

**ORSAY**

N° D'ORDRE : 6401

**UNIVERSITE DE PARIS-SUD  
U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY**

THESE

présentée  
pour obtenir

**Le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES  
DE L'UNIVERSITE PARIS XI ORSAY**

par

**Loïc MENAGER**

sujet :

**TRAITEMENT OPTIQUE DE SIGNAUX RADIO-FREQUENCE  
PAR HOLOGRAPHIE SPATIO-TEMPORELLE**

Soutenue le 21 décembre 2000 devant la commission d'examen :

MM. Bernard COLOMBEAU, rapporteur  
Daniel DOLFI  
Henri DUBOST  
Roger GROUCHON, rapporteur  
Bernard JACQUIER, président  
Jean-Louis LE GOUËT, directeur de thèse



*Ce travail de thèse a été effectué au Laboratoire Aimé Cotton (Orsay). Je remercie vivement son directeur Christian Colliex de m'avoir accueilli et permis de travailler dans les meilleures conditions durant ces trois années.*

*Dès mon arrivée, Jean-Louis Le Gouët m'a fourni toutes les conditions nécessaires au bon déroulement de cette thèse. Au-delà de la direction compétente de ce travail, il s'est révélé un ami précieux. Son dynamisme inépuisable, son engagement constant et sa sérénité face aux problèmes survenus lors de l'exécution de cette thèse ont été pour moi un exemple édifiant (et difficile à suivre, je dois le dire !). L'aboutissement de ce travail n'aurait pas été possible sans sa contribution décisive. Je voudrais qu'il sache que je lui suis reconnaissant de m'avoir permis d'effectuer ce travail passionnant et sans lequel, j' imagine, ma vie aurait perdu quelque peu de son sens.*

*Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude à Ivan Lorgéré, qui a été le compagnon inséparable de ces trois années de travail intensif. Son optimisme, sa passion pour la physique, démontrée lors d'innombrables discussions, et surtout son soutien plus qu'amical dont il n'a jamais été avare, ont été les moteurs - les voiles ! - de cette thèse.*

*Ce travail doit beaucoup à Daniel Dolfi, pour les fructueuses discussions qu'il a eu avec notre équipe et pour la confiance qu'il a toujours témoigné à ce projet au long court.*

*Tous les travaux ne se seraient si bien effectués sans l'aide de mes autres collègues. Ma reconnaissance va donc à Jean-Pierre Galaup et Daniel Ricard, dont j'ai apprécié les visions claires des problèmes de physique. Je tiens à dire à Vivette ainsi qu'à tous les stagiaires, doctorants et post-doctorants que j'ai côtoyés au sein de cette équipe, combien je suis sensible à l'aide (amicale) qu'ils m'ont apporté. Je rend hommage à la bonne humeur que tous savent mettre à profit pour travailler dans des conditions tellement agréables.*

*J'ai aussi une pensée pour les doctorants dont j'ai partagé le quotidien, profitant de leurs conseils, de leurs encouragements ou de leur humour : Christophe, Daniel, Isabelle, Saïd, Sébastien, Nicolas, Bruno, Cyril, Sala,... Par contre, je ne sais si je pourrais pardonner aux derniers nommés d'ignorer le nom du meilleur club de foot français !*

*Je remercie également les membres du jury et les rapporteurs qui ont eu la lourde tâche de lire ce mémoire au-delà de cette page : Messieurs Bernard Colombeau et Roger Grousson, à qui incomba le difficile rôle d'être rapporteurs, ainsi que les autres membres du jury, Messieurs Daniel Dolfi, Henri Dubost et Bernard Jacquier.*

*Une partie de ma recherche a été effectuée au "Lund Laser Center", grâce au concours de Stefan Kröll, et à "l'Optoelectronic Computing Systems Center", auprès de Ken Anderson et du professeur Kelvin Wagner. Je leur suis reconnaissant de l'expérience inestimable que ces séjours à leurs côtés m'ont apportée.*

*A toutes les équipes de chercheurs, techniciens et administratifs du Laboratoire Aimé Cotton, je tiens à exprimer ma plus sincère gratitude pour la dextérité et la bienveillance qu'ils ont mis à satisfaire mes exigences les plus variées.*

*Enfin, je voudrais faire savoir à ma famille et à mes amis, que même sans être des spécialistes de mon sujet de thèse, ils ont fourni par leur soutien sans faille et leur amitié, une contribution importante à la finalisation de ce travail.*



# Table des matières

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>PRÉSENTATION</b>	<b>9</b>
2.1	LE CREUSEMENT SPECTRAL . . . . .	10
2.1.1	Le mécanisme physique . . . . .	10
2.1.2	Une plaque photographique spectrale . . . . .	11
2.2	L'HOLOGRAPHIE SPECTRALE . . . . .	13
2.2.1	Rappel : l'holographie spatiale . . . . .	13
2.2.2	L'analogie spectrale . . . . .	15
2.2.3	Holographie spectrale et causalité . . . . .	17
2.2.4	Les limitations imposées par le matériau . . . . .	22
2.3	LES IONS TERRES RARES . . . . .	24
2.3.1	Quels matériaux ? . . . . .	24
2.3.2	Les ions terres rares . . . . .	24
2.3.3	Tm <sup>3+</sup> :YAG . . . . .	27
<b>3</b>	<b>LA DUALITÉ TEMPS/ESPACE (EN OPTIQUE)</b>	<b>35</b>
3.1	RAPPELS D'OPTIQUE DE FOURIER . . . . .	36
3.1.1	La formule de Huygens-Fresnel . . . . .	36
3.1.2	L'approximation de Fresnel et l'expression de la dif- fraction . . . . .	36
3.1.3	L'approximation de Fraunhofer . . . . .	38
3.1.4	Les lentilles . . . . .	38
3.1.5	Les systèmes d'imagerie . . . . .	40
3.1.6	Réalisation de la transformation de Fourier . . . . .	41
3.2	L'ANALOGIE TEMPORELLE . . . . .	43
3.2.1	Une fonction équivalente à la diffraction . . . . .	43
3.2.2	Une lentille temporelle . . . . .	44
3.2.3	L'imagerie temporelle . . . . .	45

3.2.4	L'approximation de Fraunhofer . . . . .	47
3.2.5	La réalisation de la transformation de Fourier . . . . .	47
3.3	<b>RÉALISATION PRATIQUE DES FONCTIONS TEMPORELLES EN OPTIQUE CONVENTIONNELLE . . . . .</b>	<b>49</b>
3.3.1	Les éléments dispersifs usuels . . . . .	49
3.3.2	La réalisation de lentilles temporelles . . . . .	59
3.3.3	Quelles limitations pour les systèmes d'optique tempo- relle? . . . . .	63
3.4	<b>RÉALISATION HOLOGRAPHIQUE DES FONCTIONS TEM- PORELLES . . . . .</b>	<b>65</b>
3.4.1	Le façonnage d'une ligne dispersive en holographie tem- porelle . . . . .	65
3.4.2	Quelles propriétés? . . . . .	66
3.4.3	Une lentille adaptée . . . . .	67
3.5	<b>EXPÉRIENCES D'HOLOGRAPHIE TEMPORELLE . . . . .</b>	<b>70</b>
3.5.1	Mise en évidence expérimentale de la dualité disper- sion/diffraction : de Fresnel à Fraunhofer . . . . .	70
3.5.2	Dispersion et causalité . . . . .	80
3.6	<b>CONCLUSION . . . . .</b>	<b>94</b>
<b>4</b>	<b>L'ANALYSE SPECTRALE . . . . .</b>	<b>97</b>
4.1	<b>INTRODUCTION . . . . .</b>	<b>98</b>
4.1.1	Les technologies électroniques . . . . .	99
4.1.2	Les spectromètres de radioastronomie . . . . .	100
4.1.3	Des alternatives optiques . . . . .	101
4.2	<b>L'ANALYSEUR A PROJECTION SPATIALE . . . . .</b>	<b>103</b>
4.2.1	Le multiplexage en longueurs d'onde . . . . .	103
4.2.2	Le principe de l'analyseur . . . . .	104
4.2.3	Les caractéristiques fondamentales . . . . .	105
4.2.4	La configuration expérimentale . . . . .	106
4.2.5	Le nombre de canaux possibles . . . . .	107
4.2.6	Des configurations alternatives . . . . .	110
4.2.7	L'efficacité de diffraction . . . . .	111
4.2.8	Le régime d'accumulation . . . . .	119
4.2.9	Résolution . . . . .	126
4.2.10	Bilan . . . . .	131
4.3	<b>L'ANALYSEUR A PROJECTION TEMPORELLE . . . . .</b>	<b>133</b>
4.3.1	Le transformeur de Fourier . . . . .	133

4.3.2	La réalisation pratique de la transformée de Fourier . . .	134
4.3.3	Caractéristiques . . . . .	136
4.3.4	Démonstration expérimentale . . . . .	146
4.3.5	Conclusion . . . . .	153
<b>5</b>	<b>LA SOURCE LASER</b>	<b>157</b>
5.1	PRINCIPE DES DIODES LASER . . . . .	158
5.1.1	Le milieu actif . . . . .	158
5.1.2	Le faisceau laser . . . . .	161
5.1.3	Caractérisation spectrale de l'émission . . . . .	163
5.2	LES DIODES LASER EN CAVITÉ ÉTENDUE . . . . .	167
5.2.1	Le fonctionnement monofréquence d'un laser à cavité étendue à réseau de diffraction . . . . .	168
5.2.2	L'accordabilité du laser . . . . .	172
5.2.3	Autres laser diodes accordables . . . . .	176
5.3	UN LASER À CAVITÉ ÉTENDUE BALAYÉ PAR UNE LAME PRISMATIQUE . . . . .	178
5.3.1	L'accordabilité continue avec un réseau fixe . . . . .	178
5.3.2	Le schéma expérimental . . . . .	179
5.3.3	Des résultats expérimentaux préliminaires . . . . .	180
5.3.4	La première validation expérimentale . . . . .	181
5.3.5	Un complément théorique . . . . .	183
5.4	UN LASER À CAVITÉ ÉTENDUE BALAYÉ PAR UN PRISME ÉLECTRO-OPTIQUE . . . . .	188
5.4.1	L'utilisation d'un cristal électro-optique . . . . .	188
5.4.2	Une variante : le prisme électro-optique . . . . .	189
5.4.3	Le choix des paramètres . . . . .	190
5.4.4	Validation expérimentale du modèle . . . . .	195
5.4.5	La stabilité du laser . . . . .	201
5.5	CONCLUSION . . . . .	206
<b>6</b>	<b>CONCLUSION</b>	<b>209</b>
	L'analyseur à projection spatiale . . . . .	209
	L'analyseur à projection temporelle . . . . .	211
	La source laser . . . . .	212
	Perspectives . . . . .	212
<b>A</b>	<b>FRÉQUENCE, LONGUEUR D'ONDE ET ÉNERGIE</b>	<b>215</b>

<b>B DE FRESNEL À FRAUNHOFER : SIMULATION</b>	<b>217</b>
B.1 Modélisation . . . . .	217
B.2 La gravure . . . . .	218
B.3 Le signal d'écho . . . . .	218
B.4 Solution avec des variables sans dimension . . . . .	220
B.5 La résolution numérique . . . . .	220
<b>C LE RÉGIME D'ACCUMULATION</b>	<b>223</b>
C.1 La gravure répétitive . . . . .	223
C.2 Le régime stationnaire . . . . .	224
C.3 Amplitude du réseau diffractant produit par accumu- lation . . . . .	225
C.4 Amplitude du réseau créé par un seul tir . . . . .	227
C.5 Lumière diffusée et signal diffracté . . . . .	227
<b>D LES ÉLÉMENTS DU MONTAGE</b>	<b>229</b>
D.1 Les modulateurs acousto-optiques . . . . .	229
D.2 Les photodétecteurs . . . . .	230
D.3 Le cryostat . . . . .	231
D.4 Les instruments de contrôle . . . . .	231
D.5 Les instruments d'acquisition . . . . .	232
<b>E ARTICLE : “<i>Time-domain Fresnel-to-Fraunhofer diffraction with photon echoes</i>”</b>	<b>235</b>
<b>F ARTICLE : “<i>Diode laser extended cavity for broad-range fast ramping</i>”</b>	<b>239</b>
<b>G ARTICLE : “<i>Fresnel diffraction on the edge of causality</i>”</b>	<b>243</b>







# Chapitre 1

## INTRODUCTION

Le présent travail s'inscrit dans le cadre des études d'applications de matériaux sélectifs en fréquence. Son objectif spécifique est de développer des applications inédites dédiées à l'analyse spectrale de signaux radiofréquence par des voies optiques.

Traditionnellement effectuée par des procédés électroniques, l'analyse spectrale de signaux RF - de bandes passantes de quelques dizaines de gigahertz - a pour paramètres clés la bande passante, la résolution et la vitesse d'analyse, cruciale pour des signaux fugitifs. Ce sont ces paramètres que l'on propose d'améliorer de façon significative en introduisant des méthodes originales d'holographie spectro-temporelle, grâce à des matériaux "sélectifs en fréquence", et en s'appuyant sur les performances de composants opto-électroniques. A cette fin, il est nécessaire de développer deux axes de recherche : d'une part autour de la conception et la caractérisation d'architectures exploitant les propriétés des matériaux, d'autre part autour de l'optimisation des composants opto-électroniques mis en jeu.

Ces recherches sont motivées par l'intérêt accru pour les technologies optiques. Au stade industriel, celles-ci tiennent déjà un rôle irremplaçable dans les domaines de la communications (fibres optiques) ou du stockage de données (disques compacts, DVD). Les capacités des systèmes optiques à réaliser "naturellement" des opérations de traitement des signaux, telles que les convolutions ou les transformations de Fourier, sont l'autre raison qui nourrit les intenses recherches autour des techniques optiques de traitement de l'information.

On peut dès lors s'attendre à voir ces dernières concurrencer les technologies (souvent électroniques) traditionnelles. Ainsi, les actuels analyseurs spectraux satellitaires présentant des bandes passantes ou des résolutions li-

mitées, et souvent fixes, l'Agence Spatiale Européenne a choisi de soutenir l'un de nos projets, axé sur une approche opto-électronique. Moins prosaïquement, on s'attend à ce que le succès espéré de cette application suscite un regain d'attention et stimule les recherches sur les matériaux à creusement spectral .

Ce travail s'appuie donc sur les deux pierres angulaires que sont les *matériaux sélectifs en fréquence* et les possibilités qu'ils ouvrent à l'*holographie spectro-temporelle*.

Dans le profil d'absorption d'un matériau sélectif en fréquence, un laser monochromatique creuse, à la fréquence d'excitation, un "trou" étroit dont on peut contrôler la profondeur. On peut ainsi sculpter le profil d'absorption qui se comporte comme une plaque photographique spectrale. Au domaine spectral s'ouvre ainsi l'ensemble des techniques propres à l'optique spatiale, cohérente ou non, telle que l'holographie.

Décrite dès 1948 par Denis Gabor, l'holographie permet l'enregistrement simultané de l'amplitude et de la phase d'une onde et la réplique d'une image exacte de celle-ci. Longtemps limitée au seul domaine spatial, l'holographie peut en fait cartographier complètement l'information spatio-temporelle d'un champ. Ces nouvelles possibilités forment le domaine le plus impressionnant d'application des matériaux sélectifs en fréquence. A la dimension de fréquence est lié le temps par transformation de Fourier. Cette dimension est exploitée soit en tant que coordonnée supplémentaire pour enregistrer plusieurs hologrammes spatiaux distincts à différentes fréquences, soit pour enregistrer puis reproduire les formes temporelles des champs.

Après cette brève introduction, le second chapitre de ce mémoire est consacré à la présentation détaillée du phénomène de creusement spectral et des matériaux sélectifs en fréquence. On s'attache en particulier à la description des propriétés du cristal  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , qui est au coeur des études présentées ici.

Le chapitre 2 rappelle également les principes généraux de l'holographie. Il montre les liens étroits qui unissent l'holographie conventionnelle dans l'espace des coordonnées et son extension à la dimension temporelle. On explicite comment le parallèle entre ces deux domaines est pris en défaut lorsque la causalité temporelle entre en ligne de compte.

La manifestation de la causalité est justement illustrée dans le chapitre 3. Une expérience de mise en évidence est interprétée dans le cadre de la dualité - qui aura été préalablement introduite en détails - entre les phénomènes

optiques des domaines spatial et temporel. Dans ce cadre, on expose les caractéristiques originales que présentent les matériaux sélectifs en fréquence par rapport aux composants dispersifs utilisés habituellement en optique temporelle.

Une expérience, axée sur l'analogie entre diffraction spatiale et dispersion temporelle, appuie la démonstration précédente. Cette expérience pose également la première pierre d'un nouveau procédé d'analyse spectral appliqué aux signaux radiofréquence.

Cet analyseur, fondé sur le principe de la projection *temporelle* du spectre par transformation de Fourier, est décrit en détail puis validé expérimentalement dans la seconde partie du chapitre 4. Auparavant, après un bref état de l'art sur l'analyse des signaux micro-onde, la première partie du chapitre est consacrée aux développements d'une première architecture d'analyse, qui exploite d'une manière différente les propriétés du même cristal : cette fois, le façonnage spectral réalise la projection *spatiale* du spectre. On décrit les efforts de caractérisation du cristal  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , puis les incidences de ses propriétés sur la conception du montage.

Ces deux projets requièrent une source laser aux performances spécifiques. Aussi, le chapitre 5 traite-t-il de la mise au point d'un laser diode en cavité étendue. Après la présentation d'une première réalisation, un dispositif inédit, répondant à nos besoins grâce à l'utilisation un prisme électro-optique, est décrit puis caractérisé expérimentalement.

Finalement, une discussion générale conclut cette présentation.









## Chapitre 2

# PRÉSENTATION

Le *creusement spectral* (plus connu sous le terme anglo-saxon de “spectral hole-burning”) est une propriété fondamentale de la matière, les matériaux utilisés offrant des propriétés intrinsèques de *sélectivité en fréquence*. Si l’effet fut initialement observé en résonance magnétique nucléaire [1], l’étude de ce phénomène physique a pris son essor avec l’avènement des sources de lumière cohérente, permettant bientôt l’observation de premiers trous spectraux dans les profils d’absorption de vapeurs gazeuses [2] puis de solides à basses températures [3] [4]. Les intérêts de cette découverte ont rapidement été perçus, tant pour la recherche appliquée que pour la recherche fondamentale, où la technique “hole-burning” s’avère un excellent outil de spectroscopie [5].

## 2.1 LE CREUSEMENT SPECTRAL

### 2.1.1 Le mécanisme physique

Le creusement spectral repose sur l'élargissement inhomogène d'une transition entre deux niveaux d'un système atomique ou moléculaire. Dans ce cas, de faibles fractions de la population (atomique ou moléculaire) peuvent être sélectivement excitées à l'aide d'un laser, n'influençant aucunement le reste de la population. C'est le phénomène de creusement spectral. La quantité de centres réactifs sélectionnés dépend de l'élargissement homogène de la transition considérée ( $\Gamma_h$ ).

Ainsi, lorsqu'une matrice solide est dopée par des chromophores (ions ou molécules), les défauts et le désordre de la matrice cristalline déplacent les énergies des deux niveaux de la transition considérée. Les fréquences de résonance de l'ensemble des chromophores sont dispersées sur un large intervalle : l'élargissement du profil est caractérisé par sa largeur inhomogène ( $\Gamma_i$ ). Cet élargissement dépend peu de la température. Par contre, la largeur homogène ( $\Gamma_h$ ) d'une classe de chromophores (ceux qui entrent en résonance à la même fréquence laser) est hautement dépendante de la température (pour plus de détails, se reporter à la page 25). La raie spectrale associée s'affine considérablement aux basses températures. A 10 K, la largeur peut être  $10^3$  à  $10^7$  plus petite que la largeur inhomogène.

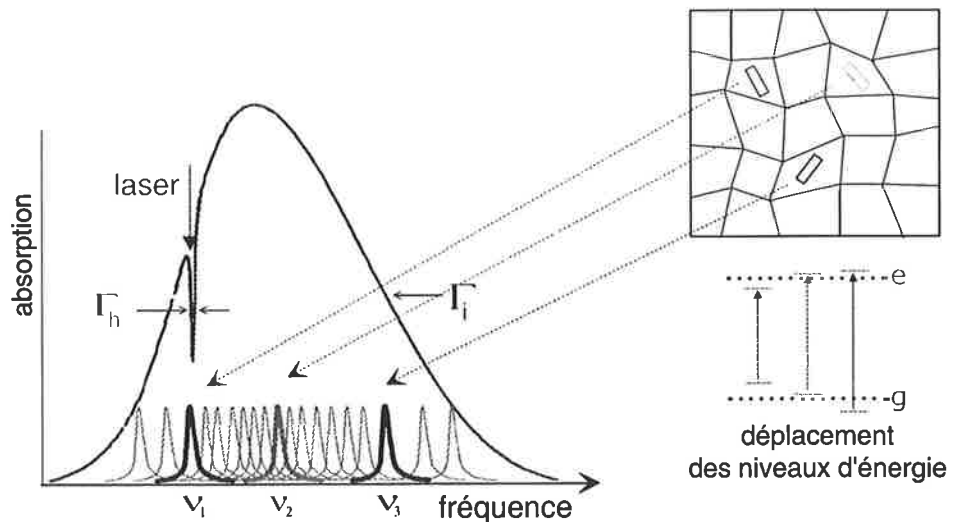


FIG. 2.1: Le "hole-burning" sur un atome à deux niveaux, dans une matrice solide.

Lors de l'exposition d'un tel matériau à un rayonnement monochromatique, les centres résonnants sont portés sur le niveau excité de la transition. On observe alors une diminution locale (dans le domaine spectral) de l'absorption, ce qui se traduit par un trou dans le profil d'absorption. La largeur de ce trou est liée à la largeur de la transition des chromophores. Elle est précisément égale à  $2\Gamma_h$ .

La profondeur du trou (c'est-à-dire la proportion de centres résonnants excités) est fonction de l'énergie reçue. Selon le mécanisme de creusement, le trou peut être transitoire (par transfert de population) lorsque les centres actifs retournent rapidement (en quelques fractions de secondes) dans leur état fondamental. Dans les systèmes à deux niveaux, le creusement spectral résulte ainsi à la fois du dépeuplement de l'état fondamental et du peuplement simultané de l'état excité. Pour d'autres systèmes, le trou peut être permanent (notamment quand le mécanisme de creusement est photochimique ou photophysique). Il ne résulte alors pas de la présence d'atomes (ou de molécules) sur le niveau excité (il est possible que celui-ci relaxe vers un troisième niveau métastable), mais du *dépeuplement de l'état fondamental*.

### 2.1.2 Une plaque photographique spectrale

Aux températures de l'hélium liquide, la largeur homogène s'approche de sa valeur limite, déterminée par l'inverse du temps de vie du niveau supérieur de la transition. La raie peut donc être très étroite et le rapport entre la largeur inhomogène et la largeur homogène très grand. Lorsque varie la fréquence du laser, le nombre des différentes classes de centres résonnants qui peuvent être sélectivement excités est donné par le rapport  $\Gamma_i/\Gamma_h$ .

La composition spectrale d'une onde lumineuse dont le spectre entre en coïncidence avec la transition d'un matériau "hole-burning" peut donc être fidèlement enregistrée dans le profil d'absorption, tant que l'interaction laser-matière reste dans le *régime linéaire*, c'est-à-dire que l'intensité lumineuse ne sature pas la transition.

La bande d'absorption, constituée par la juxtaposition de millions de raies très fines, constitue donc l'équivalent d'une plaque photographique *spectrale*. L'information spectrale de l'onde lumineuse qui l'éclaire s'inscrit par convolution avec la forme de raie homogène. La largeur homogène représente donc le plus petit détail spectral enregistrable. C'est l'équivalent du grain d'émulsion en photographie habituelle. La forme globale de l'enregistrement est également modulée par le profil de la raie inhomogène, dont la largeur  $\Gamma_i$

représente l'étendue spectrale maximale. C'est l'équivalent de la taille de la plaque photographique usuelle.

Une raie d'absorption présentant un trou spectral se comporte comme un filtre en fréquence avec une étroite ouverture. Les matériaux sélectif en fréquence peuvent être exploités pour produire des filtres avec divers profils spectraux, mais aussi (comme tout matériau "photo") spatiaux. L'une des possibilités les plus évidentes est l'utilisation de ces filtres comme mémoire optique [6]. Les "bits" de données sont codés en creusant des trous le long de l'axe des fréquences. En interprétant la présence ou l'absence de trous comme des valeurs 1 ou 0, des données digitales peuvent être enregistrées.

Une façon plus raffinée de tirer partie des millions de canaux spectraux dont on dispose est d'enregistrer sur la même plaque photographique plusieurs millions d'*hologrammes* classiques, à raison d'un hologramme par canal spectral. Chacun de ces hologramme se distingue des autres par la longueur d'onde à laquelle il a été enregistré. Si par exemple les hologrammes portent des images qui représentent de l'information, on peut enregistrer jusqu'à plusieurs milliers de pages de données sur un même échantillon [7].

## 2.2 L'HOLOGRAPHIE SPECTRALE

Les nouvelles formes de l'holographie accessibles dans les matériaux sélectifs en fréquence ouvrent des perspectives d'application dans le domaine du stockage et du traitement de l'information. L'holographie est ainsi enrichie d'une dimension physique supplémentaire : la fréquence  $\omega$  et, relié à elle par l'intermédiaire des transformations de Fourier, le temps  $t$ . Deux champs d'investigations se sont ouverts : l'holographie spatiale et *spectrale multicanale*, et l'holographie spatio-temporelle.

La première utilise la fréquence comme une simple coordonnée supplémentaire pour augmenter la densité d'information en enregistrant plusieurs hologrammes spatiaux, distingués par la longueur d'onde, en un même point. La seconde exploite la sélectivité spectrale pour réaliser des processus holographiques dans le domaine *temporel*. L'holographie permet de *cartographier un champ* (et non plus seulement une intensité) par l'intermédiaire de l'interférence avec une onde référence. De même que l'holographie spatiale enregistre la distribution spatiale du champ, un hologramme spectro-temporel sauvegarde la répartition spectrale du champ en amplitude et en phase. Il préserve donc les propriétés de cohérence nécessaire à la restitution (lors d'une lecture) du déroulement temporel du champ.

Parmi les possibilités offertes par l'holographie spectro-temporelle, citons la compression (et l'étirement) temporelle d'impulsions [8, 10], le filtrage spectral [9], le renversement du temps [11, 12], des opérations booléennes [13], de corrélation ou de convolution sur des bits de données représentés par la présence ou l'absence de lumière.

Le premier projet d'analyse spectral qui sera présenté en détail dans la section 4.2 ne fait qu'un usage relativement marginal de ces dernières potentialités (à l'aide des techniques dites "d'écho de photon" [14]). Le mécanisme physique mis en jeu repose essentiellement sur le stockage spectral d'hologrammes spatiaux. Par contre, la seconde architecture (développée dans la section 4.3) exploite pleinement les possibilités de l'holographie temporelle.

### 2.2.1 Rappel : l'holographie spatiale

L'holographie procède en deux opérations successives [15] :

1. L'enregistrement : la plaque photo-sensible est éclairée par deux faisceaux laser, l'un portant les informations à enregistrer (onde-objet), l'autre servant de référence (onde-référence). L'hologramme enregistré

contient la figure d'interférence des deux faisceaux.

2. La restitution : le faisceau objet est absent, mais la figure d'interférence enregistrée diffracte l'onde de référence qui restitue alors l'onde-objet en amplitude et en phase.

Posons  $\tilde{E}_O = \tilde{A}_O.e^{i\vec{k}_O\vec{r}}$  et  $\tilde{E}_R = \tilde{A}_R.e^{i\vec{k}_R\vec{r}}$  les amplitudes complexes des ondes objet et référence, monochromatiques et de même fréquence. Pour alléger l'écriture on n'explicite pas la dépendance en  $\vec{r}$  des amplitudes. L'amplitude résultante sur la plaque photo-sensible est  $\tilde{E}_{inc} = \tilde{E}_O + \tilde{E}_R$  et l'irradiation résultante :

$$\begin{aligned} I &\propto \left| \tilde{E}_{inc} \right|^2 = \left| \tilde{E}_O \right|^2 + \left| \tilde{E}_R \right|^2 + \tilde{E}_O.\tilde{E}_R^* + \tilde{E}_O^*.\tilde{E}_R \\ &\propto \left| \tilde{A}_O \right|^2 + \left| \tilde{A}_R \right|^2 + \tilde{A}_O\tilde{A}_R^*e^{i(\vec{k}_O-\vec{k}_R)\vec{r}} + cc \end{aligned}$$

où \* indique le complexe conjugué. La distribution d'intensité est enregistrée par le matériau comme une diminution de son absorption, proportionnelle à l'intensité reçue en chaque point.

Si l'on éclaire la plaque avec une onde de lecture  $\tilde{E}_L = \tilde{A}_L.e^{-i\vec{k}_L\vec{r}}$ , l'onde transmise par l'hologramme a pour amplitude <sup>1</sup> :

$$\begin{aligned} \tilde{A}_e(\vec{r}) &= \tilde{A}_L.e^{i\vec{k}_L\vec{r}} \left( \left| \tilde{A}_O \right|^2 + \left| \tilde{A}_R \right|^2 \right) \\ &\quad + \tilde{A}_L\tilde{A}_O\tilde{A}_R^*e^{i(\vec{k}_L+\vec{k}_O-\vec{k}_R)\vec{r}} + \tilde{A}_L\tilde{A}_O^*\tilde{A}_R e^{i(\vec{k}_L-\vec{k}_O+\vec{k}_R)\vec{r}} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Lorsque les ondes de lecture et de référence sont des ondes planes, le second terme reproduit l'onde-objet  $\tilde{A}_O$  (à un facteur réel près, qui ne modifie que sa brillance) dans la direction  $\vec{k}_L + \vec{k}_O - \vec{k}_R$ . Simultanément, le dernier terme forme une onde "conjuguée"  $\tilde{A}_O^*$  (à un facteur réel près, qui ne modifie que sa brillance) dans la direction  $\vec{k}_L - \vec{k}_O + \vec{k}_R$ , symétrique de l'objet par rapport à  $\vec{k}_L$ .

L'onde  $\tilde{A}_d$  transmise jusqu'au détecteur résulte de la somme d'"ondelettes de Huygens" émises par tous les points de l'échantillon :

$$\tilde{A}_d(\vec{r}_d) = \int_{(\text{échantillon})} \frac{e^{i\vec{k}R}}{R} \tilde{A}_e(\vec{r}) d\vec{r}$$

$\tilde{A}_e(\vec{r})$  représente la distribution d'amplitude de l'onde diffracté par l'hologramme au point  $\vec{r}$  de l'échantillon (voir 3.1.1, page 36),  $\vec{r}_d$  désigne la coordonnée du point d'observation, et  $R$  la distance  $|\vec{r} - \vec{r}_d|$ . Si on suppose que

<sup>1</sup>Les effets de sensibilité de la plaque photo sont ici négligés.

$kr^2/r_d \ll \pi$  - c'est la condition de Fraunhofer -,  $kR$  s'écrit :

$$kR = kr_d - \vec{k}_d \vec{r} \quad \text{où} \quad \vec{k}_d = k \frac{\vec{r}_d}{r_d}$$

L'onde transmise s'exprime alors comme :

$$\tilde{A}_d(\vec{r}_d) = \frac{e^{ikr_d}}{r_d} \int_{(\text{échantillon})} e^{i\vec{k}_d \vec{r}} \tilde{A}_e(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2.2)$$

On est donc naturellement conduit à la transformée de Fourier. Cette dernière est notée suivant la convention :

$$\begin{aligned} F[g(u)] &= \tilde{g}(s) \\ &= \int g(u) \cdot e^{-i2\pi us} du \end{aligned}$$

où  $s$  et  $u$  représentent les variables des deux espaces conjugués. Appliquée à la relation 2.2, cette définition permet d'écrire :

$$\tilde{A}_d(\vec{r}_d) = \frac{e^{ikr_d}}{r_d} \times F[\tilde{A}_e(\vec{r}_d)] = \frac{e^{ikr_d}}{r_d} \times A_e\left(k \frac{\vec{r}_d}{r_d}\right) \quad (2.3)$$

Dans l'espace des vecteurs d'onde, conjugué par transformation de Fourier de l'espace des coordonnées, le terme reproduisant l'onde-objet  $\tilde{A}_L \tilde{A}_O \tilde{A}_R^*$  (relation 2.1) s'écrit :

$$A_e(\vec{k}) = A_L(\vec{k}) * A_O(\vec{k}) * A_R^*(-\vec{k}) * \delta(\vec{k}_L + \vec{k}_O - \vec{k}_R - \vec{k})$$

où l'opérateur  $*$  représente l'opération de convolution :

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) \cdot g(x - u) \cdot du$$

Le champ transmis pointe dans la direction  $\vec{k}_e = \vec{k}_L + \vec{k}_O - \vec{k}_R$ . Il s'exprime aussi sous la forme :

$$A_e(\vec{k}) = A_L(\vec{k} - \vec{k}_e) * A_O(\vec{k} - \vec{k}_e) * A_R^*(-\vec{k} + \vec{k}_e)$$

### 2.2.2 L'analogie spectrale

Avec un matériau sélectif en fréquence, la même opération holographique peut s'effectuer dans le *domaine spectral*. On exprime les champs incidents sous la forme :

$$\begin{cases} E_i(t) = A_i(t - t_i) e^{-i\omega_0(t-t_i)} \\ \tilde{E}_i(\omega) = \tilde{A}_i(\omega - \omega_0) e^{i\omega t_i} \end{cases}$$

où  $A_i(t)$  est l'enveloppe du champ, supposée lentement variable par rapport aux modulations de la porteuse optique (à la fréquence  $\omega_0$ ). L'échantillon enregistre un hologramme défini par l'irradiation des champs de gravure :

$$\begin{aligned} I &\propto \left| \tilde{E}_g(\omega) \right|^2 = \left| \tilde{E}_1(\omega) + \tilde{E}_2(\omega) \right|^2 \\ &\propto \left| \tilde{A}_1(\omega - \omega_0) \right|^2 + \left| \tilde{A}_2(\omega - \omega_0) \right|^2 + \tilde{A}_1 \tilde{A}_2^* e^{i\omega(t_1 - t_2)} + cc \end{aligned}$$

Désormais, les indices numériques affectant les champs électriques indiquent l'ordre temporel des impulsions incidentes.

Cet hologramme est formé par une modulation de la *distribution spectrale* de l'*indice d'absorption* du matériau :

$$\delta\alpha(\omega) \propto I(\omega)$$

Le terme de proportionnalité tient compte de la sensibilité du matériau à l'éclairement.

Le champ de lecture  $E_3$  diffracte sur l'hologramme spectral. Le terme qui restitue l'onde  $E_2$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_e(\omega) &\propto \tilde{E}_1^*(\omega) \cdot \tilde{E}_2(\omega) \cdot \tilde{E}_3(\omega) \\ &\propto \tilde{A}_3(\omega - \omega_0) \tilde{A}_1^*(\omega - \omega_0) \tilde{A}_2(\omega - \omega_0) e^{i\omega(t_1 - t_2 - t_3)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Dans le domaine conjugué du temps, on obtient donc l'expression :

$$\begin{aligned} E_e(t) &\propto E_1^*(-t) * E_2(t) * E_3(t) \\ &\propto (A_1^*(-t) * A_2(t) * A_3(t)) * \delta(t - t_1 + t_2 - t_3) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Il existe une différence dans l'expression du champ transmis par les transformées de Fourier entre les domaines spatial et temporel. Dans le premier cas, lors de la propagation entre la sortie de la plaque holographique et le détecteur, le front de l'onde transmise continue d'être modifié par la diffraction. Ce n'est pas le cas de la forme temporelle du champ diffracté par un hologramme spectral. En conséquence, il faut bien distinguer le fait que la coordonnée  $\vec{r}$  qui intervient dans le domaine spatial représente la position d'un point *dans* l'échantillon, alors que la coordonnée du domaine spectral est *commune* à l'échantillon et au détecteur. Pour passer au détecteur dans le cas spatial, il faut effectuer une transformation qui, dans la limite de Fraunhofer, se réduit à la transformée de Fourier qui apparaît dans l'équation 2.3.

L'équation 2.5 indique que le signal apparaît autour de l'instant  $t_3 + t_2 - t_1$ . Il est séparé de la lecture si sa durée est plus courte que la séparation  $t_2 - t_1$ .



Ainsi, lorsque les interférences sont provoquées par deux impulsions séparées dans le temps, apparaît un réseau de diffraction, enregistré dans l'indice d'absorption, avec une modulation de pas spectral reflétant le retard  $t_2 - t_1$  entre les deux impulsions de gravure :

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{t_2 - t_1}$$

L'analogie avec l'holographie spatiale usuelle est plus évidente sous cette forme (figure 2.2). En holographie spectrale, une différence dans le domaine temporel - un retard  $\Delta t$  entre deux impulsions - (resp. un écart angulaire  $\Delta\vec{k}$  dans le domaine des vecteurs d'onde) est enregistrée par un matériau dans le domaine spectral (resp. dans le domaine spatial). Typiquement, l'information est gravée sous forme d'un réseau de pas  $\Delta\omega \propto 1/\Delta t$  (resp.  $\Delta r \propto 1/\Delta k$ ). La lecture du matériau reproduit cette différence : une impulsion signal prend naissance au bout d'un temps  $\Delta t$  après la lecture (resp. une onde image est décalée de  $\Delta\vec{k}$  de l'onde sonde)<sup>2</sup>. Ce phénomène est connu sous le nom d'"écho de photon" [14, 16].

Hormis ce décalage temporel, l'expression de l'onde diffractée est semblable à celle d'un hologramme conventionnel. En particulier, les trois dimensions spatiales restent disponibles, et totalement indépendantes de la quatrième (la fréquence).

### 2.2.3 Holographie spectrale et causalité

Au cours de la présentation ci-dessus, les impulsions ont été implicitement supposées ordonnées et ne se recouvrant pas dans le temps. Mais en reprenant l'équation 2.1 pour un hologramme spatial, on voit apparaître l'onde "conjuguée" de l'écho  $\vec{E}_3(\vec{r}) \cdot \vec{E}_2^*(\vec{r}) \cdot \vec{E}_1(\vec{r})$ , de direction  $\vec{k}_3 + \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ . Appliquée au domaine temporel, l'équation analogue prédit qu'un écho ("conjugué") doit apparaître au temps  $t_3 - (t_2 - t_1)$ , c'est-à-dire *avant* l'impulsion de lecture ! C'est naturellement impossible, puisque tout système physique doit être causal.

Il est donc nécessaire de justifier les conditions de validité de l'expression 2.4, à travers la prise en compte de la causalité.

---

<sup>2</sup>Les conditions d'accord de phase et de conservation de l'énergie doivent être respectées au cours de cette interaction.

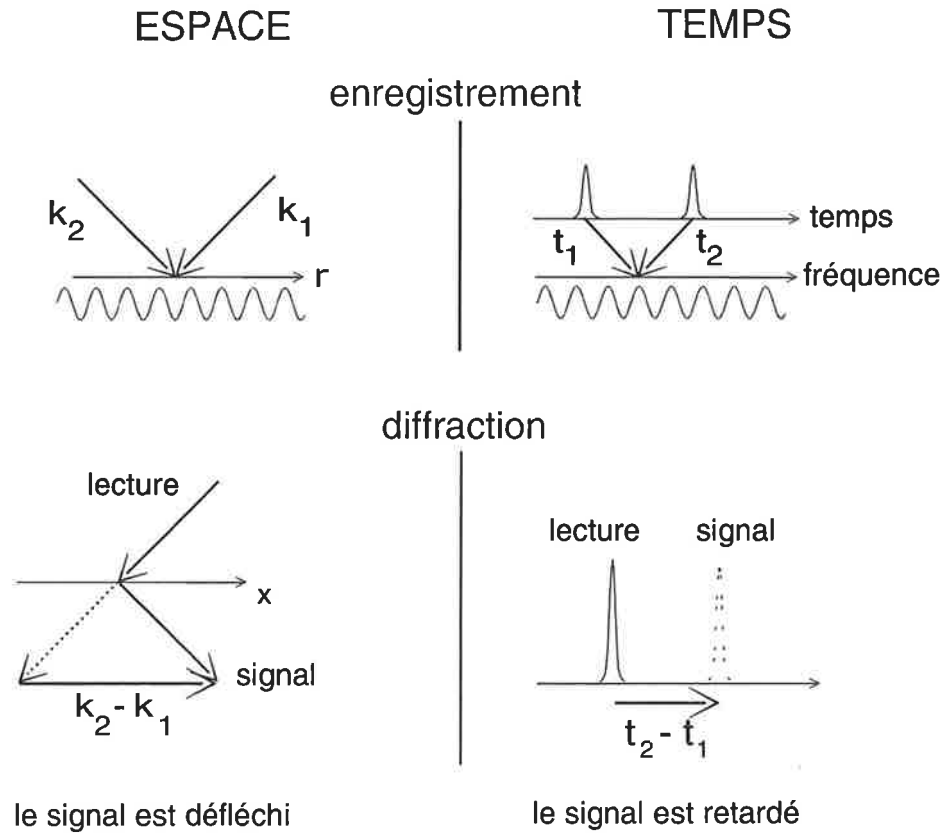


FIG. 2.2: Analogie holographie spatiale / holographie temporelle.

### Les relations de dispersion

L'holographie spectrale est très proche du processus de mélange à quatre ondes. Au cours de ces processus, trois photons incidents interfèrent à travers des mécanismes non-linéaires pour donner naissance à un quatrième photon. Lorsque l'on considère la réponse du matériau à une onde optique, le paramètre caractéristique décrivant les propriétés du milieu est alors la *susceptibilité diélectrique*  $\varepsilon_0\chi(t)$ .

En optique, la réponse (nommée "*polarisation*"  $P(t)$ ) d'un milieu, caractérisé par sa susceptibilité diélectrique, à une onde  $E(t)$  s'écrit :

$$P(t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\tau) \cdot E(t - \tau) d\tau \quad (2.6)$$

Comme la susceptibilité  $\chi(t)$  s'annule pour les temps négatifs, on peut écrire :

$$\chi(t) = Y(t)\chi(t)$$

où  $Y(t)$  est l'échelon de Heaviside. Dans le domaine spectral, la susceptibilité

satisfait la relation :

$$\begin{aligned}\tilde{\chi}(\omega) &= F[\chi(t) \cdot Y(t)] \\ &= F[Y(t)] * \tilde{\chi}(\omega)\end{aligned}$$

Or, les propriétés des transformations de Fourier permettent d'écrire :

$$F[Y(t)] = \frac{1}{2}\delta(\omega) + \frac{1}{2}\frac{i}{\pi\omega}$$

D'où la relation :

$$\tilde{\chi}(\omega) = \frac{i}{\pi\omega} * \tilde{\chi}(\omega) \quad (2.7)$$

En séparant les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité :

$$\tilde{\chi}(\omega) = \tilde{\chi}'(\omega) - i\tilde{\chi}''(\omega)$$

on peut mettre la relation 2.7 sous la forme des relations de dispersion :

$$\begin{cases} \tilde{\chi}'(\omega) = \frac{1}{\pi\omega} * \tilde{\chi}''(\omega) \\ \tilde{\chi}''(\omega) = -\frac{1}{\pi\omega} * \tilde{\chi}'(\omega) \end{cases}$$

qui sont le reflet de la causalité dans le domaine spectral. L'expression 2.7 s'écrit alors également :

$$\tilde{\chi}(\omega) = -i \left\{ \tilde{\chi}''(\omega) + \frac{i}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{\chi}''(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \right\}$$

où  $P$  désigne la partie principale de l'intégrale. Dans le domaine temporel, cette expression s'écrit :

$$\chi(t) = 2F[\tilde{\chi}''(\omega)]Y(t) \quad (2.8)$$

### La susceptibilité et l'absorption

La susceptibilité intervient dans la description de la propagation d'un champ dans un milieu diélectrique à travers l'équation d'onde déduite des relations de Maxwell. Celle-ci s'écrit dans le domaine spectral :

$$\Delta \tilde{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \tilde{\chi} \tilde{E}$$

On cherche des solutions sous la forme d'une onde plane  $\tilde{E}(\omega, z) = cste \times e^{-ikz}$ . L'équation d'onde se réduit à :

$$\left[ -k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \tilde{\chi}) \right] \times cste = 0$$

La constante de propagation doit prendre les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} k^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \tilde{\chi}) \\ &= \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \tilde{\chi}' - i\tilde{\chi}'') \end{aligned}$$

Or la constante complexe de propagation se décompose en deux termes : un facteur de propagation proprement dit et un terme représentant le gain ou l'absorption du milieu :

$$k = \beta - i\frac{\alpha}{2}$$

On identifie immédiatement les parties imaginaires :

$$\frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\chi}'' = \alpha\beta$$

On sait d'autre part que :

$$\beta = n\frac{\omega}{c}$$

On suppose que la contribution des centres absorbants à l'indice de réfraction est négligeable. C'est le cas pour de faibles concentrations de ceux-ci dans le substrat. Il découle des deux relations précédentes :

$$\alpha = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\tilde{\chi}''}{\beta} = \frac{2\pi}{n\lambda} \tilde{\chi}''$$

La partie imaginaire de la susceptibilité diélectrique est donc proportionnelle à l'indice d'absorption du milieu. Puisque la modification spectrale induite par les champs de gravure est inscrite dans l'indice d'absorption, l'information spectrale est aussi inscrite sous forme d'une modification de la susceptibilité :

$$\tilde{\chi}''(\omega) \propto \left| \tilde{E}_g(\omega) \right|^2 = \left| \tilde{E}_1(\omega) + \tilde{E}_2(\omega) \right|^2$$

### Expression de l'onde diffractée pour des champs d'enregistrement temporellement séparés

D'après l'expression 2.6, la polarisation induite par l'interaction d'un champ  $E_3(t)$  avec un matériau spectralement façonné, est donnée par :

$$\begin{aligned}\tilde{P}(\omega) &= \varepsilon_0 \tilde{\chi}(\omega) \cdot \tilde{E}_3(\omega) \\ &= \varepsilon_0 \left\{ \frac{1}{\pi\omega} * \tilde{\chi}''(\omega) - i\tilde{\chi}''(\omega) \right\} \cdot \tilde{E}_3(\omega)\end{aligned}$$

où  $\tilde{\chi}''(\omega)$  désigne la modification de la composante imaginaire de la susceptibilité :

$$\begin{aligned}\tilde{\chi}''(\omega) &\propto \left| \tilde{E}_g(\omega) \right|^2 \\ &\propto \left| \tilde{E}_1(\omega) \right|^2 + \left| \tilde{E}_2(\omega) \right|^2 + \tilde{E}_1^*(\omega)\tilde{E}_2(\omega) + \tilde{E}_1(\omega)\tilde{E}_2^*(\omega)\end{aligned}$$

On ne s'intéresse plus maintenant qu'aux termes croisés, qui sont les seuls à pouvoir produire des décalages temporels dans l'expression de l'écho.

Les deux champs de façonnage  $E_1(t)$  et  $E_2(t)$  sont supposés *temporellement séparés*, de la forme :

$$E_i(t) = A_i(t - t_i) \cdot e^{-i\omega_0(t-t_i)}$$

$A_i(t)$  est l'enveloppe du champ, supposée lentement variable par rapport aux modulations de la porteuse optique. La susceptibilité s'écrit :

$$\tilde{\chi}''(\omega) \propto \tilde{A}_1^*(\omega) \cdot \tilde{A}_2(\omega) \cdot e^{-i\omega(t_2-t_1)} + \tilde{A}_1(\omega) \cdot \tilde{A}_2^*(\omega) \cdot e^{i\omega(t_2-t_1)}$$

Puisque les enveloppes des champs sont supposées lentement variables, alors on peut utiliser l'approximation :

$$\frac{1}{\pi\omega} * \left[ \tilde{A}_1^*(\omega) \cdot \tilde{A}_2(\omega) \cdot e^{-i\omega(t_2-t_1)} \right] \simeq \tilde{A}_1^*(\omega) \cdot \tilde{A}_2(\omega) \times \frac{1}{\pi\omega} * \left[ e^{-i\omega(t_2-t_1)} \right]$$

A l'aide de la propriété d'intégration dans le plan complexe :

$$\begin{aligned}\frac{1}{\pi\omega} * \left[ e^{-i\omega(t_2-t_1)} \right] &= i \cdot \text{signe}[-(t_2-t_1)] \times e^{-i\omega(t_2-t_1)} \\ &= -i \cdot e^{-i\omega(t_2-t_1)}\end{aligned}$$

la polarisation induite devient :

$$\begin{aligned}\tilde{P}(\omega) &\propto \left\{ -\tilde{A}_1^*(\omega) \cdot \tilde{A}_2(\omega) \times i \cdot e^{-i\omega(t_2-t_1)} \right. \\ &\quad + \tilde{A}_1(\omega) \cdot \tilde{A}_2^*(\omega) \times i \cdot e^{i\omega(t_2-t_1)} - i \left[ \tilde{A}_1^*(\omega) \cdot \tilde{A}_2(\omega) \cdot e^{-i\omega(t_2-t_1)} \right. \\ &\quad \left. \left. + \tilde{A}_1(\omega) \cdot \tilde{A}_2^*(\omega) \cdot e^{i\omega(t_2-t_1)} \right] \times \tilde{E}_3(\omega) \right\} \quad (2.9)\end{aligned}$$

Finalement, les termes qui nous intéressent dans la polarisation donnent la forme attendue :

$$\begin{aligned} \tilde{P}(\omega) &= -2i \cdot \tilde{A}_1^*(\omega) \cdot \tilde{A}_2(\omega) \cdot e^{-i\omega(t_2-t_1)} \times \tilde{A}_3(\omega) \cdot e^{i\omega(t-t_3)} \quad (2.10) \\ &\propto \tilde{E}_1^*(\omega) \tilde{E}_2(\omega) \tilde{E}_3(\omega) \end{aligned}$$

Les équations 2.9 et 2.10 montrent que le terme  $\tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2^*(\omega) \tilde{E}_3(\omega)$ , dont l'instant d'émission mettrait en défaut la causalité ( $t_e = t_3 - (t_2 - t_1) < t_e$ ), disparaît. Simultanément, *l'amplitude du terme conjugué est doublée*. A la différence de l'hologramme *purement spatial*, l'énergie diffractée par ce même hologramme spatial, mais enregistré à l'aide d'impulsions décalées dans le temps, est donc concentrée dans une seule onde "image". Cet effet permet de quadrupler l'efficacité de diffraction holographique.

### L'onde diffractée lorsque les champs de gravure se recouvrent temporellement

Si les champs  $E_1$  et  $E_2$  se recouvrent temporellement, l'expression 2.4 n'est plus justifiée. En particulier, si l'on considère deux ondes de gravure identiques, superposées dans le temps et de spectres bornés, la polarisation s'écrit :

$$\tilde{P}(\omega) = -\frac{1}{\pi} P \int \frac{|\tilde{A}(\omega')|^2}{\omega' - \omega} d\omega' - i |\tilde{A}(\omega')|^2$$

A travers l'intégrale de Cauchy, la polarisation prend des valeurs non nulles à l'extérieur de l'intervalle spectral des champs de gravure. La contribution de *l'indice de réfraction tend à élargir le spectre de l'écho* - c'est-à-dire à diminuer la sélectivité spectrale du filtre holographique - par rapport à la seule contribution de l'indice d'absorption. Seule cette dernière transparaît dans l'expression 2.4. Ce comportement est bien connu pour la réponse à une onde monochromatique, de fréquence  $\omega_0$ , : les indices de réfraction et d'absorption évoluent respectivement proportionnellement à  $\frac{1}{\omega - \omega_0}$  et  $\frac{1}{(\omega - \omega_0)^2}$ . L'extension spectrale est évidemment plus large dans le premier cas.

