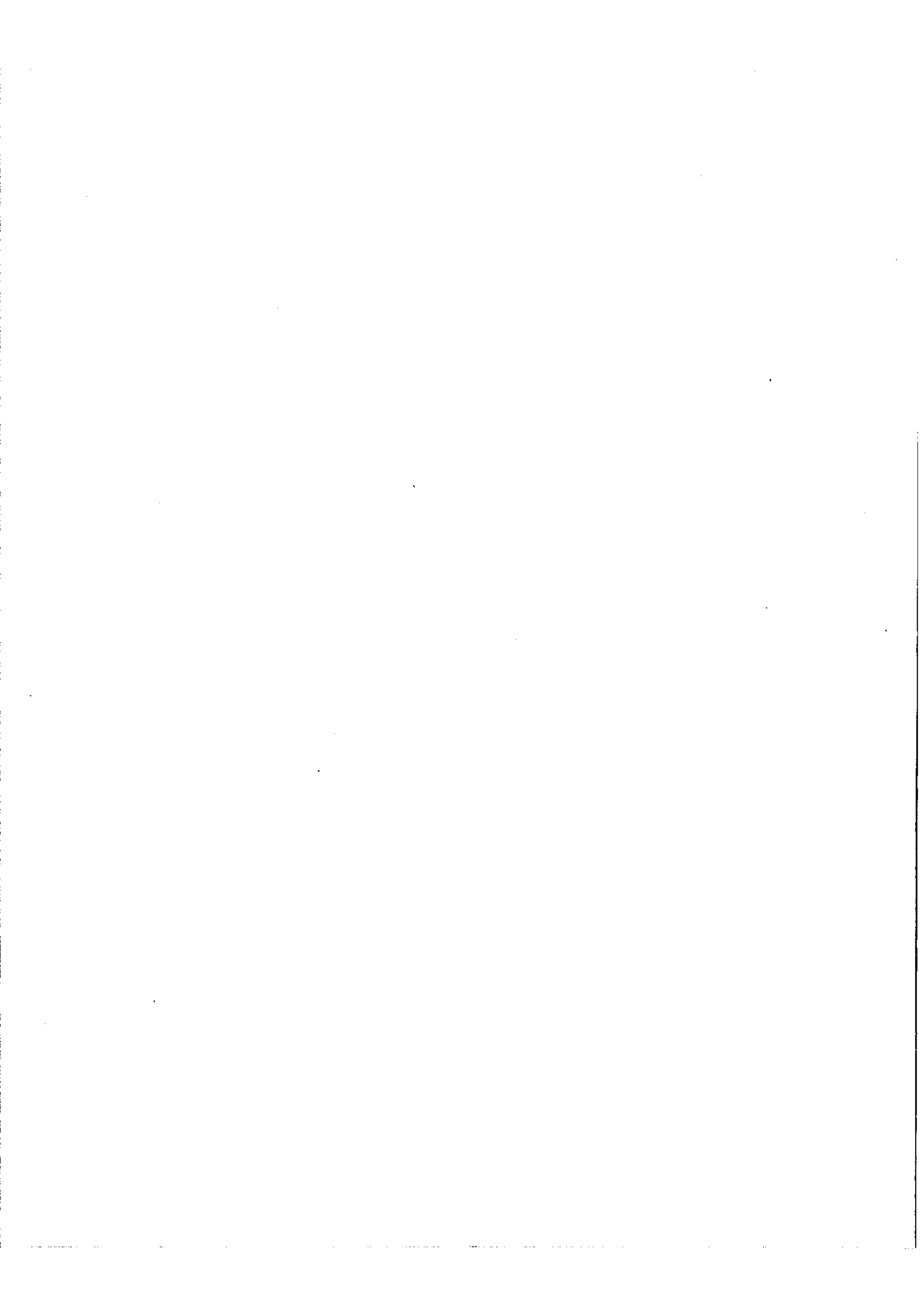
Cette émission s'accompagne de celle de la raie antistoke $\omega_a = 2\omega_p - \omega_s$ pour laquelle la polarisation introduite est $(P_{NL})_{\omega_a} = \chi_{\omega_a} E_{\omega_p}^2 E_{\omega_a}^*$

2°) L'effet Brillouin stimulé:

La diffusion d'une onde électromagnétique par une onde acoustique a été étudiée par L. Brillouin. Son interprétation comme phénomène d'interaction paramagnétique entre un photon et un phonon conduit, tout comme pour les effets considérés précédemment, à la notion d'effet Brillouin stimulé et d'oscillateur acoustique. Ces effets ont été mis en évidence par Chiao, Townes et Stoicheff [27] dans un cristal de quartz où convergeait le faisceau d'un puissant laser à rubis. Comme pour tout phénomène paramétrique l'amplification n'a lieu qu'au delà d'un seuil qui, dans le cas de l'effet Brillouin stimulé est particulièrement élevé et atteint des puissances de l'ordre de 10^{10} W/cm².