#### 2.2.4 Les limitations imposées par le matériau

On ne peut pas enregistrer n'importe quelle forme temporelle dans un matériau sélectif en fréquence. La largeur de la bande d'absorption étant limitée, on ne peut y graver que des champs dont les spectres sont plus

étroits que la largeur inhomogène du matériau ( $\Gamma_i$ ). La largeur spectrale de la séquence de gravure doit être inférieure à  $\Gamma_i$ . Avec certains matériaux organiques, qui présentent des bandes inhomogènes de plusieurs terahertz, cela permet tout de même d'enregistrer des impulsions plus brèves que la centaine de femtosecondes !

Le matériau restreint également la finesse des détails spectraux enregistrés. Cette résolution est limitée par la largeur homogène : le matériau est incapable d'enregistrer des détails spectraux plus fins que celle-ci ( $\Gamma_h$ ). Dans l'exemple simple de l'écho de photon à trois impulsions (page 16), le détail est donné par l'interfrange du réseau d'interférences. Pour qu'il soit discernable, il faut que  $\Delta t^{-1} > \Gamma_h$ . Pour que le réseau spectral soit enregistré, il faut que *la durée totale de la séquence d'enregistrement soit plus courte que  $\Gamma_h^{-1}$* . Dans un cristal, pour lequel la largeur homogène peut descendre à quelques centaines de kilohertz, ces retards peuvent donc atteindre plusieurs millisecondes.

## 2.3 LES IONS TERRES RARES

### 2.3.1 Quels matériaux ?

Les applications dépendent du choix du matériau. Du point de vue du traitement de données, le paramètre important concerne le nombre de “canaux spectraux” indépendants qui peuvent être distingués par le matériau. Ce nombre est donné par le rapport entre la largeur inhomogène et la largeur homogène.

Sommairement, les matériaux peuvent se ranger en deux catégories :

- les matériaux à matrices amorphes, tels que les polymères organiques dopés par des colorants, qui offrent une résolution de l’ordre du gigahertz sur une largeur de plusieurs terahertz,
- les matériaux de type cristallins, dopés par des ions, qui présentent des largeurs homogènes de plusieurs gigahertz, pour des résolutions qui peuvent descendre sous le kilohertz.

Selon les applications envisagées, il convient de choisir le type de matériau présentant les propriétés adaptées. Dans le cadre du projet d’analyse spectrale (chapitre 3), les cristaux, en raisons des faibles largeurs de résonance offertes, sont les meilleurs candidats. Le principal handicap commun à tous ces matériaux réside dans les très basses températures auxquelles il faut travailler pour accéder aux fines largeurs spectrales.

### 2.3.2 Les ions terres rares

#### Structure commune

Pour les matrices cristallines, les dopants les plus étudiés et les plus prometteurs sont les *ions terres rares*, qui présentent les plus étroites largeurs homogènes jusqu’ici observées [19, 20]. La structure électronique commune des ions terres rares (de la famille des Lanthanides, du cérium à l’ytterbium) est

$$(\text{cœur})^{46}5s^25p^64f^n5d^16s^2, \text{ où } 1 \leq n \leq 14,$$

avec pour les atomes triplement ionisés, absence des électrons  $5d$  et  $6s$ . Ces ions tirent leurs propriétés de cette couche interne  $4f$  incomplète et protégée de l’influence du champ cristallin par les couches électroniques  $5s$  et  $5p$  [21].



Dans un ion isolé, les transitions optiques entre les différents états  $4f^n$  sont interdites (pour des raisons de parité [22]). Mais en matrice cristalline, les transitions, avec de faibles probabilités, sont possibles, en raison de mélanges avec les configurations de l'état  $4f^{(n-1)}5d$ . De plus, ces transitions présentent des structures de raies très claires et très fines dans le spectre optique, grâce à l'écrantage des couches  $5s$  et  $5p$ . A 5 Kelvin, la largeur de raie homogène descend sous le mégahertz.

Le choix précis du dopant dépend de ses propriétés atomiques et macroscopiques (selon la matrice cristalline), telles que la force d'oscillateur, la durée de vie de l'état excité, le temps de cohérence, les largeurs homogènes et inhomogènes, etc...

### Quelques propriétés clés

La *force d'oscillateur* est un paramètre qui rend compte de la sensibilité d'une transition à l'excitation photonique. Elle permet donc d'estimer l'intensité lumineuse qui est nécessaire au passage d'un ion dans son état excité. Ainsi, les transitions entre configurations de l'état  $4f^n$  ont des forces d'oscillateurs très faibles<sup>3</sup>, de l'ordre de  $10^{-8}$ , ce qui implique l'utilisation de fortes intensités laser.

La *largeur homogène* est étroitement liée au *temps de cohérence* (ou de mémoire de phase). Elle se décompose sous la forme :

$$\Gamma_h = \frac{1}{\pi T_2} = \frac{1}{2\pi T_1} + \frac{1}{\pi T_2'}$$

où  $T_1$  représente la durée de vie des populations de l'état excité (ou temps de relaxation longitudinal), et  $1/2\pi T_2'$  représente le taux de relaxation de la cohérence résultant de son couplage avec l'environnement. Il caractérise la durée pendant laquelle les dipôles oscillent en conservant la phase acquise lors de l'excitation. Ce temps caractéristique dépend de la température et peut devenir très long près du zéro absolu ( $\Gamma_h \rightarrow \frac{1}{2\pi T_1}$ , limite ultime). Les contributions au terme  $T_2'$ , et donc à l'élargissement homogène, se décomposent souvent sous la forme [23] :

$$\Gamma_h = \Gamma_{pop} + \Gamma_{\text{électron-phonon}} + \Gamma_{ion-ion} + \Gamma_{ion-matrice}$$

$\Gamma_{pop}$  a déjà été introduit : c'est la largeur naturelle  $\frac{1}{2\pi T_1}$ . Le terme  $\Gamma_{\text{électron-phonon}}$  présente la plus forte dépendance avec la température. Le terme  $\Gamma_{ion-ion}$

<sup>3</sup>Par définition, la force d'oscillateur est un nombre plus petit que 1.

caractérise les interactions entre les spins électroniques, qui font des sauts aléatoires entre leurs deux états, ce qui module le champ magnétique local, déplace les niveaux d'énergie de la transition et augmente la largeur de raie [24, 25]. Cette contribution est très dépendante de la concentration des dopants. Son action au cours du temps conduit à un élargissement progressif de la largeur homogène, phénomène connu sous la dénomination de *diffusion spectrale*. Enfin, le terme  $\Gamma_{ion-matrice}$  traduit un phénomène proche du précédent, sauf que ce sont les sauts des spins nucléaires des atomes cristallins qui modifient le champ magnétique local. La faiblesse des moments magnétiques nucléaires par rapport aux spins électroniques des ions est compensée par le grand nombre d'atomes hôtes.

Les interactions entre le spin nucléaire de l'ion et son spin électronique provoquent l'apparition d'une *structure hyperfine*, dont la séparation entre niveaux va du mégahertz au gigahertz. Si la structure spectrale qui doit être enregistrée est plus large que cette séparation, la sélectivité spectrale du mécanisme d'enregistrement est perdue puisque le même ion peut être excité à différentes fréquences appartenant à l'intervalle spectral utilisé. Le choix d'un ion au moment nucléaire nul permet d'éviter cet effet parasite. Par ailleurs, la structure hyperfine peut considérablement augmenter la durée de vie de l'enregistrement si la désexcitation se produit vers un autre niveau que celui de départ, empêchant l'effacement de la distribution spectrale de l'état fondamental.

### Quelques ions

De nombreux ions terres rares présentent des transitions qui se comportent comme des systèmes à deux niveaux, avec un état excité qui décroît directement vers l'état fondamental. La durée de vie du creusement spectral coïncide alors avec celle du niveau excité.

Ainsi la transition  ${}^4I_{13/2} \longleftrightarrow {}^4I_{15/2}$  de l'ion Erbium ( $\text{Er}^{3+}$ ), très intéressante dans le but d'applications télécom, appartient à cette classe. Le "hole-burning" y est essentiellement transitoire, ce qui laisse un temps de vie de l'ordre de la dizaine de millisecondes [26]. Pour y obtenir de faibles largeurs homogènes, il faut appliquer au cristal un champ magnétique qui réduit le déphasage dû aux fluctuations des spins nucléaires des constituants cristallins.

Différents processus permettent de ralentir le retour dans l'état fondamental. Dans les cristaux dopés Europium  $\text{Eu}^{3+}$ , la désexcitation s'effectue dans

les différents sous-niveaux de la structure hyperfine de l'état fondamental. La durée de vie d'un hologramme peut alors atteindre plusieurs heures [27]. Mais cette mémoire à long terme est obtenue au dépend de l'élargissement inhomogène, inférieur à 10 GHz.

### 2.3.3 $\text{Tm}^{3+} : \text{YAG}$

#### L'ion Thulium

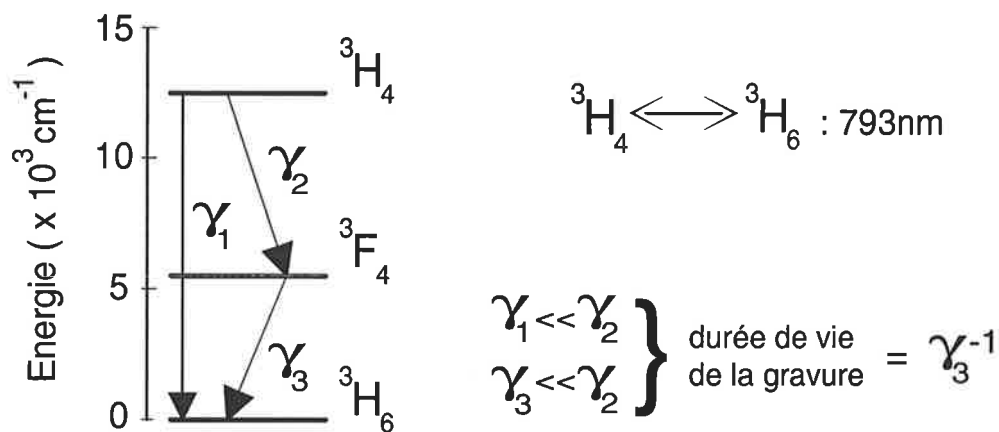


FIG. 2.3: Les niveaux mis en jeux dans le  $\text{Tm}^{3+} : \text{YAG}$

La transition  ${}^3\text{H}_4 \longleftrightarrow {}^3\text{H}_6$  de l'ion thulium<sup>3+</sup> (à 800 nm [28]) tire parti d'un niveau métastable ( ${}^3\text{F}_4$ )<sup>4</sup> pour ralentir le retour dans l'état fondamental et allonger la durée de vie d'un hologramme à 10 ms, alors que la durée de vie du niveau supérieur n'est que de 1 ms [30]. Par contre, la force d'oscillateur de cette transition est extrêmement faible, de l'ordre de  $10^{-9}$ !

Le thulium, de numéro atomique 69, est le treizième élément de la série des terres rares. Sa configuration électronique fondamentale est

$$(\text{cœur})^{46} 4f^{13} 5s^2 5p^6 6s^2.$$

<sup>4</sup>Le choix des dénominations n'est pas très clair. Jusqu'au début des années 80, le niveau supérieur était nommé  ${}^3\text{F}_4$ , comme il se doit d'après la structure de l'ion "libre". En fait, les fonctions d'onde qui décrivent les multiplets des états excités de  $\text{Tm}^{3+}$  sont fortement mélangées. Cet effet est particulièrement prononcé pour les états  ${}^3\text{F}_4$  et  ${}^3\text{H}_4$ . En raison des fortes interactions spin-orbite, le niveau normalement désigné par  ${}^3\text{H}_4$  contient en fait une majorité de multiplets de  ${}^3\text{F}_6$ . Par la suite, les dénominations des niveau supérieur et intermédiaire ont été échangées [29].

Celle de l'ion trivalent  $\text{Tm}^{3+}$  est

$$(\text{cœur})^{46}4f^{12}5s^25p^6,$$

pour laquelle la couche interne non remplie  $4f^{12}$  a un nombre pair d'électrons. Cet ion ne présente donc pas de structure hyperfine.  $\text{Tm}^{3+}$  offre également l'avantage d'un très faible moment magnétique nucléaire ( $-0,231 \mu_N$ , 20 fois plus faible que celui de  $\text{Pr}^{3+}$ , par exemple). Le passage de l'état fondamental à l'état excité de l'ion - et les variations de son spin nucléaire qui s'en suivent - modifie donc très peu le champ local, n'influant que peu sur les fluctuations des spins nucléaires des atomes de la matrice, ce qui, en retour, ralentit la diffusion spectrale.

### La matrice YAG

La nature de la matrice cristalline joue un rôle prépondérant sur les largeurs homogènes et inhomogène. Les largeurs homogènes les plus étroites sont obtenues en minimisant les interactions magnétiques entre les spins électroniques des dopants et les spins nucléaires des constituants du cristal. Il est donc essentiel de choisir des constituants avec des moments magnétiques nuls ou quasi-nuls.

Ainsi, les matrices  $\text{Y}_2\text{SiO}_5$  et  $\text{YLuAG}$  permettent d'obtenir les largeurs homogènes les plus faibles, inférieures au kilohertz, conduisant à un nombre record de canaux spectraux disponibles :  $10^6$  !

La structure cristalline du YAG ( $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ ) est formée d'une maille grossièrement cubique, qui contient 160 ions dont 96  $\text{O}^{2-}$ , 40  $\text{Al}^{3+}$  et 24  $\text{Y}^{3+}$ . Les ions dopants  $\text{Tm}^{3+}$  se substituent aux ions Yttrium sans compensation de charge ni distorsion significative de la matrice. Les atomes  $^{16}\text{O}$  ont un moment magnétique nucléaire nul tandis que celui de  $^{89}\text{Y}$  est très faible [23]. Donc seuls les atomes  $^{27}\text{Al}$ , les plus éloignés des dopants, participent à la diffusion spectrale. L'élargissement homogène dépend également de la concentration du dopant. Des concentrations supérieures à 0,1% atm <sup>5</sup> détériorent sensiblement la finesse de la largeur homogène [31]. Au final, la largeur de raie de  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  (0,1% atm) descend sous les 3 kHz à 1,5 Kelvin [30], pour une largeur inhomogène qui dépasse les 15 GHz.

Les propriétés spectroscopiques du  $\text{Tm}^{3+}$  ( $4f^{12}$ ) dans la matrice YAG sont décrites par un champ cristallin, de symétrie  $D_2$ . Comme ce groupe d'espace

<sup>5</sup>Cette notation définit le taux de substitution de l'ion de la matrice ( $\text{Y}^{3+}$ ) par  $\text{Tm}^{3+}$

est cubique, le cristal se comporte, du point de vue optique, comme un corps isotrope [32], ne présentant pas de biréfringence.

Après substitution des ions  $Y^{3+}$ , les dipôles  $Tm^{3+}$  occupent six sites cristallins identiques, mais d'orientations distinctes [33]. Dans le cadre d'une expérience d'optique cohérente, si la polarisation de la lumière incidente présente des angles différents avec chacune des six classes d'atomes, les sites subissent des excitations différentes.



# Bibliographie

- [1] **N. Bloembergen, E. Purcell, R. Pound**, “*Relaxation Effects in Nuclear Magnetic Resonance Absorption*”, Phys. Rev. 73, 679 (1948)
- [2] **R. McFarlane, W. Bennett, W. Lamb**, “*Single Mode Tuning Dip in the Power Output of an He-Ne Optical Maser*”, Appl. Phys. Lett. 2, 189 (1963)
- [3] **A. Szabo**, “*Observation of Hole-Burning and Cross-relaxation Effects in Ruby*”, Phys. Rev. B11, 4512 (1975)
- [4] **B. Kharlamov, R. Personov, L. Bykovska**, “*Stable Gap In Absorption Spectra of Solid Solutions of Organic Molecules by Laser Irradiation*”, Optics Comm. 12, 191 (1974)
- [5] **W. Moerner**, “*Persistent Spectral Hole-Burning : Science and Application*”, Springer Verlag, Berlin (1988)
- [6] **A. Szabo**, “*Frequency Selective Optical Memory*”, US Patent n°3 896 420 (1975)
- [7] **E. Maniloff, S. Altner, S. Bernet, F. Graf, A. Renn, U. Wild**, “*Recording of 6000 holograms by use of spectral hole burning*”, Appl. Opt. 34, 4140 (1995)
- [8] **Y. Bai, T. Mossberg**, “*Photon Echo Optical Pulse Compression*”, Appl. Phys. Lett. 45, 1269 (1984)
- [9] **M. Tian, I. Lorgeré, JP. Galaup, JL Le Gouët**, “*Persistent Spectral Hole-burning in an Organic Material for Temporal Pattern Recognition*”, J. Opt. Soc. Am. B 16, 74 (1999)
- [10] **M-L. Roblin, F. Gires, R. Grousseau, P. Lavallard**, “*Enregistrement par Holographie de Volume d’une Loi de Phase Spectrale. Application à la compression d’impulsions picoseconde*”, Opt. Commun. 62, 209 (1987)

- [11] N. Carlson, L. Rothberg, A. Yodh, R. Babbitt, T. Mossberg, "Storage and Time Reversal of Light Pulse Using Photon Echoes", *Opt. Lett.* **8**, 483 (1983)
- [12] C. Joubert, M-L. Roblin, R. Grousseau, "Temporal Reversal of Picosecond Optical Pulses by Holographic Phase Conjugation", *Appl. Opt.* **28**, 4604 (1989)
- [13] S. Kröll, U. Elman, "Photon-echo-based Logical Processing", *Opt. Lett.* **18**, 1834 (1993)
- [14] N. Kurnit, I. Abella, S. Hartmann, "Photon Echoes", *Phys. Rev. Lett.* **13**, 567 (1964)
- [15] J. Goodman, "Introduction à l'Optique de Fourier", Masson & Cie (1972)
- [16] M. Mitsunaga, G. Brewer, "Generalized Perturbation Theory of Coherent Optical Emission", *Phys. Rev. A* **32** 1605 (1985)
- [17] R. Bracewell, "The Fourier Transform and its Applications", McGraw-Hill (1965)
- [18] L. Allen, J. Eberly, "Optical Resonance and Two-level Atoms", John Wiley & Sons Inc. (1975)
- [19] R. Equall, Y. Sun, R. Cone, "Ultraslow Optical Dephasing in  $Eu^{3+} : Y_2SiO_5$ ", *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2179 (1994)
- [20] M. Sellars, R. Meltzer, P. Fisk, N. Manson, "Time-resolved Ultranarrow Optical Hole-burning of a Crystalline Solid :  $Y_2O_3 : Eu^{3+}$ ", *J. Opt. Soc. Am. B* **11**, 1468 (1994)
- [21] A. Kaplyanskii, R. Macfarlane, "Spectroscopy of Solids Containing Rare Earth Ions", North-Holland (1987)
- [22] B. Wybourne, "Spectroscopic Properties of Rare Earth", Interscience (1965)
- [23] G. Wang, R. Equall, R. Cone, M. Leask, K. Godfrey, F. Wondre, "Optical Dehasing mechanisms in  $Tm^{3+} : Y_2Si_2O_7$ ", *Opt. Lett.* **21**, 818 (1996)
- [24] R. McFarlane, R. Wannemacher, D. Boye, Y. Wang, R. Meltzer, "Nonexponential Photon Echo of  $Er^{3+}$  in Fluorides", *J. Lumin.* **48 & 49**, 313 (1991)
- [25] Mims, "Phase Memory in Electron Spin Echoes, Lattice Relaxation Effects in  $CaWO_4 : Er, Ce, Mn$ ", *Phys. Rev.* **168**, 370 (1968)



- [26] R. McFarlane, T. Harris, Y. Sun, R. Cone, R. Equall, "Measurement of Photon Echoes in  $Er:Y_2SiO_5$  at  $1.5 \mu m$  with a Diode Laser and an Amplifier", Opt. Lett. 22, 871 (1997)
- [27] R. Equall, Y. Sun, R. Cone, R. Macfarlane, "Ultraslow Dephasing in  $Eu^{3+}:Y_2SiO_5$ ", Phys. Rev. Lett. 72, 2179 (1994)
- [28] J. Gruber, M. Hills, R. Macfarlane, C. Morrison, G. Turner, G. Quarles, G. Kintz, L. Esterowitz, "Spectre and Energy level of  $Tm^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$ ", Phys. Rev. B 40, 9464 (1989)
- [29] O. Lopez, J. McKittrick, L. Shea, "Fluorescence Properties of Polycrystalline  $Tm^{3+}$ -activated  $Y_3Al_5O_{12}$ ...", J. Lumin. 71, 1 (1997)
- [30] R. McFarlane, "Spectral Hole-burning in the Trivalent Thulium Ion", Opt. Lett. 18, 829 (1993)
- [31] J. Caird, L. DeShazer, J. Nella, "Characteristic of Room-Temperature  $2.3 \mu m$  Laser Emission from  $Tm^{3+}$  in YAG and  $YAlO_3$ ", IEEE J. Quantum Electron. 11, 874 (1975)
- [32] S. Guy, Thèse n°313-95 "L'Avalanche de Photons, Application à l'ion  $Tm^{3+}$ ", Univ. Lyon I (1995)
- [33] C. Greiner, B. Boggs, T. Loftus, T. Wang, T. Mossberg, "Polarization-dependent Rabi Frequency Beats in the coherent Response of  $Tm^{3+}$  in YAG", Phys. Rev. A 60, 1 (1999)







## Chapitre 3

# LA DUALITÉ TEMPS/ESPACE (EN OPTIQUE)

Le principe du traitement optique par “imagerie temporelle” repose sur l’analogie entre les équations qui décrivent la diffraction de faisceaux dans l’espace et la dispersion d’impulsions dans un milieu dispersif. Les effets de la diffraction et des lentilles spatiales sur un faisceau sont équivalents aux effets de la dispersion et des lentilles “temporelles” sur une impulsion. Dès lors il est aisé de trouver l’équivalent temporel à un système optique spatial, simplement en échangeant les variables spatiales avec les variables temporelles.

Après comparaison avec les composants de l’optique conventionnelle, on montrera quel rôle peuvent jouer les matériaux à creusement spectral dans la réalisation de systèmes d’imagerie temporelle. Ces possibilités seront illustrées par les études expérimentales mettant en évidence, dans le domaine temporel, l’effet Talbot et la diffraction par un bord d’écran.

### 3.1 RAPPELS D'OPTIQUE DE FOURIER

Les systèmes classiques de traitement d'image reposent sur l'optique de Fourier, qui réalise des transformations sur les fonctions d'onde complexes.

#### 3.1.1 La formule de Huygens-Fresnel

Huygens décrit la propagation d'une onde comme la transmission de proche en proche d'un ébranlement. A chaque instant, il considère que chaque point du milieu atteint par l'onde se comporte comme une source secondaire, qui émet des ondes sphériques (les ondelettes de Huygens). Le front d'onde à l'instant suivant est formé par l'enveloppe de toutes les ondelettes. L'expression du champ résultant découle de la somme des champs associés aux ondelettes.

La formule de Huygens-Fresnel permet de rendre compte mathématiquement de ce phénomène et de déterminer la forme de l'onde lumineuse diffractée lors d'une propagation. Si  $E(x', y', 0)$  est le champ initial dans le plan d'origine, après propagation jusqu'au plan de coordonnées  $(x, y, z)$ , le champ  $E(x, y, z)$  est donné par l'intégrale :

$$E(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda} \iint E(x', y', 0) \frac{1}{r} \exp(i\frac{2\pi}{\lambda} r) \cos(\hat{z}, \hat{r}) dx' dy'$$

$\vec{r}$  désigne le vecteur entre les points de coordonnées  $(x', y', 0)$  et  $(x, y, z)$ .  $\frac{1}{i\lambda}$  est un facteur de phase et d'amplitude et  $\cos(\hat{z}, \hat{r})$  est un facteur de direction.  $E(x, y, z)$  correspond donc à la somme des ondes sphériques émises depuis chaque point  $(x', y', 0)$ .

#### 3.1.2 L'approximation de Fresnel et l'expression de la diffraction

L'intégrale s'explicite analytiquement dans le cadre de l'**approximation paraxiale**. Pour ce faire, on considère que l'extension transversale de l'onde est faible devant sa distance de propagation entre les deux plans  $(x, y, 0)$  et  $(x', y', z)$  :  $|x|, |y| \ll z$  et  $|x'|, |y'| \ll z$  (approximation de Fresnel). Autrement dit, seuls les faisceaux lumineux formant de petits angles avec l'axe de propagation  $\hat{z}$  sont pris en compte.

Il s'en déduit l'amplitude  $E(x, y, z)$  :

$$E(x, y, z) = \frac{\exp(i2\pi\frac{z}{\lambda})}{i\lambda z} \iint E(x', y', 0) \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z} [(x - x')^2 + (y - y')^2]\right) dx' dy'$$

La réponse de l'espace libre étant définie par la fonction :

$$h_z(x, y) = \frac{\exp(i2\pi\frac{z}{\lambda})}{i\lambda z} \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z} [x^2 + y^2]\right)$$

l'intégrale précédente peut être décrite comme la convolution du champ dans le plan d'origine avec la réponse impulsionnelle de l'espace libre :

$$E(x, y, z) = E(x, y, 0) * h_z(x, y) \quad (3.1)$$

A l'aide de la fonction de transfert de l'espace libre, qui n'est autre que la transformée de Fourier de  $h_z$ <sup>1</sup> :

$$\tilde{h}_z(u, v) = \exp(i2\pi\frac{z}{\lambda}) \exp(-i\pi\lambda z [u^2 + v^2])$$

où l'on note  $u$  et  $v$  les fréquences spatiales conjuguées de  $x$  et  $y$ , la relation 3.1 s'écrit aussi sous la forme :

$$\tilde{E}(u, v, z) = \tilde{E}(u, v, 0) \cdot \tilde{h}_z(u, v)$$

Dans l'espace des fréquences spatiales, la diffraction prend la forme d'une multiplication. Il n'y a donc *pas de création de fréquences*.

Considérons la situation où l'onde incidente est constante et d'extension infinie suivant la direction  $Oy$ . Alors l'amplitude conjuguée prend la forme :

$$\tilde{E}(u, v, z) = \tilde{E}(u, z) \cdot \delta(v)$$

Et l'amplitude unidimensionnelle  $\tilde{E}(u, z)$  satisfait l'équation de propagation :

$$\tilde{E}(u, z) = \exp(i2\pi\frac{z}{\lambda}) \times \left[ \tilde{E}(u, 0) \cdot \exp(-i\pi\lambda z u^2) \right] \quad (3.2)$$

Finalement, le champ (scalaire), après propagation dans l'espace libre (sur une distance  $z$ ), est donné par le produit de convolution entre le champ initial et un facteur de diffraction<sup>2</sup> :

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{-i}{\lambda z}} \times E(x, 0) * \exp\left(i\pi\frac{x^2}{\lambda z}\right) \quad (3.3)$$

<sup>1</sup>Les opérations sur les transformations de Fourier sont définies page 14.

<sup>2</sup>Le facteur  $\exp(i2\pi\frac{z}{\lambda})$  a été omis dans l'expression finale. Cette omission n'invalide pas le raisonnement.

### 3.1.3 L'approximation de Fraunhofer

Lorsque la distance de propagation est suffisamment grande, l'intégrale de Fresnel se simplifie si l'on ajoute la condition encore plus restrictive  $|x'| \ll \lambda z$  (approximation de Fraunhofer). Le champ diffracté à la distance  $z$  s'écrit simplement :

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{-i}{\lambda z}} \times \exp\left(i\pi \frac{x^2}{\lambda z}\right) \times \tilde{E}\left(\frac{x}{\lambda z}, 0\right) \quad (3.4)$$

Aux facteurs (de phase et constante) près, la diffraction apparaît comme une transformée de Fourier. Dans le plan d'observation, chaque fréquence spatiale  $u$  est donc associée à une position  $x = u\lambda z$ . La diffraction apparaît ainsi comme un phénomène de *dispersion spatiale* des fréquences spatiales.

Cette expression amène à définir une *divergence angulaire* caractéristique de la diffraction d'un champ donné. Son front d'onde initial est caractérisé par deux longueurs : sa largeur totale  $L$  et sa longueur de cohérence  $l_c$  (que l'on peut souvent assimiler à la plus petite taille des détails). Dans ce cas, le champ diffracté a un "grain"  $\lambda z/L$  et une largeur totale  $\lambda z/l_c$ . A partir de cette dernière grandeur caractéristique, on définit alors la divergence angulaire de l'onde :

$$\delta\Omega = \frac{\lambda}{l_c} \quad (3.5)$$

### 3.1.4 Les lentilles

La réalisation de fonctions d'imagerie en optique de Fourier nécessite l'adjonction d'un second élément. Aussi considère-t-on maintenant l'effet d'une lentille spatiale. On se limite à un problème à une seule dimension transversale.

A la traversée d'une lentille mince convexe, le retard total de phase subi par une onde s'écrit :

$$\Phi(x) = kn\Delta(x) + k[\Delta_0 - \Delta(x)]$$

où  $\Delta_0$  représente l'épaisseur (maximale) au centre de la lentille et  $n$  son indice de réfraction [1]. Le champ  $E(x)$  dans un plan transversal situé à la sortie de la lentille est relié au champ incident  $E'(x)$  par :

$$E(x) = t_L(x).E'(x)$$



où  $t_L$  représente la fonction de transmission de la lentille, qui prend simplement la forme d'une transformation de phase :

$$t_L(x) = \exp [ik\Delta_0] \cdot \exp [ik(n-1)\Delta(x)] \quad (3.6)$$

Dans le cadre de l'*approximation paraxiale* ( $x$  reste petit devant le rayon courbure de la lentille), l'épaisseur  $\Delta(x)$  devient :

$$\Delta(x) \simeq \Delta_0 - \frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{2R} \right) \quad (3.7)$$

le rayon de courbure de la lentille est désigné par  $R$ . La lentille est supposée ici symétrique, avec même rayon de courbure pour les deux faces.

La substitution de 3.7 dans 3.6, donne pour expression de la fonction de transmission :

$$t_L(x) = \exp [ikn\Delta_0] \cdot \exp \left[ -ik(n-1) \frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{2R} \right) \right]$$

En définissant le paramètre caractéristique de la lentille, la *distance focale*, par :

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{2R} \right)$$

et en négligeant le premier facteur qui représente seulement un facteur de phase constant, on écrit la fonction de transmission d'une lentille spatiale sous la forme :

$$t_L(x) = \exp \left( -i \frac{\pi}{\lambda f} x^2 \right)$$

L'effet d'une lentille est donc décrit par la multiplication du champ incident  $E'(x)$  par un facteur de phase  $\exp \left( -i \frac{\pi}{\lambda f} x^2 \right)$  :

$$E(x) = E'(x) \times \exp \left( -i \frac{\pi}{\lambda f} x^2 \right)$$

Dans l'espace conjugué de Fourier, cette dernière relation devient :

$$\tilde{E}(u) = \sqrt{i\lambda f} \times \tilde{E}'(u) * \exp (i\pi\lambda f u^2)$$

Dans l'espace des fréquences spatiales, la traversée d'une lentille prend donc la forme d'un produit de convolution. La conséquence est la *création de nouvelles fréquences spatiales*. Ainsi, une lentille convergente modifie le spectre d'une onde plane incidente, initialement caractérisée par un unique vecteur d'onde. Après traversée, le spectre est décomposé en une multitude de vecteurs d'onde, dirigées vers le foyer image.

### Paramètres caractéristiques

**La distance focale** La phase spatiale produite par une lentille s'écrit  $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x^2}{2f}$ . En différenciant deux fois, on a l'identité :

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{f}$$

qui représente le taux de modulation de la fréquence spatiale "locale". On pose comme définition générale de la distance focale :

$$f = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{d^2\phi/dx^2} \quad (3.8)$$

**L'ouverture** Le diamètre d'une lentille limite les dimensions des ondes qui peuvent la traverser. L'ouverture  $D$  de la lentille est donc un paramètre critique des possibilités de traitement des systèmes optiques.

**L'ouverture numérique** On caractérise souvent l'ouverture d'une lentille par un nombre sans dimension. Ce dernier paramètre fait intervenir une combinaison des deux précédents. L'ouverture numérique est définie :

$$f^\# = \frac{D}{f}$$

C'est aussi l'inverse du "nombre d'ouverture" bien connu en photographie.

### 3.1.5 Les systèmes d'imagerie

Les systèmes d'imagerie les plus simples reposent sur la combinaison des deux éléments décrits ci-dessus, diffraction et lentille. On distingue deux configurations : d'une part, les configurations d'imagerie dans lesquelles une lentille est entourée par deux zones de diffraction, et d'autre part les configurations qui permettent de se placer dans les conditions de Fraunhofer (qui sont des conditions plus restrictives de l'approximation de Fresnel).

#### La relation de conjugaison

Dans les systèmes d'imagerie simple, lorsque l'objet observé est placé à une distance (algébrique)  $p_1$  de la lentille, son image se forme dans le plan d'observation situé à la distance  $p_2$  telle que :

$$-\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f}$$

$f$  désigne la distance entre la lentille et le plan focal *image*.

Le grandissement est donné par le rapport :

$$M = \frac{p_2}{p_1}$$

L'estimation des capacités de dispositifs optiques doit prendre en considération la totalité des éléments constitutifs. Ainsi, l'ouverture ( $D$ ) d'une lentille limite-t-elle la taille des objets qui sont correctement imagés [2]. Pour obtenir une image d'une bonne résolution, l'ouverture angulaire doit être supérieure à la divergence angulaire de l'onde objet :

$$\frac{D}{p_1} > \frac{\lambda}{l_c} \quad (3.9)$$

où  $\frac{\lambda}{l_c}$  est l'expression de la divergence angulaire associée à la diffraction.

### 3.1.6 Réalisation de la transformation de Fourier

L'association d'une lentille et de la propagation dans l'espace libre permet de réaliser la transformée de Fourier d'une onde optique.

Dans un cas particulier de l'imagerie, si l'onde objet est placée *dans le plan focal objet* de la lentille, sa TF *exacte* est située dans le plan focal image. Cette configuration réalise naturellement une diffraction dans les conditions de Fraunhofer entre les plans focaux objet et image. Simultanément, l'influence de la lentille fait disparaître le facteur de phase quadratique. La relation 3.4 prend la forme exacte :

$$E(x, f) = \tilde{E}\left(\frac{x}{\lambda f}, -f\right)$$

A un facteur de phase près ( $\exp\left(-i\pi\frac{x^2}{\lambda f}\right)$ ), le plan focal image de la lentille recueille également la TF de l'onde se présentant à l'entrée de la lentille. Dans ce dernier cas, on a la relation :

$$E(x, f) = \tilde{E}\left(\frac{x}{\lambda f}, 0\right) \times e^{i\pi\frac{x^2}{\lambda f}} \quad (3.10)$$

L'amplitude dans le plan focal image est donc la transformée de Fourier de l'amplitude objet dans les conditions de Fresnel. La fréquence spatiale  $u$  apparaît au point de coordonnée  $x = \lambda f u$ .

Ici, le diamètre fini de la lentille limite la taille de l'objet ( $L$ ) dont on peut réaliser la transformation de Fourier. De manière évidente, il est nécessaire que  $D > L$ . Aussi, une lentille donne d'un objet placé juste devant elle

une image dont les plus fins détails sont limités par la taille de la tache de diffraction. La tache d'Airy vaut :

$$a = \frac{\lambda f}{D} \quad (3.11)$$

## 3.2 L'ANALOGIE TEMPORELLE

Dans cette section, nous mettons en évidence la dualité entre les espaces spatial et temporel, afin de transposer les fonctions précédemment décrites dans le domaine temporel. Nous tirons partie de cette analogie pour analyser différents éléments de l'optique temporelle comparativement à leurs analogues du domaine spatial. Une autre approche, au travers des équations d'onde, est décrite par B. Kolner [3].

### 3.2.1 Une fonction équivalente à la diffraction

La diffraction réalise la convolution entre l'onde incidente  $E(x, 0)$  et le facteur de phase quadratique  $\exp\left(i\pi\frac{x^2}{\lambda z}\right)$  (relation 3.3). Transposée au domaine temporel, la fonction équivalente a la forme :

$$E(t) = E_0(t) * \exp(-i\pi r t^2) \quad (3.12)$$

$E_0$  désigne le champ initial.  $r$  est le taux de modulation quadratique; sa signification est explicitée ci-dessous.

#### Le rôle de la dispersion

Si l'onde incidente prend la forme d'une impulsion  $\delta(t, 0)$ , on caractérise cette fonction par sa réponse impulsionnelle  $h(t)$  :

$$h(t) = \exp(-i\pi r t^2)$$

La fonction de transfert  $\tilde{h}(\nu)$  a pour effet de traduire l'influence d'un milieu sur l'amplitude et la phase de l'onde qui le traverse. En l'occurrence :

$$\tilde{h}(\nu) = \exp\left(i\pi\frac{\nu^2}{r}\right)$$

a pour effet de disperser *dans le temps* les différentes fréquences composant le spectre du champ incident. Elles sont affectées d'un retard  $t_r$  :

$$\begin{aligned} t_r(\nu) &= \frac{d}{d\omega} \left( \pi \frac{\nu^2}{r} \right) \\ &= \frac{\nu}{r} \end{aligned} \quad (3.13)$$

La fréquence "instantanée" du champ émergent du composant est donnée par :

$$\nu = \frac{d}{dt} \left( \frac{rt^2}{2} \right) = rt \quad (3.14)$$

A la sortie, la fréquence est donc linéairement modulée en fonction du temps, i.e. chaque composante spectrale apparaît à un instant distinct. Cet instant d'apparition dépend du taux  $\frac{1}{r}$  (relation 3.13). On sait qu'une telle propriété est caractéristique d'un milieu "dispersif".  $r$  apparaît comme le taux de modulation linéaire de la fréquence.

Par conséquent, dans le domaine temporel, **la dispersion joue un rôle analogue à la diffraction** dans le domaine spatial.

### L'analogie diffraction/dispersion

L'analyse précédente met en évidence la *dualité temps/espace* dans la description de la propagation d'une onde. Ainsi, la comparaison des solutions 3.3 et 3.12, montre que les coordonnées spatiale et temporelle jouent un rôle identique. La similitude du facteur de dispersion spatiale  $\exp\left(i\pi\frac{x^2}{\lambda z}\right)$  et du terme de dispersion temporelle  $\exp(-i\pi r t^2)$ , permet d'identifier les paramètres conjugués des deux domaines :

$$\begin{aligned} x &\Leftrightarrow t \\ \lambda z &\Leftrightarrow \frac{1}{r} \end{aligned}$$

L'évolution du profil spatial ou temporel est liée aux paramètres respectifs  $\lambda z$  et  $1/r$ .

La fonction de transfert attribuée à la propagation, considérée comme système de traitement optique d'information, est :

$$\begin{aligned} \tilde{h}(u) &= \exp(-i\pi\lambda z u^2) && \text{dans le domaine spatial} \\ \tilde{h}(\nu) &= \exp\left(i\pi\frac{\nu^2}{r}\right) && \text{dans le domaine temporel} \end{aligned}$$

### 3.2.2 Une lentille temporelle

Dans l'espace, l'effet d'une lentille est décrit par la multiplication du champ incident  $E(x)$  par un facteur de phase :

$$\exp\left(-i\frac{\pi}{\lambda f}x^2\right)$$

De manière équivalente, dans le domaine temporel, une lentille temporelle est décrite par un facteur analogue, présentant une modulation quadratique en  $t$  :

$$t_L(t) = \exp(i\pi r_L t^2)$$

La multiplication du champ signal par un tel facteur provoque un glissement de la fréquence du signal ("chirp" en anglais). Les composantes spectrales sont décalées, d'une quantité d'autant plus grande que le temps s'écoule. Ce processus crée donc de nouvelles fréquences, élargissant le spectre du signal.

Par identification,  $r_L$  joue le rôle du paramètre caractéristique de la lentille, assimilable à l'inverse de la *focale temporelle* [4]. Le taux de modulation en fréquence  $r_L$  et le paramètre  $\frac{1}{\lambda f}$  sont donc les paramètres conjugués des domaines temporel et spatial. Par analogie avec la définition 3.8 de la distance focale, on prend la convention de définir la focale temporelle selon [5] :

$$f_T = \frac{\omega_0}{d^2\phi/dt^2} \quad (3.15)$$

$$= \frac{\nu_0}{r_L} \quad (3.16)$$

Selon le signe de  $r_L$ , la lentille est convergente ( $r_L$  positif) ou divergente ( $r_L$  négatif).

Désormais, on appellera tout élément produisant une telle modulation de phase quadratique *une lentille temporelle*.

En poussant l'analogie un peu plus loin, on définit l'ouverture de la lentille temporelle comme la durée maximale  $\tau_{\max}$  du champ incident qui peut la traverser sans être tronqué. Il en découle l'*ouverture numérique* :

$$f_T^\# = \frac{\tau_{\max}}{f_T}$$

### 3.2.3 L'imagerie temporelle

En combinant une ligne dispersive et une lentille temporelle, il devient possible de réaliser les mêmes fonctions qu'en optique spatiale dans le domaine temporel. Dans le tableau suivant sont résumées les opérations analogues des deux domaines :

	Espace	Temps
Diffraction à l'entrée	$* \exp\left(i\pi \frac{x^2}{\lambda p_1}\right)$	$* \exp(-i\pi r_1.t^2)$
Lentille	$\times \exp\left(-i\pi \frac{x^2}{\lambda f}\right)$	$\times \exp(i\pi r_L.t^2)$
Diffraction à la sortie	$* \exp\left(i\pi \frac{x^2}{\lambda p_2}\right)$	$* \exp(-i\pi r_2.t^2)$

### La relation de conjugaison temporelle

Un système d'imagerie temporelle simple se compose d'une ligne dispersive, d'un modulateur de phase quadratique, puis d'une seconde ligne dispersive, montés en cascade. On montre que ce système vérifie la *condition d'imagerie temporelle* [3] :

$$r_1 + r_2 = r_L \quad (3.17)$$

tandis que le grandissement vaut :

$$M = -\frac{r_1}{r_2}$$

La similitude entre les relations de conjugaison des deux domaines est parfaitement vérifiée, à l'exception du signe qui précède le premier terme du membre de droite. Son origine réside dans l'effet de la diffraction/dispersion sur les fréquences spatiales/temporelles. Dans le premier cas, les hautes fréquences sont "dispersées" latéralement plus rapidement. Au contraire, dans le second cas, pour un taux de dispersion positif, ce sont les fréquences les plus basses qui sont les plus rapides. Puisqu'une lentille compense la modulation de phase produite par l'élément dispersif qui la précède, depuis le plan focal, le signe du "rayon de courbure" d'une lentille temporelle (qui s'exprime à travers la focale) est donc opposé à celui d'une lentille spatiale.

En fait, cette situation est une traduction partielle de la plus grande souplesse de configuration offerte par le domaine temporel. Ainsi, la diffraction ne possédant qu'un seul signe (positif), les images spatiales réelles sont nécessairement formées par des lentilles aux rayons de courbure positifs, tandis que dans le domaine temporel, puisque les dispersions peuvent être positives ou négatives, des images réelles peuvent être formées à l'aide de lentilles positives ou négatives [6].

Par conséquent, lorsque l'on forme des systèmes optiques, les dispersions des lignes dispersives ( $r_1$ ,  $r_2$ ) doivent être adaptées au taux de modulation de la lentille ( $r_L$ ).

La relation 3.17 permet de définir l'analogie de la distance objet-lentille pour le domaine temporel. Puisque l'on a déjà identifié les grandeurs conjuguées  $\frac{1}{\lambda p_1} \longleftrightarrow r_1$  et  $\frac{1}{\lambda f} \longleftrightarrow r_L$ , et, de la même façon que l'on a défini la focale temporelle (dans l'expression 3.16), on écrit :

$$\frac{1}{p_1} = \frac{r_1}{\nu_0}$$



Les limitations équivalentes au domaine spatial imposées par l'ouverture de la lentille temporelle (relation 3.9) s'écrivent :

$$\tau_{\max} > \frac{\Delta\nu}{r_1}$$

où  $1/r_1$  désigne le taux de dispersion de la ligne précédant la lentille, et  $\Delta\nu$  représente la bande passante du signal temporel qui est imagé ( $\Delta\nu \propto 1/\tau_c$ , où  $\tau_c$  représente le temps de cohérence du champ incident).

### 3.2.4 L'approximation de Fraunhofer

Par analogie au domaine spatial, le régime de Fraunhofer temporel est valable dès lors que :

$$r\Delta t.\tau_c \ll 1$$

où  $\Delta t$  et  $\tau_c$  représentent respectivement la durée totale et le temps de cohérence du champ incident. Sous cette condition, le champ dispersé s'exprime comme :

$$E(t) = \sqrt{ir} \times \exp(-irt^2) \times \tilde{E}_0(rt)$$

Dans le "plan" d'observation, chaque fréquence  $\nu$  est donc associée à un instant  $t = \nu/r$ . La dispersion, à la "distance"  $\frac{1}{r}$ , du champ de largeur spectrale  $\Delta\nu$  se traduit par un étirement égal à  $\Delta\nu/r$ .

### 3.2.5 La réalisation de la transformation de Fourier

Lorsqu'une seule ligne dispersive est combinée avec une lentille, on obtient, comme dans le domaine spatial (équation 3.10), la transformée de Fourier du champ entre les domaines temporel et spectral - à un facteur de phase  $e^{i\pi r_L t^2}$  près - :

$$E_{f_T}(t) = \tilde{E}(rt) \times e^{-i\pi r_L t^2}$$

Si l'onde incidente traverse d'abord la lentille (sa TF est reproduite dans le plan focal image), le "diamètre" fini de cette dernière limite la durée du signal ( $T$ ) dont on peut réaliser la transformation de Fourier :  $T < \tau_{\max}$ .

Enfin, la résolution temporelle d'un tel système est donnée par l'équivalent temporel de la tache d'Airy (cf relation 3.11) :

$$\delta t = \frac{1}{r_L \cdot \tau_{\max}}$$

La résolution spectrale sur la transformée de Fourier  $\tilde{E}(\nu = rt)$  vaut donc :

$$\delta\nu = r_L \cdot \delta t = \frac{1}{\tau_{\max}} \quad (3.18)$$

## 3.3 RÉALISATION PRATIQUE DES FONCTIONS TEMPORELLES EN OPTIQUE CONVENTIONNELLE

### 3.3.1 Les éléments dispersifs usuels

En optique classique, deux types d'éléments sont particulièrement utilisés en tant que ligne dispersives : les paires de réseaux (ou l'interféromètre Gires-Tournois) et les fibres optiques. Pour les premiers dispositifs, la modulation quadratique de fréquence est obtenue parce que les composantes spectrales ne parcourent pas la même distance, tandis que dans l'autre classe de composants, elles ne se propagent pas à la même vitesse. Dans les deux cas, le retard induit varie *linéairement* avec la longueur d'onde.

#### Les fibres optiques

Lorsqu'une impulsion se propage à travers une fibre optique, son enveloppe temporelle est élargie. L'effet est plus marqué dans les fibres multimodes, pour lesquelles chaque mode du guide optique présente une vitesse de propagation différente. Mais cet effet est fondamentalement différent de la dispersion dépendant de la longueur d'onde. Pour obtenir le milieu dispersif souhaité, le choix se porte donc nécessairement sur les *fibres optiques monomodes*. Ici le matériau constituant le cœur présente une dispersion résiduelle intrinsèque : *l'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde*. Il s'exprime en fonction de la constante de propagation  $\beta$  :

$$n = c \times \frac{\beta}{\omega}$$

Si le spectre du champ reste suffisamment étroit <sup>3</sup>, on peut employer le développement au second ordre de  $\beta(\nu)$  dans les calculs :

$$\beta(\nu) = \beta_0 + (\nu - \nu_0) \frac{d\beta}{d\nu} + \frac{(\nu - \nu_0)^2}{2} \frac{d^2\beta}{d\nu^2} \quad (3.19)$$

Lorsqu'une impulsion de fréquence porteuse  $\nu_0$  traverse le milieu, une période de la porteuse se propage à la *vitesse de phase*  $v_\phi$  telle que :

$$\frac{\nu_0}{v_\phi} = \beta(\nu)|_{\nu_0} \equiv \beta_0$$

<sup>3</sup>C'est l'hypothèse analogue de l'extension spatiale latérale finie pour la diffraction dans le domaine spatial.

L'enveloppe de l'impulsion se déplace à la vitesse de groupe  $v_g$  :

$$\frac{1}{v_g} = \left. \frac{d\beta}{d\nu} \right|_{\nu_0} \equiv \beta' \quad (3.20)$$

Enfin, la forme de l'enveloppe varie en raison de la *dispersion de la vitesse de groupe* définie par :

$$\frac{d}{d\nu} \left( \frac{1}{v_g} \right) = \left. \frac{d^2\beta}{d\nu^2} \right|_{\nu_0} \equiv \beta''$$

Un signal  $E(t)$  possède un spectre  $\tilde{E}(\nu)$  :

$$E(t) = \int \tilde{E}(\nu) e^{-i2\pi\nu t} d\nu$$

Lorsque l'onde se propage le long de l'axe  $z$  d'une ligne dispersive, elle accumule un retard de phase tel que :

$$\tilde{E}(\nu) = \tilde{E}_0(\nu) \exp(i2\pi\beta(\nu)z) \quad (3.21)$$

Le réarrangement des différents termes du développement 3.19 de la constante de dispersion, puis les omissions d'un facteur de phase  $\exp[i2\pi\beta_0 z]$  et du retard de groupe moyen du signal, permet d'exprimer ce dernier à la sortie de la ligne dispersive :

$$\begin{aligned} E(t) &= F \left[ \tilde{E}_0(\nu) \times \exp(i\pi\beta'' z \nu^2) \right] \\ &= \sqrt{\frac{i}{\beta'' z}} \times E_0(t) * \exp\left(-i\pi \frac{t^2}{\beta'' z}\right) \end{aligned}$$

Si l'on pose  $r = 1/\beta'' z$ , on obtient bien la forme recherchée :

$$E(t) = \sqrt{ir} \times E_0(t) * \exp(-i\pi r t^2)$$

On peut remarquer que l'expression de  $r$  se déduit de celle du retard de phase  $\phi$  (3.21) :

$$\frac{1}{r} = 2\pi \left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0}$$

En d'autres termes, les solutions précédentes indiquent que le temps de propagation d'une composante monochromatique (à la fréquence  $\nu_0$ ) à travers

une fibre de longueur  $z$ , vaut  $T(\nu_0) = \beta'(\nu_0)z$ . Une impulsion de bande passante  $\Delta\nu$ , centrée autour de  $\nu_0$  est donc élargie sur une durée de :

$$\Delta T = \beta''(\nu_0)z \cdot \Delta\nu$$

On identifie immédiatement le taux de dispersion :

$$\frac{1}{\tau} = \beta'' z$$

**La bande passante offerte par une fibre optique est large.** Elle dépasse la dizaine de terahertz.

Les fibres sont optimisées pour les applications aux télécommunication, qui cherchent à se soustraire à la dispersion. Les applications profitant de la dualité temps/espace avec de forts taux de dispersion ont donc besoin de mauvaises fibres... Pour les fibres à base de silice, qui présentent les dispersions plus importantes,  $\beta''$  est seulement de l'ordre de  $10^{-20}$  s<sup>2</sup>/m [10]. Ces fibres présentent deux domaines dispersifs distincts (de part et d'autre de  $\lambda=1.3$   $\mu\text{m}$ ) sur lesquels le signe de la dispersion est inversé <sup>4</sup>. Pour une longueur d'onde donnée, il n'est donc pas possible de choisir le sens de la dispersion.

Pour obtenir des dispersions importantes, il est donc nécessaire d'augmenter la longueur de la fibre. Ainsi, à 800 nm ( $\beta'' \simeq 3,5 \cdot 10^{-20}$  s<sup>2</sup>/m), la longueur maximale (de l'ordre de  $10^4$  m) imposée par l'atténuation dans la fibre optique restreint la dispersion à des taux de l'ordre de  $10^{-16}$  s/Hz au mieux.

### Les réseaux fibrés

Une alternative a été récemment proposée [11], qui fait usage d'un réseau fibré comme milieu dispersif. Le réseau, inscrit dans le corps de la fibre, présente un pas dont la période est modulée linéairement avec la distance. La fréquence de résonance de ce réseau est ainsi une fonction linéaire de la position. Les différentes fréquences qui composent le signal temporel se propageant dans la fibre sont réfléchies par ce réseau à différentes positions et avec des retards spécifiques. Cet effet donne naissance à des dispersions positives ou négatives, selon le sens de la modulation du pas du réseau. De telles structures offrent la possibilité d'obtenir des réflecteurs et des filtres aux réponses spectrales soigneusement contrôlées. Ces réseaux fibrés sont

---

<sup>4</sup>Dans la région de dispersion négative, par exemple, les hautes fréquences se propagent plus vite que les basses fréquences.

particulièrement adaptés à la compensation de la dispersion chromatique sur les lignes de télécommunications optique. Si l'on inverse le sens du réseau, un tel filtre permet d'accroître la dispersion d'une fibre optique classique.

Le pas du réseau inscrit  $\Lambda$  varie linéairement avec la longueur de la fibre :

$$\Lambda(z) = \Lambda_0 + F.z$$

où  $F$  représente le coefficient de modulation linéaire du pas. Un signal optique, de longueur d'onde  $\lambda_0$ , qui parcourt le réseau fibré est réfléchi à la distance  $z_0$  telle que  $\Lambda(z_0) = \lambda_0/2$ . Lorsque l'onde ressort du réseau, elle a pris un retard temporel  $t_0$  :

$$t_0 = \frac{2nz_0}{c}$$

où  $n$  désigne l'indice de réfraction effectif du milieu. L'*étirement temporel*  $\Delta T$  subi par un signal de largeur spectrale  $\Delta\nu$  vaut :

$$\Delta T = \frac{\Delta\nu}{\nu_0^2 F}$$

Dans les conditions de Fraunhofer, le taux de dispersion  $\frac{1}{r}$  est précisément égal au rapport de l'étirement sur la bande passante, donc :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\nu_0^2 F}$$

Pour des signaux de durées picosecondes, quelques centimètres de réseaux fibrés suffisent à compenser la dispersion d'une dizaine de kilomètres de fibre optique classique [12], soit des **taux de dispersion** ( $\equiv \frac{1}{r}$ ) de l'ordre de  $10^{-22}$  s/Hz. Le taux de dispersion est donc fixé de façon *irréversible* lors du choix du réseau (via celui de  $F$ ).

D'autre part, l'étirement est limité par la longueur  $L$  du réseau fibré :

$$\Delta T < \frac{2nL}{c}$$

Par conséquent, le taux de dispersion, la longueur de la fibre et la bande passante sont reliés par :

$$\Delta\nu < r \frac{2n}{c} L$$

La bande passante  $\Delta\nu$  est donc limitée par la longueur du réseau fibré, qui peut difficilement dépasser une dizaine de centimètres. On notera que la bande passante est proportionnelle à  $r$ , et qu'une augmentation du taux de dispersion se fera au détriment de  $\Delta\nu$ .

Les paires de réseaux

La dispersion dans une paire de réseaux est d'origine géométrique. Elle réside dans la dépendance en longueur d'onde de l'angle de diffraction d'un réseau. L'angle d'incidence sur le réseau  $\theta_i$  et l'angle de diffraction  $\theta_d$  sont reliés par la relation :

$$\sin \theta_d = \frac{\lambda}{a} - \sin \theta_i \tag{3.22}$$

où  $a$  est le pas du réseau.

La longueur du chemin optique  $L$  d'un faisceau optique monochromatique à travers la paire de réseau (noté  $PABQ$  sur la figure 3.1) vaut [13] :

$$L = \frac{d}{\cos \theta_d} [1 + \cos(\theta_i - \theta_d)] \tag{3.23}$$

où  $d$  désigne la distance sur la perpendiculaire aux réseaux.

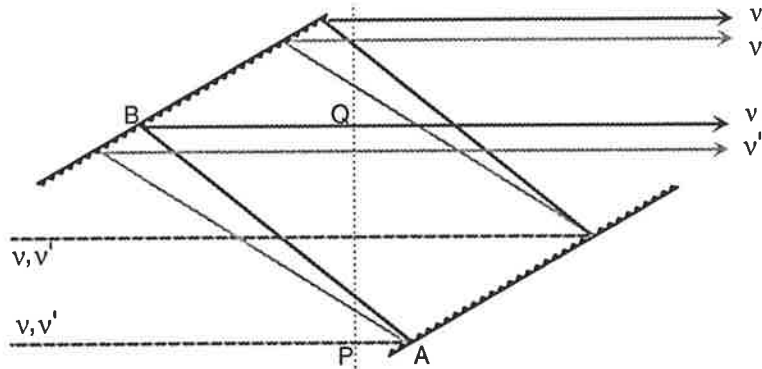


FIG. 3.1: Configuration géométrique d'une paire de réseaux utilisés pour la compression d'impulsion.

La ligne dispersive est décrite par une phase  $\phi(\omega)$ . Le long du chemin optique, la phase accumule un retard :

$$\phi(\omega) = \frac{\omega L}{c} + \phi_R(\omega)$$

$\phi_R(\omega)$  est un facteur qui tient compte du changement de phase lors de la diffraction sur le réseau. L'origine de ce terme est illustré sur la figure 3.2. Les chemins optiques le long de deux trajectoires délimitant le front de l'onde diffractée par le réseau n'ont pas la même longueur. Pourtant les fronts d'onde incident ( $I$ ) et diffracté ( $D$ ) sont par définition des plans de phase constante.

La différence de phase entre les deux chemins est compensée par une condition d'accord de phase sur la surface du réseau. L'interaction avec le réseau se caractérise en terme d'accord de phase par un saut de phase de  $2\pi$  à *chaque pas du réseau*. En prenant pour trait de référence  $O$  : l'intersection avec la perpendiculaire issue de  $A$  (figure 3.2), le facteur de phase  $\phi_R(\omega)$  est égal à  $-2\pi$  fois le nombre de traits compris entre  $O$  et le point  $B$ . D'où :

$$\phi(\omega) = \frac{\omega L}{c} - 2\pi \frac{d \tan \theta_d}{a} \quad (3.24)$$

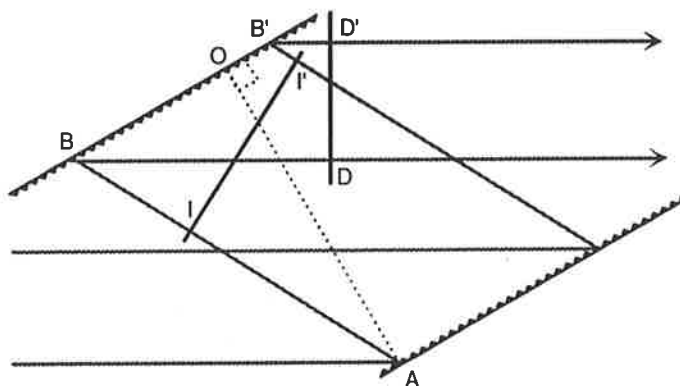


FIG. 3.2: Calcul du déphasage lors de la diffraction sur un réseau ( $II'$  et  $DD'$  sont les fronts des ondes incidente et diffracté; le point  $O$  est issu de la perpendiculaire en  $A$ ).

Un signal  $E_0(t)$  incident sur le dispositif à deux réseaux émerge sous la forme :

$$E(t) = E_0(t) * F[\exp(-i\phi(2\pi\nu))]$$

La fonction de transfert est calculée en limitant au deuxième ordre en  $\omega$  le développement de  $\phi(\omega)$ . Le retard de groupe est  $d\phi/d\omega$ . La dérivée seconde de  $\phi$  représente la dispersion du retard de groupe. A partir des équations 3.22, 3.23 et 3.24, on obtient [13, 15, 14] :

$$\left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} = \frac{4\pi^2 c}{\omega_0^3 a^2 \cos^3 \theta_d} d \quad (3.25)$$

A un facteur de phase près et à un décalage près de l'origine des temps, le champ émergent s'écrit finalement :

$$E(t) = \sqrt{ir} \times E_0(t) * \exp(-i\pi r t^2)$$



où :

$$\frac{1}{r} = 2\pi \left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0}$$

A fréquence fixe, on augmente la dispersion en écartant les réseaux, en choisissant des réseaux avec un grand nombre de traits, ou en diminuant l'angle d'incidence sur les réseaux. En pratique, l'angle d'incidence ne peut guère descendre en dessous de 60°, et le réseau peut difficilement compter plus de 3600 traits/mm. Dans ces cas favorables, la dispersion, évaluée à 800 nm et pour une distance inter-réseaux de 1 m, vaut :

$$\frac{1}{r} \simeq 10^{-23} \text{ s}^2$$

La fonction de dispersion quadratique est obtenue en limitant le développement de  $\phi(\omega)$  au deuxième ordre. A l'ordre suivant apparaît le terme  $\left. \frac{d^3\phi}{d\omega^3} \right|_{\omega_0} \frac{(\omega-\omega_0)^3}{6}$ , où [7] :

$$\left. \frac{d^3\phi}{d\omega^3} \right|_{\omega_0} = \left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \frac{3 [1 - \sin \theta_i \cdot \sin \theta_d]}{\cos^2 \theta_d}$$

L'analogie avec la diffraction de Fresnel devient inexacte lorsque ce terme supplémentaire n'est plus négligeable devant le terme quadratique. Par exemple, on peut estimer la contribution du terme cubique pour un signal de largeur spectrale 10 THz.

$$\frac{\left. \frac{d^3\phi}{d\omega^3} \right|_{\omega_0} \times \frac{(\omega-\omega_0)^3}{6}}{\left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \times \frac{(\omega-\omega_0)^2}{2}} \simeq \frac{(\omega - \omega_0) [1 - \sin \theta_i \cdot \sin \theta_d]}{\omega_0 \cos^2 \theta_d}$$

Sous les conditions précédemment évoquées,

$$\frac{\left. \frac{d^3\phi}{d\omega^3} \right|_{\omega_0} \times \frac{(\omega-\omega_0)^3}{6}}{\left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_0} \times \frac{(\omega-\omega_0)^2}{2}} \simeq \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1}{2} \simeq 0,01 \quad (3.26)$$

On peut considérer que la contribution du terme cubique est négligeable. La bande passante d'une telle ligne dispersive couvre donc plusieurs dizaines de THz.

La bande passante n'est pas limitée par cette seule condition sur le taux de dispersions. Elle l'est aussi par le nombre de traits (et donc la taille) du second réseau, qui restreint l'étirement temporel  $\Delta T$  du champ. En effet, l'étirement est fixé par la limite de diffraction du réseau  $\delta\nu$  :

$$\Delta T = \frac{1}{\delta\nu} = \frac{N}{\nu_0} \quad (3.27)$$

puisque le nombre de traits du réseaux éclairés vérifie la relation :

$$N = \frac{\nu_0}{\delta\nu}$$

$N$  se déduit de la dimension  $l_d$ , sur le deuxième réseau, du faisceau diffracté par le premier réseau :

$$N = \frac{l_d}{a} = \frac{1}{a} \frac{\Delta\nu \cdot c \cdot d}{\nu_0^2 \cdot \cos^3 \theta_d}$$

A partir de l'expression de  $r$  et de 3.25,  $N$  s'écrit :

$$N = \frac{\Delta\nu \cdot \nu_0}{r}$$

D'où on exprime l'étirement temporel sous la forme :

$$\Delta T = \frac{\Delta\nu}{r}$$

qui correspond à la relation attendue en régime de Fraunhofer.

Puisque l'étirement est limité par la taille maximale du second réseau (équation 3.27), la relation précédente implique également une limitation sur la bande passante  $\Delta\nu$  du champ dispersé :

$$\Delta\nu < \frac{r}{\nu_0} \frac{l_d}{a} \quad (3.28)$$

Malgré les limitations 3.26 et 3.28, les **bandes passantes** de ces lignes dispersives sont larges. Elles dépassent la **dizaine de terahertz**.

En contrepartie, ce dispositif présente deux limitations. D'une part, les **taux de dispersion sont faibles**. Même au prix d'un large écartement inter-réseaux - qui peut atteindre plusieurs mètres -, ils restent limités au mieux à  $10^{-22} \text{ s}^2$ . Ces lignes dispersives ne s'adaptent donc qu'aux lentilles temporelles de courtes focales. D'autre part, leur utilisation dans un système de traitement optique manque de souplesse. L'ajustement de la dispersion nécessite un réglage précis de la distance entre les réseaux. La situation devient particulièrement critique pour les forts taux de dispersion.

### L'interféromètre de Gires-Tournois

L'interféromètre de Gires-Tournois est une variante asymétrique de l'interféromètre de Fabry-Perot, dont l'un des miroirs est parfaitement réfléchissant (figure 3.3) [8]. Le miroir d'entrée  $M_e$  n'est lui que partiellement réfléchissant, avec un coefficient de réflexion  $R < 1$ .

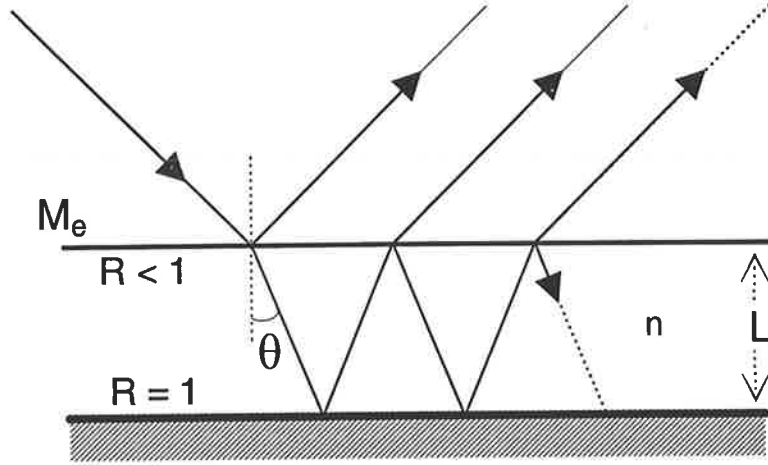


FIG. 3.3: Principe de l'interféromètre de Gires-Tournois.

Ainsi, une onde plane, de fréquence  $\nu$ , est complètement réfléchiée par le dispositif. L'amplitude complexe de l'onde émergente est composée par la superposition cohérente des ondes successivement réfléchies sur la face parfaitement réfléchissante, et de l'onde réfléchiée sur  $M_e$  [9] :

$$\xi e^{i\phi(\nu)} = -\sqrt{R} + (1 - R) e^{i2\pi\nu\tau} \left[ 1 + \sqrt{R}e^{i2\pi\nu\tau} + \left(\sqrt{R}e^{i2\pi\nu\tau}\right)^2 + \dots \right]$$

$\xi$  représente le coefficient de réflexion d'amplitude, égal à 1 si le dispositif est supposé sans pertes, et  $\tau$  désigne le temps de parcours de l'onde pendant un aller-retour dans la cavité (de longueur  $n.L$ ) sous l'incidence  $\theta$  :

$$\tau = \frac{2nL \cos \theta}{c}$$

Par rapport au champ incident, l'amplitude du champ émergent n'est donc pas modifiée, mais la phase comporte un terme de déphasage  $e^{i\phi(\nu)}$ , fonction de la fréquence  $\nu$  :

$$\phi(\nu) = 2 \tan^{-1} \left( \frac{1 - \sqrt{R}}{1 + \sqrt{R}} \tan(2\pi\nu\tau) \right)$$

Le retard de groupe de l'onde émergente par rapport à l'onde incidente, défini par  $t_r = d\phi/d\omega$ , s'écrit [8] :

$$\begin{aligned} t_r &= \tau \frac{(1 - R)}{(1 + R) - 2\sqrt{R} \cos \omega\tau} \\ &= \tau \frac{1 + \sqrt{R}}{1 - \sqrt{R}} \frac{1}{1 + \left[ \frac{4\sqrt{R}}{(1 - \sqrt{R})^2} \sin^2 \omega\tau \right]} \end{aligned}$$

Cette courbe est représentée sur la figure 3.4. Elle consiste en une série de pics, similaires à ceux de la courbe d'une cavité Fabry-Perot. Le retard  $t_r$  est maximal pour chacune des fréquences de résonances de la cavité. Il varie de façon approximativement linéaire avec  $\omega\tau$  autour du point d'inflexion  $\omega = \omega_i$ , sur les flancs des pics, avec un taux de dispersion  $\frac{1}{r}$  donné par la dérivée seconde de  $\phi$  :

$$\frac{1}{r} = \tau^2 (1 - R) \frac{2\sqrt{R} \sin \omega\tau}{\left[ (1 + R) - 2\sqrt{R} \cos \omega\tau \right]^2} \quad (3.29)$$

L'interféromètre de Gires-Tournois peut donc être utilisé pour réaliser un balayage linéaire de la fréquence, si la largeur spectrale de l'onde incidente correspond à la partie linéaire  $\delta\omega$  de la courbe  $d\phi/d\omega$ .

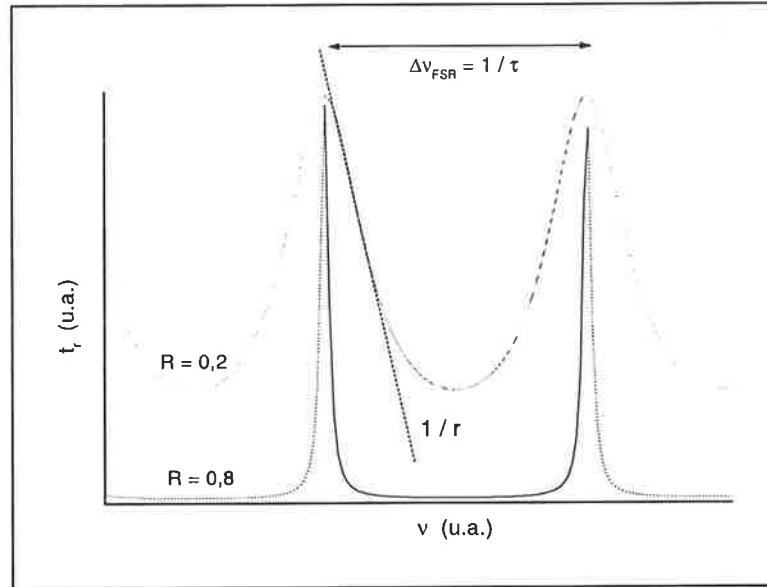


FIG. 3.4: Le déphasage induit par l'interféromètre de Gires-Tournois.

L'expression 3.29 indique que de fortes dispersions sont obtenues pour de grandes valeurs de  $R$  et de  $\tau$ . Ce choix multiplie (en raison du fort pouvoir réflecteur de  $M_e$ ) les contributions d'ondes décalées temporellement entre elles par de longs retards. Ainsi, le taux de dispersion obtenu avec un interféromètre long de quelques dizaines de centimètres ( $\tau \simeq 1$  ns), et doté d'un miroir quasiment opaque ( $R \simeq 0,9$ ), approche  $10^{-16}$  s<sup>2</sup>.

Sous ces conditions, les pics sont très fins, et la bande passante  $\delta\omega$ , autour de  $\omega_i$ , très étroite. On peut estimer que la variation de  $t_r$  n'est plus quadratique lorsque le terme supérieur du développement de la phase  $\phi(\omega)$  n'est

plus négligeable devant le terme quadratique  $d^2\phi/d\omega^2$ . On peut considérer que c'est le cas lorsque :

$$\frac{\left. \frac{d^4\phi}{d\omega^4} \right|_{\omega_i} \times \frac{(\omega - \omega_i)^4}{24}}{\left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_i} \times \frac{(\omega - \omega_i)^2}{2}} \simeq 1\%$$

soit :

$$\delta\omega^2 \simeq \frac{1}{10} \frac{1}{\tau^2} \frac{\left[ (1 + R) - 2\sqrt{R} \cos \omega_i \tau \right]^3}{4R \cdot \cos^2(\omega_i \tau) + 12(1 + R)\sqrt{R} \cdot \cos(\omega_i \tau) + (1 + R)^2 + 24R}$$

La bande passante est de l'ordre du mégahertz.

A l'opposé, pour des bandes passantes d'une centaine de gigahertz, les taux de dispersion correspondants sont inférieurs à  $10^{-24} \text{ s}^2$ . L'interféromètre de Gires-Tournois ne peut donc pas concilier des taux de dispersion élevés et de larges bandes passantes.

### 3.3.2 La réalisation de lentilles temporelles

Une lentille temporelle (voir section 3.2.2) est constituée d'un modulateur de phase quadratique. Lors des premières mises en évidence expérimentales de la dualité temps/espace, les modulations (linéaires) de la fréquence, sous l'enveloppe temporelle d'une impulsion, furent produites avec des modulateurs électro-optiques ou par l'intermédiaire de l'auto-modulation de phase naturellement créée par une fibre optique. Plus récemment, une lentille temporelle a été réalisée à l'aide d'un cristal non-linéaire, qui mélange l'onde à imager avec une onde de pompe, dont la fréquence est préalablement balayée linéairement.

Il faut souligner que, contrairement aux lentilles spatiales, les lentilles temporelles sont réalisées à l'aide de processus qui nécessitent un apport d'énergie.

#### L'automodulation de phase

L'automodulation de phase est un processus non-linéaire qui se produit dans les matériaux possédant un indice de réfraction non-linéaire élevé (noté  $n_2$ ) et éclairé par de fortes intensités lumineuses. Les fibres optiques réunissent ces

deux propriétés. L'effet Kerr optique qui s'y produit modifie l'indice de réfraction :

$$n = n_0 + n_2 I(t) \quad (3.30)$$

La phase d'une impulsion gaussienne, de fréquence centrale  $\nu_0$ , est  $\phi = -2\pi\nu_0 t + nk_0 z$  et la fréquence apparente  $\phi = -\frac{\partial\phi}{\partial t}$ . Dans un milieu présentant l'effet Kerr, cette dernière devient :

$$\nu = \nu_0 - \frac{\nu_0 n_2}{c} \frac{\partial I}{\partial t} z \quad (3.31)$$

La fréquence instantanée varie donc au cours du temps. Elle présente des valeurs extrêmes pour les flancs (de tête et de queue) de l'impulsion.

Dans le cas d'une dispersion de vitesse de groupe positive, la durée de l'impulsion augmente à mesure qu'elle se propage dans la fibre, en raison de la dispersion. Le profil temporel prend une forme en créneau avec des fronts très raides. C'est au niveau de ces flancs que sont produites de nouvelles fréquences, à cause de la non-linéarité de l'indice de réfraction (donné par 3.30). Les variations brutales de l'intensité y engendrent de rapides variations de la phase, et donc de rapides modifications de la fréquence instantanée (cf relation 3.31).

En tête de l'impulsion, déjà composée des plus basses fréquences (qui se propagent le plus rapidement), les nouvelles fréquences produites sont plus basses encore (formule 3.31 avec  $\frac{\partial I}{\partial t} > 0$ ). En queue d'impulsion, la situation est opposée : les nouvelles fréquences sont plus hautes que celles qui leur ont donné naissance ( $\frac{\partial I}{\partial t} < 0$ ). Dans les deux cas, les composantes supplémentaires élargissent le spectre et, en raison de la dispersion inhérente à la fibre, s'écartent progressivement au cours du temps. L'impulsion développe ainsi un balayage linéaire de la fréquence (voir figure 3.5).

Cependant, cette technique est pratiquement inapplicable aux lentilles temporelles. Puisqu'elle repose sur un processus non-linéaire, le **taux de modulation dépend de l'intensité**. Non seulement il faut parfaitement ajuster l'intensité du signal qui doit traverser la lentille pour que celle-ci possède la focale temporelle désirée, mais il est aussi impossible de réaliser des lentilles (de focales temporelles significatives) lorsque les ondes optiques sont produites par des diodes lasers, qui délivrent de trop faibles puissances.

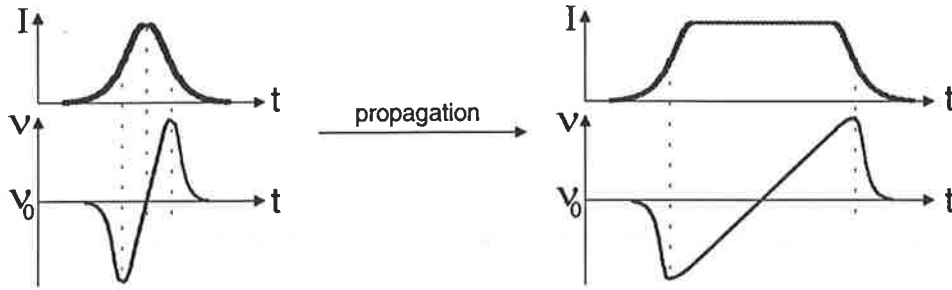


FIG. 3.5: Effet de l'automodulation de phase et de la dispersion (pour une vitesse de groupe positive) sur une impulsion. Evolution de l'intensité et de la fréquence avec le temps au cours d'une propagation.

### Le mélange à deux ondes

Une technique "tout optique" permet d'atteindre de grandes amplitudes de modulation [16, 17, 18, 6]. Afin d'attribuer une modulation linéaire de fréquence au champ incident, on mélange celui-ci au sein d'un cristal non-linéaire avec une onde de pompe (de même fréquence), dont la phase a été préalablement modulée quadratiquement. Le processus non-linéaire du second ordre produit une onde de fréquence (porteuse) double qui comporte aussi le balayage linéaire en fréquence souhaité (figure 3.6).

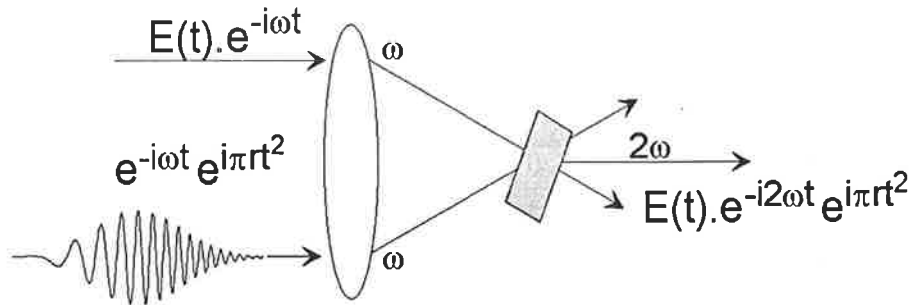


FIG. 3.6: Lentille temporelle par mélange d'ondes.

Le champ total incident sur le cristal s'écrit :

$$E(t) = E_i(t) + E_m(t)$$

$E_i(t)$  désigne le champ signal incident, de la forme  $A(t)e^{-i(\omega t - \vec{k}_i \vec{r})} + cc$ , et  $E_m(t)$  l'onde de pompe présentant la modulation requise  $e^{-i(\omega t - \vec{k}_m \vec{r} - \pi r t^2)} + cc$ .

La polarisation non-linéaire de second-ordre,  $P_2(t) = \chi_2 E^2(t)$ , comporte les termes de fréquence somme suivants :

$$2A(t).e^{-i(2\omega t - (\vec{k}_m + \vec{k}_i)\vec{r} - \tau t^2)} + cc$$

Le balayage est réalisé grâce à la modulation de phase que subit l'impulsion de pompe dans une ligne dispersive (automodulation de phase dans une fibre optique, paire de réseaux). La bande passante de ce composant est très large. On retrouve toutefois les limites inhérentes aux éléments dispersifs : le taux de dispersion ( $\frac{1}{r_L}$ ) relativement faible empêche de produire des focales temporelles supérieures à la dizaine de nanosecondes.

Notons enfin que l'accord de phase au sein du cristal non-linéaire n'est jamais parfait. Cela conduit à un élargissement de la fonction réponse du système et à une distorsion du signal.

### Les modulateurs électro-optiques

Considérons un cristal électro-optique dans lequel une impulsion lumineuse se propage suivant la direction  $\hat{z}$ . Une tension électrique sinusoïdale radiofréquence appliquée transversalement sur le cristal se propage dans la même direction que l'onde optique avec la vitesse  $\omega_m/k_m$  et modifie l'indice de réfraction en chaque point. A la sortie, la phase accumulée par de l'onde optique vaut [3] :

$$\phi(z, t) = k_0 z - \omega_0 t - \Gamma_m \cos(\omega_m t + \varphi) \quad (3.32)$$

où  $k_0$  et  $\omega_0$  sont le vecteur d'onde et la fréquence de la porteuse du champ optique,  $k_m$  et  $\omega_m$  le vecteur d'onde et la fréquence du champ radiofréquence. La constante  $\Gamma_m$  représente la modulation d'indice et dépend de l'amplitude de la tension, des éléments du tenseur électro-optique et de la longueur d'interaction. Si la durée de l'impulsion reste brève devant la période RF, et si la tension est synchronisée pour être maximale à l'arrivée de l'onde optique (i.e.  $\varphi = 0$ ), le champ optique reste confiné à l'extremum de la sinusoïde. Le cosinus de la relation 3.32 peut être développé au second ordre :

$$\phi(z, t) = k_0 z - \omega_0 t + \Gamma_m \frac{\omega_m^2}{2} t^2$$

L'électro-optique produit effectivement une modulation de phase quadratique. La fréquence instantanée présente un balayage linéaire, dont le taux est donné par  $\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \Gamma_m \omega_m^2$  (figure 3.7).



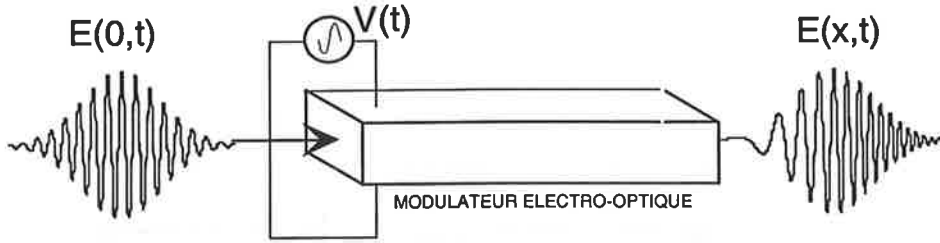


FIG. 3.7: Lentille temporelle réalisée à l'aide d'un modulateur électro-optique de phase, piloté par un champ  $V(t)$  radio-fréquence.

La focale temporelle de cette lentille est indépendante du signal incident. On l'ajuste en variant la fréquence de modulation de champ radiofréquence. On peut notamment contrôler le signe du balayage pour réaliser des lentilles "convergentes" ou "divergentes" et adapter la focale à d'autres éléments offrant des dispersions positives ou négatives. D'après la définition 3.15, elle vaut :

$$f_T = \frac{\omega_0}{\Gamma_m \omega_m^2}$$

Puisque la modulation quadratique de phase n'est obtenue que sur une fraction de la période RF, il en résulte une ouverture temporelle limitée à approximativement  $\tau_{\max} \simeq \frac{1}{6} \frac{1}{\omega_m}$  [6]. Cette lentille est bien adaptée aux signaux dont la durée ne dépasse pas la centaine de picoseconde, qui sont également compatibles avec les lignes dispersives décrites plus haut.

### 3.3.3 Quelles limitations pour les systèmes d'optique temporelle ?

L'association de lignes dispersives et d'une lentille permet de réaliser des systèmes d'imagerie optique temporelle, tels que celui représenté sur la figure 3.8.

Les limitations intrinsèques des éléments dispersifs sont le **taux de dispersion maximum** et la **bande passante**. Cette dernière caractéristique est spécifique au domaine spectral. La diffraction ne présente aucune restriction concernant l'intervalle des fréquences spatiales qui peuvent être dispersées.

Pour les lentilles temporelles, le **taux de modulation** est également un paramètre critique, mais il faut aussi tenir compte de l'**ouverture tempo-**

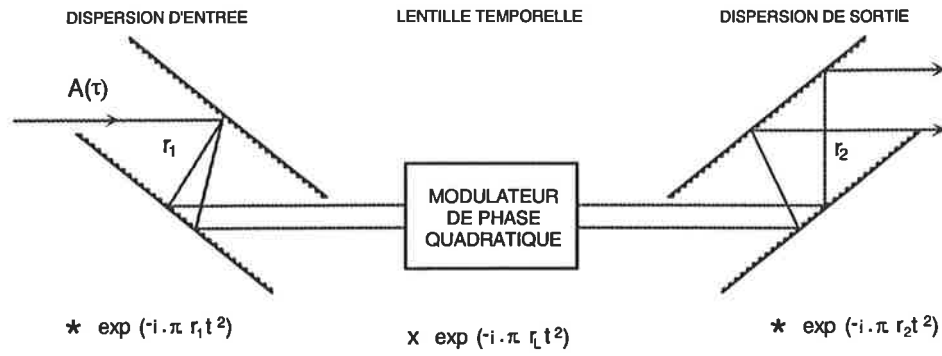


FIG. 3.8: Configuration d'imagerie temporelle.

relle, qui restreint la durée des signaux à traiter.

## 3.4 RÉALISATION HOLOGRAPHIQUE DES FONCTIONS TEMPORELLES

Les matériaux hole-burning, en raison de leurs propriétés de sélectivité et de façonnage spectral, se prêtent à jouer le rôle d'éléments disperseurs.

### 3.4.1 Le façonnage d'une ligne dispersive en holographie temporelle

Un matériau sélectif en fréquence enregistre dans le profil d'absorption d'une transition atomique une structure spectro-temporelle définie par les interférences entre les champs  $E_1$  et  $E_2$ , distinctement séparés dans cet ordre par un retard  $\tau_{12}$ , sous la forme :

$$\alpha(\nu) \propto \tilde{E}_2(\nu) \tilde{E}_1^*(\nu)$$

Après le passage d'une troisième impulsion, notée  $E_3(t)$ , le milieu émet un signal d'écho qui s'exprime :

$$\begin{aligned} E_e(t) &\propto F^{-1} \left[ \tilde{E}_3(\nu) \tilde{E}_2(\nu) \tilde{E}_1^*(\nu) \right] \\ &\propto E_3(t) * [E_2(t) * E_1^*(-t)] \end{aligned} \quad (3.33)$$

Supposons que le premier champ soit une impulsion suffisamment brève pour que son spectre recouvre entièrement la bande d'absorption de la transition. Il apparaît alors comme un pic de Dirac  $E_0\delta(t)$ . Si le second champ de gravure présente un glissement linéaire de sa fréquence :

$$E_2(t) = E_0 e^{-i\pi r t^2}$$

le second produit de convolution de la formule 3.33 devient simplement :

$$\begin{aligned} E_2(t) * E_1^*(-t) &= E_0^2 e^{-i\pi r t^2} * \delta(-t) \\ &= E_0^2 e^{-i\pi r t^2} \end{aligned}$$

La forme spectrale enregistrée s'écrit aussi :

$$E_2(\nu) E_1^*(\nu) = E_0^2 \exp \left[ i\pi \frac{(\nu - \nu_0)^2}{r} \right] \quad (3.34)$$

Finalement, le matériau sélectif en fréquence délivre un champ dont la forme temporelle se lit :

$$E_e(t) \propto E_3(t) * e^{-i\pi r t^2} \quad (3.35)$$

Un matériau hole-burning programmé par la paire de champs  $E_1(t)$  et  $E_2(t)$  se comporte donc comme une *ligne dispersive* (cf formule 3.12) pour toutes les ondes optiques de lecture. La séquence est représentée sur la figure 3.9. L'intervalle  $\tau_{12}$  est défini comme le temps qui sépare la fin de l'impulsion  $E_1$  du début de l'impulsion  $E_2$ .

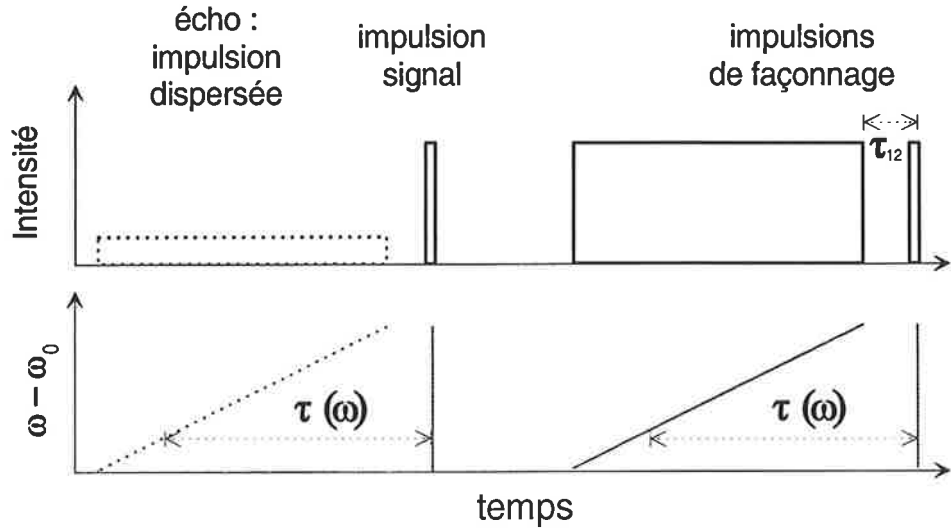


FIG. 3.9: Principe du façonnage de la ligne dispersive.

Le premier champ excite simultanément toute la bande spectrale. Puis, en raison du glissement en fréquence du second champ, les centres actifs des différentes classes spectrales ne voient la seconde excitation qu'au moment où les fréquences de transition et les fréquences d'excitation sont résonnantes. Pour une classe atomique donnée, le retard entre les deux faisceaux d'enregistrement varie linéairement avec la fréquence :

$$\tau(\nu) = \tau_{12} + \frac{(\nu - \nu_0)}{r}$$

Ce décalage temporel est naturellement retranscrit lors de la remise en phase induite par le troisième faisceau. Les différentes composantes spectrales de ce dernier ne sont pas réémises au même instant, le retard variant linéairement avec la fréquence.

### 3.4.2 Quelles propriétés ?

La séquence de façonnage (i.e. les deux premiers champs de gravure) dispose d'une durée limitée par le temps de vie de la cohérence ( $\equiv T_2$ , voir

page 22) pour enregistrer dans les populations la forme spectrale désirée. Le retard maximal produit par le milieu est imposé par la condition  $\tau(\nu) \leq T_2$ . Le retard de groupe maximal est de l'ordre du temps de cohérence (si l'on prend soin de minimiser  $\tau_{12}$ ).

Les matériaux de type organiques se caractérisent par de larges bandes d'absorption (plusieurs terahertz) et des largeurs homogènes importantes, (supérieures aux gigahertz). Les retards qui y sont réalisés sont donc relativement courts, de l'ordre de quelques nanosecondes. Dans ce domaine, les possibilités offertes par le hole-burning sont efficacement concurrencées par les composants optiques classiques (paire de réseaux,...).

Par contre, les matériaux inorganiques présentent des largeurs homogènes nettement plus fines (certaines sont inférieures au kilohertz), au détriment toutefois de la bande d'absorption restreinte à quelques dizaines de gigahertz. Avec le  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , le retard dépasse  $10 \mu\text{s}$  aux très basses températures. Aucun autre élément dispersif ne peut prétendre produire des retards supérieurs à la dizaine de microsecondes. Par ailleurs, de tels retards sont nécessaires si on veut traiter des signaux avec des bandes passantes réduites à quelques dizaines de gigahertz. Les matériaux inorganiques fournissent de bonnes lignes dispersives pour de tels signaux.

Le taux de dispersion est fixé par la bande spectrale  $\Delta\nu$  modulée :

$$\frac{1}{r} = \frac{T_2}{\Delta\nu} \quad (3.36)$$

Avec  $\Delta\nu = 10 \text{ GHz}$  et  $T_2 = 10 \mu\text{s}$ , des taux de dispersion élevés sont produits : jusqu'à  $10^{-15} \text{ s/Hz}$ . Ils s'adaptent donc à des lentilles de longues focales ( $f_T = \frac{\omega_0}{2r_L}$ ). La possession de composants produisant de telles modulations quadratiques de phase est donc indispensable à l'utilisation de cristaux sélectifs en fréquence comme ligne dispersive.

### 3.4.3 Une lentille adaptée

Les techniques présentées à la section 3.3.2 réalisent des lentilles bien adaptées au domaine des impulsions sub-picosecondes. Elles fonctionnent parfaitement avec des composants de faibles pouvoir dispersif (auto-modulation de phase) et des signaux brefs (modulateur électro-optique). Appliqué au domaine des bandes passantes gigahertz, le principe du mélange à deux ondes est plus intéressant. L'avantage des bandes passantes gigahertz réside dans la possibilité d'utiliser des mélangeurs de type opto-électroniques à la place d'un cristal non-linéaire. Le parallèle est décrit sur la figure 3.10.

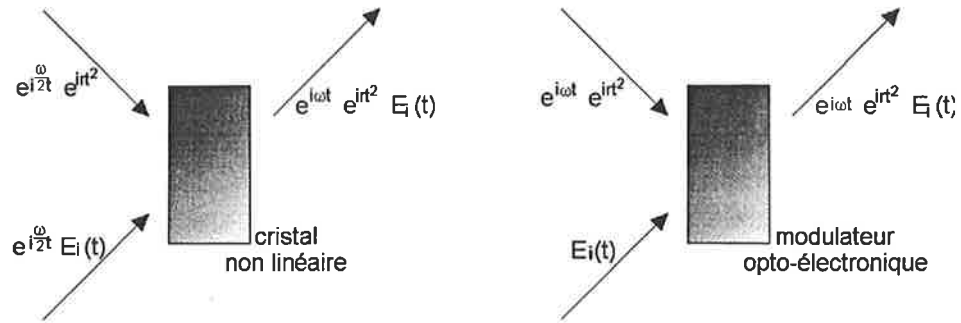


FIG. 3.10: Parallèle entre les mélangeurs d'onde des domaines terahertz (cristal non linéaire) et gigahertz (modulateur opto-électronique).

Une focale temporelle adéquate requiert un glissement de fréquence linéaire et relativement lent, pour des signaux dont la structure temporelle est de l'ordre de la fraction de microseconde. Les modulateurs électro-optiques - à l'opposé des acousto-optiques aux bandes passantes trop faibles - ont déjà prouvé leur efficacité à transférer des modulations micro-ondes de bandes passantes supérieures à la dizaine de gigahertz sur des porteuses optiques. Le signal micro-onde  $E_i(t)$  est transféré sur la porteuse optique  $E_P$ , de fréquence  $\omega_0$ ,

$$E_O(t) = E_i(t) \times E_P(t)$$

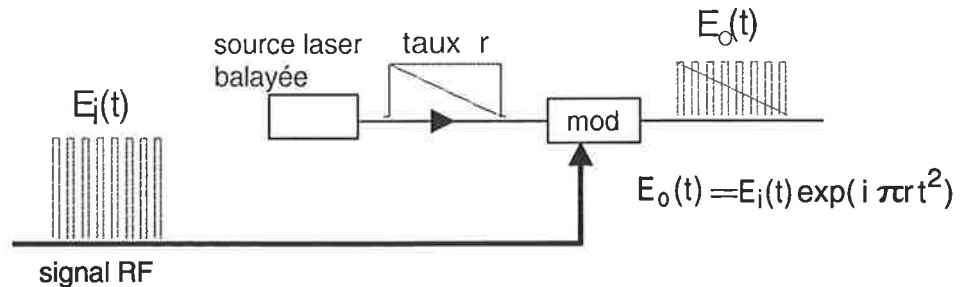


FIG. 3.11: Une lentille temporelle adaptée au domaine micro-onde.

Une lentille temporelle est obtenue lorsque le champ incident est multiplié par un facteur de phase quadratique. Il suffit de donner au terme de la porteuse optique la forme caractéristique  $e^{i\pi r t^2}$ . Le chapitre 5 porte sur l'étude d'une source laser balayée en fréquence. Selon la technique choisie, l'intervalle de modulation accessible varie de la dizaine à la centaine de GHz.

La vitesse de modulation typique est de l'ordre de 10 GHz/ms. Elle peut être moins rapide encore, conduisant à des focales :

$$f_T = \frac{\omega_0}{d\omega_i/dt} = \frac{\nu_0}{r}$$

qui peuvent dépasser la dizaine de millisecondes lorsque la source optique ainsi modulée devient porteuse du signal micro-onde. Cet élément donne au champ transmis la forme attendue (figure 3.11) :

$$E_O(t) = E_i(t) \times e^{i\pi r t^2}$$

## 3.5 EXPÉRIENCES D'HOLOGRAPHIE TEMPORELLE

### 3.5.1 Mise en évidence expérimentale de la dualité dispersion/diffraction : de Fresnel à Fraunhofer

#### Les régimes de Fresnel et de Fraunhofer

Classiquement, on distingue deux régimes de diffraction : la diffraction de Fresnel, valable pour les courtes distances et où s'applique sans restriction l'équation 3.3 (et son équivalent 3.12 dans le domaine temporel), puis la diffraction de Fraunhofer pour les grandes distances. On introduit alors souvent le *nombre de Fresnel* :

$$F = \frac{x^2}{\lambda z}$$

qui est fonction de l'extension transversale de l'onde ( $x$ ). Son analogue temporel (fonction de la durée temporelle  $t$  du champ) s'écrit :

$$F = r.t^2$$

Ce paramètre permet de marquer la frontière entre les deux régimes de diffraction (ou de dispersion). Pour  $F < 1$  (Fraunhofer), la figure de diffraction reproduit la transformée de Fourier du champ d'origine. Dans le régime complémentaire dit "de Fresnel" ( $F > 1$ ), la forme de l'onde diffractée est beaucoup plus sensible aux variations du nombre de Fresnel. Des phénomènes aussi spectaculaires que l'*effet Talbot* y sont observés (voir page 74). La transition entre les deux régimes s'opère pour des valeurs du nombre de Fresnel proches de l'unité. La dispersion offerte par un matériau sélectif en fréquence (convenablement préparé) peut être ajustée afin d'observer le passage de la "dispersion de Fresnel" à la "dispersion de Fraunhofer". Incidemment, on peut aussi espérer repérer des phénomènes tels que l'effet Talbot.

#### L'expérience

Nous avons réalisé une expérience permettant l'observation de cette transition [20]. Le façonnage du matériau hole-burning s'est effectué d'une manière sensiblement différente de la technique précédemment présentée. Le processus étant décrit par :

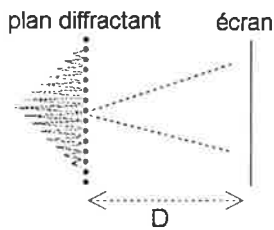
$$E_e(t) = E_3(t) * E_2(t) * E_1^*(-t),$$



on applique la modulation de fréquence au dernier champ  $E_3(t)$  (la séquence est illustrée par la figure 3.12). L'expression du signal d'écho reste celle d'une onde incidente - dont la forme temporelle est maintenant donnée (par identification à l'expression 3.35) par le produit de convolution  $E_2(t) * E_1^*(-t)$  -, se propageant dans un milieu dispersif :

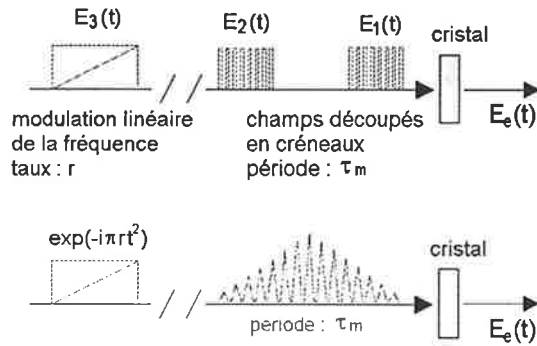
$$E_e(t) = e^{-i\pi r t^2} * [E_2(t) * E_1^*(-t)]$$

Domaine spatial : diffraction



$$E_o(x) = E_i(x) * \exp(+i\pi x^2 / \lambda D)$$

Domaine temporel : dispersion



$$E_e(t) = [E_1^*(-t) * E_2(t)] * \exp(-i\pi r t^2)$$

FIG. 3.12: De Fresnel à Fraunhofer : principe de l'expérience dans le domaine temporel et analogie spatiale.

Les formes temporelles des deux premiers champs sont constituées de deux trains d'impulsions identiques, découpés en créneaux à l'aide de modulateurs acousto-optiques à fréquence variable (le fonctionnement des modulateurs acousto-optiques est détaillé dans l'annexe D.1). Les deux modulateurs acousto-optiques *AO1* et *AO2*, utilisés pendant cette étape à fréquence fixe (et placés en série pour assurer une meilleure extinction), mettent en forme les champs  $E_1(t)$  et  $E_2(t)$ . Chacun des trains d'impulsions se présente sous la forme d'une série de huit créneaux, de durée unitaire 80 ns, avec une périodicité de 200 ns. Les deux champs sont séparés d'un intervalle de 15  $\mu s$  (durée compatible avec la durée de vie de la cohérence) afin de séparer clairement le signal d'écho du champ de lecture, en configuration colinéaire (figure 3.13)

Le résultat du produit de convolution  $E_2(t) * E_1^*(-t)$  est porté sur la figure 3.14-a. Le profil est composé d'un peigne de quinze triangles, de largeur à mi-hauteur 80 ns, qui résultent des produits de convolution des impulsions

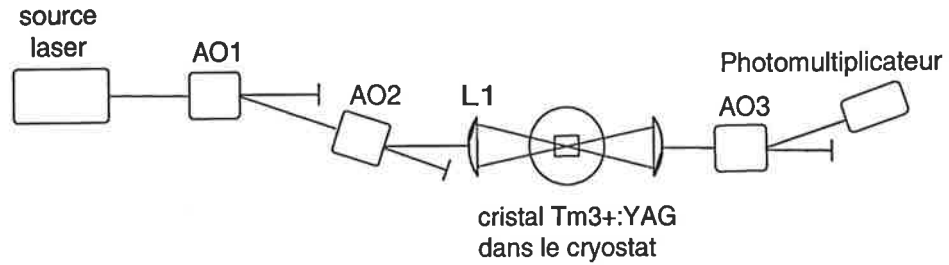


FIG. 3.13: Montage de l'expérience de mise en évidence des régimes de "dispersion" de Fraunhofer et de Fresnel.

deux à deux, répétés à intervalles de 200 ns, sous une enveloppe triangulaire d'une durée totale de 3  $\mu$ s. Ce profil périodique représente la forme attendue du signal très faiblement dispersé par le troisième champ laser : il vérifie le régime de Fresnel ( $F \gg 1$ ). Dans l'analogie spatiale, l'observation a lieu à très courte distance du plan de diffraction, et l'onde reproduit, avec très peu de déformation, la forme du motif diffractant.

Au contraire, lorsque la dispersion induite par l'onde  $E_3(t)$  est très importante ( $F \ll 1$ ), l'écho doit reproduire le spectre en puissance du champ  $E_2(t) * E_1^*(-t)$ . L'intensité du signal d'écho est alors proportionnelle à la transformée de Fourier de  $E_2(t) * E_1^*(-t)$  (figure 3.14-b), en régime de Fraunhofer. La fréquence de modulation du peigne de triangles coïncide avec l'écart entre le pic central (i.e. l'écho correspondant à la fréquence porteuse  $\nu_0$ ) et les bandes latérales. La valeur est obtenue par le changement de variable  $\nu = r.t$ , soit  $\nu = 5$  MHz.

La lecture par l'onde  $E_3(t)$  fixe le taux de dispersion  $\frac{1}{r}$ . La modulation quadratique de phase est réalisée au niveau des modulateurs acousto-optiques à fréquence variable (voir l'annexe D.1). L'intervalle spectral balayé doit être supérieur à 10 MHz pour recouvrir l'intégralité du spectre gravé par les deux premières impulsions. La vitesse de balayage  $r$  varie de 1,1 à 4,55 MHz/ $\mu$ s.