A. Kastler [28] a également proposé une méthode de production d'ondes hypersonores dans un cristal ou un liquide à partir de deux faisceaux laser de fréquences légèrement différentes, lesquelles pourraient s'identifier à nos fréquences ω_p et ω_s , il s'en suivrait la production d'une onde hypersonore à la fréquence $\omega_i = \omega_p - \omega_s$ satisfaisant la condition de phase

$$k_i = k_p - k_s.$$

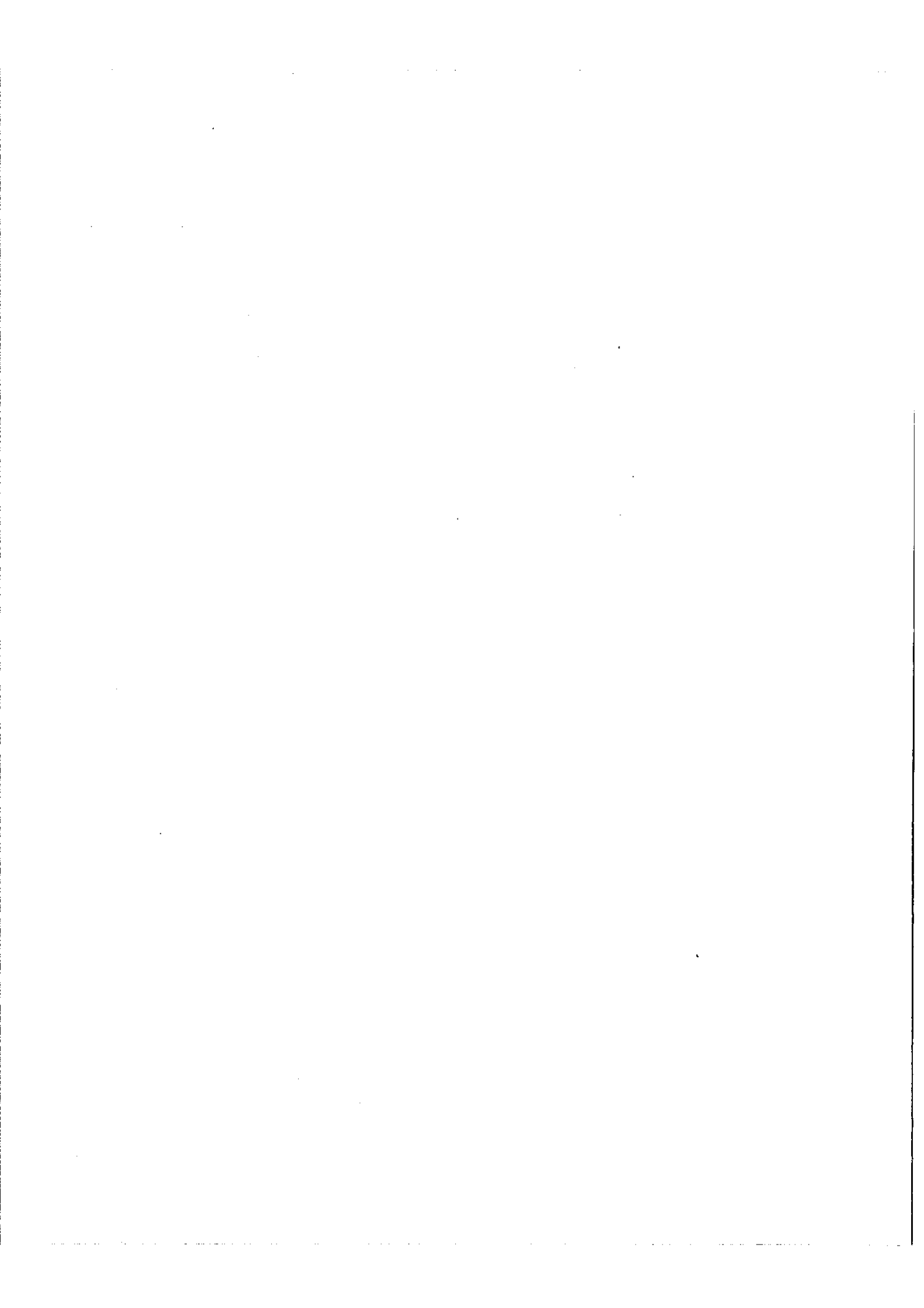


CONCLUSION :