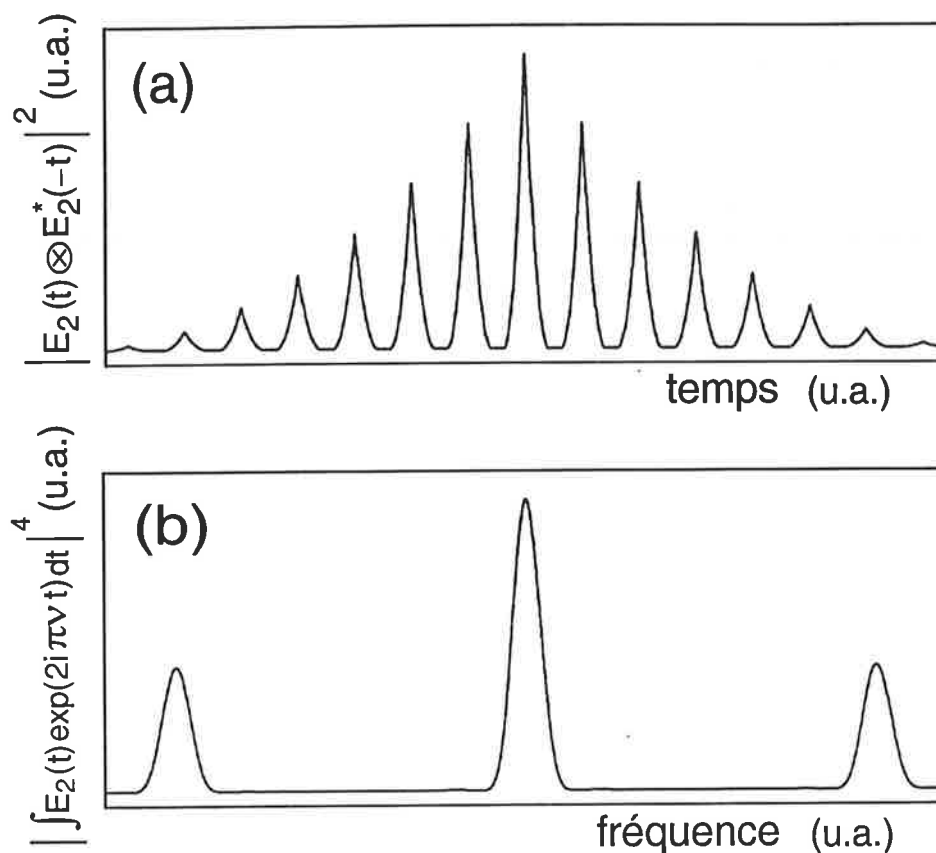


FIG. 3.14: Profils théoriques : l'intensité du signal (résultant de l'intercorrélation entre deux séries d'impulsions en créneaux) à l'entrée de la ligne dispersive et son spectre en puissance.

L'expérience est réalisée avec un cristal  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , de concentration at. 0,1 %, maintenu à une température d'environ 4 K par un bain d'hélium liquide. La source continue est un laser Titane-Saphir, pompé par un laser à argon, accordé sur le centre la transition  ${}^3\text{H}_4 \longleftrightarrow {}^3\text{H}_6$  ( $12\,604,3\text{ cm}^{-1}$ ). La largeur de la raie laser est estimée à 200 kHz, un ordre de grandeur supérieur à la largeur homogène atomique. Le temps de déphasage homogène de cette transition est supérieur à  $30\ \mu\text{s}$ . La largeur de raie inhomogène dépasse 15 GHz, permettant d'enregistrer entièrement le spectre du champ  $E_2(t) * E_1^*(-t)$ . Le signal d'écho est détecté sur un photodétecteur isolé des faisceaux d'excitation par un acousto-optique.

#### Conditions d'études

puissance laser	35 mW
durée gravure	$1,5\ \mu\text{s}$
durée lecture	$12\ \mu\text{s}$
intervalle balayé	$> 10\ \text{MHz}$
angle entre faisceaux	$0^\circ$
diamètre tache	$\sim 20\ \mu\text{m}$
température de l'échantillon	4 K

Les intensités enregistrées sont représentées sur la figure 3.15. Ces résultats attestent de l'efficacité du pouvoir dispersif d'un matériau sélectif en fréquence. Le passage du régime de diffraction de Fresnel (a) à un régime de diffraction de Fraunhofer (d) y est détaillé. En réalité, la plus faible valeur du paramètre de Fresnel qu'il a été possible d'atteindre, ( $F = 2,5$  pour le cas (d)) interdit d'affirmer que la dernière figure correspond exactement à la transformée de Fourier du champ dispersé. La vitesse de balayage n'a pu être abaissée suffisamment en raison de configuration colinéaire des faisceaux d'excitation. En effet, à plus faibles vitesses, l'écho apparaît avant que la lecture soit achevée.

Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la simulation numérique (détaillée à l'annexe B). Quelques rectifications de la vitesse du glissement en fréquence ont parfois été nécessaires pour ajuster précisément les deux profils expérimental et théorique. Mais celles-ci restent de l'ordre de grandeur des incertitudes expérimentales sur  $r$ .

Les amplitudes des oscillations des enregistrements expérimentaux (a), (b) et (c) sont moins accentuées qu'attendu. Les tracés résultent de la moyenne d'une série d'enregistrements (entre 4 et 64, selon les cas). Ce sont probablement les fluctuations sur la position temporelle du signal d'écho qui tendent à éroder le contraste du profil après moyennage. L'instabilité de la fréquence laser est une cause probable de telles fluctuations.

Le principal désaccord qui reste à ce jour inexpliqué est le déphasage entre les oscillations prédites et celles effectivement observées sur la figure (b).

### L'effet Talbot

Lorsque, avant de se propager librement dans l'espace, un faisceau de lumière est transmis à travers une figure au motif périodique (par exemple une série de fentes)<sup>5</sup>, de période  $a$ , la diffraction engendre une recombinaison des ondes transmises par les parties transparentes du masque, qui à *certaines distances* reproduit la figure initiale. Ce phénomène d'auto-imagerie est connu sous le nom d'*effet Talbot* [21] (figure 3.16).

<sup>5</sup>Le motif peut être à une ou deux dimensions. La discussion qui suit, suivant une seule dimension, reste valable avec une figure 2D. En toute rigueur l'extension de l'objet périodique doit être infinie, mais l'effet Talbot est observable avec simplement un petit nombre de répétitions du motif périodique.

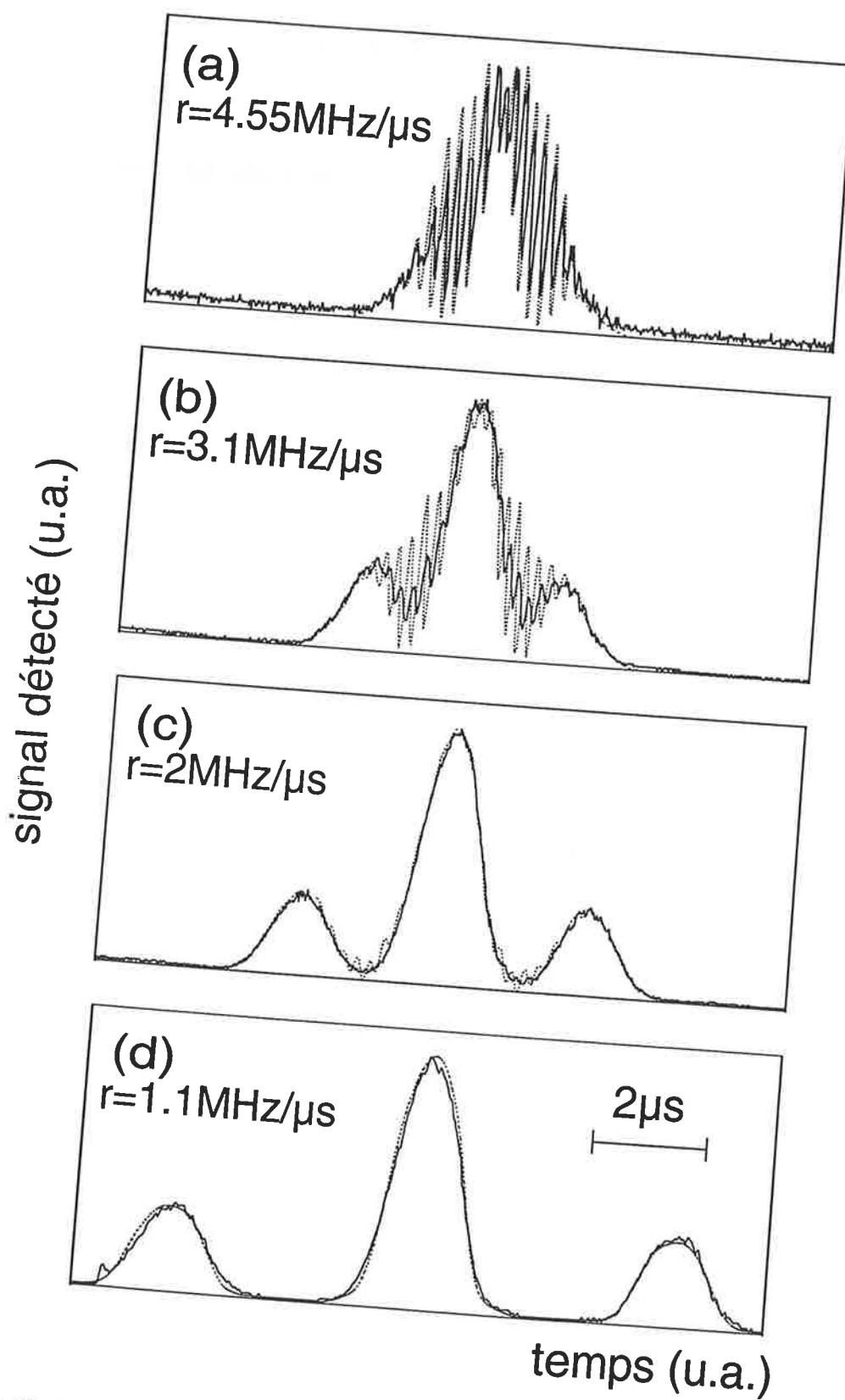


FIG. 3.15: De Fresnel à Fraunhofer : résultats expérimentaux (et comparaison avec la simulation numérique) pour différentes vitesses de balayage. De (a) vers (d), la dispersion  $\frac{1}{r}$  augmente.

Une longueur caractéristique  $d_T$  est définie par :

$$d_T = \frac{a^2}{\lambda}$$

Le motif original est reproduit à l'identique pour toutes les distances d'observation multiples *pairs* de  $d_T$ . Pour les multiples *impairs*, la figure est également reconstituée avec un décalage d'une demi-période le long de la dimension transversale.

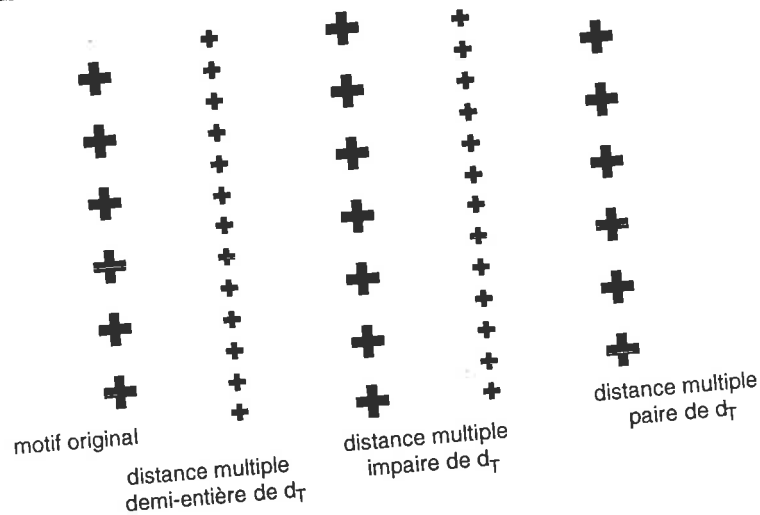


FIG. 3.16: Le principe de l'effet Talbot : le motif original est reproduit à différentes distances, multiples du paramètre  $d_T = \frac{a^2}{\lambda}$ .

Cette auto-imagerie s'explique avec des arguments simples [22]. L'objet unidimensionnel est formé d'un motif élémentaire  $t_e(x)$ , répété avec la période  $a$ . La transmittance de cet objet est :

$$t(x) = \frac{1}{a} \cdot t_e(x) * P\left(\frac{x}{a}\right)$$

où  $P(x)$  représente la fonction peigne de Dirac  $\sum_n \delta(x - na)$ . Juste après la traversée du masque, une onde plane a le spectre :

$$\tilde{E}(u, z=0) \propto \tilde{t}_e(u) \times P(au)$$

L'amplitude diffractée dans les conditions de Fresnel est donnée par la relation 3.3 :

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{-i}{\lambda z}} \times E(x, 0) * \exp\left(i\pi \frac{x^2}{\lambda z}\right)$$

soit :

$$\tilde{E}(u, z) \propto \tilde{t}_e(u) \times P(au) \times \exp(-i\pi\lambda zu^2)$$

Pour tout  $u$  différent de  $n/a$  ( $n$  est un nombre entier),  $E(u, z)$  est nul car  $P(au) = 0$ . En revanche, pour les valeurs de la fréquence spatiale égales à  $\frac{n}{a}$ , le champ diffracté s'écrit :

$$\tilde{E}(u, z) \propto \tilde{t}_e(u) \times \sum_n \delta(ua - n) \exp\left(-i\pi \frac{n^2 \lambda}{a^2} z\right) \quad (3.37)$$

Pour toutes les distances  $z_T$  multiples paires de  $d_T$  :

$$z_T = 2m \frac{a^2}{\lambda} = 2m \cdot d_T$$

où  $m$  est un nombre entier, le facteur de phase de l'expression 3.37 est égal à l'unité. On retrouve donc en  $z_T$  un spectre spatial de la forme :

$$\tilde{E}(u, z_T) \propto \tilde{t}_e(u) \cdot P(au),$$

identique au spectre  $\tilde{E}(u, 0)$ . Ce spectre reconstruit en  $z_T$  la distribution de champ originelle. L'effet Talbot apparaît comme un phénomène d'auto-imagerie périodique de période  $2d_T$ . On montre que, lorsque  $z$  est un multiple impair de  $d_T$ , la figure est reproduite avec une demi-période de décalage. Pour les distances intermédiaires ("les multiples demi-entiers"), la période du motif est divisée par deux.

### Et dans le domaine temporel ?

Le phénomène temporel équivalent consiste en la dispersion d'un signal périodique (par exemple une série d'impulsions), la période  $\tau_m$  jouant le rôle de la période spatiale. Cet effet est équivalent à la traversée d'un masque  $t_e(t) * P(\frac{t}{\tau_m})$  par une impulsion.  $t_e(t)$  et  $P(t)$  désignent respectivement le motif élémentaire du masque périodique - qui reproduit la forme du signal -, et le peigne de Dirac appliqué au domaine temporel.

Si la dispersion de l'élément dispersif est bien ajustée, à sa sortie le signal doit reproduire précisément la séquence d'entrée. L'équivalent de la distance de Talbot dans le domaine temporel est ici défini par [23] :

$$Q_T = \tau_m^2$$

Par analogie avec l'effet Talbot spatial, après que le signal ait été dispersé, son spectre se décompose sous la forme :

$$\tilde{E}(\nu) \propto \tilde{t}_e(\nu) \times P(\tau_m u) \times \exp\left(i\pi \frac{\nu^2}{r}\right)$$

La condition d'“auto-imagerie” est réalisée lorsque le taux de dispersion  $\frac{1}{r}$  est un multiple pair de  $Q_T$  :

$$\frac{1}{r} = 2m \cdot \tau_m^2 = 2m \cdot Q_T$$

En effet, dans le domaine spatial,  $d_T$  est une période le long de  $z$ . Donc l'équivalent temporel de la condition d'imagerie de Talbot porte sur une période le long de  $1/r$ , puisque que ce dernier paramètre joue le rôle de  $\lambda z$  en terme de dispersion.

Dans les expériences réalisées sur des impulsions courtes à l'aide des composants conventionnels d'optique temporelle (décrits à la section 3.3.1), le taux de dispersion  $\frac{1}{r}$  atteint était insuffisant pour observer l'effet Talbot. Avec des matériaux sélectifs en fréquence, l'effet Talbot peut être observé, comme l'attestent nos résultats expérimentaux 3.15.a et 3.15.b.

Dans ce cas où l'objet périodique est de durée limitée, il est cependant préférable de rester dans le régime de la diffraction de Fresnel ( $F > 1$ ). Ainsi, des simulations numériques (figure 3.17) indiquent que l'*auto-imagerie* est correctement observable pour l'objet de la figure 3.14 tant que :

$$r \cdot \tau_m^2 \gtrsim \frac{1}{5} \quad (3.38)$$

c'est-à-dire (puisque  $\tau_m = 200$  ns) :

$$r \gtrsim 5 \text{ MHz}/\mu\text{s}$$

Sous ces conditions, la vérification expérimentale d'une auto-imagerie parfaite s'est révélée difficile à mener en raison des limitations du générateur de rampe pilotant les modulateurs acousto-optiques. La vitesse de balayage maximale expérimentale ne pouvait dépasser  $4,55 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ , ce qui était insuffisant pour remplir la condition 3.38. Toutefois, la simulation numérique (figure 3.17) confirme qu'il est possible d'atteindre les situations favorables à l'apparition du phénomène, moyennant la génération de modulations linéaires de fréquence plus rapides. La forme du signal  $E_2(t) * E_1^*(-t)$  est correctement reproduite pour les taux de dispersion  $r = 25, 12,5$  et  $8,33 \text{ MHz}/\mu\text{s}$ .

Le doublement de la fréquence du motif se réalise également dans cet intervalle de dispersion. Incidemment, l'expérience réalisée avec le balayage le



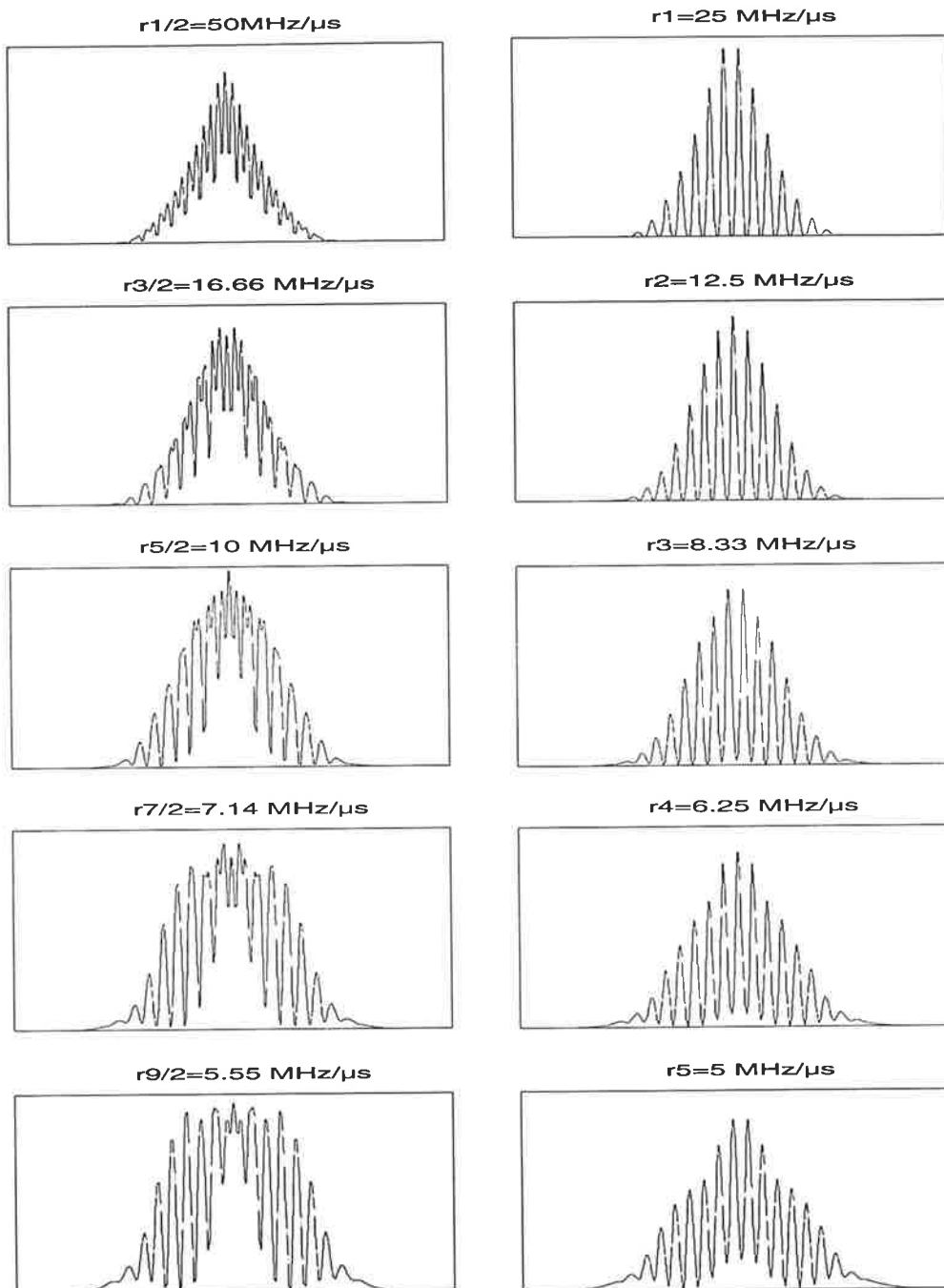


FIG. 3.17: Simulation numérique de l'effet Talbot. Les figures représentent l'intensité lumineuse du signal, en fonction du temps, après dispersion. Le label porté par le taux de dispersion représente la multiplicité de  $\frac{1}{r}$  avec le paramètre de Talbot ( $Q_T = \tau_m^2$ ).

plus rapide coïncide avec un multiple demi-entier de  $Q_T$ . Mais la simulation confirme qu'à cette vitesse le régime de "dispersion de Fresnel" n'est plus parfaitement achevé. Un générateur de fonctions plus performant devrait suffire à explorer l'intervalle de dispersion et obtenir des résultats expérimentaux pour les conditions exactes d'auto-imagerie.

### 3.5.2 Dispersion et causalité

#### Une illustration de la causalité en holographie temporelle : la causalité en tant que bord d'écran

La propagation dans l'espace libre d'une onde décrite en  $z = 0$  par l'amplitude  $E(x, 0)$  se traduit par l'expression suivante de l'amplitude  $E(x, z)$  dans le plan situé en  $z$  :

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{-i}{\lambda z}} \cdot E(x, 0) * e^{i\pi \frac{x^2}{\lambda z}} \quad (3.39)$$

Supposons que l'onde rencontre dans le plan origine un masque caractérisé par le facteur de transmission  $t(x)$  :

$$E(x, 0^+) = t(x) \cdot E(x, 0^-)$$

Si ce masque est un demi-plan, dont le bord se trouve en  $x = 0$ ,  $t(x) = Y(x)$ , où  $Y(x)$  désigne l'échelon de Heaviside. La relation 3.39 prend la forme :

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{-i}{\lambda z}} \int Y(x') E(x', 0^-) e^{i\pi \frac{(x-x')^2}{\lambda z}} dx' \quad (3.40)$$

Une situation analogue peut se retrouver dans le domaine temporel.

A la section 2.2.3, on a considéré la polarisation induite par la lecture d'un matériau à creusement spectral, préalablement façonné par une gravure à deux champs. Cette polarisation prend la forme (voir équation 2.8, page 19) :

$$P(t) = 2\varepsilon_0 \int F[\tilde{\chi}''(\omega)](\tau) \cdot Y(\tau) \cdot E(t - \tau) d\tau \quad (3.41)$$

où  $Y(t)$  est l'échelon de Heaviside qui exprime la *causalité* : la susceptibilité s'annule pour les temps négatifs, et  $\tilde{\chi}''$  est la partie imaginaire de la susceptibilité, qui caractérise l'absorption du matériau. On a montré qu'il reste alors :

$$P(t) = 2\varepsilon_0 \int F\left[\left|\tilde{E}_g(\omega)\right|^2\right](\tau) \cdot Y(\tau) \cdot E(t - \tau) d\tau \quad (3.42)$$

Lorsque la gravure est constituée de deux champs de profil rectangulaire  $\Pi(t)$  (de largeur  $\tau_g$ ) :

$$E_j(t, \vec{r}) = \Pi_j(t - t_j) \cdot e^{-i\omega_0 t + i\vec{k}_j \vec{r}}$$

la partie imaginaire de la susceptibilité apparaît comme :

$$F \left[ \left| \tilde{E}_g(\omega) \right|^2 \right] = \Lambda(t - T) e^{-i\omega_0 t + i(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \vec{r}} + \Lambda(t + T) e^{i\omega_0 t - i(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \vec{r}} + 2\Lambda(t) \quad (3.43)$$

où  $\Lambda(t)$  désigne la fonction triangle, ici de largeur  $2\tau_g$ .

Le champ de lecture s'exprime sous la forme  $E(t, \vec{r}) = A(t) \cdot e^{-i\omega_0 t} \cdot e^{i\vec{k}_3 \vec{r}}$ . En ne s'intéressant qu'à la polarisation émise dans la direction  $\vec{k}_3 + (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$ , on conserve uniquement le premier terme du membre de droite de l'expression 3.43 <sup>6</sup>, et 3.42 devient :

$$P(t) = 2\varepsilon_0 \int Y(\tau) \Lambda(\tau - T) A(t - \tau) \cdot e^{-i\omega_0(t - \tau)} d\tau$$

On s'intéresse maintenant à la forme que prend le signal  $Y(\tau) \Lambda(\tau - T)$  lorsqu'il est soumis à l'effet de la dispersion. En reprenant le raisonnement de la section 3.5.1, il suffit de donner à l'onde de lecture la forme d'un champ modulé linéairement en fréquence :

$$E(t, \vec{r}) = e^{-i\pi r t^2} \cdot e^{-i\omega_0 t} \cdot e^{i\vec{k}_3 \vec{r}}$$

La polarisation, dans la direction  $\vec{k}_3 + (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$ , s'écrit alors :

$$P(t) = 2\varepsilon_0 e^{-i\omega_0 t} \int Y(\tau) \Lambda(\tau - T) e^{-i\pi r(t - \tau)^2} d\tau \quad (3.44)$$

Il est intéressant d'interpréter le résultat précédent dans le cadre de la dualité temps/espace. La dernière formulation est analogue à l'expression 3.40 en reprenant l'identification des variables conjuguées :

$$\begin{aligned} x &\Leftrightarrow t \\ \lambda z &\Leftrightarrow \frac{1}{r} \end{aligned}$$

La réponse d'un matériau sélectif en fréquence - façonné par deux impulsions de gravure - à un champ de fréquence linéairement modulée, est

<sup>6</sup>La partie complémentaire, dans la direction  $\vec{k}_3 - (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$ , est en partie ou totalement occultée par la causalité, puisque son produit d'intercorrélation  $\Lambda(t + T)$  est centré sur un instant négatif.

l'équivalent dans le domaine temporel de la diffraction de Fresnel (voir l'expression 3.12) d'une onde de profil triangulaire  $\Lambda(t)$  (centrée en  $T$ ) masquée par un "bord d'écran" placé en  $t < 0$ . Ici, le rôle du bord d'écran est joué par la *causalité*. Elle exprime la condition sur l'émission du signal dans la direction  $\vec{k}_3 + (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$  : l'interaction du matériau avec le champ  $E_1$  doit toujours précéder l'interaction avec le champ  $E_2$ .

Le calcul précédent repose sur deux approximations. D'une part, la bande d'absorption du matériau est suffisamment large pour couvrir intégralement le spectre des impulsions de gravure. En d'autre termes :

$$\Gamma_i \gg \tau_g^{-1}$$

avec  $\tau_g$  la largeur (identique) des créneaux de gravure. D'autre part, il faut que la durée totale de la séquence d'enregistrement soit nettement plus brève que le temps de cohérence de la transition atomique, c'est-à-dire :

$$T, \tau_g \ll \Gamma_h^{-1}$$

Il est important de remarquer l'absence du facteur  $\sqrt{r}$  ( $\equiv \sqrt{\frac{1}{\lambda z}}$ ) dans l'expression temporelle 3.44, comparativement à son analogue spatiale 3.40. Ce facteur entre en compte pour la *conservation du flux d'énergie* dans le phénomène de diffraction. Une telle loi de ne s'applique pas à la forme  $\Lambda(\tau - T)$  qui n'est pas un vrai champ électromagnétique. Au cours du processus de dispersion dans un cristal hole-burning, l'onde de lecture "apporte" de l'énergie de manière à maintenir *constante la densité d'énergie* sur le profil.

### Aspects théoriques

Afin d'obtenir des expressions parfaitement symétriques entre les deux phénomènes de dispersion et de diffraction, on représente sur la figure 3.18  $|\sqrt{r}.P(t)|^2$  plutôt que  $|P(t)|^2$ . On introduit également les variables sans dimensions, à partir des paramètres caractéristiques du problème,  $\tau_g$  et  $r$ . La dimension transverse du profil est portée sur l'axe des abscisses en fonction de  $t/\tau_g$ . L'axe des ordonnées représente le facteur de dispersion en  $\frac{1}{r}$ , c'est-à-dire l'équivalent de la distance  $z$  parcourue dans le cas spatial, puisque  $\lambda z = \frac{1}{r}$ . Par souci de normalisation, on préfère porter la variable sans dimension  $\frac{1}{r} \times \frac{1}{\tau_g^2}$ . L'écran de la causalité, placé en  $\frac{1}{r\tau_g} = 0$ , masque la région de  $t/\tau_g$  négatif. L'intensité du signal  $|\sqrt{r}.P(t)|^2$  est représentée en échelle de gris.

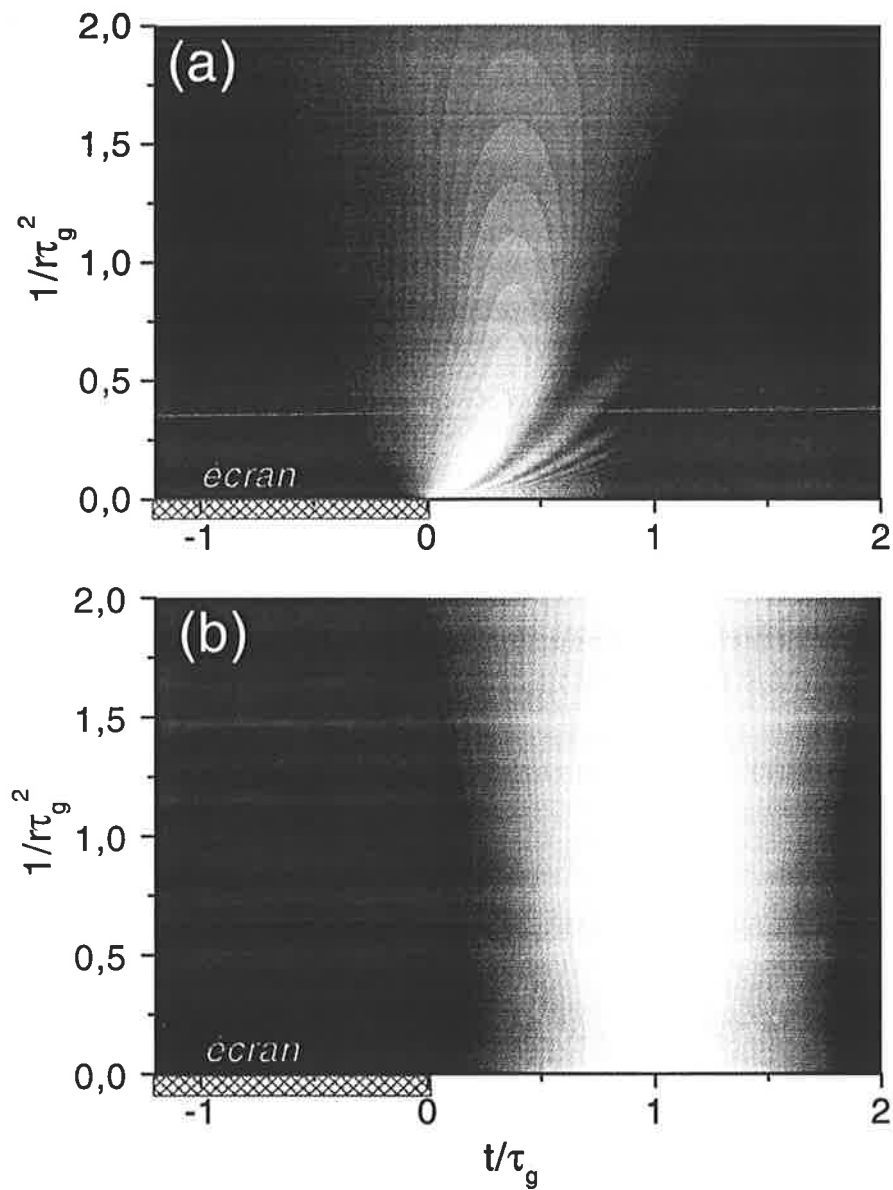


FIG. 3.18: Représentation en courbe de niveau de  $r|P(r,t)|^2$ . a)  $T = 0$ . b)  $T = \tau_g$ . L'écran masque la partie  $t < 0$  sur l'axe horizontal.

La figure 3.18 illustre l'interprétation de la dispersion dans le cadre de la diffraction de Fresnel. Si les deux impulsions de gravure sont parfaitement cotemporelles ( $T = 0$ ), le profil triangulaire  $\Lambda(t/\tau_g)$  est à moitié occulté par l'écran causal. Dans la partie non masquée de la figure (a), apparaissent alors des franges d'intensités maximales, sous une enveloppe chutant progressivement vers zéro. En se décalant dans la partie masquée ( $t < 0$ ), l'amplitude décroît rapidement en s'approchant de zéro. La décroissance est cependant de plus en plus lente à mesure que la dispersion croît. Le terme  $|\sqrt{r} \cdot P(t)|^2$  tend vers un profil symétrique en s'approchant du régime de Fraunhofer ( $r\tau_g^2 \ll 1$ ).

A l'opposé, lorsque les deux champs de gravure sont décalés dans le temps d'un retard  $T$  supérieur à  $\tau_g$ , le profil triangulaire est intégralement transmis. En termes de diffraction, l'onde se propage librement dans l'espace libre, ainsi que le montre la figure (b).

Si maintenant on préfère considérer plutôt la quantité expérimentalement mesurée  $|P(t)|^2$ , on se place dans le cadre classique de l'étude spectroscopique d'une transition atomique. L'intensité du signal est mesurée en fonction de la fréquence instantanée du laser sonde  $\nu = \nu_0 + rt$ , si bien que la coordonnée temporelle  $t/\tau_g$  est remplacée par la coordonnée spectrale réduite  $(\nu - \nu_0)\tau_g (= r\tau_g t)$ . Le résultat est reporté sur la figure 3.19.

Aux grandes dispersions ( $\frac{1}{r\tau_g^2} \gg 1$ ), le signal émis

$$\begin{aligned} P(t) &= \varepsilon_0 \int \chi(\tau) e^{-i\omega_0(t-\tau)} e^{-i\pi r(t-\tau)^2} d\tau \\ &= \varepsilon_0 e^{-i\omega_0 t} e^{-i\pi r t^2} \int \chi(\tau) e^{i\omega_0 \tau} e^{-i\pi r \tau^2} e^{i\pi r t \tau} d\tau \end{aligned}$$

peut s'écrire (puisque  $r\tau_g^2 \ll 1$ ) :

$$\begin{aligned} P(t) &\simeq \varepsilon_0 e^{-i\omega_0 t} e^{-i\pi r t^2} \int \chi(\tau) e^{i2\pi(\nu_0 + rt)\tau} d\tau \\ &= \varepsilon_0 e^{-i\omega_0 t} e^{-i\pi r t^2} \int_0^{+\infty} 2F[\tilde{\chi}''(\omega)](\tau) \times e^{i2\pi(\nu_0 + rt)\tau} \end{aligned}$$

d'après la relation 3.41.

Lorsque les deux impulsions de gravure ne se recouvrent pas temporellement (figure 3.19.b), la distribution  $\chi(\tau)$  est nulle aux instants antérieurs à zéro. La borne inférieure de l'intégrale peut être étendue vers  $\tau = -\infty$ , ce qui conduit à :

$$P(t) = \varepsilon_0 e^{-i\omega_0 t} e^{-i\pi r t^2} \times 2\tilde{\chi}''(\nu_0 + rt)$$

La réponse a la forme de la partie imaginaire de  $\tilde{\chi}(\omega)$ .

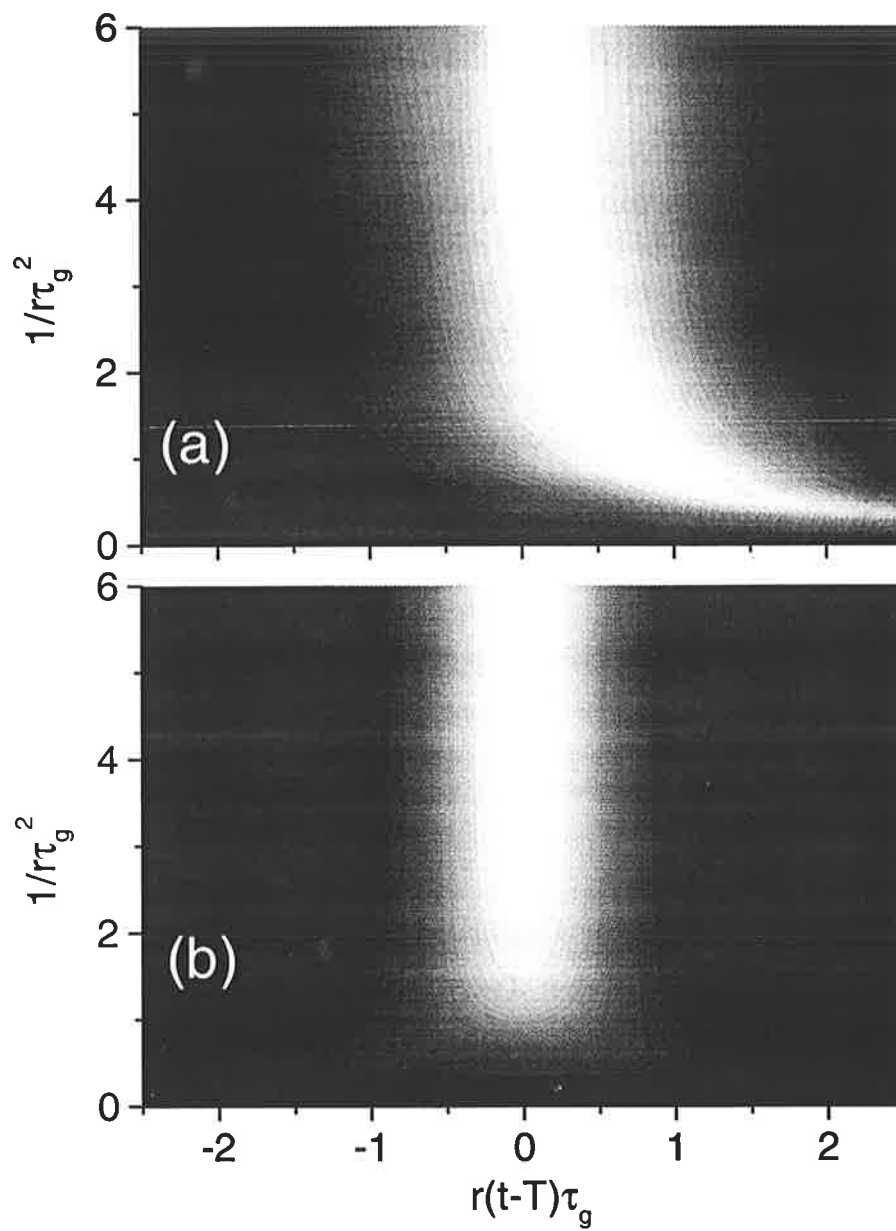


FIG. 3.19: Représentation en courbe de niveau de  $|P(r,t)|^2$ . a)  $T = 0$ . b)  $T = \tau_g$ .

En revanche, si l'enregistrement est réalisé à l'aide de champs excitateurs cotemporels (figure 3.19.a), le signal s'écrit :

$$P(t) = \varepsilon_0 e^{-i\omega_0 t} e^{-i\pi r t^2} \times \tilde{\chi}(\nu_0 + rt)$$

avec

$$\tilde{\chi}(\omega) = -i \left\{ \tilde{\chi}''(\omega) + i \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{\chi}''(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' \right\} \quad (3.45)$$

Le balayage de la fréquence est lent dans la région de grande dispersion ( $r r_g^2 \ll 1$ ), si bien que le spectre de la transition atomique est sondé point par point. A chaque point, la fréquence de la sonde peut être considérée comme fixe, et présentant une très faible largeur de raie laser. Dans cette situation, les deux parties de la susceptibilité complexe (absorption et réfraction) sont en quadrature de phase (puisqu'elles sont respectivement imaginaire et réelle). L'intensité résultante est simplement la somme des intensités diffractées par les réseaux de réfraction et d'absorption [24, 25]. Le *profil temporel de l'intensité tend vers une forme symétrique*.

Une séparation temporelle des ondes permet d'améliorer singulièrement la résolution spectrale d'un réseau. En effet, si la gravure creuse dans le profil d'absorption un trou de largeur  $\Gamma$ , les parties réelle et imaginaire de la permittivité diélectrique ( $\varepsilon = \varepsilon_0 \tilde{\chi}$ ) sont données par les expressions :

$$\varepsilon' = \xi \frac{\omega - \omega_0}{(\Gamma/2)^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$

$$\varepsilon'' = \xi \frac{\Gamma/2}{(\Gamma/2)^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$

où  $\omega_0$  et  $\omega$  sont les fréquences d'enregistrement et de lecture (considérée comme fixe pour chaque point), et  $\xi$  est une constante de proportionnalité qui inclut les différents paramètres de l'enregistrement (matériau et laser). Il apparaît donc clairement que la courbe d'indice de réfraction s'étend sur un plus large domaine que le coefficient d'absorption. Le premier décroît en  $\frac{1}{\omega}$  et le second en  $\frac{1}{\omega^2}$ . Lorsque les ondes d'enregistrement se recouvrent temporellement, les ailes du trou décroissent en  $\frac{1}{\omega}$  avec la contribution du réseau de réfraction. En séparant les champs excitateurs, seul l'absorption participe, et la chute est plus rapide, proportionnelle à  $\frac{1}{\omega^2}$ . Le réseau présente une largeur plus fine, comme l'atteste la figure 3.19.b.

Pour les **vitesse de balayage élevées** ( $\frac{1}{r r_g} \ll 1$ ), l'interprétation de l'expression 3.45 en séparant la contribution des deux réseaux est plus délicate. Le *champ sonde excite plusieurs classes de fréquence à la fois*. Les



*interférences* entre ces différentes contributions se traduisent par les franges mises en valeur dans la représentation de Fresnel (figure 3.18.a), mais n'apparaît que sous la forme d'une longue "queue" (pour les grandes valeurs de l'abscisse), faute de contraste, dans la représentation spectroscopique (figure 3.19.a).

En revanche, si le coefficient d'absorption est seul à participer (c'est le cas lorsque les ondes de gravure sont décalées), l'*excitation simultanée de plusieurs classes de résonateurs* pendant la lecture fait simplement apparaître un *élargissement* spectral du trou (figure 3.19.b).

### La configuration expérimentale

L'expérience a été réalisée avec un cristal  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ , de concentration at. 0,5 %, maintenu à une température d'environ 5 K par une circulation d'hélium gazeux froid [26]. La transition  ${}^3\text{H}_4 \longleftrightarrow {}^3\text{H}_6$  (793 nm) est façonnée à l'aide d'une source laser continue (diode laser asservie en cavité externe, détaillée au chapitre 5). Les impulsions

Conditions d'études	
puissance laser	4 mW
durée gravure	0,7 $\mu\text{s}$
durée lecture	3 – 23 $\mu\text{s}$
intervalle balayé	8 – 35 MHz
angle entre faisceaux	$\sim 2^\circ$
diamètre tache	$\sim 100 \mu\text{m}$
température de l'échantillon	5 K

rectangulaires, de durée  $\tau_g = 0,7 \mu\text{s}$ , sont découpées grâce à des obturateurs acousto-optiques (*AOM1* et *AOM2*). Les largeurs homogène,  $\Gamma_h \simeq 150 \text{ kHz}$ , et inhomogène,  $\Gamma_i \simeq 25 \text{ GHz}$ , satisfont aux conditions :

$$\begin{cases} \Gamma_i \gg \tau_g^{-1} \\ T, \tau_g \ll \Gamma_h^{-1} \end{cases}$$

L'onde de lecture, issue de la même source, est modulée linéairement en fréquence sur 40 MHz, à l'aide d'un modulateur acousto-optique à fréquence variable (*AOS*). La lecture intervient 1  $\mu\text{s}$  après la séquence de gravure, délai bref devant la durée de vie du réseau ( $\simeq 1 \text{ ms}$ , voir page 121). Le signal est recueilli par une photodiode, sur fond noir, grâce à une configuration non coplanaire dans laquelle le faisceau sonde se propage en sens contraire aux faisceaux d'excitation (figure 3.20). La détection de l'écho s'effectue ainsi sans être parasité par la présence des ondes de gravure. La mise en place des éléments optiques bénéficie en outre d'un surcroît d'espace autour du cryostat (figure 3.21).

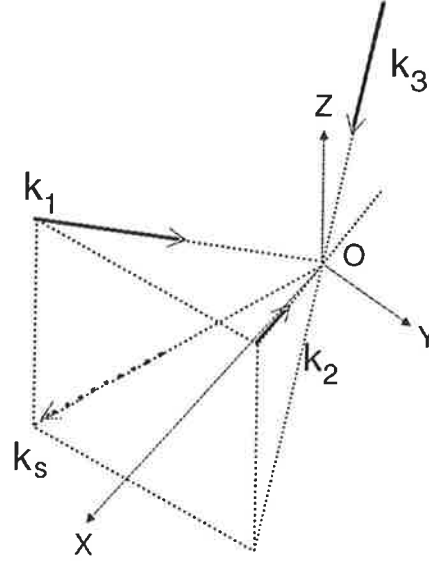


FIG. 3.20: Configuration expérimentale dite "rectangulaire" : le faisceau sonde se propage en sens inverse des faisceaux de gravure.

La condition d'accord de phase impose au faisceau diffracté la direction  $\vec{k}_s$  :

$$\vec{k}_s = \vec{k}_3 + \vec{k}_2 - \vec{k}_1$$

où  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ , sont les vecteurs d'onde des faisceaux de gravure (éventuellement ordonnés temporellement dans cet ordre) et  $\vec{k}_3$  celui du faisceau de lecture.  $\vec{k}_s$  s'exprime aussi sous la forme :

$$\vec{k}_s = \vec{k}_1 + (\vec{k}_3 - \vec{k}_1) + (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$$

d'où :

$$k_s^2 = k^2 + 2(\vec{k}_3 - \vec{k}_1) \cdot (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$$

où  $k$  désigne la norme (identique) des vecteurs d'onde. L'accord de phase est donc exact si et seulement si :

$$(\vec{k}_3 - \vec{k}_1) \perp (\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$$

Cette condition est réalisée avec la configuration présentée sur la figure 3.20 : tant que  $\vec{k}_3$  reste dans le plan de  $\vec{k}_2$ , les vecteurs  $(\vec{k}_3 - \vec{k}_1)$  et  $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$  sont contenus dans des plans orthogonaux. Avec le choix effectué précédemment sur la direction de  $\vec{k}_3$ , l'onde signal suivant  $\vec{k}_s$  passe sous  $\vec{k}_1$  et on peut

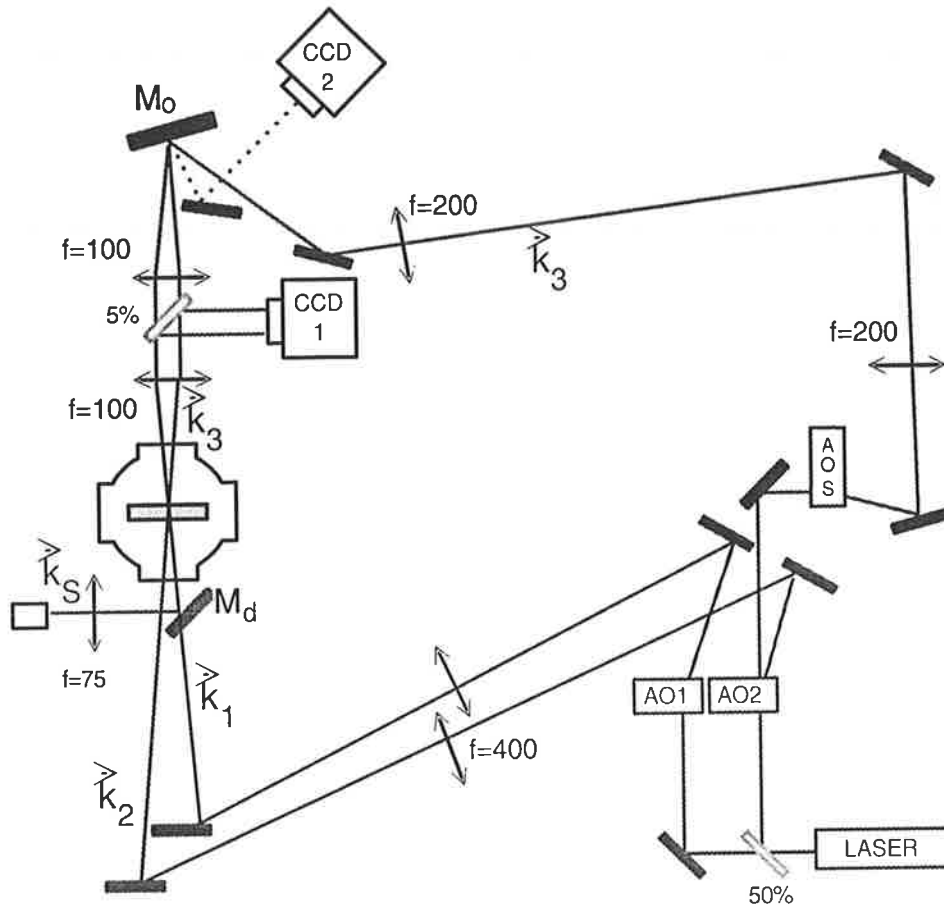


FIG. 3.21: Montage expérimental d'une configuration non coplanaire ("box-cars") dans laquelle l'onde de lecture, balayée en fréquence, se dirige en sens contraire des ondes de gravure.

placer un miroir de détection  $M_d$  sous la trajectoire de gravure et recueillir intégralement le faisceau diffracté.

L'inconvénient d'un tel montage est la difficulté à réaliser le recouvrement spatial des trois faisceaux laser dans le cristal. La solution procède en deux étapes. Dans un premier temps, la superposition des deux faisceaux de gravure est imagée sur une caméra CCD (CCD 1). L'onde sonde  $\vec{k}_3$  se propageant en sens opposé, il est impossible de la détecter avec la même caméra. Aussi, un système afocal, constitué de deux lentilles (de focale  $f$ ) séparées de la distance  $2f$ , permet d'imager très précisément le cristal (et le recouvrement des trois faisceaux) sur le miroir  $M_o$ . La diffusion sur ce dernier est suffisante pour visualiser avec précision les trois taches grâce à une seconde caméra CCD (CCD 2). La seconde étape consiste alors à superposer précisé-

ment les trois faisceaux sur  $M_o$ . Le système afocal reporte automatiquement cette situation au sein du cristal. On peut ainsi ajuster indépendamment l'orientation du faisceau sonde (à l'aide de  $M_o$ ) et son recouvrement avec les faisceaux d'enregistrement.

L'expérience fait usage d'un modulateur à fréquence variable (*AOS*) pour balayer le champ de lecture. A la sortie de cette dernière cellule acousto-optique, le balayage spectral s'accompagne également d'un balayage angulaire de la direction du faisceau de lecture. Aussi, afin de conserver immobile la position de la tache du faisceau sonde dans le cristal, a-t-on mis en place un second système afocal le long de la voie de lecture. Il fait l'image de la cellule acousto-optique sur le miroir  $M_o$ , qui en fait à son tour l'image dans le matériau.

La déflexion de l'onde de lecture est sans conséquence sur la condition d'accord de phase si celle-ci reste confiné au plan vertical contenant  $\vec{k}_3$  et  $\vec{k}_2$ . Le modulateur *AOS* est donc positionné de manière à défléchir le faisceau de lecture suivant la direction verticale. Naturellement, cette déflexion est reportée sur la direction de  $\vec{k}_s$ , mais elle reste suffisamment faible pour que l'émission du signal soit recueillie au photodétecteur sur l'intégralité de l'intervalle balayé.

### Les résultats expérimentaux

Une série de mesures effectuées avec des excitations de gravure cotelles est portée sur la figure 3.22, pour différentes valeurs de dispersion  $\frac{1}{r\tau_g^2}$ . L'intensité du signal y est représentée suivant le mode de représentation spectroscopique, en fonction de la coordonnée spectrale réduite  $r\tau_g$ . En raison du bord d'écran composé par la causalité aux instants négatifs, les franges de diffraction apparaissent aux grandes vitesses de balayages (figures (c) et (d)). Elles disparaissent progressivement dès que les valeurs du paramètre de "distance"  $\frac{1}{r\tau_g^2}$  s'approchent de 1 (à comparer à la simulation 3.19-(b)). Loin de la source, le signal tend vers une forme symétrique, typique du régime de Fraunhofer. Ces résultats expérimentaux sont en bonne adéquation avec le modèle théorique, même si le profil (a) est observé à une "distance"  $(\frac{1}{r\tau_g^2})_{\text{exp}} = 1,43$  sensiblement supérieure de celle attendue  $(\frac{1}{r\tau_g^2})_{\text{théo}} = 0,68$ . Ce désaccord s'explique en partie par la longue durée (23  $\mu\text{s}$ ) de la lecture qui favorise les fluctuations de la fréquence du laser sonde et la multiplication de légères modifications de l'environnement cristallin.

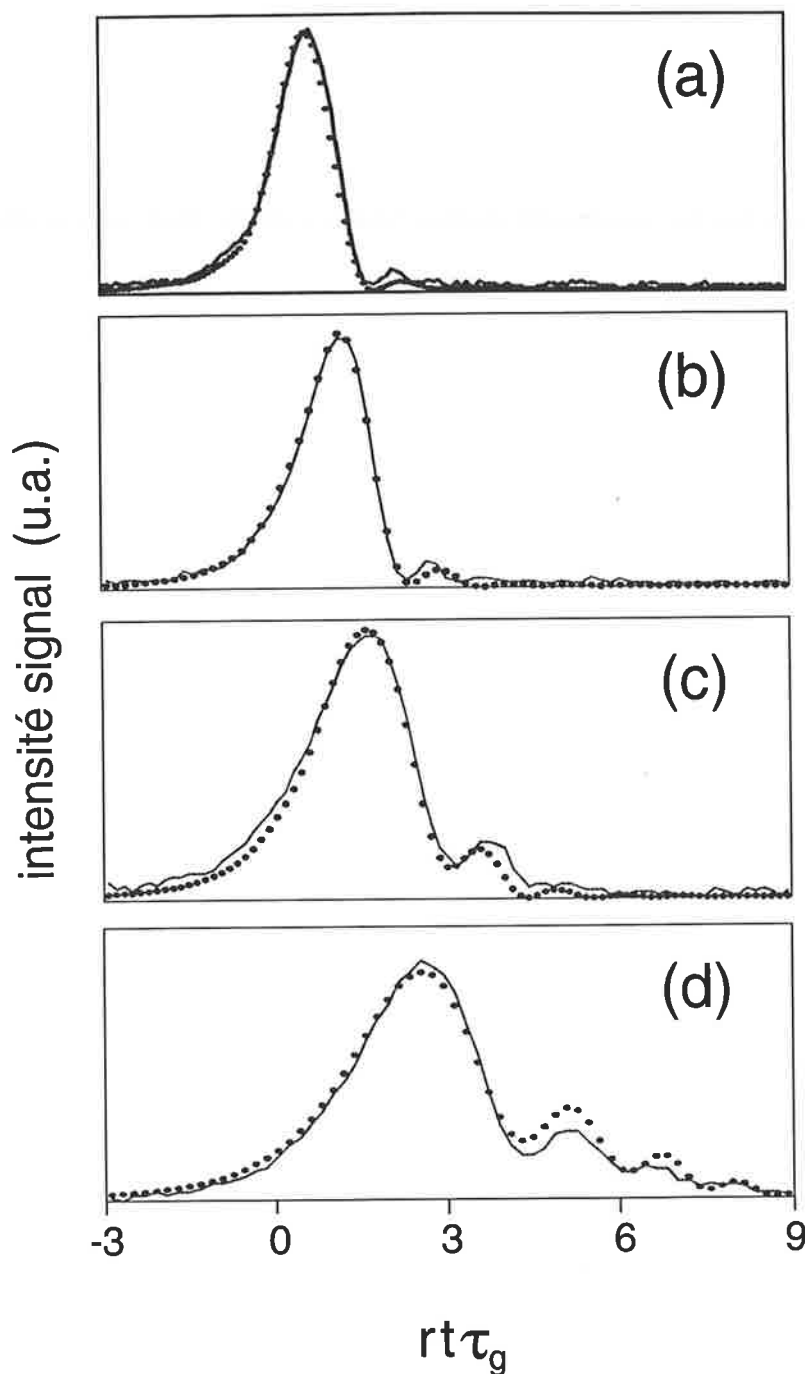


FIG. 3.22: Diffraction par un écran causal : comparaison des profils théorique et expérimental, pour des impulsions de gravure cotemporelles. De (a) vers (d), la dispersion  $\frac{1}{\tau}$  diminue.

Les valeurs expérimentales de  $r\tau_g^2$  sont : (a) 0,7; (b) 1,8; (c) 5,0; (d) 10,2. Les valeurs expérimentales de  $r$  sont : (a) 1,44; (b) 3,6; (c) 10,2; (d) 10,2 MHz/ $\mu$ s.

Les valeurs des simulations numériques diffèrent légèrement des données expérimentales pour les deux premiers résultats.  $r\tau_g$  et  $r$  valent respectivement (a) 1,46 et 1,8 MHz/ $\mu$ s; (b) 3,08 et 3,8 MHz/ $\mu$ s.

En revanche, l'expérience corrobore parfaitement la simulation lorsque les deux ondes de gravure sont séparées d'un retard  $\tau_g$ , évitant le recouvrement des impulsions et décalant le signal hors de la zone "écrantée" par la causalité (figure 3.23). Les franges de diffraction sont donc totalement absentes. A mesure que les conditions d'observation s'approchent du régime de Fraunhofer, la largeur spectrale <sup>7</sup> du signal s'affine. Dans la région  $\frac{1}{r\tau_g^2} > 1$ , les flancs du signal - proportionnel à  $|\tilde{\chi}(\nu_0 - rt)|^2 = |\Lambda(\nu_0 - rt)|^2$  - décroissent en  $(\frac{1}{rt})^2$ . La résolution du champ de lecture augmente et permet de remonter au spectre du réseau enregistré.

Ces expériences sur l'interprétation de la causalité temporelle "en termes spatiaux" apportent un nouvel éclairage sur la dualité temps/espace. Le rôle de la dispersion est suffisamment bien défini pour développer des applications qui s'appuie sur l'analogie avec les phénomènes spatiaux. L'une d'elle, appliquée à l'analyse spectrale, est présentée dans le chapitre suivant, à la section 4.3.

---

<sup>7</sup>On rappelle qu'en abscisse est portée la fréquence ( $\equiv rt$ ) sans dimension.

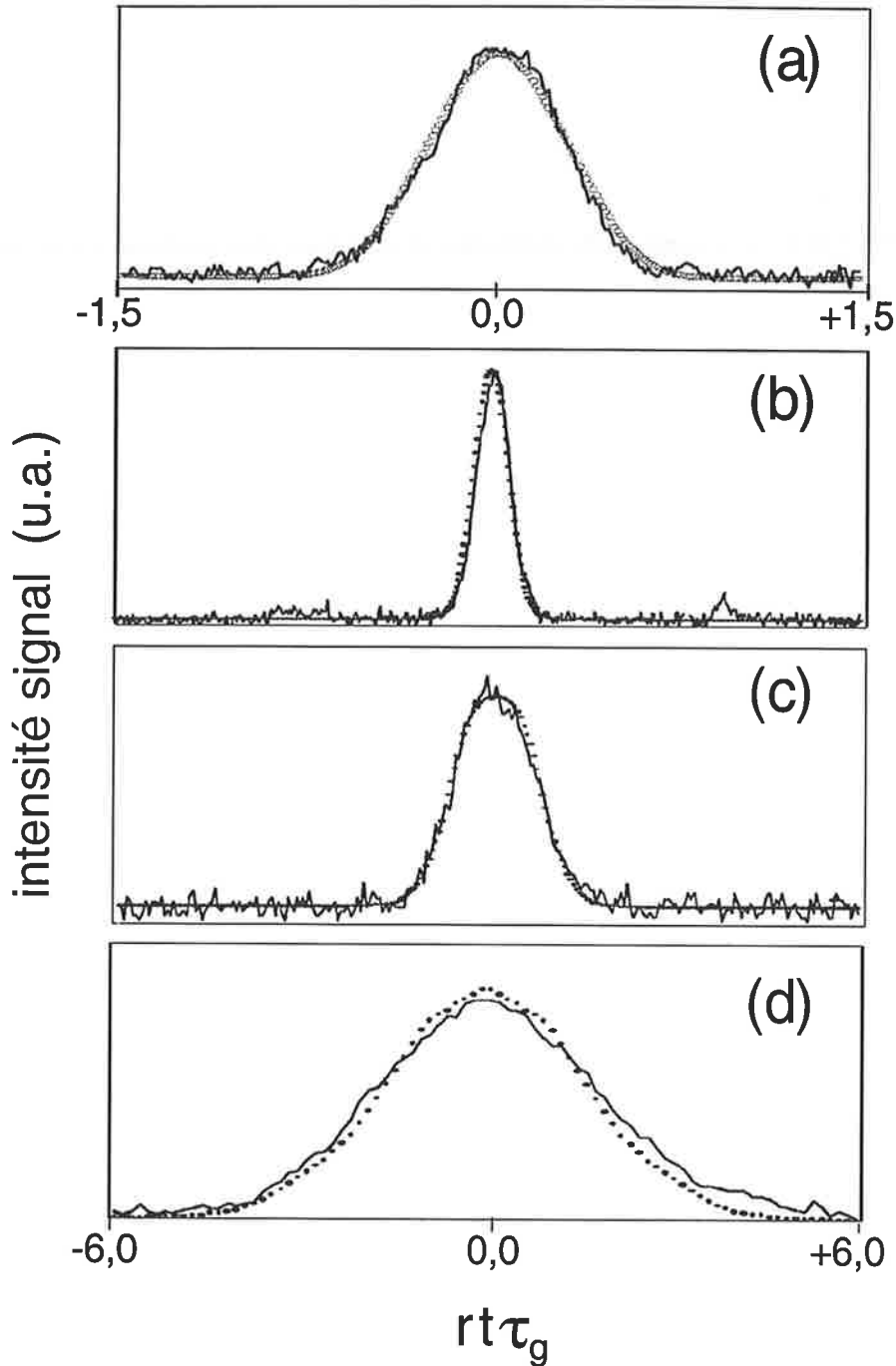


FIG. 3.23: Diffraction par un écran causal : comparaison des profils théorique et expérimental, pour des impulsions de gravure décalées dans le temps. De (a) vers (d), la dispersion  $\frac{1}{r}$  diminue.

Les valeurs expérimentales de  $r\tau_g^2$  sont : (a) 0,18 ; (b) 0,36 ; (c) 1,8 ; (d) 5,0.

Les valeurs expérimentales de  $r$  sont : (a) 0,36 ; (b) 0,72 ; (c) 3,6 ; (d) 10,2 MHz/ $\mu$ s.

Les mêmes paramétrages sont utilisés pour les simulations numériques.

## 3.6 CONCLUSION

Les expériences présentées dans ce chapitre ont permis d'illustrer la dualité entre les phénomènes optiques des domaines temporel et spatial. Jusqu'à présent, les rares résultats expérimentaux étaient cantonnés aux impulsions de très courtes durées. Les éléments d'optiques disponibles souffraient de sévères limitations qui rendaient inaccessible le régime de "Fraunhofer temporel". L'utilisation de matériaux sélectifs en fréquence a permis d'atteindre ce régime et de compléter la compréhension du phénomène de dispersion, en mettant en lumière le rôle de la causalité. De surcroît, les caractéristiques des cristaux hole-burning ouvrent un nouveau champ d'investigation à l'optique temporelle : le domaine micro-onde. Une solution pour la création de lentille temporelle, adaptée à ce domaine, a été proposée. Dans le chapitre suivant, un système réalisant une transformation de Fourier, en combinant une lentille temporelle et un ligne dispersive, est appliqué à l'analyse de spectres radiofréquence.



# Bibliographie

- [1] **J. Goodman**, *“Introduction à l’Optique de Fourier”*, Masson & Cie (1972)
- [2] **D. Tichenor, J. Goodman**, *“Coherent Transfer Function”*, J. Opt. Soc. Am. 62, 293 (1972)
- [3] **B. Kolner**, *“Space-Time Duality and the Theory of Temporal Imaging”*, IEEE J. Quantum Electron. 30, 1951 (1994)
- [4] **A. Lohmann, D. Mendlovic**, *“Temporal Filtering with Time Lenses”*, Appl. Opt. 31, 6212 (1992)
- [5] **B. Kolner**, *“Generalization of the Concept of Focal Length and f-number to Space and Time”*, J. Opt. Soc. Am. A 11, 3229 (1994)
- [6] **C. Bennett, B. Kolner**, *“Principles of Parametric temporal Imaging - Part I : System Configuration”*, IEEE J. Quantum Electron. 36, 430 (2000)
- [7] **W. Tomlinson, W. Knox**, *“Limits of Fiber-Grating Optical Pulse Compression”*, J. Opt. Soc. Am. B 4, 1405 (1987)
- [8] **F. Gires, P. Tournois**, *“Interféromètre Utilisable pour la Compression d’Impulsions Lumineuses Modulées en Fréquence”*, C. R. Acad. Sc. 258, 6112 (1964)
- [9] **C. Joubert**, Thèse n° ? *“Inversion du Profil Temporel Dissymétrique d’une Impulsion Lumineuse Picoseconde par une Méthode Holographique”*, Univ. Paris-Sud (1990)
- [10] **H. Winful**, *“Pulse Compression in Optical Fiber Filters”*, Appl. Phys. Lett. 46, 527 (1985)
- [11] **M. Muriel, J. Azana, A. Carballar**, *“Real-time Fourier Transformer Based on Fiber Grating”*, Opt. Lett. 24, 1 (1999)
- [12] **F. Ouellette**, *“Dispersion Cancellation Using Linearly Chirped Bragg Grating Filters in Optical Waveguides”*, Opt. Lett. 12, 847 (1987)

- [13] E. Treacy, "Optical Pulse Compression with Diffraction Gratings", IEEE J. Quantum Electron. 5, 454 (1969)
- [14] O. Martinez, J. Gordon, R. Fork, "Negative Group-velocity Dispersion Using Refraction", J. Opt. Soc. Am. A 1, 1003 (1984)
- [15] O. Martinez, "Grating and Prism Compressor in the Case of Finite Beam Size", J. Opt. Soc. Am. B 7, 929 (1986)
- [16] M. Vampouille, J. Marty, C. Froehly, "Optical Frequency Intermodulation Between Two Picosecond Laser Pulses", IEEE J. Quantum Electron. 22, 192 (1986)
- [17] C. Bennett, R. Scott, H. Kolner, "Temporal Magnification and Reversal of 100 Gb/s Optical Data With an Up-Conversion Time Microscope", Appl. Phys. Lett. 65, 2513 (1994)
- [18] C. Bennett, H. Kolner, "Upconversion Time Microscope Demonstrating 103x Magnification of Femtosecond Waveforms", Opt. Lett. 24, 783 (1999)
- [19] A. Godil, B. Auld, D. Bloom, "Time-Lens Producing 1.9 ps Optical Pulses", Appl. Phys. Lett. 62, 1047 (1993)
- [20] L. Ménager, I. Lorgeré, JL. Le Gouët, K. Mohan, S. Kröll, "Time-domain Fresnel-to-Fraunhofer Diffraction with Photon Echoes", Opt. Lett. 24, 927 (1999)
- [21] H. Talbot, "Facts Relating to Optical Science", Philos. Mag. 9, 401 (1836)
- [22] M. Mandsuripur, "The Talbot Effect", Opt. & Phot. News 8, 42 (1997)
- [23] F. Mitschke, U. Morgner, "The Temporal Talbot Effect", Opt. & Phot. News 9, 46 (1998)
- [24] H. Kogelnik, "Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings", Bell Syst. Tech. J. 48, 2909 (1969)
- [25] S. Bernet, S. Altner, F. Graf, E. Maniloff, A. Renn, U. Wild, "Frequency and Phase Swept Holograms in Spectral Hole-burning Materials", Appl. Opt. 34, 4674 (1995)
- [26] L. Ménager, I. Lorgeré, JL. Le Gouët, "Fresnel Diffraction on the Edge of Causality", Opt. Lett. 25, 1316 (2000)





## **Chapitre 4**

# **L'ANALYSE SPECTRALE**

## 4.1 INTRODUCTION

Les études sur les propriétés des matériaux sélectifs en fréquence n'en sont qu'à leurs débuts, mais déjà les possibilités qu'elles laissent entrevoir ouvrent la voie vers de nombreuses applications. Les premiers brevets, nés avec la découverte du "hole-burning", s'orientaient vers le stockage optique [1]. Bien vite le champ d'investigation s'est élargi au traitement optique de l'information.

Dans plusieurs domaines, les techniques optiques ont en effet prouvé leur supériorité sur des techniques classiques "tout électronique". Certaines ont déjà atteint le stade industriel, comme les fibres optiques, qui ont largement dépassé les performances des câbles électriques, ou les supports de type "compact disque". Dans le domaine plus spécifique du traitement de l'information, les systèmes optiques peuvent tirer parti de leur extrême rapidité à réaliser des opérations telles que corrélations, convolutions ou transformations de Fourier. Ces possibilités sont même étendues lorsque l'on peut recourir aux propriétés spectrales des matériaux hole-burning. Compression de trains de données, renversement du temps,... sont accessibles grâce aux échos de photon.

D'autre part, l'explosion de l'industrie des télécommunications a jeté un pont entre les domaines de l'optique et de l'électronique. De nombreux systèmes hybrides ont vu le jour, et les recherches sont actives pour tenter de profiter des avantages offerts par l'optique et réaliser des opérations jusqu'alors dévolues à l'électronique. L'analyse des signaux radiofréquence est un domaine où l'optique, et particulièrement les matériaux sélectifs en fréquence, peuvent apporter des solutions permettant de surpasser les limitations actuelles de l'électronique. Celle-ci peine en effet à concilier des performances simultanées sur les trois paramètres clés que sont : l'intervalle spectral analysé, la résolution de l'analyse, et la rapidité à laquelle elle est effectuée.

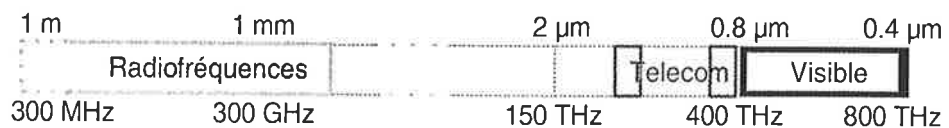


FIG. 4.1: Les bandes spectrales des différents types de signaux.

### 4.1.1 Les technologies électroniques

On distingue deux variétés d'analyseurs :

- les analyseurs à glissement de fréquence,
- les analyseurs dits “en temps réel”.

#### Les analyseurs à glissement de fréquence

Ce sont les plus répandus. Le concept de base consiste à balayer les fréquences à analyser à l'aide d'un filtre puis de relever le spectre (en puissance) en fonction de la fréquence. En pratique, on préfère utiliser une variante astucieuse, le “récepteur superhétérodyne”. Dans un tel schéma, ce n'est plus la fréquence du filtre qui varie, mais celle d'une fréquence “porteuse” intermédiaire (IF). A l'entrée, le signal (SF) est mélangé avec celle d'un oscillateur local (LO) *balayé* en fréquence. Les différentes composantes spectrales à analyser ( $IF=LO+SF$ ) sont ensuite finement sélectionnées par un filtre de fréquence fixe, les unes après les autres, à mesure que la fréquence de l'oscillateur local varie, avant d'être détectées.

Ce type d'analyseur analyse donc une seule fréquence du signal à la fois. Il reconstitue le spectre total en balayant dans le temps (c'est le rôle du glissement en fréquence de l'oscillateur local). C'est un réel inconvénient lorsqu'il s'agit de traiter des signaux extrêmement brefs, et particulièrement pour des analyses fines qui demandent des vitesses de balayages encore plus lentes.

#### Les analyseurs en temps réel

L'inconvénient des analyseurs précédents peut être levé avec les analyseurs en temps réel.

La procédure la plus simple utilise une série de filtres adjacents pour analyser simultanément toute la bande passante. Mais la réalisation d'un tel peigne pour de larges bandes est très coûteuse.

D'autres instruments utilisent des convertisseurs analogique/digital très rapides pour ensuite traiter le signal numérisé sur des processeurs dédiés aux procédures du type FFT (transformée de Fourier rapide) et obtenir ainsi le spectre digitalisé.

Enfin, un troisième système reprend l'architecture des analyseurs à glissement de fréquence, mais en remplaçant le filtre à fréquence fixe par un filtre dispersif (un retard spécifique est attribué à chaque fréquence). A la sortie,

on récupère toute la bande spectrale simultanément, tandis que la cadence d'analyse est donnée par le taux de répétition du générateur de rampes [2].

### Quelles performances ?

Il existe différentes classes d'appareils. Les meilleurs d'entre eux permettent d'analyser de larges bandes spectrales, dépassant la trentaine de gigahertz. Ils offrent également d'excellentes résolutions, atteignant le hertz. Mais l'obtention d'un excellent produit "temps-fréquence" (ou si l'on préfère le rapport :  $\frac{\text{Nbc canaux}}{\text{Bande Passante}}$ ), c'est-à-dire d'une large bande passante avec une grande finesse d'analyse, est obtenu au détriment de la vitesse d'analyse, qui ne dépasse pas 1 GHz/s. Les analyseurs de Fourier peuvent être 10 à 100 fois plus rapides, mais sont limités en terme de produit "temps-fréquence".

#### 4.1.2 Les spectromètres de radioastronomie

En radioastronomie, le besoin de mesurer simultanément les signatures spectrales d'un grand nombre de molécules impose de disposer de spectromètres capables d'analyser des bandes de fréquences de quelques dizaines de gigahertz, avec des résolutions de l'ordre de quelques mégahertz.

Dans la plupart des applications, on emploie des récepteurs hétérodynes qui collectent et amplifient les signaux avant de les diriger vers le spectromètre. Lorsque l'intervalle spectral s'élargit, les spectromètres du type "récepteur superhétérodyne" deviennent trop lents, et leurs variantes à peignes de filtres très encombrantes et très consommatrices en énergie à bord des satellites.

Le spectromètre à autocorrélation digitale, qui repose sur les techniques de traitement numérique du signal, est l'une des alternatives les plus récemment étudiées [3]. Il est compact et surtout permet de déplacer la fenêtre spectrale d'observation. Malgré tout, pour des opérations sur de grandes bandes spectrales, les vitesses de traitement numérique imposent des consommations énergétiques excessives.

Pour l'instant, la seule technique réellement en voie de se concrétiser est une solution... optique. Les spectromètres acousto-optiques remplissent en effet de nombreux critères : compacité, faible consommation et (comparativement aux spectromètres précédemment évoqués) grande bande passante. Celle-ci peut atteindre 1,5 GHz, limite imposée par l'absorption de l'onde acoustique dans le cristal acousto-optique. Pour couvrir quelques dizaines



de GHz, il est donc nécessaire de mettre en parallèle plusieurs acousto-optiques, précédés d'un étage de peignes de filtres.

### 4.1.3 Des alternatives optiques

Au contraire des dispositifs électroniques, le domaine optique possède des analyseurs offrant de larges bandes passantes : les spectromètres couvrent des intervalles spectraux de plusieurs dizaines de térahertz. Il est donc opportun de bénéficier de cette potentialité du domaine optique, tout en conservant les résolutions de l'électronique rapide. Ces dernières sont effectivement accessibles puisque le mégahertz de résolution est également de l'ordre de la *sélectivité spectrale des raies atomiques*.

L'exploitation de ces dernières avec un signal radiofréquence impose son transfert préalable sur une porteuse optique afin de mettre en coïncidence la modulation des spectres atomiques (figure 4.2). Le développement de la technologie "télécom" offre de tels outils (modulateurs acousto-optiques ou électro-optiques) qui jettent un pont entre les domaines radiofréquence et optique.

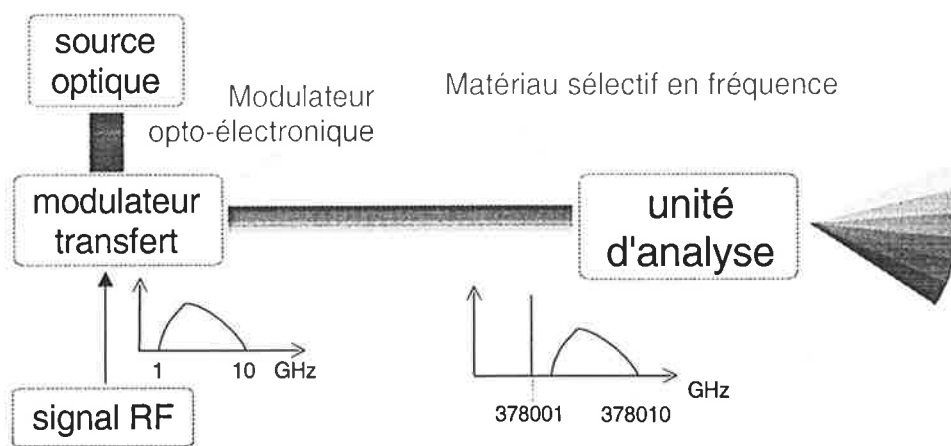


FIG. 4.2: Le principe de l'analyse radiofréquence dans le domaine optique.

Afin donc de lever les limitations des solutions électroniques, et ainsi d'envisager l'analyse spectrale d'une bande instantanée de 20 GHz avec une résolution et une cadence d'analyse de l'ordre de 10 MHz, notre groupe et la société Thomson a proposé et breveté [4] une structure opto-électronique originale, fondée sur l'utilisation de matériaux sélectifs en fréquence. Deux architectures tirent profit des performances des modulateurs électro-optiques

actuels et du produit (temps) $\times$ (bande passante) élevé des matériaux “hole-burning” :

- l’architecture à **projection spatiale**, où le matériau sélectif en fréquence est utilisé pour *projeter dans l’espace* le spectre radiofréquence,
- l’architecture à **projection temporelle**, où le matériau à creusement spectral réalise la *projection dans le temps* du spectre radiofréquence.

## 4.2 L'ANALYSEUR A PROJECTION SPATIALE

L'irradiation d'un matériau sélectif en fréquence par un laser monochromatique conduit au creusement d'un trou spectral de largeur  $2 \times \Gamma_h$  dans le profil de la bande d'absorption ( $\Gamma_i$ ), grâce au phénomène de "hole-burning" spectral. Lors de l'exposition d'un tel matériau au rayonnement laser, la profondeur du trou creusé est fonction de l'énergie reçue. Donc, si l'on produit une *distribution spatiale d'énergie*, en faisant interférer deux faisceaux laser dans le matériau, la gravure constitue un réseau de Bragg susceptible de diffracter un faisceau lumineux de même longueur d'onde (et elle seule!) que les faisceaux de gravure.

Dans l'espace des fréquences, chaque réseau n'occupe qu'un canal de largeur  $2 \times \Gamma_h$ . Dès que la fréquence du laser sonde s'écarte de plus de  $2 \times \Gamma_h$ , celui-ci n'interfère avec aucun réseau. Au sein d'un matériau de largeur inhomogène  $\Gamma_i$  peuvent donc cohabiter  $\Gamma_i / 2\Gamma_h$  réseaux de Bragg indépendants.

### 4.2.1 Le multiplexage en longueurs d'onde

Le multiplexage en longueurs d'onde dans un matériau sélectif en fréquence permet de réaliser un analyseur spectral haute résolution.

Pour réaliser un tel analyseur, on enregistre à l'aide d'un laser monochromatique accordable une série d'hologrammes, chacun correspondant à *un canal spectral distinct* dans la bande d'absorption, *et à un angle de diffraction spécifique*.

Un hologramme est un simple réseau de Bragg, car il s'agit en fait uniquement d'enregistrer une *direction*, donnée par l'angle  $\theta$  entre les deux faisceaux de gravure. La lecture de l'hologramme suivant la direction d'un de ces faisceaux restitue le faisceau absent, ce qui revient à diffracter le faisceau sonde dans la direction  $\theta$  définie à l'enregistrement. Mais cet hologramme n'existe que pour un faisceau sonde de fréquence *identique* à celle du faisceau d'enregistrement.

Après l'enregistrement de la série d'hologrammes, lorsque l'échantillon est sondé par un faisceau non plus monochromatique mais polychromatique, les différentes longueurs d'onde qui composent ce faisceau sont diffractées dans des directions différentes, et sont par conséquence *séparées spatialement*.

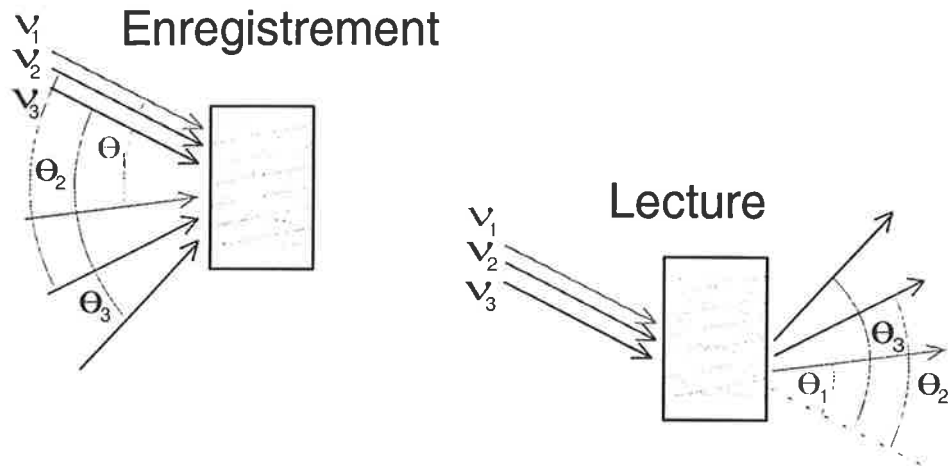


FIG. 4.3: *Principe de l'analyse avec un matériau sélectif en fréquence*

Cette sélectivité est purement locale dans le domaine spectral. Elle diffère de la sélectivité des réseaux de Bragg conventionnels, indifférente à la fréquence mais fortement dépendante de la constitution spatiale des hologrammes.

#### 4.2.2 Le principe de l'analyseur

On peut utiliser l'analyseur spectral holographique qui vient d'être présenté pour traiter des signaux radiofréquences.

Pour ce faire, le signal RF est transféré sur une porteuse optique à l'aide d'un modulateur électro-optique. La porteuse optique est fournie par un laser monochromatique, dont la longueur d'onde coïncide avec la bande d'absorption du matériau à creusement spectral. Le faisceau laser modulé par le signal radiofréquence est ensuite diffracté par le matériau - préalablement préparé - qui réalise la séparation angulaire des différentes composantes spectrales du signal RF. Chaque fréquence atteint un point particulier d'une barrette de photodétecteurs, les pixels illuminés permettant de remonter à la composition du signal d'entrée. Le matériau se comporte donc comme un composant passif dans lequel les réseaux de sélection spectrale sont inscrits une fois pour toutes.

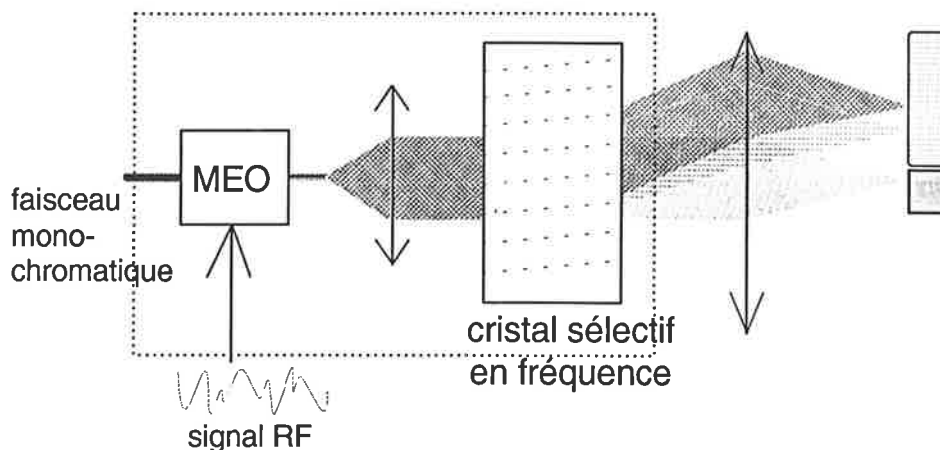


FIG. 4.4: Schéma de l'analyseur spectral à projection spatiale.

### 4.2.3 Les caractéristiques fondamentales

L'ensemble des éléments nécessaires à la mise en œuvre de cet analyseur sont disponibles à une longueur d'onde de 800 nm :

- le modulateur électro-optique, avec une bande passante supérieure de quelques dizaines de gigahertz,
- le cristal  $\text{Tm}^{3+} : \text{YAG}$ , avec une bande passante supérieure à 15 GHz, et une résolution inférieure au mégahertz.
- les lasers diode à cavité étendue (pour des raisons de compacité), dont la largeur spectrale peut être affinée à 1 MHz.

Le vitesse d'analyse est imposée par les deux éléments électroniques du système. D'un côté, le temps nécessaire à l'électro-optique pour transférer le signal radiofréquence sur la porteuse optique. De l'autre, le taux de lecture des pixels du détecteur CCD. Il n'est pas utopique d'envisager des fréquences d'analyse de l'ordre du kilohertz.

La caractéristique essentielle de cet analyseur réside dans l'indépendance entre résolution angulaire et résolution spectrale. Cette dernière dépend uniquement de la largeur d'un canal spectral du cristal ( $2 \times \Gamma_h$ ). On peut donc atteindre des résolutions considérables, pour peu que l'on accepte de travailler à très basse température. A 5 K, la largeur homogène (et donc la résolution) peut descendre au mégahertz (voir 2.3.3)

#### 4.2.4 La configuration expérimentale

Le cristal  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  utilisé impose plusieurs restrictions. Les hologrammes enregistrés ont en réalité une persistance limitée, donnée par le temps de vie des niveaux atomiques mis en jeu : environ 10 ms. Aussi, les réseaux doivent être continuellement rafraîchis, sans empêcher la diffraction permanente du faisceau signal. Cette condition de fonctionnement peut être satisfaite avec une configuration non coplanaire contrepropagative (type “boxcars”) [5], présentée sur la figure 4.5.

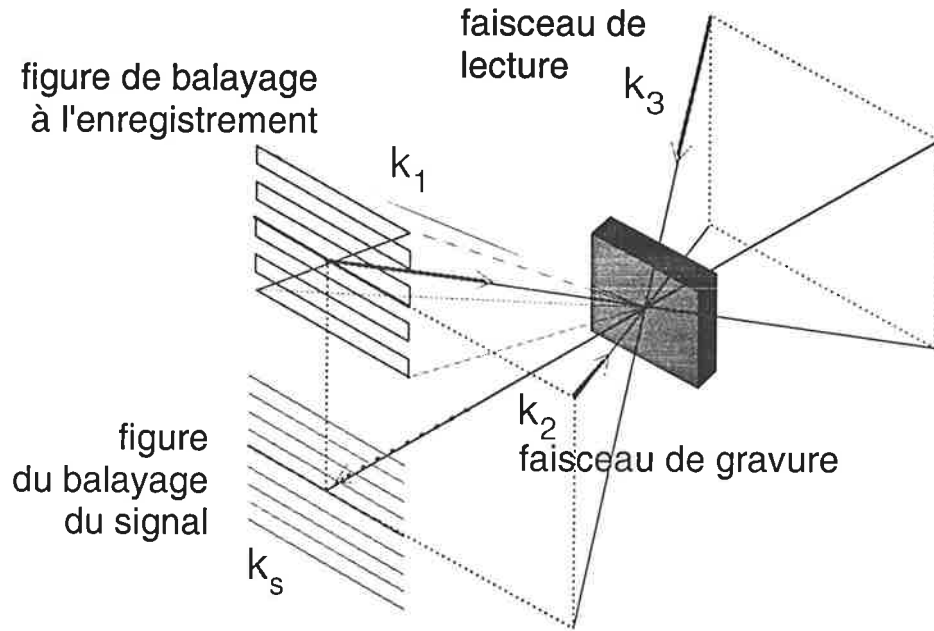


FIG. 4.5: Configuration non coplanaire (“boxcars”) contrepropagative, permettant l’enregistrement et la lecture simultanément.

Le faisceau sonde  $\vec{k}_3$  se propage hors du plan défini par les faisceaux de gravure  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ . Cette configuration non coplanaire est parfaitement compatible avec la simultanéité de l’enregistrement et la lecture, puisque la condition d’accord de phase impose au faisceau diffracté la direction  $\vec{k}_s$  :

$$\vec{k}_s = \vec{k}_3 + \vec{k}_2 - \vec{k}_1,$$

qui diffère de toutes celles des faisceaux incidents.

En phase de fonctionnement, les vecteurs d’onde  $\vec{k}_2$  et  $\vec{k}_3$  conservent leurs directions fixes, tandis que  $\vec{k}_1$  décrit un balayage angulaire synchronisé avec

le balayage de la fréquence des faisceaux de gravure. Finalement, les différentes composantes spectrales du signal, portées par le faisceau sonde, sont effectivement diffractées suivant des directions différentes.

### 4.2.5 Le nombre de canaux possibles

Notons  $\bar{\theta}$  et  $\bar{\varphi}$  les intervalles angulaires balayés par  $\vec{k}_1$  (figure 4.6). Soient  $w_y$  et  $w_z$ , respectivement les dimensions horizontales et verticales de la tâche laser. Avec ces notations, la taille de la tâche d'Airy vaut respectivement  $\lambda/w_y$  et  $\lambda/w_z$ . Donc le nombre maximum de canaux imposé par la limite de diffraction est donné par :

$$\begin{aligned} N &= \frac{\bar{\theta}}{\lambda/w_y} \cdot \frac{\bar{\varphi}}{\lambda/w_z} \\ &= \frac{\bar{\theta} \cdot \bar{\varphi} \cdot \sigma}{\lambda^2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

en posant  $\sigma = w_y \cdot w_z$  la surface de la tâche laser dans l'échantillon.

#### La condition d'accord de phase

Un raisonnement identique à celui mené dans la section 3.5.2 indique que l'accord de phase entre les deux faisceaux de gravure et faisceau signal diffracté est optimal lorsque :

$$\vec{k}_3 + \vec{k}_2 \text{ est orthogonal } \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \quad (4.2)$$

Cette condition n'est respectée que lorsque le balayage de  $\vec{k}_1$  s'effectue suivant une direction horizontale. Ainsi, dans le repère  $(Oxyz)$  de la figure 4.6,  $(\vec{k}_3 + \vec{k}_2)$  est vertical (suivant  $Oz$ ) et  $(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$  est toujours dans un plan horizontal lorsque  $\vec{k}_2$  évolue le long de cette ligne de parfait accord de phase. En réalité, un léger désaccord de phase est tolérable tant que :

$$\left| \left| \vec{k}_3 + \vec{k}_2 - \vec{k}_1 \right| - k \cdot L \right| < \pi$$

Ce qui peut également s'écrire sous la forme :

$$\left| (\vec{k}_3 + \vec{k}_2) \cdot (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot L \right| < k \cdot \pi \quad (4.3)$$

en notant  $L$  l'épaisseur de l'échantillon, et  $k$  le module des vecteurs d'onde.

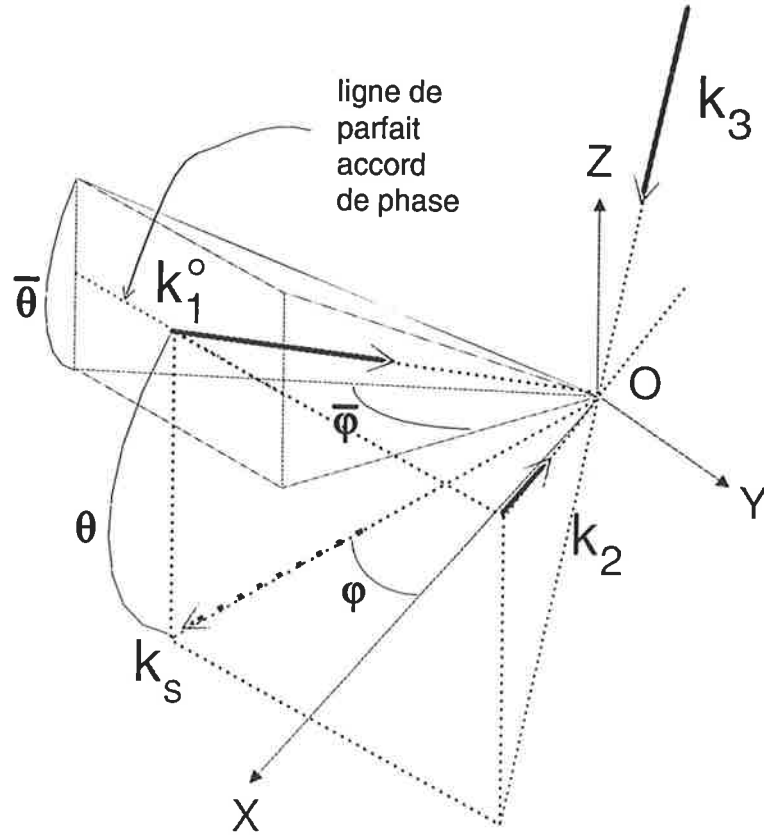


FIG. 4.6: Configuration non coplanaire ("boxcars") contrepropagative. Définition des notations. Le vecteur  $\vec{k}_1^0$  est choisi pour être au centre du domaine balayé par  $\vec{k}_1$ , aussi bien horizontalement (balayage de  $-\frac{\bar{\theta}}{2}$  à  $+\frac{\bar{\theta}}{2}$ , de part et d'autre de  $\vec{k}_1^0$ ) que verticalement (de  $-\frac{\theta}{2}$  à  $+\frac{\theta}{2}$ ).

En décomposant  $\vec{k}_1$ ,  $\vec{k}_2$  et  $\vec{k}_3$  dans le repère ( $Oxyz$ ) de la figure 4.6,

$$\left(\vec{k}_3 + \vec{k}_2\right) \cdot \left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right) = 2k \sin \theta \left[ \sin \left( \theta \pm \frac{\bar{\theta}}{2} \right) - \sin(\theta) \right]$$

pour les orientations extrêmes de  $\vec{k}_1$  en se déplaçant verticalement selon  $\varphi$  (c'est-à-dire pour  $\widehat{(\vec{k}_1, \vec{k}_1^0)} = \pm \frac{\bar{\theta}}{2}$ ).

En supposant les angles  $\theta$  et  $\bar{\theta}$  petits, l'équation 4.3 se réduit à :

$$k.L.\theta.\bar{\theta} < \pi \quad (4.4)$$

De plus, pour que les faisceaux de gravure et le faisceau signal ne se recouvrent pas, il faut nécessairement que  $\bar{\theta} \leq 2\theta$ . Finalement, l'intervalle angulaire maximum qui peut être balayé  $\bar{\theta}$  doit satisfaire la condition :



$$k.L.\bar{\theta}^2 < 2\pi \quad (4.5)$$

### L'optimisation du recouvrement

En raison de la faible valeur de la force d'oscillateur (voir page 27) associée à la transition, il est nécessaire de focaliser l'énergie laser sur une très petite surface. La puissance lumineuse obtenue permet ainsi d'exciter suffisamment de centres absorbants pour construire des réseaux présentant une bonne efficacité de diffraction.

En prenant maintenant la direction de l'axe ( $Ox$ ) orthogonal à l'échantillon (figure 4.6), le nombre d'ions excités par les faisceaux de gravure s'écrit :

$$n = \rho \cdot \int dz \int dy \int_{-L/2}^{+L/2} dx \cdot A_1(x, y, z) \cdot A_2(x, y, z)$$

où  $\rho$  représente la densité d'ions, et  $A_1$  et  $A_2$  les profils spatiaux des champs de gravure, que l'on peut supposer gaussiens. En supposant que leurs waists se situent au centre du cristal et qu'ils satisfont au critère de Rayleigh :  $\frac{w^2}{\lambda L} \gg 1$ . La distribution spatiale des champs peut alors se décrire sous la forme :

$$A_i \propto \exp\left(-\frac{y^2 + z^2}{2w^2}\right)$$

d'où, suivant la dimension horizontale de la tâche, l'expression du nombre d'ions impliqués dans la construction du réseau :

$$\begin{cases} n \propto \frac{n_0}{\cos \varphi} & \text{si } \alpha < 1 \\ n \propto \frac{n_0}{\cos \varphi} \frac{1}{\alpha} & \text{si } \alpha > 1 \end{cases}$$

où  $\alpha = \frac{L \cdot \sin \varphi}{2w_y}$  désigne le paramètre de recouvrement.

La décroissance de  $n$  lorsque  $\alpha$  dépasse l'unité se traduit par une dégradation rapide de l'efficacité de diffraction qui est proportionnelle à  $n^2$ . Le recouvrement optimum des faisceaux de gravure à l'intérieur du volume du cristal impose donc :

$$\varphi < \frac{2.w_y}{L} \quad (4.6)$$

où  $\varphi$  représente la (petite) distance angulaire, sur l'horizontale, entre  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ . Pour les mêmes raisons, le recouvrement du faisceau sonde avec le réseau gravé impose :

$$\theta < \frac{2.w_z}{L} \quad (4.7)$$

### Le nombre de canaux possibles

Cependant, cette dernière condition est moins stricte que la condition 4.5. En combinant cette dernière avec les équations 4.1 et 4.6, il reste la condition finale qui relie le nombre de canaux à la dimension de la tâche laser :

$$N < \frac{4.w_y.\sigma}{(\lambda.L)^{\frac{3}{2}}} \quad (4.8)$$

Une capacité d'un **millier de canaux** est parfaitement envisageable dans nos conditions expérimentales, en prenant :

$$w_y = 300 \mu\text{m}, \quad w_z = 30 \mu\text{m}, \quad L = 500 \mu\text{m}, \quad \lambda = 0,8 \mu\text{m}$$

### 4.2.6 Des configurations alternatives

Il existe d'autres solutions permettant d'enregistrer et de lire simultanément des réseaux holographiques. Par exemple, les trois faisceaux de production peuvent converger depuis le même côté de l'échantillon. Mais dans ce cas, la détection du signal diffracté risque d'être parasitée par les fortes diffusions des faisceaux copropagatifs.

Une configuration coplanaire et contrepropagative (obtenue lorsque  $\vec{k}_2 = -\vec{k}_3$ ) autorise un accord de phase parfait pour toutes les directions d'incidence de  $\vec{k}_1$ . En particulier, l'équation 4.4 est toujours satisfaite puisque  $\bar{\theta} = 0$ . En contrepartie, puisque le signal se propage suivant  $-\vec{k}_1$ , il faut le séparer du faisceau de gravure à l'aide d'une lame séparatrice, provoquant une perte de la moitié de l'énergie sur chacun des faisceaux. Sans compter que cet élément supplémentaire représente aussi une source de lumière diffusée supplémentaire...

Il faut d'ailleurs signaler la difficulté engendrée par l'emploi d'un cryostat pour maintenir le matériau à basse température. Les nombreuses fenêtres, indispensables à l'isolation thermique de l'enceinte basse température, constituent une source majeure de lumière diffusée.

### 4.2.7 L'efficacité de diffraction

#### Le décalage temporel entre les deux voies d'enregistrement

Quelle que soit la configuration géométrique choisie, le chapitre 2 a mis en lumière un atout considérable de l'écho de photon : l'énergie diffractée dans un tel processus est entièrement concentrée dans le seul ordre de diffraction autorisé (par la causalité, voir la section 2.2.3). Théoriquement, l'efficacité de diffraction d'un réseau gravé à l'aide de deux impulsions décalées temporellement est presque *quatre fois plus importante* que celle d'un hologramme (en volume) d'absorption conventionnel (3,5 %) <sup>1</sup>. Le matériau sélectif en fréquence de l'analyseur spectral permet lui aussi de tirer parti de cette propriété, si l'on parvient à imposer un décalage de phase (spectrale) entre les deux ondes de gravure éclairant une classe de centres absorbants. Un tel montage a déjà été réalisé, permettant de balayer simultanément la fréquence des lasers d'enregistrement, afin de faire cohabiter une série d'hologrammes distincts [6].

Pour l'analyseur spectral, une méthode simple est plus appropriée. Il s'agit simplement de balayer les fréquences des deux faisceaux d'enregistrement en maintenant entre eux un décalage de fréquence constant [7]. Ainsi, au même instant, chaque faisceau de gravure n'excite pas les mêmes classes d'atomes. Du point de vue de ces derniers, l'excitation par les deux champs d'enregistrement ne se produit pas au même instant (voir figure 4.7). La réalisation pratique est simple à mettre en oeuvre, il suffit d'intégrer sur l'une des voies de gravure un acousto-optique pour produire un décalage en fréquence de quelques dizaines de mégahertz.

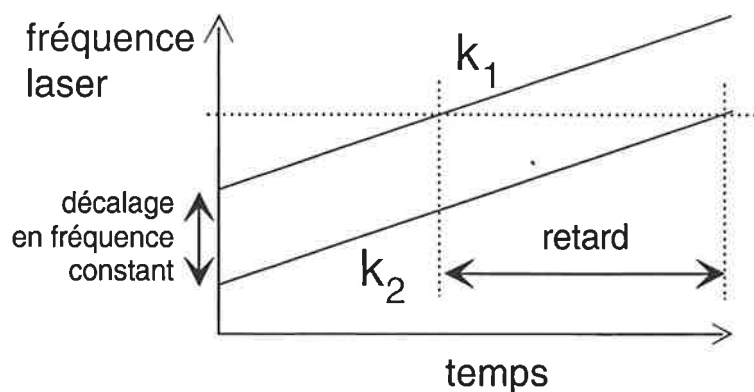


FIG. 4.7: *Excitation continue avec décalage de la fréquence laser.*

<sup>1</sup>On peut se référer à l'explication donnée en page 84

### L'estimation du taux de relaxation des cohérences

Toutefois, si l'on ne veut pas que l'efficacité de diffraction s'effondre, il faut prendre garde à la limitation imposée par la largeur homogène (voir 2.2.4, page 22) : le retard entre les deux ondes laser doit être inférieur à l'inverse de  $\Gamma_h$ . C'est très exactement le taux de relaxation des cohérences ( $T_2$ ) qui intervient dans l'estompage de la modulation des populations atomiques (voir 2.3.2, page 25).