Les phénomènes paramétriques font l'objet à l'heure actuelle de nombreuses études, justifiées par les applications qui pourraient en découler. Nous citerons pour terminer deux exemples d'utilisation de ces phénomènes optiques :

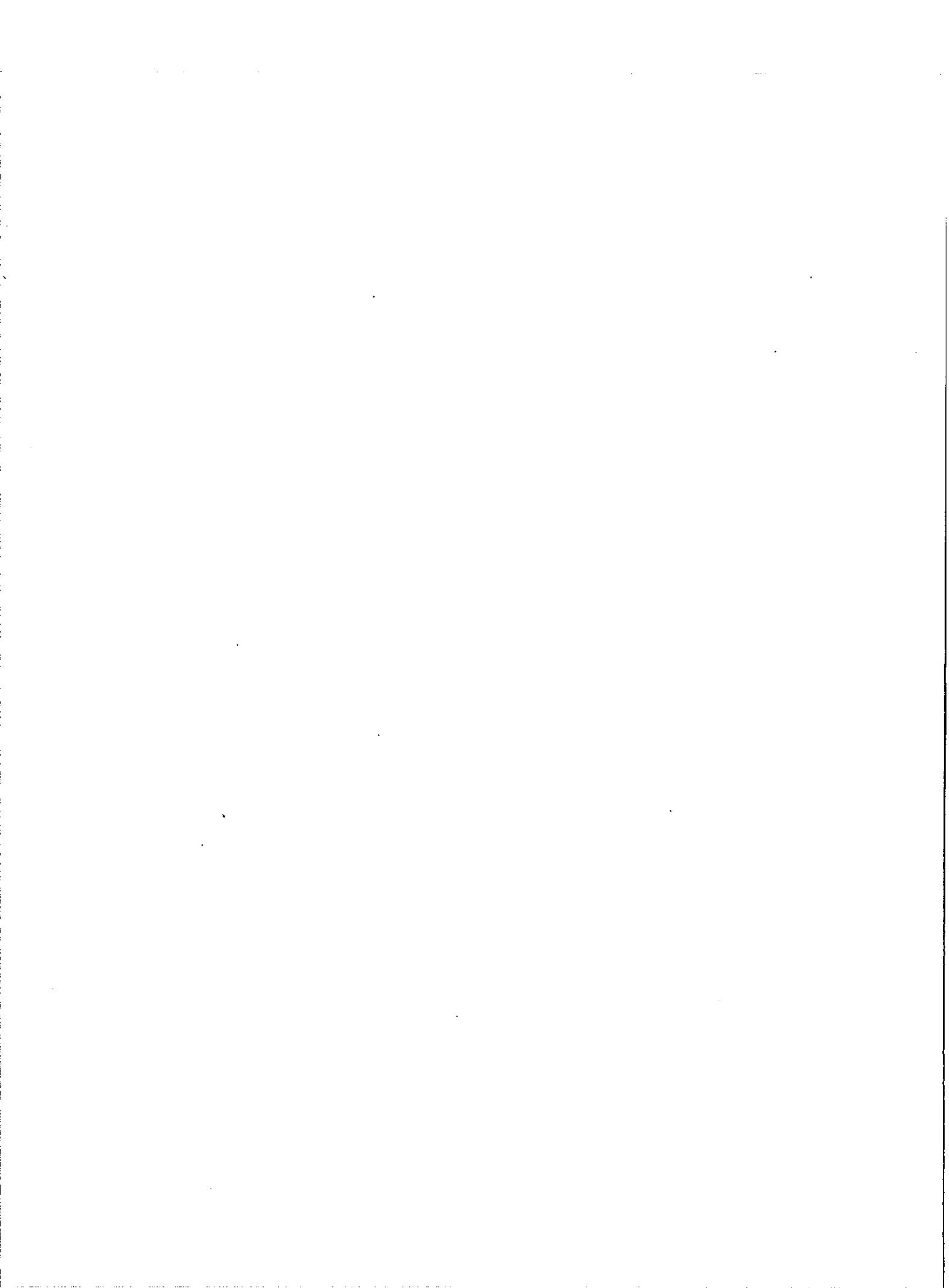
Le premier est rattaché à la possibilité d'obtenir des sources intenses de largeur spectrale très faible et variable continuellement en fréquence. Ces sources permettraient l'enregistrement de spectres d'absorption avec une très haute résolution sans le recours d'un spectromètre.

Le second est la possibilité de détecter par conversion de fréquence dans le domaine visible, des rayonnements infrarouges dans des régions où les détecteurs utilisables sont peu sensibles.



BIBLIOGRAPHIE

- 1 - J. M. MANLEY et H. E. ROWE - Proc. I.R.E., 47, 2115, 1959.
- 2 - W. H. LOUISELL - Coupled mode and parametric electronics
John Wiley & sons, 1960
- 3 - P. A. FRANKEN, A. E. HILL, C. W. PETERS, G. WEINREICH- Phys.
Rev. Letters, 7, 118, 1961.
- 4 - W. H. LOUISELL, A. YARIV, A. E. SIEGMAN- Phys. Rev., 124, 1646, 1961.
- 5 - N. M. KROLL- Phys. Rev. 127, 1207, 1962.
- 6 - S. A. AKHMANOV et R. V. KOKHLOV - J. Exptl Theoret Phys., 43, 351, 1962.
translation : Soviet Phys. J.E.T.P., 16, 252, 1963.
- 7 - C. C. WANG et G. W. RACETTE - Appl. Phys. Letters, 6, 169, 1965.
- 8 - A. YARIV - Quantum Electronics, John Willey & Sons, 1967.
- 9 - J. A. ARMSTRONG, N. BLOEMBERGEN, J. DUCUING, P. S. PERSHAN -
Phys. Rev., 127, 1918, 1962.
- 10 - N. B. BLOEMBERGEN, Y. R. SHEN - Phys. Rev., 133, A 37, 1963.
- 11 - D. A. KLEINMAN - Phys. Rev., 126, 1977, 1962.
- 12 - J. A. GIORDMAINE, R. C. MILLER - Phys. Rev. Letters, 14, 973, 1965.
- 13 - G. D. BOYD et A. ASHKIN- Phys. Rev., 146, 187, 1966.
- 14 - S. A. AKHMANOV et R. V. KOKHLOV - Usp Fiz Nank, 88, 439, 1966.
translation : Soviet Physics USPEKHI, 9, 210, 1966.
- 15 - A. YARIV, W. H. LOUISELL- I. E. E. E. Quantum Electronics, QE, 2, 418, 1966.
- 16 - G. D. BOYD et D. A. KLEINMAN - J. Appl. Phys., 39, 3597, 1968.
- 17 - J. A. GIORDMAINE - Quantum Optics Internatinnal School of Physics "Enrico
Fermi", 1967.
- 18 - JERPHAGNON - Thèse, Faculté des Sciences de Paris.
- 19 - S. A. AKHMANOV, A. I. KOVRINGIN, V. A. KOLOSOV, A. S. PISKARSKAS,
V. V. FADEEV, R. V. KHOKHLOV - Zhetf Pis'ma, 3, 372, 1966.
translation : Soviet Phys. JETP Letters, 3, 241, 1966.
- 20 - R. C. MILLER, W. A. NORDLAND - Appl. Phys. Letters, 10, 53, 1967.
- 21 - R. G. SMITH, J. E. GEUSIC, H. J. LEVINSTEIN, J. J. RUBIN, S. SINGH et
L. G. VAN UITERT. - Appl. Phys. Letters, 12, 308, 1968.
- 22 - R. L. BYER, M. K. OSHMAN, J. F. YOUNG, S. E. HARRIS - Appl. Phys.
Letters, 13, 109, 1968.
- 23 - S. E. HARRIS, M. K. OSHMAN, R. L. BYER - Phys. Rev. Letters, 18, 732, 1967.
- 24 - B. R. MOLLOW, R. J. GLAUBER - Phys. Rev., 160, 1076, 1967.
- 25 - P. CONNES, D. H. TUAN, J. PINARD - J. Phys. Radium, 23, 173, 1962.



- 26 - G. ECKHARDT, R.W. HELLWARTH, F.J. McCLUNG, S.E. SCHWARZ,
D. WEINER, E.J. WOODBURY - Phys. Rev. Letters, 9, 455, 1962.
- 27 - R.Y. CHIAO, CH. TOWNES, B.P. STOICHEFF - Phys. Rev. Letters, 12,
592, 1964.
- 28 - A. KASTLER - C.R. Acad. Sc., Paris, 259, 4233, 1964.