La valeur de  $T_2$  est évaluée dans la littérature à  $105 \mu\text{s}$  à  $1,5 \text{ K}$  [8]. Nos propres études spectroscopiques - en écho de photon à trois impulsions - corroborent cette estimation. Pour ce faire, on observe la variation du signal diffracté lorsque varie le décalage temporel  $t_{12}$  entre les deux impulsions d'écriture. Le contraste de la modulation en population doit décroître proportionnellement à  $\exp(-t_{12}/T_2)$  (figure 4.8). En fonction du retard de l'impulsion de lecture<sup>2</sup> ( $t_{23}$  de  $10 \mu\text{s}$  à  $1 \text{ ms}$ ),  $T_2$  varie entre  $20$  et  $10 \mu\text{s}$ .

Conditions d'études	
diamètre des faisceaux	4 mm
puissance des impulsions	35 mW
durée des impulsions	1,5 $\mu\text{s}$
retard de la lecture	3,5 $\mu\text{s}$
température de l'échantillon	4 K

### Les mesures d'efficacité de diffraction

Les mesures d'efficacité de diffraction ont été effectuées en configurations d'écho de photon, proches des conditions de fonctionnement de l'analyseur. Mais pour réaliser les premières mesures, nul besoin de se placer dans des conformations géométriques compliquées.

Pour relever l'efficacité d'un hologramme unique, le montage le plus simple consiste à se placer en configuration copropagative, les deux faisceaux d'enregistrement présentant une séparation angulaire de quelques degrés. L'excitation d'une classe d'ions à deux instants différents, à fréquence laser fixe sur les deux voies, est obtenue en "découpant" temporellement deux impulsions de lecture (décalées d'un temps  $t_{12}$ ) à l'aide d'obturateurs acousto-optiques (le chronogramme est porté sur la figure 4.9). La lecture s'effectue sur l'une des deux voies, et le signal est diffracté suivant l'autre. Il est détecté au bout d'un temps  $t_{12}$  après la lecture de l'autre côté de l'échantillon. Le décalage, spatial

<sup>2</sup>Le retard de la lecture influe nécessairement sur l'amplitude du signal. Plus le retard est grand, plus la diffusion spectrale dégrade la qualité de l'hologramme. Mais si l'on évalue uniquement  $T_2$ , cette détérioration semble attribuée à la relaxation des cohérences.

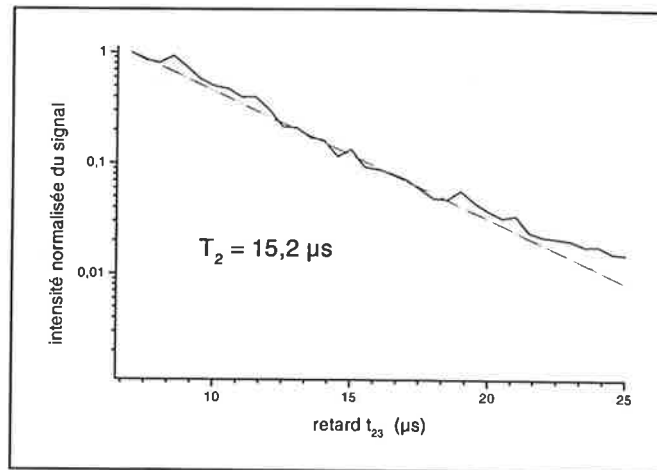


FIG. 4.8: *Etudes spectroscopiques du temps de relaxation des cohérences. Evolution de l'intensité du signal en fonction du retard entre impulsions de gravure ( $I \propto e^{-4\Delta t/T_2}$ ). La droite en pointillés représente un temps de relaxation de 15,2  $\mu\text{s}$ .*

et temporel, entre le signal d'écho et les impulsions de gravure et de lecture permet éventuellement de protéger le détecteur optique par un obturateur acousto-optique, qui ne s'ouvre qu'à l'instant d'apparition de l'écho.

Après optimisation des réglages, on obtient le signal représenté sur la figure 4.9. La seconde impulsion de gravure est représentée par l'imposant profil de gauche. On observe que celui-ci augmente progressivement à mesure que l'échantillon blanchit

#### Conditions d'études

diamètre des faisceaux	100 $\mu\text{m}$
puissance des impulsions	4 mW
durée des impulsions	1 $\mu\text{s}$
température de l'échantillon	4,1 K

sous l'effet de l'excitation optique. Le second profil, à droite, correspond au signal de diffraction. Sur la figure 4.9(b), on constate que l'intensité du signal atteint environ  $1/30^{\text{ème}}$  de celle de l'impulsion de gravure transmise, *avant blanchiment*. Si l'on tient compte de la densité optique du matériau ( $\simeq 0,9$ ) et de l'intensité du faisceau sonde ( $1/3$  de celle du faisceau de gravure), on évalue l'efficacité de diffraction, rapportée à l'intensité incidente *avant passage* dans le cristal, à environ

$$\frac{I_{\text{diffractée}}}{I_{\text{sonde}}} = \frac{I_{\text{diffractée}}}{\frac{1}{3} \cdot I_{\text{gravure}}} = 3 \times \frac{1}{30} \times 10^{-0,9} = 1 \%$$

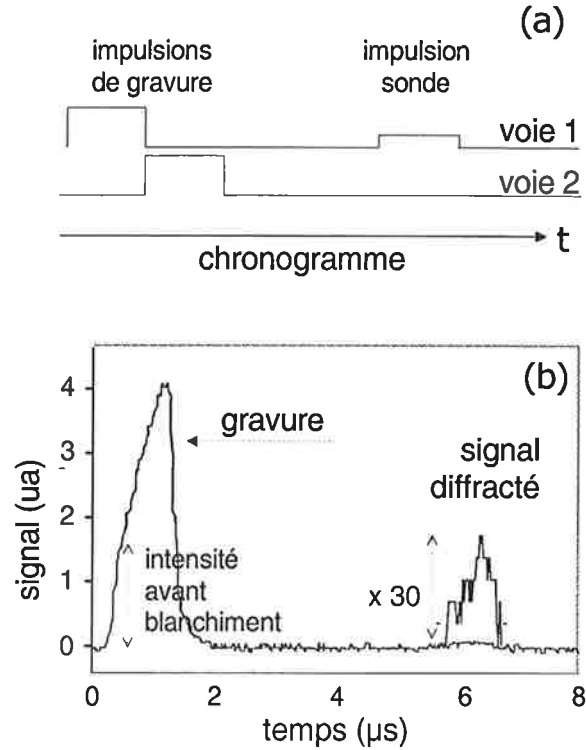


FIG. 4.9: *Signal diffracté en configuration copropagative.*

Les mêmes mesures ont été reprises dans une configuration contrepropagative et non coplanaire (figure 4.10), précédemment discutée à la section 3.5.2 (page 3.5.2). L'onde de lecture  $\vec{k}_3$  suit un chemin indépendant des ondes de gravure : elle est dirigée dans l'échantillon dans le sens contraire. Le signal d'écho est détecté dans la direction :

**Conditions d'études**

diamètre des faisceaux	70 $\mu m$
puissance des impulsions	10 $mW$
durée des impulsions	1 $\mu s$
angle entre faisceaux	5
température de l'échantillon	4,2 $K$

$$\vec{k}_s = \vec{k}_3 + \vec{k}_2 - \vec{k}_1 ,$$

qui passe sous le faisceau  $\vec{k}_1$ , avant d'être guidé vers le détecteur par le miroir  $M_d$ .

Cette configuration conduit à une efficacité de diffraction moitié moins importante (0,5 %). Toutefois, ces études n'offrent qu'une estimation approximative de l'efficacité. Car celle-ci est très sensible à de nombreux paramètres - tels que la température ou le recouvrement des trois faisceaux laser dans l'échantillon -, paramètres qui n'ont jamais été finement optimisés. D'autres dérèglements inhérents aux composants optiques du montage viennent éga-

lement perturber la mesure. L'instabilité en fréquence du laser n'assure ainsi jamais que les trois ondes incidentes soient parfaitement accordées, et les relevés doivent s'effectuer sur le maximum d'une série de signaux.

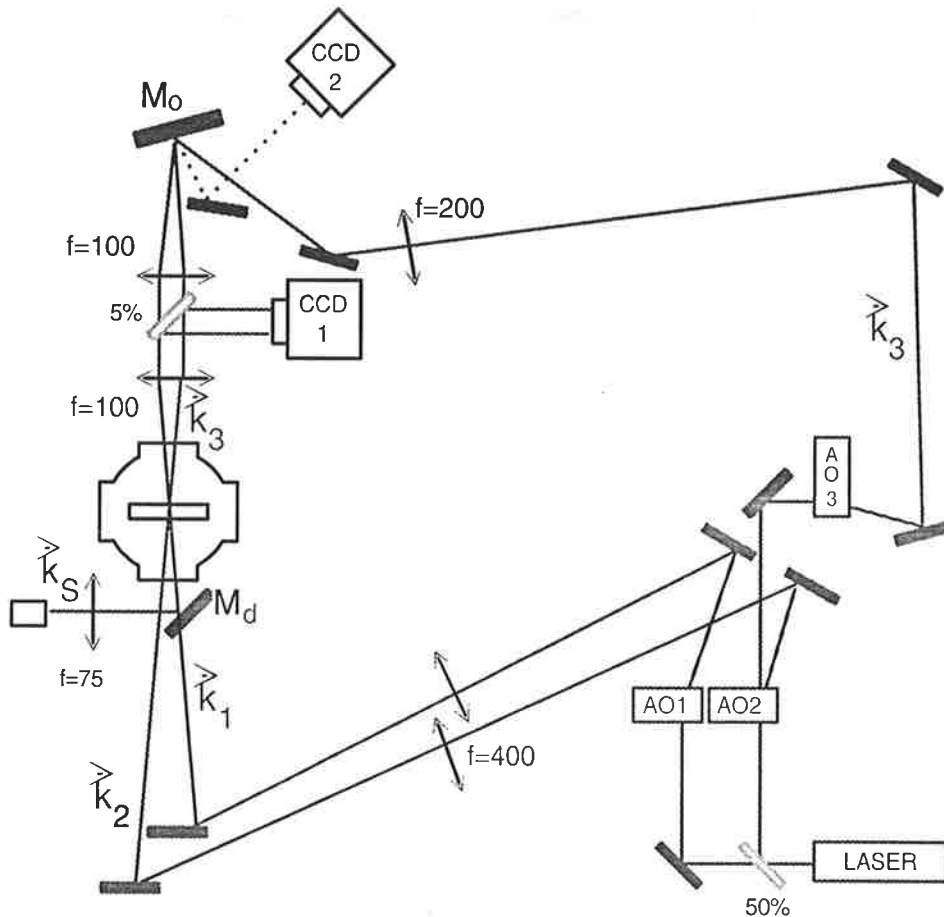


FIG. 4.10: Montage expérimental d'une configuration non coplanaire ("box-cars") avec l'onde de lecture se dirige dans le sens contraire aux ondes de gravure.

L'intensité du faisceau de lecture doit rester faible pour ne pas dégrader le réseau. Lors d'une lecture avec deux impulsions successives de forte densité de flux ( $1\text{kW}/\text{cm}^2$ ), l'amplitude du second signal est diminuée de moitié (figure 4.11a). En réduisant la densité de flux de près de deux ordre de grandeur, on obtient deux signaux de même amplitude (figure 4.11b).

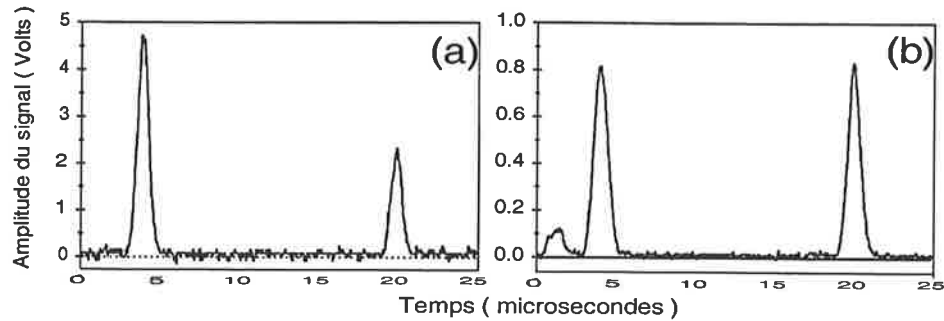


FIG. 4.11: *Signal diffracté en fonction de l'intensité du champ de lecture. Signaux successivement diffractés par deux impulsions : (a) de forte intensité ; (b) d'intensité réduite de moitié.*

### L'influence de la température

La modulation du coefficient d'absorption est inscrite à travers la différence de population du système atomique. Le contraste dépend fortement de la cohérence créée entre les deux impulsions de gravure. Au chapitre 2.3.2 (page 25), l'élargissement homogène, qui détermine le taux de relaxation des cohérences, a été principalement attribué aux phonons et à la diffusion spectrale. La théorie standard prévoit que les variations de  $\Gamma_h$  liées aux vibrations acoustiques évoluent avec la température selon une loi en  $T^n$ , avec  $2 < n < 7$ .

La figure 4.12, rapportant l'évolution de l'intensité du signal diffracté en fonction de la température, confirme que l'efficacité de diffraction chute rapidement avec la température.

Plusieurs expériences ont également été menées pour étudier la diffusion spectrale. Deux d'entre elles méritent d'être évoquées.

Lors de la phase d'enregistrement, la fréquence de l'une des ondes est partiellement décalée de la fréquence de résonance du réseau holographique, afin d'estimer l'influence de l'excitation d'une classe d'atomes éloignée de quelques largeurs homogènes. Une variante consiste à balayer la fréquence des lasers d'écriture et à observer l'effet d'un élargissement progressif de l'intervalle spectral ainsi parcouru. Contre toute attente, on constate dans les deux cas que l'amplitude du signal diffracté croît alors que l'énergie supplémentaire apportée n'est pas censée pomper la classe d'ions qui construit l'hologramme diffractant. Au contraire, ce supplément d'énergie doit participer à la modification de l'environnement cristallin et à la détérioration du réseau holographique. En fait, cette observation met uniquement en lu-



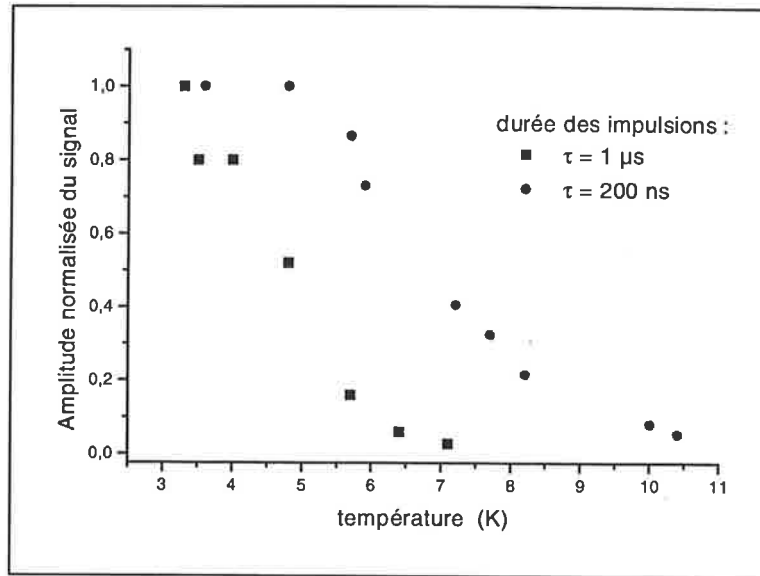


FIG. 4.12: Efficacité de diffraction en fonction de la température.

mière le rôle néfaste de l'instabilité de la fréquence laser : cette dernière peut accidentellement sauter sur la fréquence de résonance pendant les périodes additionnelles, renforçant la gravure...

### L'influence de la polarisation

L'efficacité de diffraction évolue en fonction de la polarisation des champs incidents et de leurs interactions avec les dipôles des centres absorbants.

Nous nous sommes placés dans la configuration suivante : la polarisation de l'un des deux faisceaux de gravure est maintenue fixe ; le faisceau sonde et le polariseur d'analyse du signal sont polarisés suivant la même direction ; on mesure l'intensité du signal en fonction de la direction de polarisation de l'autre faisceau de gravure. Les résultats sont représentés sur la figure 4.13. Les points expérimentaux sont comparés à un modèle en  $\cos^2(\widehat{p_1, p_2})$ , où  $\widehat{p_1, p_2}$  représente l'angle entre les polarisations des champs de gravure. Pour parvenir à cette modélisation, on a fait l'hypothèse que le dipôle associé à chaque ion a une direction spécifique imposée par la matrice cristalline [9], mais que la distribution des orientations dipolaires est *isotrope*.

On constate donc que l'amplitude du signal diffracté dépend uniquement de la différence d'orientation des polarisations. Ce résultat confirme, qu'en raison de la taille du cristal, la répartition de l'orientation des dipôles  $\text{Tm}^{3+}$  peut être considérée comme isotrope dans notre échantillon.

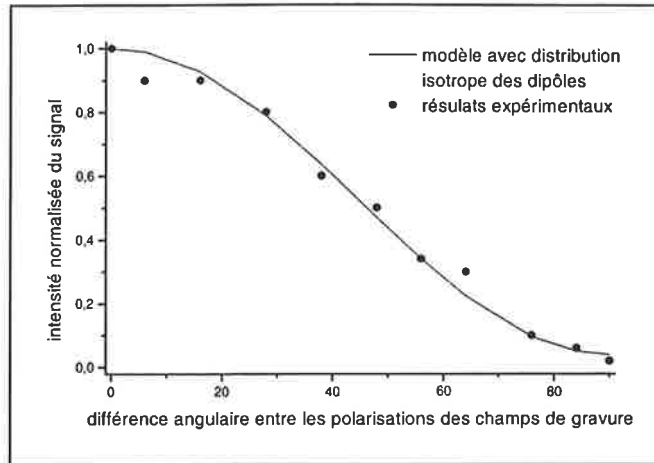


FIG. 4.13: Gravure avec des polarisations décalées angulairement. Comparaison des résultats expérimentaux avec un modèle supposant une distribution isotrope des dipôles.

La réduction de la lumière parasite peut tirer parti des polarisations. Pour ce faire, on peut polariser les deux faisceaux de gravure dans la même direction et polariser le faisceau sonde et le polariseur d'analyse dans la direction croisée. La diffusion des faisceaux de gravure sur les différents dioptres (fenêtres du cryostat et surfaces de l'échantillon) sont alors presque complètement atténuées par le polariseur d'analyse. L'inconvénient d'une telle technique réside dans l'atténuation concomitante de l'intensité du signal, d'un facteur  $(\frac{1}{3})^2$ . Le choix est donc à effectuer entre une intensité élevée ou un excellent rapport signal sur bruit.

### La largeur inhomogène

L'évolution de l'intensité du signal de diffraction en fonction de la longueur d'onde a été étudiée. Le résultat présenté sur la figure 4.14 permet d'estimer que le signal de diffraction couvre une bande spectrale d'une largeur à mi-hauteur *supérieure à 20 GHz*, même si les limitations de la source laser ont empêché de d'explorer complètement le profil inhomogène de la raie.

### Un atout par rapport aux réseaux d'indice de réfraction

Contrairement aux hologrammes enregistrés dans des matériaux photo-réfractifs, les réseaux gravés au sein d'un matériau à creusement spectral

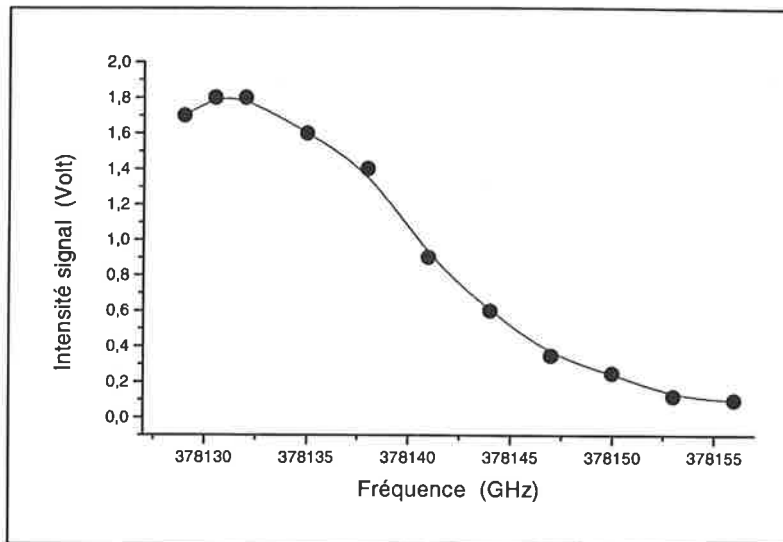


FIG. 4.14: Evolution de l'intensité du signal de diffraction en fonction de la position du réseau gravé dans la bande d'absorption.

n'ont pas à se partager les différents centres absorbants qui participent à la diffraction. Chaque hologramme est constitué par des atomes qui sont résonnants avec une seule fréquence laser. L'efficacité de diffraction n'est pas répartie entre les différents réseaux (i.e. centres actifs) et reste indépendante du nombre d'hologrammes. Elle n'accuse donc pas la décroissance en  $1/N^2$  ( $N$  est le nombre d'hologrammes inscrits), caractéristique du multiplexage holographique *spatial* des matériaux photoréfractifs.

En réalité, l'excitation de centres actifs, même à des fréquences très éloignées, modifie légèrement l'environnement cristallin, accélérant la diffusion spectrale (chapitre 2.3.2) et détériorant la résolution spectrale et l'efficacité de diffraction.

#### 4.2.8 Le régime d'accumulation

L'intensité du signal diffracté est proportionnelle à la différence de population entre les états de la transition sondée. Après gravure, à mesure que le niveau supérieur se dépeuple et que le fondamental se remplit, les franges perdent en contraste.

##### Durée de vie du réseau transitoire

La mesure du temps de relaxation des niveaux mis en jeu permet de préciser l'évolution de l'efficacité de diffraction des réseaux holographiques

au cours du temps. Le schéma de niveau 2.3 (page 27) rappelle les mécanisme d'excitation - sur la transition  ${}^3H_6 \rightarrow {}^3H_4$  - et de relaxation. Au cours de celle-ci, le niveau supérieur se désexcite rapidement vers le niveau métastable  ${}^3F_4$ .

La littérature n'indiquant que les ordres de grandeur des différents taux de relaxation, une étude précise s'est avérée indispensable. La variation du taux de diffraction sur le réseau transitoire est mesurée en fonction du temps écoulé  $t$  entre les instants de gravure et de lecture. On montre alors que l'évolution temporelle de l'intensité du signal diffracté s'exprime sous la forme :

$$I_{diff}(t) = I_{diff}(0) \cdot \left( \frac{(\Gamma - \frac{1}{2}\gamma_2 - \gamma_3)e^{-\Gamma t} + \frac{1}{2}\gamma_2 e^{-\gamma_3 t}}{\Gamma - \gamma_3} \right)^2$$

où  $\Gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ . La comparaison avec les résultats expérimentaux présentés sur la figure 4.15, donne les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} (\gamma_1 + \gamma_2)^{-1} = 0,5 \text{ ms} \\ \gamma_1 \ll \gamma_2 \\ \gamma_3^{-1} = 12 \text{ ms} \end{cases} \quad (4.9)$$

L'absence de relaxation du niveau supérieur vers l'état fondamental ( $\gamma_1 \ll \gamma_2$ ) est inhabituelle. Les études précédemment menées sur l'ion thulium dans des matrices solides montraient au contraire que c'était la voie de relaxation préférentielle. Des considérations théoriques sur la matrice YAG indiquent ainsi des taux de branchement  $\frac{\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1}$  variant entre 20 % [10] et 60 % [11]. De tels taux sont incompatibles avec les mesures 4.9 sur la durée de vie de l'hologramme. Le processus d'accumulation mis en évidence plus loin (voir par exemple la figure 4.19, page 126) est également en contradiction avec les taux de branchements évoqués dans la littérature.

L'expérience précédente consiste à enregistrer un réseau spatial monochromatique avec deux impulsions cotemporelles, de durée 1  $\mu$ s. Le réseau est ensuite sondé avec une impulsion se propageant en sens contraire (figure 4.10). L'évolution de l'intensité du signal diffracté présente deux phases distinctes. Dans un premier temps, le niveau supérieur ( ${}^3H_4$ ) relaxe très rapidement vers l'état intermédiaire ( ${}^3F_4$ ). En moins d'une milliseconde, l'efficacité de diffraction a chuté d'un facteur 4! A partir de cet instant, la diffraction n'est plus causée que par la modulation de population du seul niveau inférieur. Celle-ci s'efface alors beaucoup plus lentement à mesure que l'état métastable relaxe vers l'état fondamental.

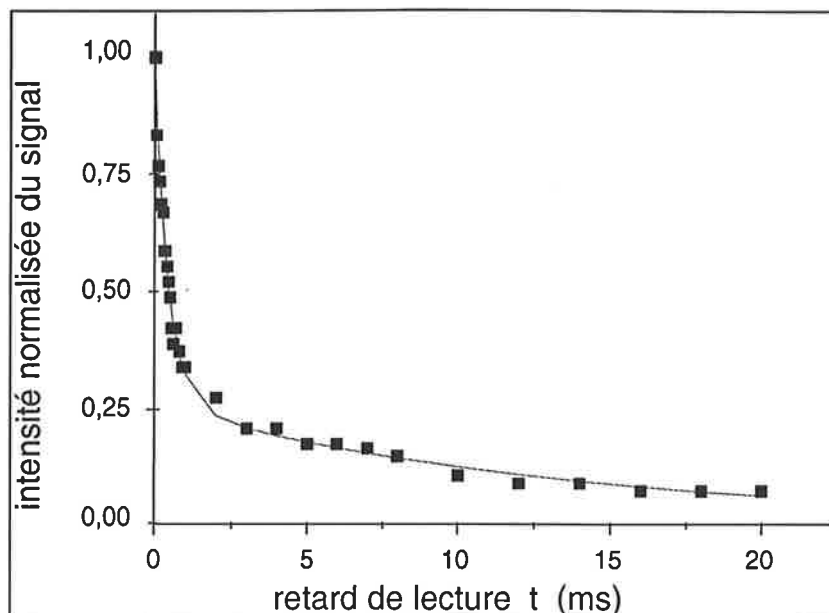


FIG. 4.15: Evolution de l'amplitude du signal diffracté avec le retard de lecture.

### La nécessité d'un rafraîchissement permanent

La durée de vie des populations excitées ne dépasse pas la milliseconde et le contraste du réseau holographique est rapidement effacé par la décroissance des ions excités, conduisant à un temps de décroissance d'environ 10 ms. Pour pallier à ce problème, les hologrammes doivent être "rafraîchis" en permanence : ils doivent être enregistrés à intervalles de temps réguliers, courts devant la relaxation de la population. Ce balayage répétitif de la fréquence du laser d'écriture, synchronisé avec le balayage angulaire sur l'échantillon est illustré par la figure 4.16. Chaque canal spectral est brièvement éclairé au cours du processus d'enregistrement, avec un taux de répétition d'environ 1 kHz. L'efficacité de diffraction s'approche d'un régime stationnaire, puisque la durée de persistance d'un hologramme est supérieure d'un ordre de grandeur.

Le mécanisme d'accumulation qui en résulte est présenté sommairement ci-dessous. Une analyse plus rigoureuse est développée dans l'annexe C.

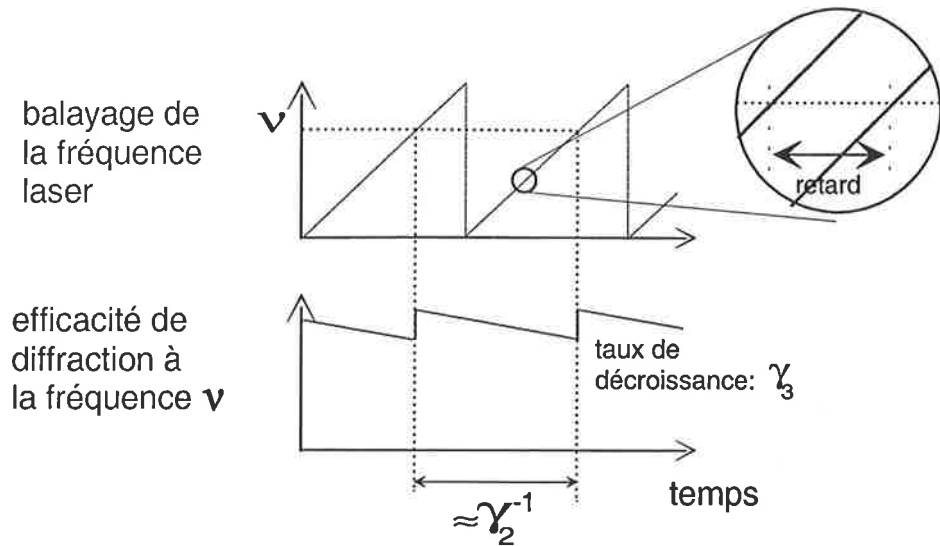


FIG. 4.16: *Principe du rafraîchissement permanent de l'enregistrement holographique.*

### Le mécanisme d'accumulation

La polarisation induite par une onde de lecture, à l'instant  $t$  qui suit la gravure, est proportionnelle à la variation de la différence de population  $\delta(n_2 - n_1)$  produite par la gravure :

$$\delta(n_2 - n_1)(t) = (n_2 - n_1)(t) - (n_2^o - n_1^o)$$

où  $n_1$  et  $n_2$  représentent respectivement les populations des états fondamental et supérieur de la transition. Dans le régime de gravure unique, la situation à l'équilibre ( $n_i^o$ ) correspond à l'état qui précède chaque excitation (noté  $n_{i-}$ ). Elle vaut :

$$(n_{2-} - n_{1-}) = -n_{1-} = -N$$

où  $N$  désigne la population totale. *Juste après* l'excitation laser, on a :

$$\delta(n_{2+} - n_{1+}) = 2R.N$$

où l'on note  $R$  la fraction de la population du niveau fondamental portée dans le niveau excité par un couple d'impulsion de gravure ( $R \ll 1$  par hypothèse). L'indice "+" est affecté à l'instant qui suit l'excitation.

La succession de séquences de gravure à une cadence ( $\tau^{-1}$ ) supérieure au taux de relaxation du niveau métastable ( $\gamma_3 \ll \tau^{-1}$ ) provoque l'accumulation des ions excités dans celui-ci. Le pompage de l'état fondamental par des

excitations répétées de faible puissance est alors suffisant pour obtenir d'importants dépeuplements, en évitant de saturer la transition. En corollaire de ces faibles excitations, la population du niveau supérieur reste constamment très peu élevée. Le régime stationnaire est atteint lorsque chaque excitation compense le dépeuplement, par relaxation, du niveau métastable.

Pour que le mécanisme de transfert de population par pompage optique répété ne soit pas perturbé par des effets liés à la cohérence, il est nécessaire que l'intervalle entre impulsions soit supérieur à la durée de vie du dipôle optique associé à la transition éclairée.

Dans la situation stationnaire, représentée sur la figure 4.17, la fraction de la population de l'état fondamental excitée est décrite par l'équation :

$$R.n_{1-} = (1 - e^{-\gamma_3\tau}).n_{3+} \quad (4.10)$$

avec  $n_3$  la population du niveau métastable.

La population de l'état supérieur ( $n_2$ ) étant supposée très inférieure à la population totale  $N$ , celle-ci s'exprime comme :

$$N \simeq n_1 + n_3$$

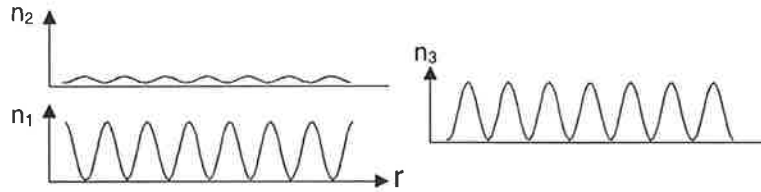


FIG. 4.17: Répartition des populations des centres actifs en régime d'accumulation stationnaire.

La qualité des franges enregistrées est donnée par le contraste entre les zones d'excitation nulle (où la population  $n_1$  reste toujours égale à  $N$ ) et les zones d'excitation maximale ( $n_1^e$ ). La modification de population  $\delta n_1$  de ces dernières est donc une mesure du contraste. On peut écrire :

$$\delta(n_2 - n_1) \simeq -\delta n_1 = N - n_1^e$$

En tirant  $n_1^e$  de l'équation 4.10, et sous l'hypothèse  $\gamma_3 \ll \tau^{-1}$ , on obtient :

$$\delta(n_2 - n_1) \simeq \frac{N}{1 + \frac{\gamma_3\tau}{R}}$$

Grâce au processus d'accumulation, non seulement l'efficacité de diffraction devient quasiment constante au cours du temps, mais le réseau gravé présente également de meilleurs contrastes dès lors que la condition :

$$\gamma_3\tau \ll R (\ll 1)$$

est satisfaite.

Ce régime a été expérimentalement vérifié avec un montage proche de celui qui a servi à la caractérisation des durées de vie des niveaux (voir figure 4.10). Dans une configuration d'écho de photon, pour laquelle les champs sont décalés temporellement, un obturateur acousto-optique est disposé sur chaque voie de gravure. Mais en régime d'accumulation, il est impossible d'utiliser deux modulateurs pilotés par des oscillateurs diffé-

rents. Le faible désaccord des fréquences d'oscillation conduit en effet à un déplacement de la figure d'interférence des ondes d'enregistrement entre deux séquences successives de gravure. En conséquence, les impulsions de gravure de cette expérience sont découpées simultanément, à l'aide d'un unique modulateur.

Le montage a également été conçu pour s'affranchir de l'instabilité de la fréquence laser. Celle-ci est linéairement modulée sur un petit intervalle spectral à chaque séquence de gravure, grâce à un modulateur à fréquence variable (figure 4.18). Ce balayage assure que les centres absorbants du matériau qui seront ensuite sondés sont effectivement excités à *chaque* enregistrement. Mais le balayage en fréquence du modulateur *AOS* s'accompagne d'une déflexion angulaire. Aussi, reprenant la démarche présentée à la section 3.5.2 (page 3.5.2) pour respecter la condition d'accord de phase, le modulateur *AOS* est positionné de manière à conserver les vecteurs  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  dans des plans verticaux. De plus, il est nécessaire de s'affranchir du déplacement de ces faisceaux *dans* le cristal, pendant le balayage, afin de conserver le recouvrement des ondes de gravure et de lecture. Le faisceau de gravure issu de la source laser est donc focalisé dans la cellule acousto-optique, avant d'être séparé suivant les deux voies de gravure et qu'un système afocal réalise l'image de la cellule dans l'échantillon.

Conditions d'études	
puissance gravure	3 mW
intervalle balayé	16 MHz
durée balayage	7 $\mu$ s
nombre de gravures	9
puissance lecture	9,5 mW
durée lecture	1 $\mu$ s
diamètre des faisceaux	< 100 $\mu$ m
angle entre faisceaux	5°
température de l'échantillon	4,5 K



Les enregistrements sont répétés toutes les millisecondes. L'impulsion sonde intervient, avec un retard variable, après une dizaine de gravures. Dans nos conditions d'études, l'efficacité de diffraction atteint son niveau maximum dès que le réseau résulte de l'accumulation de huit séquences d'enregistrement.

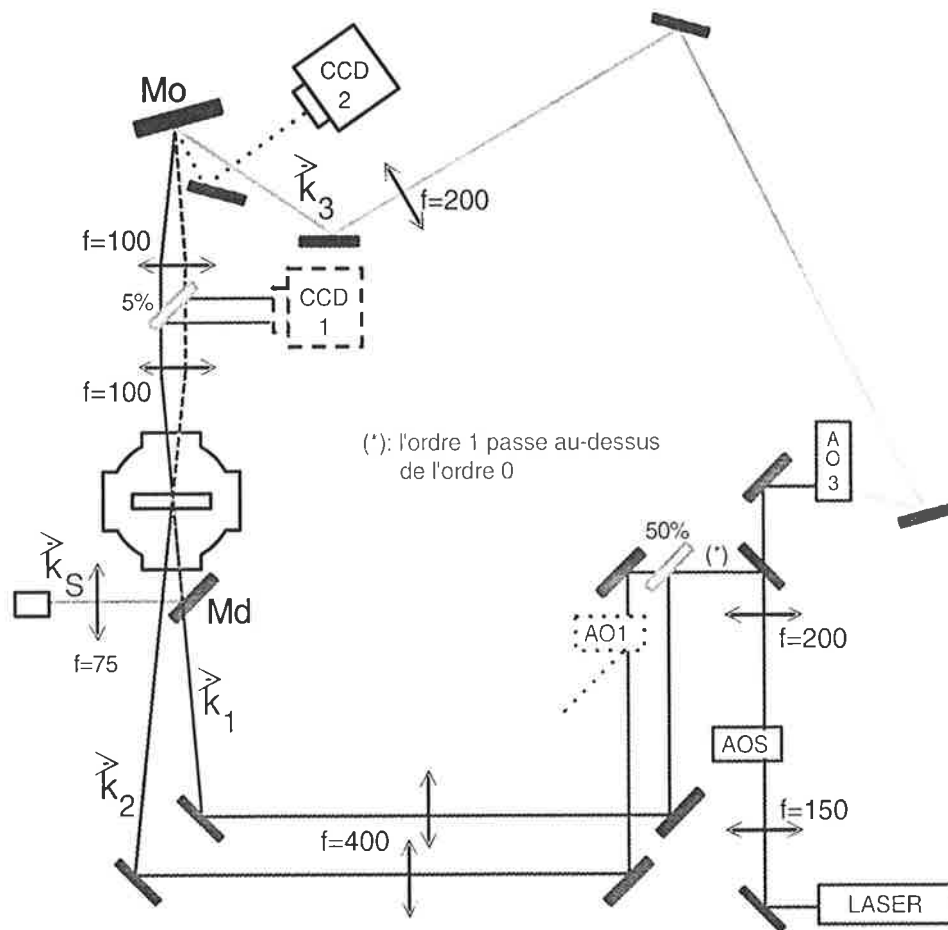


FIG. 4.18: Montage expérimental d'une configuration non coplanaire ("box-cars") où l'onde de lecture se dirige contrepropagativement aux ondes de gravure, tandis que la fréquence de ces dernières est balayée à l'aide d'un défecteur acousto-optique.

La comparaison avec le régime de gravure unique est présentée sur la figure 4.19. Dans le régime d'accumulation, l'intensité diffractée est augmenté d'un facteur 6, juste après l'écriture. Il est montré à l'annexe C que, pour une même intensité lumineuse à l'enregistrement, le rapport d'intensité des signaux obtenus dans les régimes de coup unique et d'accumulation s'exprime

sous la forme :

$$\frac{I^{(s)}}{I^{(acc)}} = 4.(R + \gamma_3\tau)^2$$

Ensuite, l'intensité du signal diffracté décroît uniformément avec le retard de lecture, à un taux qui est donné par la durée de vie de l'état intermédiaire.

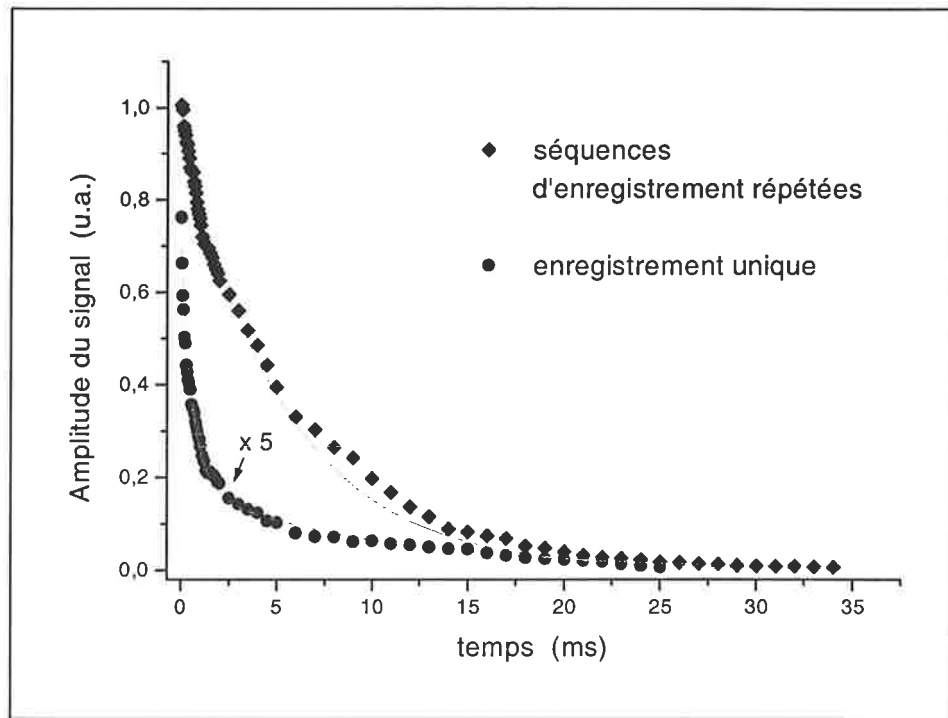


FIG. 4.19: Comparaison entre les régimes de gravures accumulées et à enregistrement unique : évolution du signal diffracté avec le retard de lecture.

Au final, la procédure d'accumulation présente un triple intérêt :

- elle permet d'obtenir une réponse quasi uniforme au cours du temps,
- elle abaisse la consommation énergétique du dispositif,
- en réduisant l'intensité des faisceaux de gravure, elle diminue du même coup le niveau de lumière diffusée.

#### 4.2.9 Résolution

Dans un régime d'accumulation avec un cycle de rafraîchissement des hologrammes d'une milliseconde, la couverture de la bande passante nécessite ainsi une vitesse de modulation de la fréquence laser de 10 GHz/ms.

### Le balayage en fréquence limite la résolution

La résolution de l'analyseur est fixée par la largeur d'un canal spectral du cristal (voir section 4.2.3). La valeur ultime est imposée par la largeur homogène de la classe de centres actifs avec laquelle se construit le réseau holographique. Mais ceci n'est vrai que si la largeur de raie du laser est plus fine que  $\Gamma_h$ . Lorsque la fréquence du laser est modulée linéairement, la largeur instantanée de la raie laser est élargie. Elle peut alors dépasser l'élargissement homogène atomique.

Le comportement de la raie laser peut s'estimer qualitativement en raisonnant sur l'exemple d'une impulsion balayée en fréquence, à la vitesse  $v_b$  (Hz/s). La fréquence instantanée du laser met un temps  $\frac{\Delta\nu}{v_b}$  pour parcourir un domaine spectral  $\Delta\nu$ . Or pour obtenir une résolution spectrale supérieure à  $\Delta\nu$ , la fréquence laser doit "s'attarder" pendant une durée minimale  $\frac{1}{\Delta\nu}$  sur cet intervalle (d'après les propriétés des transformations de Fourier). Cette résolution est donc atteinte si

$$\frac{\Delta\nu}{v_b} \geq \frac{1}{\Delta\nu}$$

d'où la limite de la résolution spectrale :

$$\Delta\nu \geq \sqrt{v_b}$$

La largeur spectrale instantanée d'un balayage en fréquence est donc supérieure à  $\sqrt{v_b}$ .

### Calcul détaillé

Pour obtenir plus précisément la résolution minimale, il est nécessaire de détailler le calcul.

**Les champs de gravure** Les champs d'enregistrement sont décrits par la forme :

$$E_j(\vec{r}, t) = A(\vec{r})e^{i2\pi\nu_j t + i\pi v_b t^2 - i\vec{k}_j \vec{r}}$$

$A(\vec{r})$  décrit la distribution radiale, supposée gaussienne.

Pour simplifier les calculs, le balayage angulaire est uniquement considéré le long de  $\varphi$  uniquement, dans le plan formé par les vecteurs  $\vec{k}_1^o$  et  $\vec{k}_2$  (voir figure 4.6, page 108). Le terme de phase *spatial* du champ  $E_1$  évolue au cours

du temps avec le balayage du vecteur  $\vec{k}_1$  :

$$\begin{aligned}\vec{k}_1 - \vec{k}_2 &\simeq \begin{pmatrix} k\varphi(t) \cos \varphi_0 \\ 2k \cos \varphi_0 + k\varphi(t) \sin \varphi_0 \end{pmatrix} \\ &\simeq k\varphi(t) \cdot \begin{pmatrix} \cos \varphi_0 \\ \sin \varphi_0 \end{pmatrix} + \vec{K}\end{aligned}$$

en notant  $\vec{K} = \vec{k}_1^{\circ} - \vec{k}_2$ ,  $\varphi_0 = \frac{1}{2} \left( \widehat{\vec{k}_1^{\circ} - \vec{k}_2} \right)$ , et en supposant la variation de  $\varphi(t)$  de faible amplitude (quelques degrés).

On peut poser

$$\begin{aligned}\varphi(t) &= \frac{\Delta\varphi}{\Delta\tau} \cdot t \\ &= \frac{\Delta\varphi}{\Delta\nu} \cdot \frac{\Delta\nu}{\Delta\tau} \cdot t \\ &= \beta \cdot \nu_b \cdot t\end{aligned}$$

où  $\Delta\varphi$  et  $\Delta\nu$  représentent (respectivement) les intervalles angulaire et spectral (respectivement) balayés pendant  $\Delta\tau$ . Le facteur  $\beta$  caractérise la dispersion angulaire du réseau enregistré.

Le terme d'interférence qui donne naissance à l'hologramme <sup>3</sup>

$$E_1^*(\vec{r}, t) \cdot E_2(\vec{r}, t) + cc$$

contient le terme de phase spatial :

$$(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} = k\beta\nu_b t \cos \varphi_0 \cdot x + k\beta\nu_b t \sin \varphi_0 \cdot y + K \cdot y$$

Le premier terme de droite représente simplement une condition d'accord de phase le long de l'épaisseur du cristal. Or celle-ci est déjà parfaitement vérifiée dès que  $\vec{k}_3 + \vec{k}_2$  est orthogonal à  $\vec{k}_1 - \vec{k}_2$ . En supposant que

$$|k\beta\nu_b t \cos \varphi_0 \cdot x| < KL\bar{\varphi} \ll \pi$$

ce terme peut être négligé dans la suite des calculs.

**Le signal diffracté** La structure spatio-spectrale gravée - et qui sert à recouvrir le signal - est liée aux centres absorbants excités :

$$\begin{aligned}\tilde{n}(\vec{r}, \nu) &\propto \tilde{E}_1^*(\vec{r}, \nu) \tilde{E}_2(\vec{r}, \nu) + cc \\ &\simeq A_1(\vec{r}) A_2(\vec{r}) \cdot \left\{ \exp(-iKy) \right. \\ &\quad \left. + \exp\left( i\frac{\pi}{\nu_b} \left[ (\nu_1 - \nu)^2 - \left( \nu_2 - \nu - \frac{1}{2\pi} k\nu_b \beta \sin \varphi_0 \cdot y \right)^2 \right] \right) + cc \right\}\end{aligned}\tag{4.11}$$

<sup>3</sup>Afin de ne pas alourdir le calcul, les termes d'amortissement sont systématiquement négligés.

On peut écrire le terme de phase spectral :

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{v_b} \left[ (\nu_1 - \nu)^2 - (\nu_2 - \nu - \frac{1}{2\pi} k v_b \beta \sin \varphi_0 . y)^2 \right] \\ &= 2\pi(\bar{\nu} - \nu)T + k\beta \sin \varphi_0 (\nu_2 - \nu)y + \frac{v_b}{4\pi} (k\beta \sin \varphi_0 . y)^2 \end{aligned}$$

en posant  $T = (\nu_2 - \nu_1)/v_b$  et  $\bar{\nu} = (\nu_2 + \nu_1)/2$ .  $T$  représente le retard temporel, vu par une classe spécifique d'atomes, entre les deux faisceaux de lecture (voir figure 4.7).

Le signal obtenu après lecture par le champ sonde  $E_3(\vec{r}, t) = E_3(t)A_3(\vec{r})e^{i2\pi\nu_\varphi t - i\vec{k}_3\vec{r}}$  ( $\vec{k}_3$  est contrepropagatif à  $\vec{k}_2$ ) est donné, d'après 4.11, par :

$$E_s(\vec{r}, t) \propto (E_3 * n)(\vec{r}, t)$$

où  $n(\vec{r}, t) = \int d\nu . \tilde{n}(\vec{r}, \nu) . e^{-i2\pi\nu t}$ .

$$\begin{aligned} E_s(\vec{r}, t) &\propto \int d\tau . n(\vec{r}, \tau) E_3(\vec{r}, t - \tau) \quad ^4 \\ &\propto \int d\tau . \int d\nu . \tilde{n}(\vec{r}, \nu) . e^{-i2\pi\nu\tau} E_3(\vec{r}, t - \tau) \end{aligned} \quad (4.12)$$

En supposant une distribution radiale identique pour les trois champs laser (précédemment supposée gaussienne :  $A(\vec{r}) \propto e^{-\frac{y^2}{2w^2}}$ ),

$$\tilde{n}(\vec{r}, \nu) . E_3(\vec{r}, t - \tau) \propto [A(\vec{r})]^3$$

On en déduit le nombre d'ions qui génèrent le signal :

$$N(\vec{r}) \propto \int dy . [A(y)]^3$$

On s'intéresse au signal diffracté dans la direction  $\vec{k}_s = \vec{k}_3 - [\vec{k}_1(\varphi) - \vec{k}_2]$  (la seule direction physiquement possible par causalité). La partie spatiale du terme de phase de l'équation 4.12 s'écrit :

$$\vec{k}_s . \vec{r} = k(\varphi \cos \varphi_0 - \sin \varphi_0) . x - k \cos \varphi_0 . y - k\varphi \sin \varphi_0 . y$$

Le premier terme du membre de droite joue toujours le rôle d'accord de phase sur l'épaisseur. En ne gardant que les deux termes suivants, on peut réécrire :

$$\vec{k}_s . \vec{r} = -\frac{K}{2}y - \frac{2\pi}{\lambda}\varphi \sin \varphi_0 . y$$

<sup>4</sup>On peut ici étendre la borne inférieure jusqu'à l'infini car on se place en condition d'écho de photon.