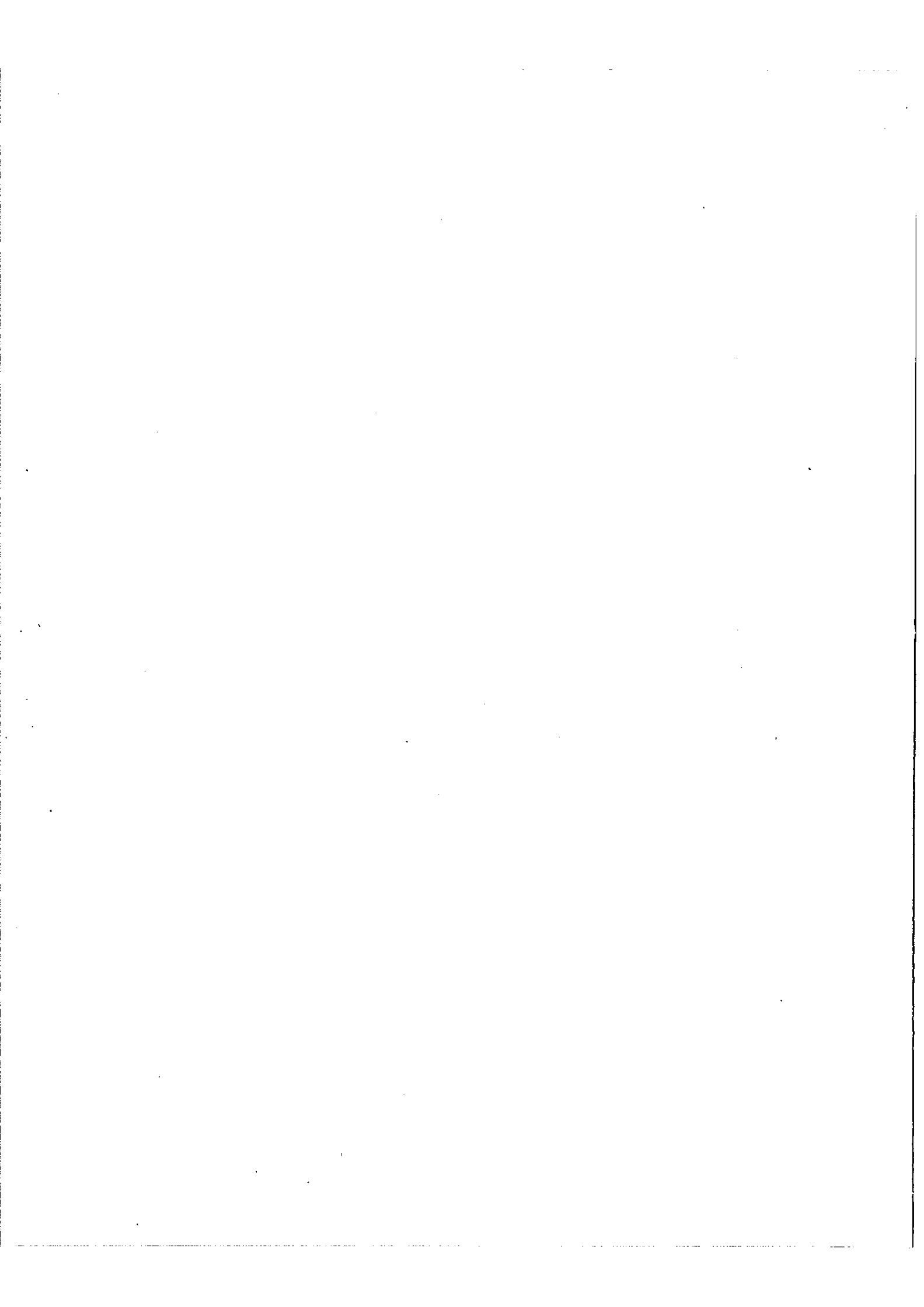


TABLE DES MATIERES

I - INTRODUCTION.....	1
II - SCHEMA D'ETUDE DE L'AMPLIFICATION PARAMETRIQUE EN EN MICROONDE.....	2
III - PHENOMENES PARAMETRIQUES EN OPTIQUE.....	5
A) Le tenseur de polarisation non linéaire.....	6
B) Les équations du champ électromagnétique.....	6
C) Réalisation de la condition de phase	8
D) Expérience d'amplification paramétrique	9
IV - LES OSCILLATEURS PARAMETRIQUES.....	10
A) Le seuil de l'oscillation.....	10
B) Evolution de l'oscillateur en fonction de la puissance de pompe.....	12
C) Les expériences d'oscillation paramétrique.....	12
V - QUELQUES CONSIDERATIONS GENERALES SUR LES PHENOMENES PARAMETRIQUES.....	14
VI - CONCLUSION.....	16