Le signal diffracté devient :

$$E_s(\vec{r}, t) \propto \int d\nu. \int d\tau. e^{-i2\pi\nu\tau} E_3(t - \tau) \\ \times \int dy. e^{-\frac{3y^2}{2w^2}}. e^{i\frac{K}{2}y}. e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\varphi \sin \varphi_0}. e^{i2\pi(\bar{\nu}-\nu)T + ik\beta \sin \varphi_0(\nu_2 - \nu)y + i\frac{v_b}{4\pi}(k\beta \sin \varphi_0 \cdot y)^2}$$

En posant  $a = \frac{v_b}{6\pi}(k\beta w \sin \varphi_0)^2$  et  $\nu_\varphi = \nu_2 + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{k\beta} \varphi + \frac{1}{k\beta} \frac{K}{2} \frac{1}{\sin \varphi_0}$ , qui représente la fréquence instantanée du champ diffracté dans la direction  $\varphi$ , le signal peut se réarranger sous la forme :

$$E_s(\varphi, t) \propto \int d\nu. \int d\tau. e^{-i2\pi\nu\tau} E_3(t - \tau) \\ \times e^{i2\pi(\bar{\nu}-\nu)T} \int dy. e^{-\frac{3}{2w^2}[y^2(1+ia) - iy\frac{2}{3}k\beta \sin \varphi_0 w^2(\nu_\varphi - \nu)]} \\ \propto \int d\nu. \int d\tau. e^{-i2\pi\nu\tau} E_3(t - \tau) e^{i2\pi(\bar{\nu}-\nu)T} . e^{-\frac{(\nu_\varphi - \nu)^2}{\nu_D^2}(1-ia)}$$

où  $\nu_D = \sqrt{\frac{1+a^2}{a}} \sqrt{\frac{v_b}{\pi}}$ . L'intégration sur  $\tau$  conduit à :

$$E_s(\varphi, t) \propto e^{i2\pi\bar{\nu}T} \int d\nu. \tilde{E}_3(\nu) e^{i2\pi\nu(t-T)} . e^{-\frac{(\nu_\varphi - \nu)^2}{\nu_D^2}(1-ia)}$$

Finalement, l'intégration sur le temps de l'intensité émise dans la direction  $\varphi$  donne :

$$\int |E_s(\varphi, t)|^2 dt \propto \int |\tilde{E}_3(\nu)|^2 e^{-2\frac{(\nu_\varphi - \nu)^2}{\nu_D^2}} d\nu$$

L'intensité détectée est proportionnelle au spectre en puissance du faisceau sonde, à la fréquence  $\nu_\varphi$ . La résolution spectrale (largeur à mi-hauteur) vaut :

$$\Delta\nu = \nu_\varphi \sqrt{2 \ln 2} \\ = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\pi}} \sqrt{\frac{1+a^2}{a}} \sqrt{v_b}$$

$\nu_\varphi$  est minimum pour  $a = 1$ . La résolution spectrale vaut alors  $\Delta\nu = \sqrt{\frac{2 \ln 2}{\pi}} \sqrt{v_b}$ .

Typiquement, l'analyseur spectral fonctionne dans les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_b = 10 \text{ GHz/ms} \\ \beta = 5/300 \text{ MHz} \\ w = 100 \text{ } \mu\text{m} \\ \varphi_0 = 7^\circ \end{array} \right.$$

La résolution spectrale de l'analyseur vaut alors  $\Delta\nu = 11 \text{ MHz}$ .

### Etudes expérimentales

Les effets du balayage en fréquence sont présentés en détail au chapitre 3. Dans ces expériences, la gravure est effectuée à fréquence fixe et on observe l'élargissement du profil spectral du signal produit par un balayage rapide du champ sonde. Au cours du processus de lecture, la largeur spectrale du champ de lecture (en  $\sqrt{\nu_b}$ ) se combine à la largeur  $\nu_e$  du spectre analysé et devient dominant lorsque  $\sqrt{\nu_b} \gg \nu_e$  (figure 4.20b). Même pour les plus faibles vitesses de modulation réalisées expérimentalement ( $\nu_b = 0,36$  GHz/ms, figure 4.20a), la largeur spectrale du profil sondé ( $\simeq 600$  kHz) reste supérieure à l'élargissement homogène attendu, d'après les mesures de taux de relaxation des cohérences ( $T_2 \simeq 200$  kHz, voir section 4.2.7).

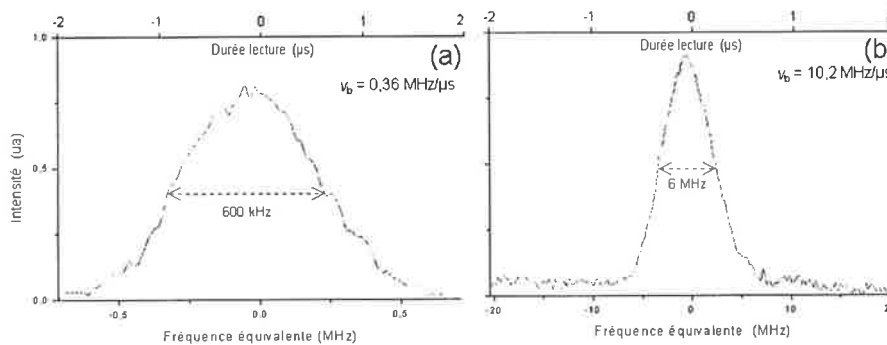


FIG. 4.20: Largeur spectrale d'un réseau holographique : a) lu à faible vitesse ; b) lu à grande vitesse.

#### 4.2.10 Bilan

Cette première phase d'études a consisté à mettre en oeuvre un dispositif de gravure d'un filtre holographique dans le matériau et à caractériser ce filtre.

Il a ainsi été vérifié que la bande passante autorisée par le  $Tm^{3+}$  :YAG est supérieure à 20 GHz. La caractérisation spectroscopique de la transition a également permis de déterminer avec précision la durée de vie de l'enregistrement, puis de mettre au point des configurations expérimentales qui améliorent l'efficacité de diffraction. Enfin, l'étude de la largeur d'un canal spectral a conduit à la mesure de la résolution du filtre.

La prochaine étape consiste à augmenter le nombre de canaux enregistrés et à évaluer l'influence d'une gravure massive sur l'efficacité de diffraction et sur la résolution.



## 4.3 L'ANALYSEUR A PROJECTION TEMPORELLE

Le procédé d'analyse spectrale présenté dans la section précédente n'exploite pas pleinement les propriétés spectrales des matériaux sélectifs en fréquence. La dimension spectrale  $y$  est confinée au rôle de coordonnée supplémentaire de stockage, à l'instar d'une simple "plaque photographique spectrale" (section 2.1.2). Mais l'accès au domaine spectral permet d'aller plus loin en réalisant de véritables images holographiques temporelles et ainsi d'introduire des dépendances temporelles entre les ondes optiques (voir la description donnée en section 2.2). Le chapitre 3 a illustré ces possibilités, mettant notamment en évidence le rôle de milieu dispersif des matériaux à creusement spectral (section 3.4.1). Les cristaux dopés terre-rare apparaissent comme des composants irremplaçables - en raison de leurs taux de dispersion élevés - pour la création de systèmes d'imagerie temporelle dans le domaine des signaux de bande passante gigahertz.

### 4.3.1 Le transformeur de Fourier

#### Une ligne dispersive avec un matériau à creusement spectral

Dans le domaine temporel, la dispersion (analogue de la diffraction dans le cadre de la dualité temps/espace) réalise la fonction de convolution :

$$E_{out}(t) \propto E_{in}(t) * \exp(-i\pi r_d t^2)$$

où  $\frac{1}{r_d}$  est le taux de dispersion caractéristique de la ligne.

Un matériau hole-burning programmé par une paire de champs  $E_1(t) = \delta(t)$  et  $E_2(t) = e^{-i\pi r_d t^2}$  se comporte comme une ligne dispersive pour toutes les ondes optiques de lecture  $E_3(t)$ . L'onde à la sortie du cristal est émise sous la forme du signal d'écho :

$$\begin{aligned} E_e(t) &\propto E_3(t) * [E_2(t) * E_1^*(-t)] \\ &\propto E_3(t) * e^{-i\pi r_d t^2} \end{aligned}$$

Le taux de dispersion est donné par la relation :

$$r_d = \frac{\Delta\nu_g}{\tau_g} \quad (4.13)$$

$\Delta\nu_g$  et  $\tau_g$  désignent respectivement l'intervalle spectral façonné et le temps de gravure (soit la durée totale de la séquence  $E_1 + E_2$ ).

### La lentille temporelle

Une lentille temporelle est caractérisée par la forme mathématique :

$$E_{out}(t) \propto E_{in}(t) \exp(i\pi r_L t^2)$$

où  $\frac{1}{r_L}$  représente le taux de modulation de la lentille, analogue au produit  $\lambda f$  en optique spatiale.

### La transformée de Fourier

En combinant une ligne dispersive constituée par un matériau hole-burning avec une lentille temporelle, il est possible de reproduire dans le domaine temporel un système qui réalise la transformation de Fourier d'un signal incident (voir section 3.2.5) :

$$E_{out}(t) \propto e^{-i\pi r_L t^2} \tilde{E}_{in}(r_L t)$$

L'intensité du champ à la sortie du système reproduit exactement la TF de l'intensité du champ incident :

$$|E_{out}(t)|^2 \propto \left| \tilde{E}_{in}(\nu = r_L t) \right|^2$$

### 4.3.2 La réalisation pratique de la transformée de Fourier

Un tel dispositif a précédemment été réalisé à l'aide de modulateurs acousto-optiques [12]. Mais ces composants limitent la bande passante du signal analysé à quelques centaines de mégahertz. Aussi est-il intéressant de réaliser la transformation de Fourier à l'aide de cristaux sélectifs en fréquence.

En détails, le système optique réalise successivement les opérations de multiplication du champ incident par le facteur de phase quadratique de la lentille ( $e^{-i\pi r_L t^2}$ ), puis la convolution du nouveau champ par le facteur de phase quadratique opposé ( $e^{-i\pi r_d t^2} = e^{i\pi r_L t^2}$ ) pour se placer dans le "plan" focal de la lentille :

$$E_{out}(t) = \left[ E_{in}(t) \times e^{-i\pi r_L t^2} \right] * e^{i\pi r_L t^2}$$

A l'aide d'un matériau sélectif en fréquence, la réalisation de ce système se décompose en trois phases distinctes. La première consiste à "programmer" la dispersion ( $\frac{1}{r_d}$ ) au sein du matériau hole-burning, à l'aide des deux

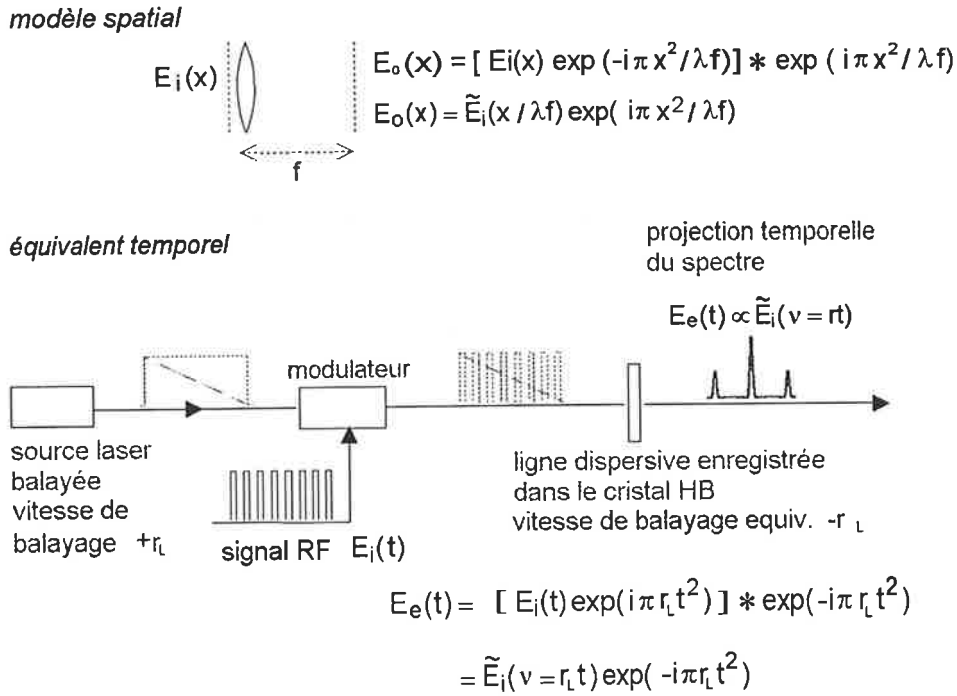


FIG. 4.21: Principe expérimental de la transformée de Fourier optique, dans le domaine temporel.

ondes  $E_1(t)$  et  $E_2(t)$  présentées plus haut. Le balayage linéaire de la fréquence du second champ est alors réalisé au niveau de la source laser. Ensuite, une troisième onde optique  $E_3(t)$  portant la modulation RF est modulée en fréquence à l'aide d'une lentille temporelle (suivant le principe évoqué dans la section 4.3.1). Enfin, au cours de la troisième étape, l'onde  $E_3$  modulée interagit au sein du cristal pour y subir l'effet de la dispersion. Le signal d'écho prend la forme :

$$E_e(t) = \int d\nu \tilde{E}_3(\nu) \tilde{E}_2(\nu) \tilde{E}_1^*(\nu) e^{-2i\pi\nu t}$$

Compte tenu des hypothèses :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_2(\nu) \tilde{E}_1^*(\nu) = F [ E_2(t) * E_1^*(-t) ] = F [ e^{-i\pi r_d t^2} ] \\ \quad = \exp \left( i\pi \frac{\nu^2}{r_d} \right) \\ \tilde{E}_3(\nu) = F [ E_{in}(t) \cdot e^{-i\pi r_l t^2} ] = \tilde{E}_{in}(\nu') * e^{i\pi \frac{\nu^2}{r_l}} \\ \quad = \int \tilde{E}_{in}(\nu') \cdot \exp \left[ i\pi \frac{(\nu - \nu')^2}{r_d} \right] d\nu' \end{array} \right.$$

on peut écrire :

$$E_e(t) = \int d\nu' \int d\nu \tilde{E}_{in}(\nu') \cdot \exp \left[ i\pi\nu^2 \left( \frac{1}{r_L} + \frac{1}{r_d} \right) \right] \\ \times \exp \left[ -2i\pi\nu \left( t + \frac{\nu'}{r_L} \right) \right] \cdot \exp \left[ i\pi \frac{\nu'^2}{r_L} \right]$$

On retrouve ici que, si les taux de modulation  $r_L$  et  $r_d$  sont *égaux* mais de *signes opposés* ( $\frac{1}{r_L} + \frac{1}{r_d} = 0$ <sup>5</sup>), alors :

$$E_e(t) = \int d\nu' \cdot \tilde{E}_{in}(\nu') \cdot \delta \left( t + \frac{\nu'}{r_L} \right) \cdot \exp \left( i\pi \frac{\nu'^2}{r_L} \right)$$

On vérifie que l'on obtient la forme attendue pour le signal d'écho :

$$E_e(t) \propto \tilde{E}_{in}(\nu' = r_L t) \cdot \exp(-i\pi r_L t^2)$$

La forme temporelle de l'écho reproduit le spectre du signal incident (au terme de phase quadratique près). Le principe présenté ci-dessus est détaillé sur la figure 4.21.

### 4.3.3 Caractéristiques

Le système d'analyse spectrale à projection temporelle est caractérisé par les bandes passantes  $\Delta\nu_s$  et les durées  $\tau_s$  des signaux qui peuvent être traités. Les valeurs limites sont déterminées par les propriétés de la ligne dispersive, largeur de bande  $\Delta\nu_g$  et retard de groupe  $\tau_g$  (figure 4.22), valeurs elles-même limitées par le matériau

#### Les limitations du matériau sélectif en fréquence

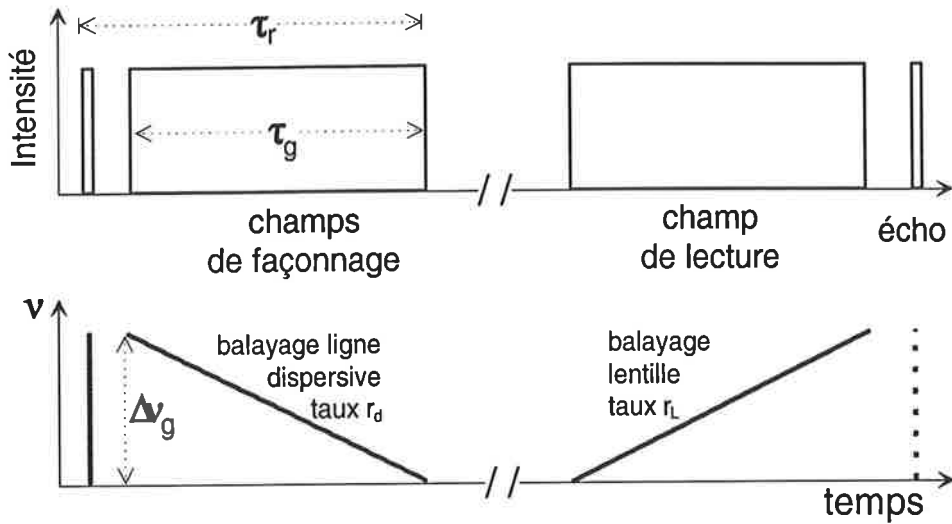
Le matériau impose les limites ultimes sur la largeur spectrale et le retard de groupe (via le retard total à l'apparition de l'écho  $\tau_r$ ) maximums de la ligne dispersive :

$$\Delta\nu_g < \Gamma_i \tag{4.14}$$

---

<sup>5</sup>Si l'onde incidente est située "contre" la lentille, la TF est obtenue dans le "plan" focal de la lentille. Dans le domaine spatial, il faut placer le plan d'observation à une distance égale à la distance focale de la lentille, c'est-à-dire  $z_{obs} = f$ , soit :

$$\frac{1}{\lambda z_{obs}} = \frac{1}{\lambda f}$$

FIG. 4.22: *Analyseur de Fourier. Définition des notations.*

$$\tau_g < \tau_r < T_2 \quad (4.15)$$

Le taux de dispersion  $|r_d| = |r_L|$  de la ligne dispersive est déterminé par le choix de  $\Delta\nu_g$  et  $\tau_g$ <sup>6</sup> :

$$r_L = \frac{\Delta\nu_g}{\tau_g} \quad (4.16)$$

Pour un couple  $\{\Delta\nu_g, \tau_g\}$  donné, il existe un ensemble de conditions sur les capacités  $\Delta\nu_s$  et  $\tau_s$ .

### La bande passante

Un signal radiofréquence de bande passante  $\Delta\nu_s$  occupe une largeur  $2\Delta\nu_s$  lorsqu'il est transféré sur une porteuse optique. Le facteur 2 provient du fait que le champ optique modulé par ce signal présente deux bandes latérales, de largeur  $\Delta\nu_s$ , de part et d'autre de la porteuse optique.

Le signal est élargi spectralement après la traversée de la lentille temporelle car celle-ci crée de nouvelles composantes spectrales. Un signal de durée  $\tau_s$  voit sa forme spectrale agrandie d'une quantité  $r_L\tau_s$ , égale à l'intervalle balayé pendant la durée du signal par le glissement de fréquence d'une lentille caractérisée par le facteur  $r_L$ . Après traversée de la lentille, le signal, de largeur spectrale initiale  $2\Delta\nu_s$ , occupe donc une bande spectrale  $2\Delta\nu_s + r_L\tau_s$

<sup>6</sup>On raisonne par la suite sur les valeurs absolues des taux de dispersion  $(\left|\frac{1}{r_d}\right| = \left|\frac{1}{r_L}\right|)$ .

(figure 4.23). La bande passante du composant dispersif gravé dans le matériau sélectif en fréquence doit être compatible avec cette largeur. Elle doit vérifier :

$$\Delta\nu_g > 2\Delta\nu_s + r_L\tau_s \quad (4.17)$$

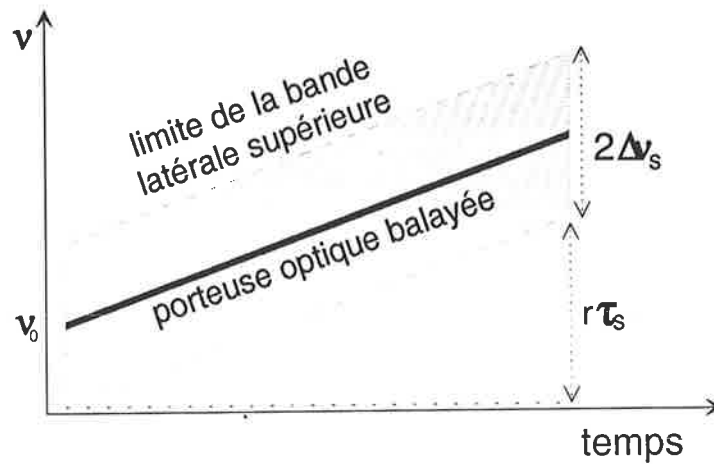


FIG. 4.23: Largeur spectrale du signal après passage dans la lentille.

La condition 4.17 peut être affaiblie si l'on ne s'intéresse qu'à une seule des bandes latérales du faisceau optique modulé, les deux bandes étant symétriques.

#### La séparation du signal de lecture et son écho

Par causalité, seule la portion du signal de lecture *antérieure* à l'apparition de l'écho contribue à la formation de ce dernier. Il est donc nécessaire de séparer temporellement l'écho du signal analysé de la ligne dispersive qui lui a donné naissance, si l'on veut que cet écho soit à chaque instant la transformée de Fourier de la *totalité* du signal radiofréquence (figure 4.24).

La durée du signal d'écho  $\tau_e$  est déduite des propriétés du transformateur de Fourier :

$$E_e(t) \propto \tilde{E}_{in}(\nu) = \tilde{E}_{in}(\nu = r_L t)$$

d'où :

$$\tau_e = 2 \frac{\Delta\nu_s}{r_L}$$

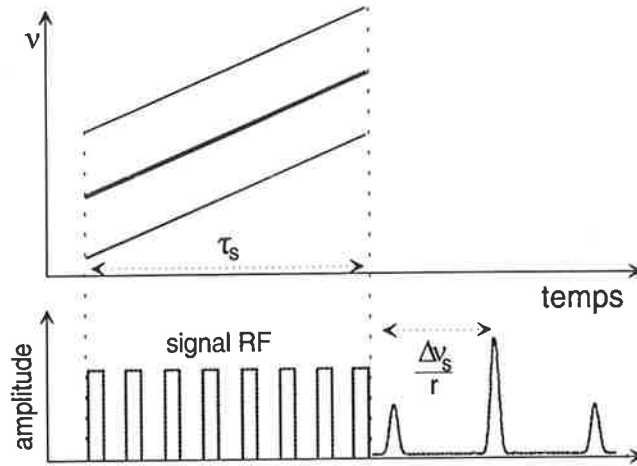


FIG. 4.24: Séparation temporelle de l'écho et du signal de lecture.

La condition de séparation entre le signal analysé et son écho signifie que le pic d'écho correspondant à la fréquence RF nulle (i.e. la porteuse optique) doit apparaître au plus tôt  $\Delta\nu_s/r_L$  après la fin de la lecture. Le retard  $\tau_r$  enregistré dans la ligne dispersive doit vérifier :

$$\tau_r > \frac{\Delta\nu_s}{r_L} + \tau_g$$

D'après 4.15, ceci impose la limitation suivante sur  $\tau_g$  :

$$\tau_g < T_2 - \frac{\Delta\nu_s}{r_L}$$

soit :

$$\tau_g \left( 1 + \frac{\Delta\nu_s}{\Delta\nu_g} \right) < T_2 \quad (4.18)$$

Cette condition est plus restrictive que 4.15.

### L'analyse en continue

En fonctionnement réel, il est indispensable d'analyser le signal en continu. En reprenant le schéma de la figure 4.25, il est possible de réaliser des analyses successives en répétant à intervalles réguliers le balayage de la fréquence du laser de lecture, qui réalise la modulation linéaire de phase correspondant à la lentille. Pendant chaque rampe, de durée  $\tau_s$ , l'amplitude du champ de lecture est modulée par le signal radiofréquence. On obtient alors, à la fin de chaque cycle, un signal d'écho qui est la TF du signal RF contenu dans la durée  $\tau_s$  de la rampe correspondante.

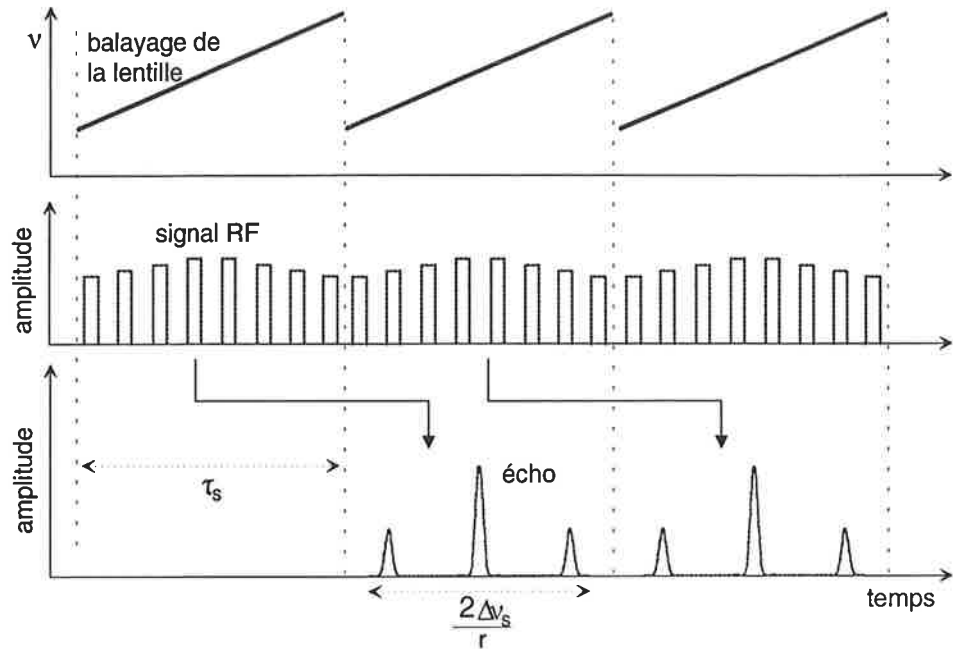


FIG. 4.25: L'analyse continue du signal radio-fréquence par tranches de durée  $\tau_s$ .

Il faut attendre l'extinction complète de l'écho avant d'analyser un nouveau signal. Le taux de répétition est donc imposé par  $\tau_e$  :

$$\text{taux de répétition} = \frac{1}{\tau_e} = \frac{r_L}{2\Delta\nu_s}$$

La condition précédente n'exclut pas la réalisation d'analyses en continu si le signal incident est découpé par tranches de périodes supérieures à  $\tau_e$ . Ainsi, les échos générés par les rampes successives ne se mélangent pas tant que la durée de l'écho est plus courte que celle du signal qui lui a donné naissance :

$$\tau_e = 2\frac{\Delta\nu_s}{r_L} < \tau_s \quad (4.19)$$

Ce fonctionnement exige une configuration expérimentale de type "box-cars" (telle que celle présentée à la section 4.2.4) pour rafraîchir la gravure de la dispersion simultanément à la lecture. Le rafraîchissement est nécessaire car la ligne dispersive ne persiste pas au-delà de la durée de vie  $T_1$  de la gravure spectrale <sup>7</sup>.

<sup>7</sup>Pour de plus amples considérations sur les implications de cette courte durée de vie, on peut se reporter à la section 4.2.8 pour le matériau et à la section 5.4.5 pour le laser.



### Les capacités de traitement du système

En combinant les conditions énumérées ci-dessus, on peut évaluer les capacités de l'analyseur, concernant  $\Delta\nu_s$  et  $\tau_s$ . Rappelons l'ensemble de ces conditions :

$$\Delta\nu_g < \Gamma_i \quad (4.14)$$

$$\tau_g < T_2 / (1 + \Delta\nu_s / \Delta\nu_g) \quad (4.18)$$

$$\Delta\nu_g > 2\Delta\nu_s + r_L \tau_s \quad (4.17)$$

$$4\Delta\nu_s < \Delta\nu_g \quad (4.20)$$

où la condition 4.20 découle des conditions 4.19 et 4.17.

Les relations 4.14 et 4.18 portent sur  $\tau_g$  et  $\Delta\nu_g$ , tandis que les conditions 4.17 et 4.20 restreignent  $\Delta\nu_s$  et  $\tau_s$  en fonction de  $\tau_g$  et  $\Delta\nu_g$ .

La capacité de traitement du signal est évalué par le produit *temps*  $\times$  *bande passante* ( $N_{tbp}$ ) qui représente la quantité d'informations que peut contenir le signal radiofréquence :

$$N_{tbp} = \Delta\nu_s \times \tau_s \quad (4.21)$$

Compte tenu de 4.17, on a la limitation suivante :

$$N_{tbp} < \tau_g \Delta\nu_g \left( \frac{\Delta\nu_s}{\Delta\nu_g} - 2 \left( \frac{\Delta\nu_s}{\Delta\nu_g} \right)^2 \right)$$

Le maximum de  $N_{tbp}$  est donc atteint pour :

$$\begin{cases} \Delta\nu_s = \Delta\nu_g / 4 \\ \tau_s = \tau_g / 2 \end{cases} \quad (4.22)$$

et vaut :

$$N_{\max} = \frac{\Delta\nu_g \tau_s}{8}$$

Cette dernière valeur est compatible avec la condition 4.20. Par ailleurs, la valeur 4.22 de  $\Delta\nu_s$  détermine la valeur maximale de  $\tau_g$  par la condition 4.18 :

$$\tau_g < \frac{4}{5} T_2$$

A l'aide de la relation 4.14, on obtient la condition :

$$N_{\max} = \frac{\Delta\nu_g \tau_s}{8} < \frac{T_2 \Gamma_i}{10}$$

Ainsi, un signal RF n'est fidèlement et continûment analysé que si son produit temps-bande passante reste inférieur à un dixième de celui offert par le matériau sélectif en fréquence.

### L'information redondante

Il n'est pas nécessaire de récupérer les deux bandes latérales du spectre radiofréquence dans le signal d'écho. Une seule suffit pour analyser complètement la composition spectrale. Dès lors, si on ne considère qu'une seule bande latérale, par exemple celle des basses fréquences, les conditions 4.18 et 4.17 sont affaiblies. Elles deviennent respectivement :

$$\Delta\nu_g > \Delta\nu_s + r\tau_s$$

et :

$$\tau_g < T_2$$

Grâce à ces conditions moins exigeantes, le produit temps-bande passante du système est presque doublé, dans la limite :

$$N_{\max} = \frac{2}{9}\Delta\nu_g\tau_g < \frac{2}{9}\Gamma_i T_2$$

### La résolution spectrale

D'après les propriétés des transformations de Fourier, la résolution spectrale sur le signal dans le "plan" focal image est donnée par :

$$\delta\nu = \frac{1}{\tau_s}$$

La durée du signal est limitée par le temps de vie de la cohérence. Plus exactement, on a au mieux  $\tau_g = T_2/2$  d'après 4.22, d'où la résolution maximale :

$$\delta\nu = \frac{1}{T_2}$$

Naturellement, pour bénéficier complètement de la résolution, la bande passante du détecteur ( $\Delta\nu_d$ ) doit être suffisante. Pour avoir une résolution spectrale  $\delta\nu$ , il faut donc que la bande passante de la détection vérifie :

$$\Delta\nu_d > \frac{r_L}{\delta\nu} = r_L\tau_s$$

Le membre de droite de l'inégalité représente simplement la largeur spectrale explorée par la lentille. Au mieux du produit temps-bande passante, on a  $\Delta\nu_d > 2\Delta\nu_s$ , si l'on détecte les deux bandes latérales, ou  $\Delta\nu_d > \Delta\nu_s$ , pour une seule bande latérale.

### La vitesse de balayage du laser

L'enregistrement de la dispersion prend place tant que persiste la cohérence atomique  $T_2$ . La durée  $\tau_g$  du second champ de gravure qui détermine le retard de groupe ne peut dépasser  $T_2$  :

$$\tau_g = \frac{\Delta\nu_g}{r_L} < T_2 \quad (4.23)$$

Cette dernière condition impose une forte contrainte sur la vitesse de balayage de la fréquence laser :

$$r_L > \frac{\Delta\nu_g}{T_2} \quad (4.24)$$

Si l'on veut exploiter la totalité de la bande passante du cristal  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  ( $\Gamma_i \geq 20$  GHz) et compte tenu de la brièveté de la durée de vie de la cohérence ( $T_2 \simeq 10 \mu\text{s}$ ), la vitesse de balayage  $r_L$  doit être supérieure à  $1 \text{ GHz}/\mu\text{s}$  ! De telles vitesses sont réalisables, mais avec des sources lasers spécifiquement construites à cet effet. La seule façon de diminuer cette contrainte tout en conservant la même bande passante réside dans le choix d'un matériau offrant une longue durée de vie de la cohérence, par exemple un cristal dopé Erbium.

La gravure très rapide de la structure dispersive oblige à utiliser des fortes intensités laser. Il est cependant possible de limiter cette contrainte. Tout d'abord, on peut remplacer la première impulsion très courte par une impulsion balayée en fréquence. Si l'on dédouble le champ linéairement modulé en fréquence, l'enregistrement de la dispersion est alors obtenu à l'aide de deux champs  $E_1$  et  $E_2$ , de durée égale (au plus  $T_2/2$ ) et de vitesses de balayage spectral  $r'$  identiques mais de signes opposés (figure 4.26). La forme spectrale gravée a la forme :

$$\tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu) \propto \exp\left(i\pi\frac{\nu^2}{r'}\right) \cdot \exp\left(i\pi\frac{\nu^2}{r'}\right)$$

La forme identique à celle de l'équation 3.34 si l'on prend  $r' = 2r_L$  :

$$\tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu) \propto \exp\left(i\pi\frac{\nu^2}{r_L}\right)$$

Même dans ce cas, les vitesses de balayage restent élevées, et il faut prendre garde à disposer de suffisamment d'énergie par classe de fréquence

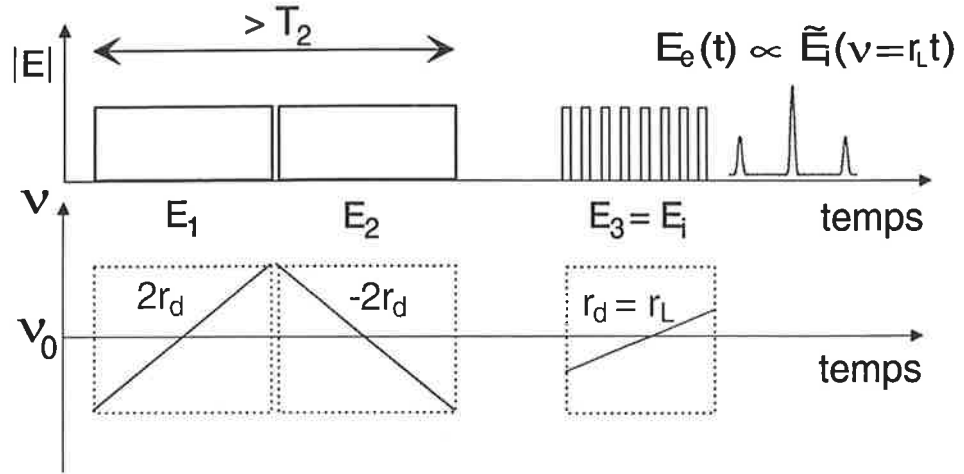


FIG. 4.26: Chronologie des champs (pour l'amplitude et la fréquence) pour la transformation de Fourier d'un signal par le matériau sélectif en fréquence. Configuration où le balayage en fréquence est dédoublé sur les deux champs de gravure.

pour enregistrer efficacement la dispersion. L'intensité laser requise est donc très grande. La satisfaction de cette exigence est facilitée par la possibilité de focaliser les faisceaux laser, puisqu'aucune résolution spatiale n'est nécessaire. Par ailleurs, dans une configuration de gravure répétitive, la perte de densité spectrale d'énergie due au balayage rapide est contrebalancée par l'augmentation de la cadence de répétition qui l'accompagne.

Une alternative plus efficace permet d'utiliser deux champs de longue durée. Ils sont cotemporels, mais présentent des vitesses de balayages légèrement distinctes (figure 4.27). Les fréquences des champs sont :

$$\begin{cases} \omega_1 = r_1.t \\ \omega_2 = r_2.t \end{cases}$$

Les vitesses de balayages vérifient les conditions :

$$\begin{cases} r_1 = r_2 - \delta r \\ \delta r \ll r_1, r_2 \end{cases}$$

Le retard entre les champs vu par une même classe d'atomes (de fréquence de résonance  $\nu_r$ ) vaut :

$$\begin{aligned} \Delta t &= \nu_r \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ &\simeq \nu_r \frac{\delta r}{r_2^2} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Le taux de dispersion enregistré par la ligne est donc :

$$\frac{1}{r_L} = \frac{\Delta t}{\nu_r} = \frac{\delta r}{r_2^2}$$

Mais  $r_L$  est toujours fixé par la relation  $r_L = \frac{\Delta\nu_g}{\tau_g}$ . Il est indépendant du choix des vitesses de balayage des champs de gravure.

La contrainte 4.23 imposée par le temps de cohérence porte seulement sur le retard de groupe maximum enregistré  $\tau_g$ , lié à la largeur de la bande spectrale balayée  $\Delta\nu_g$  (relation 4.25) :

$$\tau_g = \frac{\delta r}{r_2^2} \Delta\nu_g \leq T_2$$

En revanche, la durée de la gravure peut être aussi longue que la durée de vie  $T_1$  du niveau excité. La contrainte sur la vitesse de balayage du laser devient :

$$r_1 \simeq r_2 > \frac{\Delta\nu_g}{T_1}$$

Cette condition est bien moins exigeante que 4.24 (où  $r_2, r_1$  s'identifiaient à  $r_L$ ). Le décalage nécessaire  $\delta r$  n'est pas très important. Ce dernier s'exprime comme :

$$\delta r = r_2^2 \frac{\tau_g}{\Delta\nu_g}$$

En maximisant  $r_2$ , la condition sur  $\delta r$  s'écrit :

$$\delta r < \Delta\nu_g \frac{T_2}{T_1^2}$$

Avec le cristal  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$  utilisé et pour une bande passante  $\Delta\nu_g$  d'une dizaine de gigahertz, le décalage des taux de modulation  $\delta r$  est de l'ordre de 1 MHz/ms. Le balayage s'effectue donc sur un intervalle de 10 MHz pendant la durée  $T_1$  (prise égale à 10 ms). Si l'on veut accroître l'efficacité de la ligne dispersive, on peut recourir à une gravure par accumulation (voir section 4.2.8), sans que les nouvelles valeurs prises par  $\delta r$  (100 MHz/ms pour une durée de gravure de 1 ms) ne deviennent un obstacle.

Cette configuration permet de diminuer la puissance du laser de gravure. Techniquement, il suffit d'ajouter un modulateur acousto-optique sur la voie  $E_1$  pour produire le décalage supplémentaire  $\delta r$ .

A la lecture, persiste toutefois la condition de balayage rapide du laser :

$$r_L = \frac{\Delta\nu_g}{\tau_g} \geq \frac{\Delta\nu_g}{T_2} \quad (4.26)$$

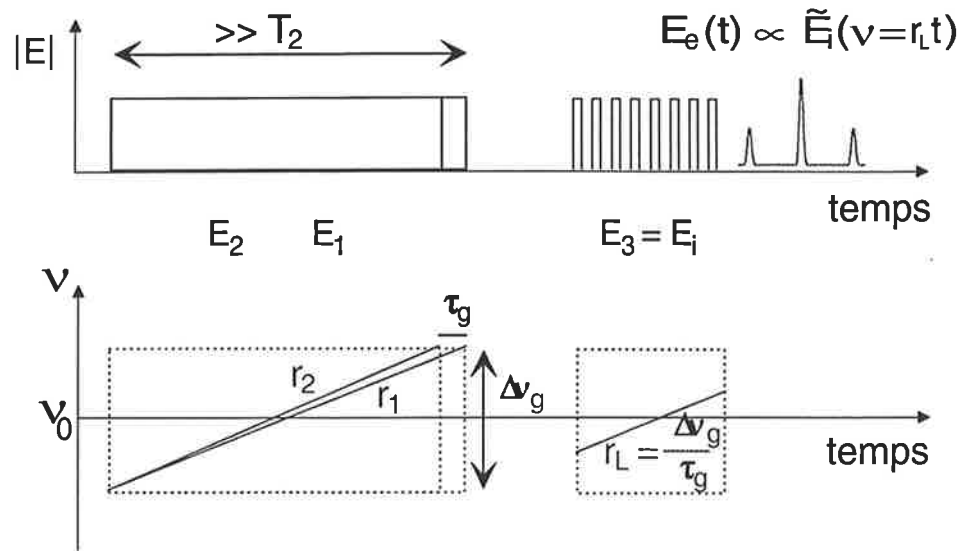


FIG. 4.27: Chronologie des champs (pour l'amplitude et la fréquence) pour la transformation de Fourier d'un signal par le matériau sélectif en fréquence. Configuration où le balayage en fréquence est réalisé sur les deux champs de gravure, avec un léger désaccord.

### 4.3.4 Démonstration expérimentale

#### La configuration

Une expérience de démonstration a été menée sur des largeurs spectrales mégahertz. Ce choix était dicté par l'absence d'une source laser produisant les modulations spectrales appropriées aux bandes passantes gigahertz. Les balayages linéaires en fréquence sont réalisés par un unique modulateur acousto-optique variable en fréquence sur un intervalle de **38 mégahertz**. Deux obturateurs acousto-optiques sont situés après que le faisceau laser ait été scindé suivant deux voies de gravure.

La configuration est alors du type **écho de photon à deux faisceaux non colinéaires**, reprenant un schéma déjà utilisé pour l'analyseur à projection spatiale (section 4.2.7). La figure 4.28 représente le dispositif expérimental utilisé. Les deux faisceaux de gravure  $E_1$  et  $E_2$  sont séparés angulairement, de manière à isoler spatialement le signal d'écho de l'onde de lecture  $E_3$  (de même direction que  $E_1$ ).

La programmation des modulations spectrales respecte la séquence présentée sur la figure 4.26 et est précisée sur la figure 4.29. Le balayage nécessaire au façonnage de la ligne dispersive est réparti sur les deux ondes de

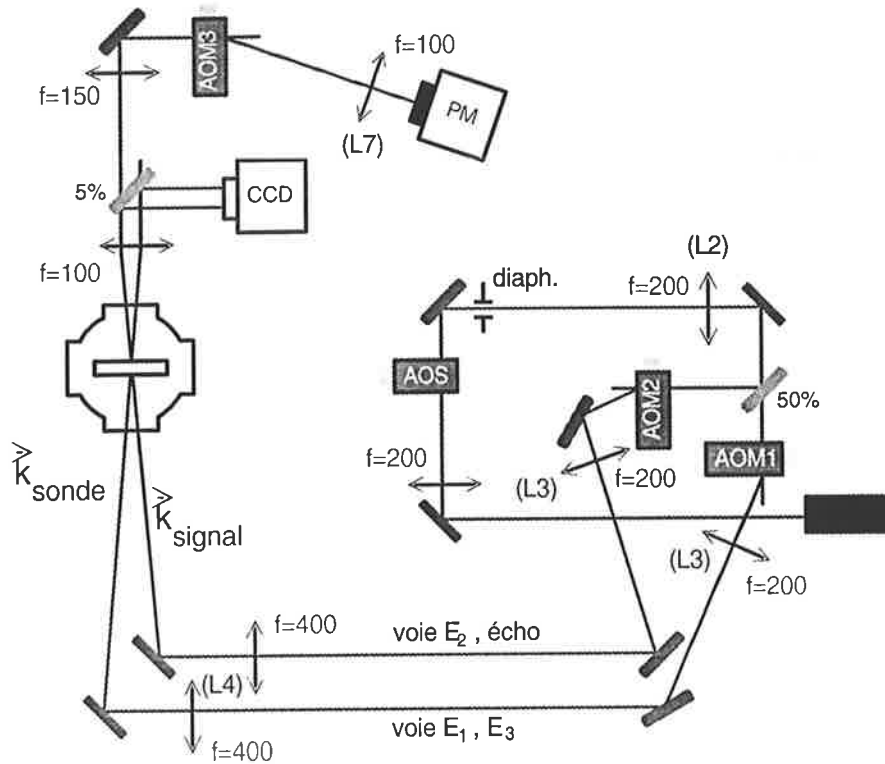


FIG. 4.28: Montage expérimental pour la validation de l'analyse spectrale par transformée de Fourier.

gravure, chacune durant  $2,5 \mu\text{s}$  (environ  $T_2/2$ ), avec une séparation d'une microseconde, pour une durée totale de  $T_2 \simeq 6 \mu\text{s}$ . Dans cette configuration, la vitesse de balayage sur chacun des champs d'enregistrement est égale à  $\pm 2.r_L$  (où  $r_L$  désigne le taux de modulation de la lentille temporelle).

Le champ sonde, modulé en amplitude par le signal radiofréquence, est donc linéairement modulé en fréquence à un taux deux fois moindre, pendant un temps maximum inférieur à  $T_2$  (relation 4.19).

Le taux de modulation de la lentille est fixé pour tous les enregistrements à :

$$r_L = \frac{1}{2} \frac{38 \text{ MHz}}{2,5 \mu\text{s}} = 7,6 \text{ MHz}/\mu\text{s}$$

Les obturateurs acousto-optiques  $AOM1$  et  $AOM2$  de chacun des faisceaux sont ouverts l'un après l'autre pendant la phase de gravure, tandis que la fréquence est simultanément (avec deux signes opposés successifs) balayée à l'aide du modulateur  $AOS$ . Le modulateur  $AOM1$  de la voie  $E_1$  sert également à mélanger le signal RF avec l'onde de lecture.

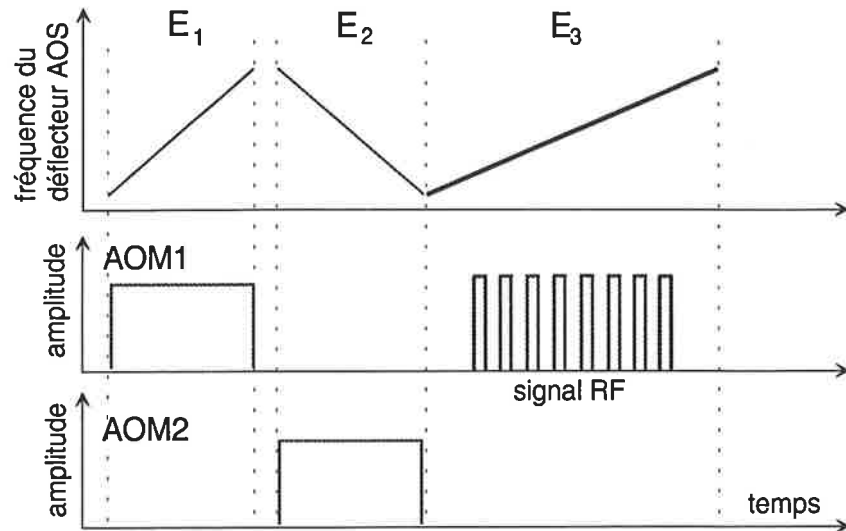


FIG. 4.29: Programmation de la séquence {enregistrement, lecture} dans les différents acousto-optiques.

Un dernier obturateur, *AOM3*, fait office de protection devant le photodétecteur, afin d'empêcher sa saturation par l'onde de gravure. La détection est ensuite assurée par un photomultiplicateur offrant une bande passante supérieure à celle des signaux radiofréquence analysés.

Par rapport au montage de validation expérimentale du régime d'accumulation (section 4.2.8), s'ajoute la difficulté de disposer un obturateur acousto-optique supplémentaire sur chacune des voies de gravure. On procède donc en disposant en série des systèmes afocaux pour imager successivement la cellule du modulateur *AOS* dans la cellule de l'obturateur suivant, puis dans le cristal, et enfin au niveau de la cellule de l'obturateur qui protège le détecteur de la saturation (figure 4.28). Les jeux de lentilles sont choisis en fonction de la taille des taches que l'on veut produire.

### La validation

Les signaux radiofréquence choisis pour la validation expérimentale sont de simples modulations en créneaux, dont les durées totales et les périodes sont variées au fil des enregistrements. La fréquence est ainsi variée de 0,8 à 5 MHz, la valeur maximale étant imposée par les limitations du générateur de fonction. La durée varie entre 1 et 5  $\mu\text{s}$ .

La figure 4.30 représente l'enregistrement d'une séquence complète d'analyse, détectée par le photomultiplicateur. On reconnaît chronologiquement



(de gauche à droite) les deux premières ondes de façonnage de la dispersion, puis l'onde de lecture avec la modulation radiofréquence. Cette première partie de la séquence est détectée à travers la fuite de l'acousto-optique de protection. Les intensités détectées n'ont donc aucune valeur quantitative significative. Ensuite, lorsque celui-ci s'ouvre, apparaît l'écho dont l'enveloppe temporelle reproduit la forme spectrale du signal radiofréquence.

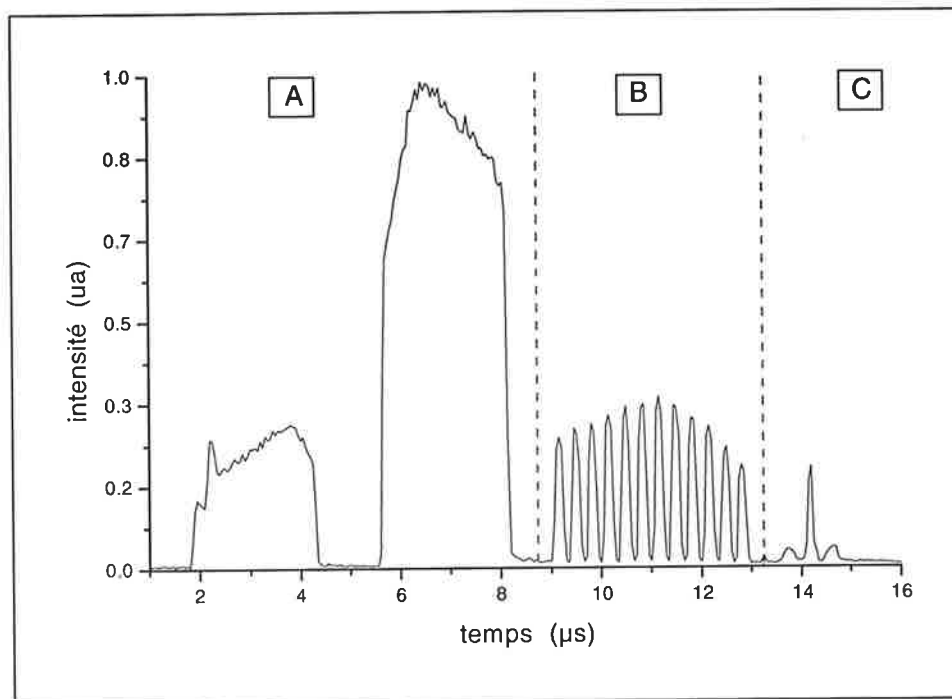


FIG. 4.30: Séquence complète d'analyse par transformation de Fourier temporelle. (A) représente la phase de gravure, (B) est le champ de lecture et (C) est le signal d'écho qui reproduit le spectre du champ de lecture.

Le signal d'écho - ou plus exactement son module, puisque le détecteur délivre l'intensité du champ - correspond assez bien à la forme attendue pour la transformée de Fourier d'un champ en créneau :

$$\text{sinc}(\pi\tau\nu) \times \frac{\sin\left(\frac{\pi N}{\nu_{rf}}\nu\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{\nu_{rf}}\nu\right)}$$

$\nu_{rf}$  représente la fréquence de modulation,  $\tau$  la durée d'un créneau et  $N$  le nombre de périodes contenues par le signal incident.

### La reproduction de la fréquence de modulation

Le pic central - qui correspond à la fréquence nulle du signal RF (soit celle de la porteuse optique) - est séparé des deux premiers lobes latéraux par un écart spectral ( $\Delta\nu_{pic-lobe}$ ) égal à la fréquence de modulation des créneaux. On retrouve cette dernière valeur à partir du taux de modulation spectrale de la lentille :

$$\Delta\nu_{pic-lobes} = r_L \cdot \Delta t_{pic-lobe}$$

Les résultats expérimentaux sont en bonne adéquation avec les fréquences  $\nu_{rf}$  programmées avec le générateur de fonctions. A titre d'exemple, la figure 4.31 représente le signal d'écho pour trois valeurs expérimentales de la fréquence de modulation des créneaux.

Les fréquences de modulation programmées sont portées sur les deux figures. Expérimentalement on mesure :

$\nu_{rf}$	$\Delta\nu_{pic-lobe}$
1 MHz	1,1 MHz
5 MHz	4,9 MHz

La figure 4.31 comporte également les spectres théoriques des modulations (idéales) correspondantes. Ainsi, pour la plus grande fréquence de modulation ( $\nu_{rf} = 5$  MHz), la valeur expérimentale du tableau précédent a été déduite de l'écart entre les deux bandes latérales. Par comparaison au profil théorique, il apparaît une dissymétrie des positions des pics expérimentaux. L'effet est parfaitement reproductible sur tous les différents enregistrements, mais il est d'autant plus marqué que la fréquence de modulation est élevée.

Une tentative d'explication de cette dissymétrie réside dans la non-linéarité du balayage en fréquence produit par le modulateur acousto-optique à fréquence variable. Des données du constructeur, on déduit que le glissement en fréquence a pour forme réelle :

$$\begin{aligned} \nu &= r.t + \beta.t^2 \\ &= 16.t + 2,7.t^2 \end{aligned}$$

où  $\nu$  est exprimé en mégahertz et  $t$  en microseconde. Les coefficients sont calculés pour des variations de fréquence par rapport à la fréquence de la porteuse ( $\nu = 0$  pour le pic central à  $t = 0$ , voir figure 4.31).

Appliquée au calcul de l'instant de remise en phase de l'écho, la formule précédente fait apparaître des contributions supplémentaires pour des composantes spectrales décalées de  $\pm\Delta\nu$  du pic central. Au terme linéaire en  $\frac{\Delta\nu}{r}$

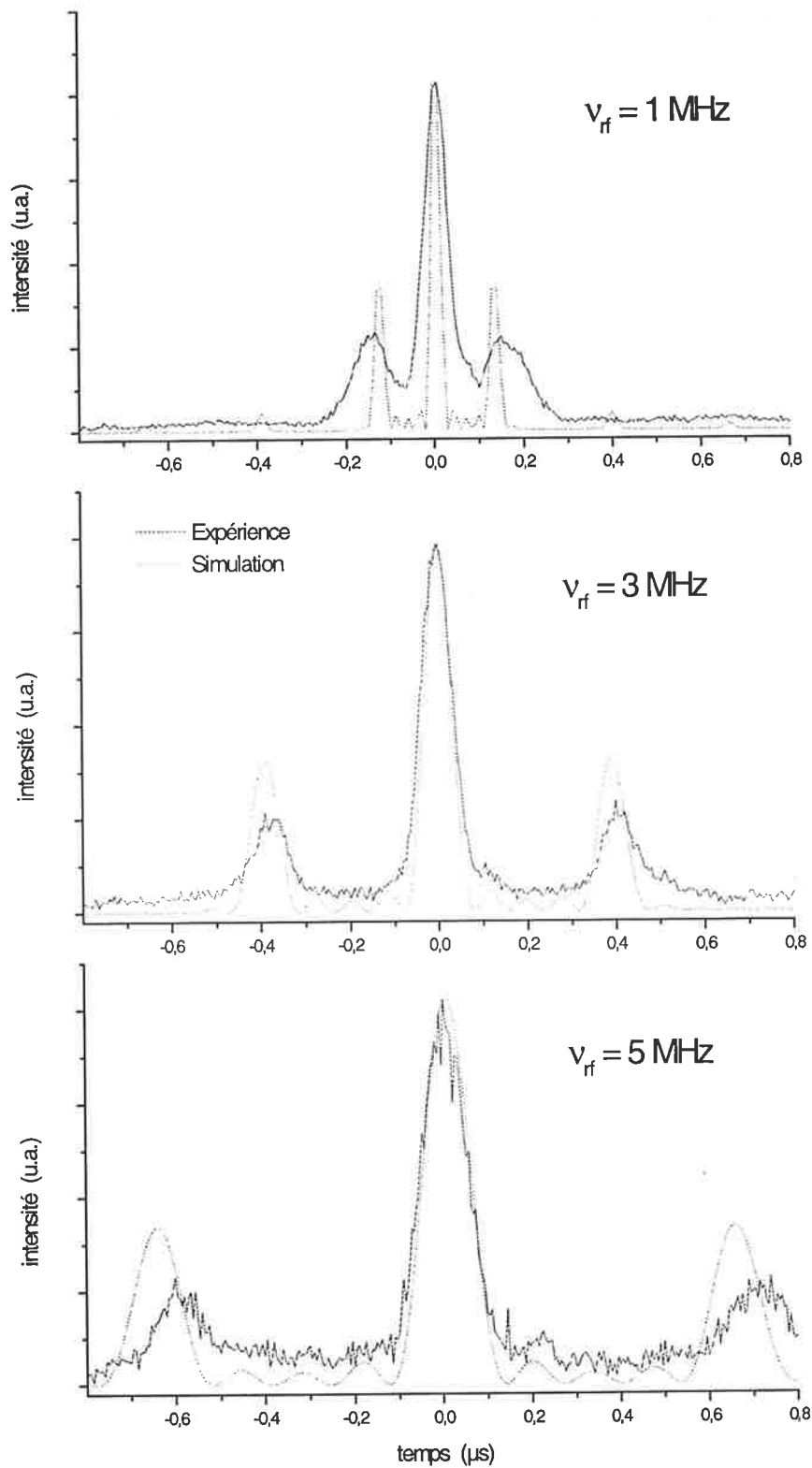


FIG. 4.31: Formes temporelles de l'écho, reproduisant le spectre des champs de lecture. Chaque courbe expérimentale résulte de la moyenne de 16 mesures.

s'ajoutent deux termes : l'un, symétrique pour chacune des bandes latérales, qui traduit un effet d'élargissement des pics latéraux de l'ordre d'une quarantaine de nanosecondes, l'autre qui produit une dissymétrie sur l'instant d'apparition des pics latéraux. La dissymétrie est d'autant plus marquée que la fréquence de modulation  $\nu_{rf} = \Delta\nu$  est importante.

Si cette non-linéarité explique qualitativement les résultats expérimentaux, les estimations déduites des données du constructeur sont d'un facteur 5 inférieures aux valeurs observées... Le recoupement du résultat expérimental ne peut s'obtenir qu'en supposant une accentuation de la non-linéarité de la modulation. Une caractérisation plus poussée des propriétés de la ligne dispersive est donc nécessaire pour expliquer l'apparition de cette dissymétrie spectrale.

### La résolution

A faible fréquence de modulation, la largeur des pics mesurée ne correspond plus à la largeur prédite. De la comparaison des résultats pour des signaux formés de cinq créneaux, il apparaît que la largeur n'est correctement reproduite que pour des fréquences de modulation supérieures à 3 MHz (figure 4.31). Au dessus de cette valeur, les largeurs des différents pics sont en accord avec la théorie. Elles évoluent convenablement avec la durée du signal radiofréquence. Ainsi, lorsque la fréquence de modulation augmente, la durée du signal se raccourcit, et la largeur à mi-hauteur des pics augmente. La largeur des pics augmente également, à fréquence RF constante, lorsque le nombre de périodes du signal diminue.

Pour  $\nu_{rf}$  inférieure à 3 MHz, les pics présentent des largeurs identiques quelles que soient les conditions d'étude. Le système n'offre plus la résolution suffisante. Ceci permet d'évaluer la durée maximale du signal en dessous de laquelle les pics ont la largeur attendue. Elle est de  $N/\nu_{rf} = 5/3 \mu\text{s}$ , soit presque  $2 \mu\text{s}$ . Ceci correspond à une résolution spectrale d'environ 500 kHz, d'après le critère de Rayleigh. Cette valeur est en bon accord avec l'observation directe de la résolution spectrale que l'on peut faire sur la figure 4.31. A l'échelle de temps de la séquence d'analyse, cette valeur est compatible avec l'élargissement spectral associé à la source laser (étudiée à la section 5.4.5). La limitation en résolution du dispositif trouve donc en grande partie son origine dans l'instabilité spectrale de la source laser.

### L'amplitude du spectre

Une différence importante entre les résultats expérimentaux et la théorie porte sur l'amplitude des lobes latéraux. Non seulement seul le premier lobe principal est discernable, mais le rapport entre son amplitude et celle du pic central est inférieur à la valeur attendue. En fait, cette dernière est déduite d'une modulation parfaite. Or il apparaît clairement sur la figure 4.30 que la forme des créneaux n'est pas idéale. La mauvaise efficacité de modulation du signal incident, et particulièrement le taux d'extinction médiocre au pieds des créneaux, se reflète donc sur la diminution de l'aire des lobes latéraux.

Les amplitudes respectives des pics peuvent aussi être corrélées à l'efficacité inégale de l'enregistrement de la ligne dispersive sur toute la bande spectrale exploitée. Bien que visible sur les premiers champs de la figure 4.30, où les intensités de gravures sont loin de former des rectangles réguliers, il est difficile de quantifier avec précision cet effet sur cette expérience. Or on sait qu'une diminution de 10 % de l'amplitude de chacun des trois champs incidents se traduit par une intensité de l'écho deux fois moindre ! Il convient d'étudier de plus près cet effet pour évaluer avec précision les conséquences de profils déformés sur les intensités diffractées par chaque bande spectrale.

Malgré ces imprécisions, les évolutions générales du spectre expérimental avec les caractéristiques du signal analysé sont correctement recouvrées. En particulier, la diminution du "taux de remplissage" des créneaux (c'est-à-dire la durée du créneau, à période de modulation constante) tend bien à augmenter la taille relative des lobes latéraux par rapport au pic central.

#### 4.3.5 Conclusion

Profitant des efforts de caractérisation du matériau hole-burning et de développement du montage optique associés à l'analyseur spectral à projection spatiale, nous avons validé la faisabilité d'un second type d'analyseur spectral de signaux micro-ondes dans le domaine optique. Celle-ci exploite pleinement les propriétés spectrales des cristaux sélectifs en fréquence et permet de reproduire dans le domaine temporel les systèmes d'optique de Fourier déjà réalisés spatialement. La caractérisation théorique a été confrontée aux résultats d'une expérience préliminaire réussie d'analyse. Cette dernière a mis en lumière le rôle crucial des composants optiques, tels que les modulateurs opto-électroniques et la source laser, dans la qualité de l'analyse.

Comme pour le premier analyseur, la mise au point d'un dispositif plus

évolué nécessite l'utilisation de modulateurs de type électro-optique et la réalisation d'une source laser continûment accordable sur plus d'une dizaine de gigahertz. La mise en oeuvre serait également facilitée par le recours à un cristal offrant un temps de vie de la cohérence supérieur à celle du  $\text{Tm}^{3+}$  :YAG exploité dans l'expérience préliminaire.

Il est difficile de comparer aujourd'hui avec justesse ces deux approches de l'analyse spectrale. Si elles offrent des potentiels de résolution et de bande passante proches, le second dispositif d'analyse spectrale semble proposer une résolution légèrement supérieure à celle du premier projet - à moins que ce dernier n'opère en "zoom" sur une fraction de spectre -. En effet, sur de larges bandes passantes, la résolution du transformateur de Fourier ne souffre pas de la limitation associée au balayage de la fréquence d'enregistrement des filtres holographiques.

Pour la mise en oeuvre pratique, les contraintes sont différentes. L'analyseur à projection temporelle est très exigeant sur les propriétés de cohérence de la source laser. En revanche, l'abandon de la dimension spatiale simplifie le montage et ôte les contraintes d'accord de phase. Dès lors, un système fibré jusqu'au cristal est envisageable.

Les résultats préliminaires obtenus pour chacun des analyseurs spectraux valident les premières étapes et encouragent à la poursuite du développement de ces procédés d'analyse de signaux radiofréquence par moyens optiques. Les premières études laissent ainsi augurer de capacités supérieures aux dispositifs électroniques conventionnels.

# Bibliographie

- [1] **A.Szabo**, “*Frequency selective Optical Memory*”, US Patent 3 896 420 (1975)
- [2] **P.Horowitz, W.Hill**, “*The Art of Electronics*”, Cambridge University Press, p.633-634 (1980)
- [3] **A. Emrich**, “*Autocorrelation Spectrometer for Space Borne (Sub) Millimetre Spectroscopy*”, Proceedings of an ESA Symposium devoted to ESA’s “FIRST” Mission (1997)
- [4] **JP. Galaup, F. Grelet, JL. Le Gouët, D. Dolfi, JP. Huignard**, “*Analyseur de spectre de fréquence*”, INPI n°FR2775790 (1999)
- [5] **J. Shirley, R. Hall, A. Eckbreth**, “*Folded Boxcars for Rotationnal Raman Studies*”, Opt. Lett. 5, 380 (1980)
- [6] **A. Rebane, S. Bernet, A. Renn, U. Wild**, “*Holography in a Frequency Selective Media : Hologram Phase and Causality*”, Opt. Commun. 86, 7 (1991)
- [7] **T. Mossberg**, “*Swept-carrier Time-domain Optical Memory*”, Opt. Lett. 17, 535 (1992)
- [8] **R. McFarlane**, “*Spectral Hole-burning in the Trivalent Thulium Ion*”, Opt. Lett. 18, 829 (1993)
- [9] **C. Greiner, B. Boggs, T. Loftus, T. Wang, T. Mossberg**, “*Polarization-dependent Rabi Frequency Beats in the coherent Response of  $Tm^{3+}$  in YAG*”, Phys. Rev. A 60, 1 (1999)
- [10] **S. Guy**, Thèse n°313-95 “*L’Avalanche de Photons, Application à l’ion  $Tm^{3+}$* ”, Univ. Lyon I (1995)
- [11] **K. Merkel, W. Babitt**, “*Optical Coherent Transient Continuously Programmed Continuous Processor*”, Opt. Lett. 24, 172 (1999)
- [12] **N. Berg, J. Lee, M. Casseday, E. Katzen**, “*Real-time Fourier Transformation via Acousto-Optics*”, Appl. Phys. Lett. 34, 125 (1979)









# Chapitre 5

## LA SOURCE LASER

Avec le matériau sélectif en fréquence, la source laser est la pierre angulaire du dispositif d'analyse spectrale. Cette source doit présenter des caractéristiques très poussées : compacité, faible consommation énergétique, puissance optique, finesse spectrale, balayage continu en fréquence. Les expériences de physique atomique s'accommodent souvent de l'utilisation de laser semiconducteurs [1]. Les diodes lasers sont en effet compactes, faciles d'utilisation et consomment peu de puissance électrique. Autant de qualités qui font de ce type de source laser le meilleur candidat pour notre application.

Cependant, les caractéristiques de la lumière émise par une diode commerciale sont loin d'être adaptées à notre application. En particulier, l'émission a une largeur spectrale de quelques dizaines de mégahertz et ne peut être modulée que sur certaines régions spectrales limitées par des sauts de modes.

Toutes ces caractéristiques peuvent cependant être améliorées en réinjectant une partie de la lumière émise dans la diode laser pour contrôler la fréquence laser. La solution standard consistant à coupler une cavité externe avec une diode libre conserve les propriétés de compacité et de facilité d'utilisation des diodes libres, tout en améliorant la pureté spectrale et l'accordabilité de l'émission.

Ce chapitre est consacré à l'étude et au développement d'une source laser à cavité étendue d'un principe original [2]. La première partie de cet exposé présentera les caractéristiques générales des diodes libres puis en cavités étendues. La seconde partie sera consacrée à une alternative aux configurations classiques. Elle débouchera, en troisième partie, sur l'étude théorique et expérimentale d'une solution originale adaptée au projet d'analyse spectrale.

## 5.1 PRINCIPE DES DIODES LASER

Les diodes laser sont les plus petits des lasers, mais aussi les plus utilisés au monde. La partie active a un volume de quelques  $10^3 \mu\text{m}^3$  seulement. Dans de telles petites puces sont pourtant inclus tous les éléments nécessaires à l'effet laser : la zone d'inversion de population, la pompe, la cavité résonnante. A la sortie, on peut obtenir plusieurs dizaines de milliwatt. La discussion qui suit est restreinte aux diodes laser du type  $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$ , telles que celles utilisées sur notre montage [3]. En particulier, les caractéristiques citées sont celles des diodes *SDL 5411*.

### 5.1.1 Le milieu actif

Les diodes laser sont formées d'une structure multicouches de semiconducteurs. L'effet laser est obtenu lors des sauts en énergie qui se produisent lorsque des électrons se déplacent entre des semiconducteurs contenant différents types et différents niveaux d'impuretés : les dopants.

#### La jonction *p-n*

La structure la plus élémentaire est constituée d'une jonction *p-n* (figure 5.1). Ce milieu actif résulte de la superposition de deux couches du même semiconducteur, dopées différemment, de sorte que la couche *n* (respectivement *p*) possède plus (resp. moins) d'électrons libres que le semiconducteur intrinsèque. L'excès d'électrons occupe les bas niveaux d'énergie de la bande de conduction. Le déficit d'électrons de la couche *p* se manifeste par des trous positifs dans les plus hauts niveaux de sa bande de valence.

A la jonction, une zone d'équilibre s'installe, produisant une différence de potentiel  $V_0$  entre les deux couches semiconductrices. L'écart en énergie résultant ( $eV_0 \simeq E_g$ ) est suffisant pour empêcher la circulation des charges entre les deux couches.

En appliquant une tension du même ordre que  $V_0$  dans le sens de transmission de la diode, on produit un flux d'électrons de la région *n* (respectivement un flux de trous de la région *p*) vers la jonction *p-n*. Il s'y crée alors une étroite zone contenant à la fois des électrons et des trous. La recombinaison de ces porteurs provoque l'émission d'un photon d'énergie approximativement égale à l'écart entre la bande de conduction (où sont les électrons) et la bande de

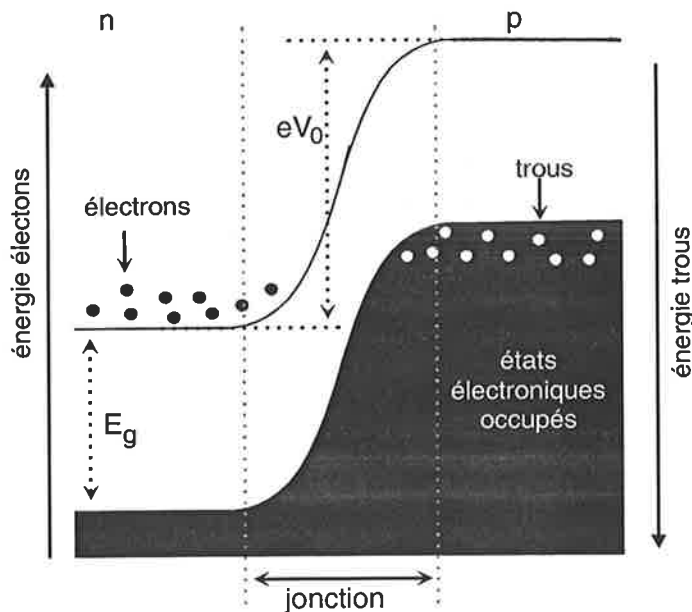


FIG. 5.1: Schéma de la structure de bande à la jonction entre deux semiconducteurs dopés.

valence (où sont les trous) du semiconducteur :  $h\nu \simeq E_g$ . Ces bandes d'énergie étant très larges, le gain optique couvre une gamme de longueur d'onde de quelques dizaines de nanomètres.

### La structure d'une diode laser $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$

L'alliage AlGaAs, semiconducteur de type III-V, permet d'obtenir une émission entre  $\lambda = 630$  nm et 870 nm, suivant le pourcentage de ses différents éléments. Les diodes *SDL 5411* [4] utilisées, pour une **émission monomode** (TEM 00) aux alentours de  $\lambda = 795$  nm, sont des doubles hétérostructures à puits quantiques et à guidage d'indice. Rappelons rapidement ce que cela signifie (cf figure 5.2) :

- La plupart des diodes ont adopté la structure à **double hétérostructure**, plus performante que la simple jonction *p-n*. La diode est ici composée de trois couches superposées  $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$  de compositions différentes. Les recombinaisons électrons-trous s'effectuent dans la couche centrale (GaAs). Mais les compositions des deux couches entourant la couche active sont choisies de telles sortes que leurs énergies de gap  $E'_g$  soient supérieures à celle de la couche intermédiaire. Les électrons et les

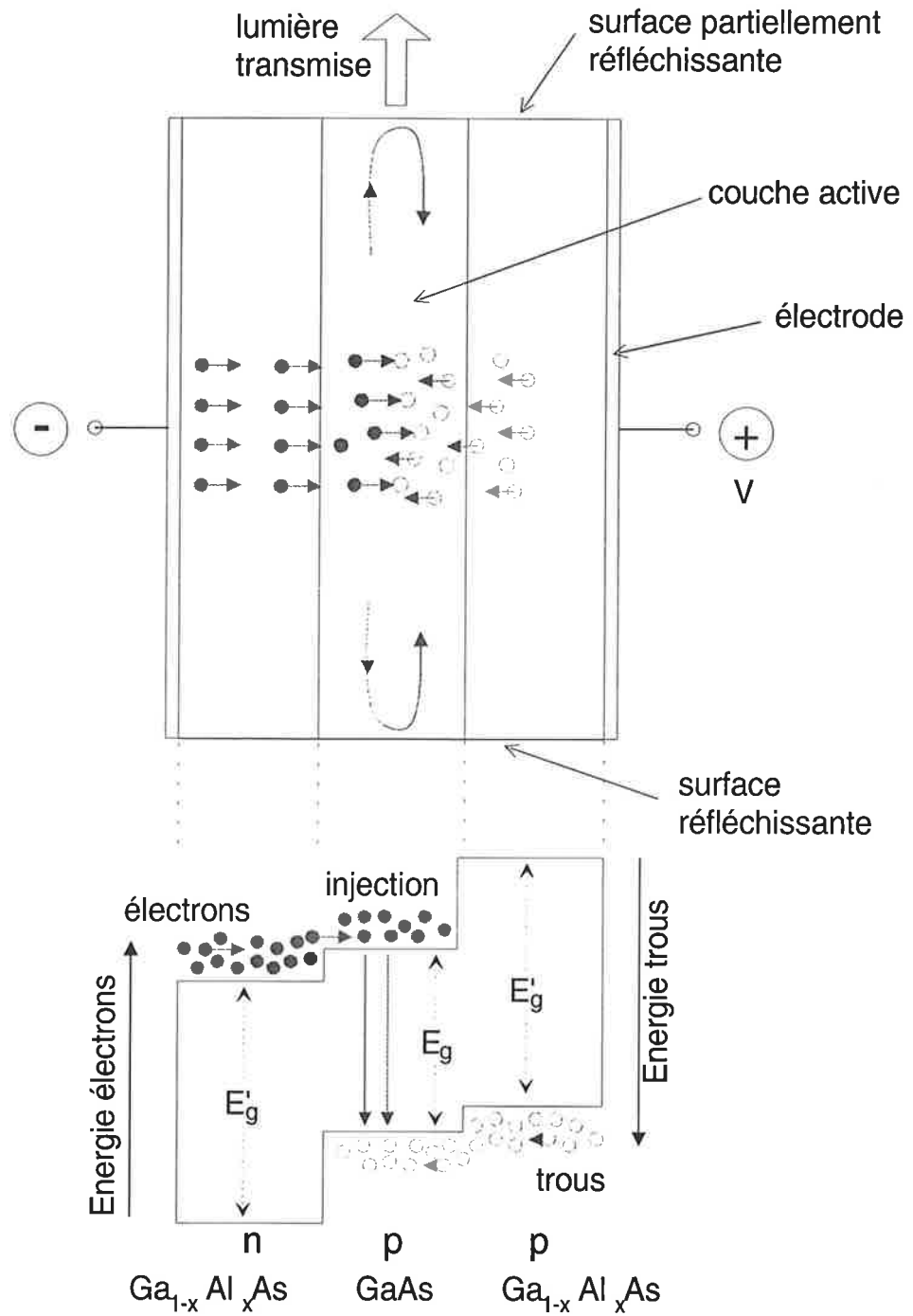


FIG. 5.2: Principe d'une diode laser avec sa structure en couches.

trous sont alors mieux confinés dans la couche active par les barrières de potentiel supplémentaires.

- Les hétérojonctions sont composées de matériaux d'indice de réfraction différents. Ainsi, l'indice de GaAs est supérieur à celui de  $\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$ . En entourant complètement la couche active par ces matériaux à fort indice, suivant les deux directions transversales de l'émission lumineuse, on confine les photons dans la région de gain. La couche active constitue donc un **guide d'onde**.
- Lorsque l'épaisseur de la couche active est fortement réduite suivant la direction transverse aux jonctions (typiquement à quelques dizaines de nanomètres), les états d'énergie qu'occupent les charges sont modifiés. Ils ne forment plus des bandes quasi-continues mais des niveaux discrets d'énergie. Les **puits quantiques** suppriment ainsi un degré de liberté aux électrons. Il en résulte un meilleur confinement énergétique des porteurs de charges, et un gain optique accru.

### L'intensité lumineuse en fonction du courant

L'émission évolue en fonction du courant appliqué aux bornes du milieu actif. Aux faibles intensités du courant d'injection  $I$ , l'émission de photons est principalement spontanée, sur toute la largeur spectrale du gain de la diode. L'émission stimulée ne devient prédominante qu'au delà d'un courant seuil (aux alentours de 20 mA). Ensuite, la puissance optique au-dessus du seuil est une fonction linéaire du courant  $I$ .

### 5.1.2 Le faisceau laser

#### La forme du faisceau

Parce que la lumière est émise à partir d'une très petite région rectangulaire ( $3 \times 1 \mu\text{m}$ ), le faisceau de sortie présente une large divergence. A grande distance, les dimensions du faisceau sont inversement proportionnelles à celles du mode de la cavité. La répartition de la lumière en champ lointain est toujours à répartition gaussienne, suivant une ellipse dont le grand axe ( $\perp$ ) est perpendiculaire à la direction de la jonction. La divergence angulaire estimée par le constructeur vaut  $\theta_{\parallel} = 10^\circ$  et  $\theta_{\perp} = 30^\circ$  (où  $\theta_{\parallel}$  et  $\theta_{\perp}$  désignent respectivement les directions parallèle et perpendiculaire à la jonction).

Avec une telle divergence, il est indispensable de collimater le faisceau avec un objectif de grande ouverture numérique, pour récupérer toute la lu-

mière émise. Les lentilles utilisées, d'ouverture numérique de 0,5 (*Miles Griot 06GLC002*) et 0,68 (*Geltec 350 330*), ne sont pas suffisantes pour récupérer la totalité du faisceau issu de la diode. La distribution de l'intensité lumineuse fait apparaître des irrégularités dues à la diffraction de la lentille dans la direction  $\theta_{\perp}$  (figure 5.3).

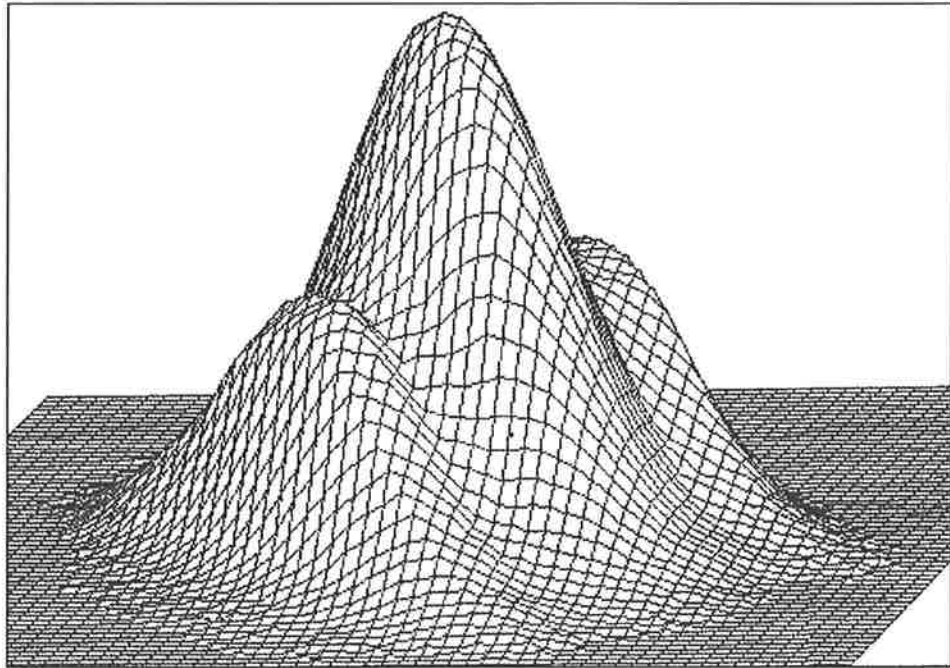


FIG. 5.3: Profil du faisceau laser après diaphragmation par la lentille de collimation.

Outre les différences de divergence suivant les directions, le faisceau d'une diode laser est astigmatique. Le rayon de courbure est différent selon les deux directions [5] et les waists du faisceau suivant  $\theta_{\perp}$  et  $\theta_{\parallel}$  ne sont pas situés sur un même plan. Les rayons émis suivant les directions parallèles et perpendiculaires n'apparaissent donc pas diverger depuis de la même origine. Même un astigmatisme inférieur à  $5 \mu\text{m}$  (garantie constructeur) donne naissance à des effets indésirables sur le faisceau laser et amoindrit l'efficacité de la cavité étendue.

### La polarisation de l'émission

La géométrie rectangulaire de la zone active la rapproche d'un guide d'ondes plan. La lumière qui s'en échappe présente alors une polarisation



parallèle (mode TE) et perpendiculaire (mode TM) à la jonction. Les modes TE étant plus fortement guidés, le rapport des puissances dans chaque polarisation est, d'après le constructeur, de 50 :1 à 100 :1 à l'avantage du mode TE.

### 5.1.3 Caractérisation spectrale de l'émission

#### Les modes de la cavité

Les diodes *SDL 5411* présentent des longueurs (physiques) de cavité ( $L_d$ ) supérieures à la moyenne, de l'ordre de 800  $\mu\text{m}$  d'après les mesures d'intervalles entre modes longitudinaux. Les fréquences de résonance de la cavité sont alors données par :

$$\nu_k = k \frac{c}{2n_{eff}L_d}, \quad k \in N$$

où  $n_{eff}$  est l'indice de réfraction effectif de la couche active, typiquement de l'ordre de 3,5 pour les diodes en GaAlAs.

L'intervalle spectral libre entre deux modes longitudinaux vaut :

$$\Delta\nu_k = \frac{c}{2n_{eff}L_d}$$

Dans le cas des diodes *SDL*, cet intervalle spectral libre est de l'ordre de 50 GHz.

#### Le spectre d'émission

La courbe de gain de la diode libre s'étend sur plusieurs dizaines de nanomètres. Cette courbe est caractéristique de l'émission spontanée. Idéalement, une diode dont la facette de sortie est parfaitement traitée anti-reflet doit conserver un tel comportement quel que soit le courant d'injection appliqué.

L'étude menée sur une diode au traitement anti-réflexion de haute qualité (traitement effectué auprès de *New Focus*) a montré une émission multimode, concentrée dans deux régions distinctes (figure 5.4), à bas courant. L'émission ne se produit jamais au centre du spectre. Par contre, chacune des ailes est constituée d'un peigne de raies, régulièrement espacées de 50 GHz. dans ces régions spectrales, situées en dehors de la zone d'efficacité optimale du traitement AR, on retrouve une émission couplée aux modes de la cavité. En ajustant le courant ou la température, il est possible de privilégier l'une ou l'autre de ces régions en déplaçant la courbe de gain. A mesure que le

courant d'alimentation augmente, l'énergie lumineuse se concentre dans un seul mode longitudinal.

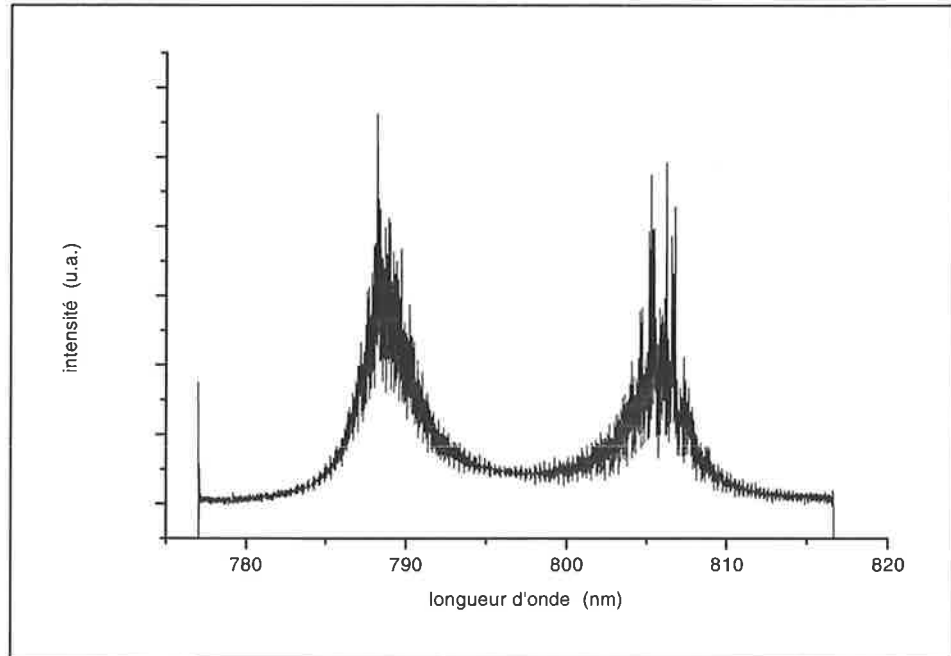


FIG. 5.4: Spectre de la diode libre.

### La largeur de raie

La largeur de raie d'une diode laser est typiquement de l'ordre de quelques dizaines de mégahertz. La majeure source de bruit en fréquence dans les diodes lasers est due à l'émission spontanée dans le mode laser. Chaque émission spontanée donne une petite fluctuation de phase et d'amplitude de l'onde optique cohérente émise [6].

Un tel bruit conduit à un spectre Lorentzien dont la largeur spectrale est donnée par la formule de Schawlow-Townes modifiée [7] :

$$\delta\nu_D = (1 + \alpha_H^2) \frac{\pi h \nu_k (\Delta\nu_k)^2}{P_k} n_{sp} \quad (5.1)$$

où  $P_k$  désigne la puissance dans le mode  $k$ ,  $n_{sp}$  le nombre de photon émis spontanément dans le mode et  $(1 + \alpha_H^2)$  est un facteur correctif caractéristique des lasers semiconducteurs. Le coefficient  $\alpha_H$  (aussi appelé *facteur de Henry*) caractérise le couplage entre les parties réelle ( $\chi'$ ) et imaginaire ( $\chi''$ )

de la susceptibilité en fonction de la densité de charges ( $n$ ) :

$$\alpha_H = \frac{d\chi'/dn}{d\chi''/dn}$$

C'est un nombre positif, de valeur typique pour les diodes GaAlAs égale à 5,4. Ainsi, le facteur correctif traduit l'élargissement provoqué par les changements retardés de la phase (en réponse aux fluctuations de densité des populations) induits par des changements instantanés de l'intensité du champ laser créés par l'émission spontanée.

Dans les diodes lasers fonctionnant au delà du seuil,  $n_{sp}$  se rapproche de l'unité.  $\Delta\nu_k$  est relié à la longueur de la cavité laser, et on obtient ainsi :

$$\delta\nu_D \propto \frac{1}{2\pi} \frac{c}{(n_{eff}L_d)^2} \quad (5.2)$$

Ce résultat montre clairement que la largeur spectrale associée au bruit de l'émission spontanée est *inversement proportionnelle au carré de la longueur optique* de la cavité laser.

### L'accordabilité en longueur d'onde

La fréquence d'un mode laser est fixée par la longueur optique de la cavité  $n_{eff}L_d$ . Elle est donc extrêmement sensible à toute variation de l'indice et/ou de la longueur géométrique de la couche active. De plus, le mode sélectionné dépend de la position du maximum de la courbe de gain de la diode  $\nu_{max}$ , qui se déplace avec la température de la jonction et avec le courant injecté.

L'augmentation de la température dilate la cavité et fait varier l'indice du milieu. Expérimentalement, la position des modes de notre cavité évolue avec le taux :

$$\frac{d\nu_k}{dT} \simeq -34 \text{ GHz/K}$$

Dans le même temps, cet accroissement de température déplace le maximum de la courbe de gain vers les longueurs d'onde croissantes (à la vitesse de  $-120 \text{ GHz/K}$ ). Malheureusement, ces dépendances en températures sont très différentes. Le balayage qui en résulte présente une forme en escalier. La pente de chacune des marches est donnée par la vitesse de balayage du mode de la cavité, tandis que les sauts de modes correspondent à un intervalle spectral libre de la cavité, la fréquence laser basculant sur le mode voisin pour lequel le gain est devenu maximal.

La seconde méthode pour faire varier la longueur d'onde de l'émission consiste à changer le courant d'injection de la diode. Ceci provoque un changement de température et un changement de la densité de charges et donc de l'indice de réfraction du semiconducteur. Cette dernière propriété offre un moyen simple de changer rapidement la longueur d'onde sur de faibles intervalles, à la vitesse (mesurée pour nos diodes) :

$$\frac{d\nu_k}{dI} \simeq -1,6 \text{ GHz/mA}$$

L'accordabilité par variation du courant d'injection souffre elle aussi des sauts de modes (visibles sur la figure 5.5), laissant un certain nombre de domaines de fréquences inaccessibles.

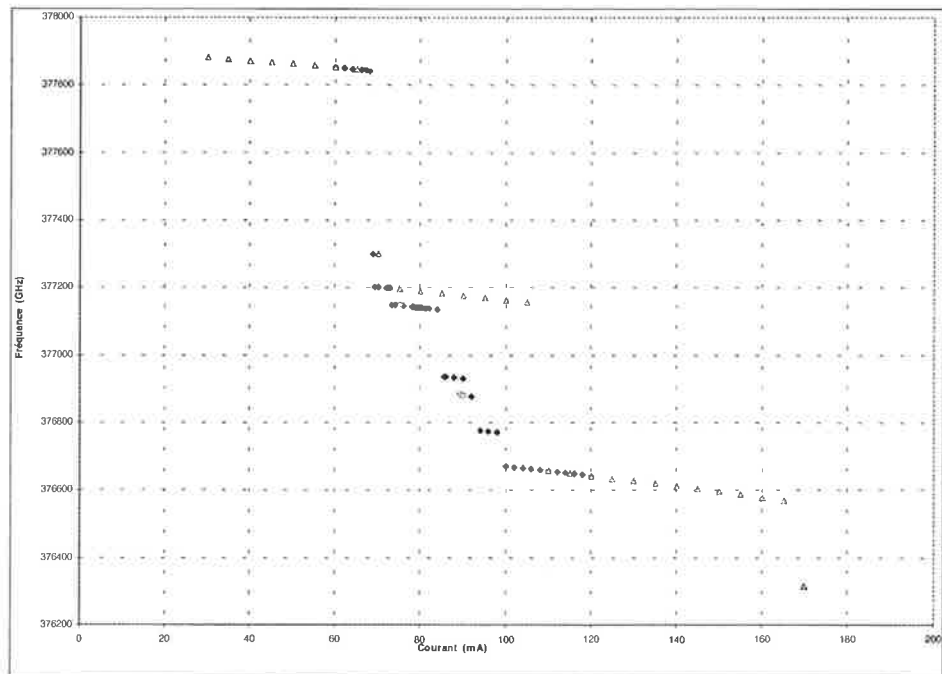


FIG. 5.5: Evolution de la fréquence en fonction du courant pour une diode libre (pour plusieurs balayages qui laissent apparaître le manque de reproductibilité de ces modulations).

## 5.2 LES DIODES LASER EN CAVITÉ ÉTENDUE

Les lasers pour lesquels la sélection de la longueur d'onde et les fonctions d'accordabilité sont externes à la structure du semi-conducteur sont des solutions alternatives aux diodes laser monobloc. Ainsi, l'allongement de la cavité par une cavité externe affine la raie laser. Par ailleurs, un miroir externe sélectif en longueur d'onde permet de contrôler la fréquence d'émission du laser. Dans ce cas, la facette de sortie de diode laser doit être traitée anti-reflet, afin que cette dernière ne joue qu'un rôle de milieu amplificateur.

Le couplage d'une diode laser avec une cavité externe peut prendre des formes diverses. Le miroir externe peut être tout aussi bien un résonateur Fabry-Pérot, une lame semi-transparente ou un réseau de diffraction. On prête à ces dernières configurations le nom de *laser en cavité étendue* (LCE).

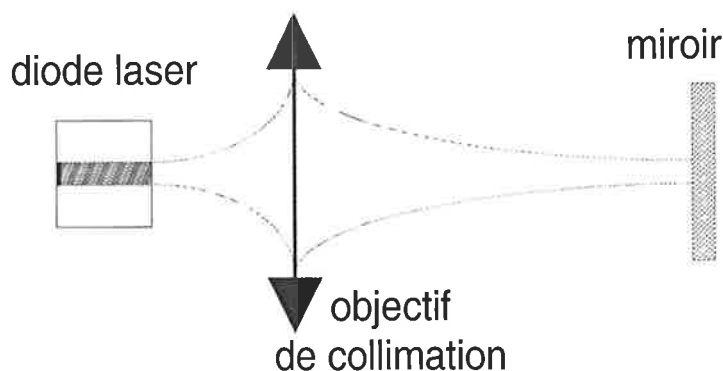


FIG. 5.6: Principe d'une cavité étendue.

Les lasers à cavité étendue présentent de très intéressantes largeurs spectrales. La section précédente a montré que la valeur importante de la largeur de raie des diodes laser est due essentiellement à leur faible longueur. La largeur spectrale d'un LCE étant obtenue de la même façon que celle d'une diode libre, la formule 5.2 s'y applique en remplaçant la longueur optique de la diode par celle de la cavité étendue. De très petites largeurs de raies peuvent ainsi être obtenues (de l'ordre de la dizaine de kilohertz).

### 5.2.1 Le fonctionnement monofréquence d'un laser à cavité étendue à réseau de diffraction

Puisque le nombre de modes axiaux par unité de fréquence de la nouvelle cavité laser augmente avec la longueur de la cavité, le fonctionnement *mono-mode stable* nécessite un *élément spectralement sélectif*. La solution la plus couramment retenue utilise un réseau de diffraction pour refermer la cavité externe <sup>1</sup>. L'autre extrémité de la cavité est simplement constituée par la facette arrière de la diode elle-même.

Dans le montage le plus simple, l'émission de la diode est collimatée par une lentille (à grande ouverture, voir page 162) et est dirigée vers le réseau de diffraction monté en position *de Littrow*. Le premier ordre de diffraction est renvoyé dans la couche active, tandis que l'ordre 0 constitue la sortie utile du LCE (figure 5.7).

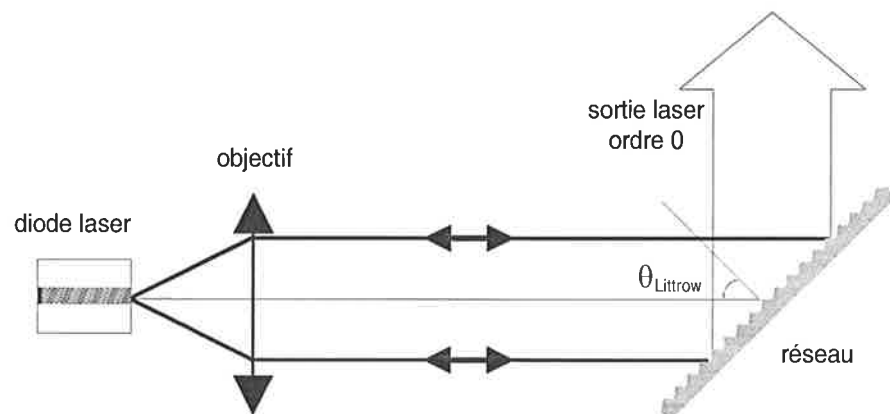


FIG. 5.7: Laser en cavité étendue en configuration de Littrow.

La dispersion spectrale du réseau dans l'ordre 1 permet de ne réinjecter dans la diode qu'une étroite bande de fréquence. La longueur d'onde  $\lambda_L$  qui correspond à la condition exacte d'autocollimation est reliée à l'angle du réseau de diffraction  $\theta_{inc}$  <sup>2</sup> par la relation classique :

$$\lambda_L = 2a \sin(\theta_{inc}) \quad (5.3)$$

<sup>1</sup>Il est possible également d'utiliser un cristal électrooptique biréfringent comme filtre accordable, ou un modulateur acousto-optique comme élément sélectif en longueur d'onde. Ces solutions sont toutefois plus complexes à mettre en oeuvre [5].

<sup>2</sup>Par la suite, on notera de manière équivalente  $\theta_{inc} = \theta_{Littrow}$ .

où  $a$  représente la période du réseau. Cette longueur d'onde  $\lambda_L$  est celle pour laquelle les pertes dans la cavité sont les plus faibles.

### L'influence du réseau de diffraction

Pour minimiser les pertes en puissance dans les ordres supérieurs, le pas du réseau doit être choisi de sorte que seuls les deux premiers ordres de diffraction existent. Cela impose :

$$\lambda_L/2 < a < \lambda_L$$

soit, à  $\lambda_L = 793$  nm, des réseaux entre 1260 et 2520 traits/mm. Au cours des expériences, différents réseaux ont été utilisés, avec des pas de 1200, 1800 et 2400 traits/mm.

**L'efficacité de diffraction** L'efficacité d'un réseau dépend de l'angle et de la polarisation du faisceau incident. Les réseaux commercialisés sont optimisés pour diffracter le maximum de lumière dans l'ordre 1, en configuration de Littrow (l'angle de blaze vaut approximativement  $\theta_{Littrow}$ ) et en polarisation perpendiculaire aux traits du réseau. L'orientation de la diode favorisant l'éclairement du plus grand nombre de traits du réseau offre également une polarisation parallèle à ces traits, ce qui permet d'extraire un maximum de lumière laser. Typiquement, plus de la moitié de la puissance optique intracavité est ainsi émise à l'extérieur de la source laser. Nos mesures montrent des couplages dans l'ordre 1 (réinjecté dans la diode) d'environ 45 % et 20 % pour (respectivement) les réseaux 1200 et 1800 traits/mm, dans les conditions quasi-Littrow. L'effet est plus prononcé encore avec le réseau 2400 traits/mm, puisque seuls quelques pourcents sont recouplés dans la cavité!

**La réduction du seuil d'émission laser** Puisqu'on réinjecte une partie de sa propre lumière dans la diode laser, le courant seuil à partir duquel débute l'émission laser est plus bas que celui de la diode libre. Ceci est dû au fait que le coefficient de réflexion du réseau de diffraction en direction de la couche active est nettement plus élevé que celui de la facette d'émission (partiellement traitée anti-reflet) de la diode (30 % contre 5 %).

D'un autre point de vue, pour un même courant plus de puissance est stockée à l'intérieur de la cavité étendue que dans la diode libre.

Il faut cependant prendre garde à ne pas réinjecter une trop forte puissance optique dans la couche active, sous peine de détériorer cette dernière.

**La largeur spectrale recouplée dans la couche active** La dispersion des longueurs d'onde produite par le réseau réduit la largeur spectrale  $\Delta\nu_c$  de la lumière réfléchiée par la cavité étendue et couplée dans la couche active de la diode.

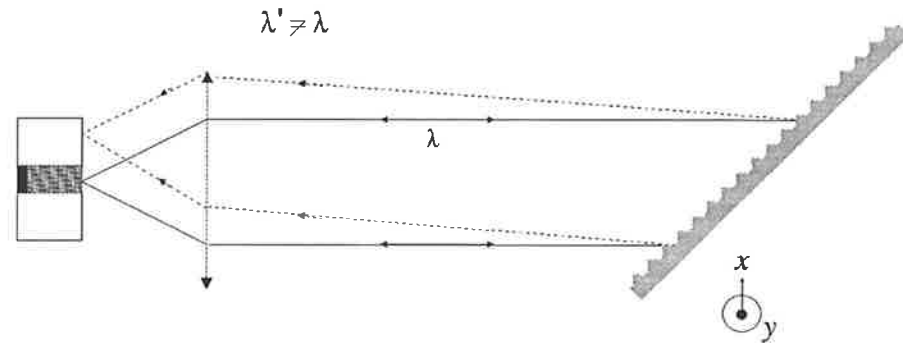


FIG. 5.8: La sélection des longueurs d'onde par réflexion sous incidence de Littrow.

En première approximation, la résolution en longueur d'onde d'un réseau de diffraction dépend du nombre de traits éclairés. La résolution maximale  $\Delta\lambda_r$  procurée par  $N$  traits éclairés vérifie la condition [10] :

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda_r} = N$$

La résolution sera d'autant plus fine que la tache éclairant le réseau sera large :

$$\Delta\lambda_r = \frac{\lambda^2}{w' |2 \sin(\theta_{inc})|}$$

où  $w'$  est l'étendue du réseau éclairé. Pour les différentes configurations testées :

<i>pas</i>	$\theta_{inc}$	$\Delta\nu_r$
1200 t/mm	28,1	70 GHz
1800 t/mm	45,5	39 GHz
2400 t/mm	72,1	12 GHz

Ces courbes estimées de sélectivité du réseau sont donc très larges.



**Les tolérances de positionnement** Les tolérances pour le positionnement et l'alignement des éléments optiques de la cavité externe sont sévères en raison des faibles dimensions de la couche active.

Lors de la mise en place des différents éléments, le réseau de diffraction est ajusté grossièrement. La position finale est déterminée grâce à de fins réglages une fois la cavité refermée. Plus délicat est le positionnement de la lentille de collimation. Un désalignement suivant la direction horizontale (Ox) provoque un simple changement de la longueur d'onde d'émission (qui peut être rectifié en jouant sur la position du réseau). Beaucoup plus sensibles, des déplacements de l'objectif suivant l'axe vertical (Oy) ou le long de l'axe optique diminuent significativement le couplage du retour-réseau dans la couche active. Expérimentalement, l'ajustement de la distance de collimation (effectué en minimisant le courant seuil de la cavité étendue) est réalisé avec une précision inférieure à la dizaine de micromètres...

En théorie, la lentille de collimation doit imager le waist du faisceau gaussien depuis la facette de sortie de la diode laser sur la surface du miroir (réseau) qui referme la cavité étendue. Une fois le positionnement de la lentille optimisé sur le courant seuil, on constate cependant que le waist est situé au-delà du réseau, à l'extérieur de la cavité.

### La réduction de la largeur spectrale

Comme pour la diode en fonctionnement libre (page 164), la largeur spectrale d'un LCE est proportionnelle au carré de la longueur de la cavité laser. Toutes choses égales par ailleurs, la largeur des raies laser est donc affinée, dans le rapport [11] :

$$\delta\nu_c = \frac{\delta\nu_D}{\left(1 + \frac{L_{ext}}{n_{eff}L_D}\right)^2}$$

où  $L_{ext}$  désigne la longueur de la cavité externe, et  $n_{eff}$  et  $L_D$  sont respectivement l'indice et la longueur physique du milieu amplificateur.

Cette expression simplifiée ne fait pas apparaître les coefficients de réflexion des facettes, qui ne sont pas les mêmes dans la cavité étendue et dans la diode libre, ainsi que l'augmentation de la puissance optique intra-cavité (pour un même courant d'alimentation du semiconducteur), deux points qui entrent en ligne de compte dans l'expression exacte de la largeur de raie. Cependant, pour des cavités de longueurs inférieures à la dizaine de centimètres, l'effet majeur pour la réduction de la largeur de raie du laser reste

l'augmentation de la longueur étalon. Même avec des cavités relativement courtes (quelques centimètres), des largeurs de raies inférieures à la dizaine de kilohertz peuvent être obtenues.

### Les modes de la cavité étendue

Si l'influence de la cavité externe est suffisamment forte pour supprimer les résonances de l'étalon interne, les modes (longitudinaux) de la source sont les modes Fabry-Perot de la cavité étendue :

$$\nu_k = k \frac{c}{2(L_{ext} + n_{eff}L_D)}$$

L'intervalle spectral libre est simplement :

$$\Delta\nu_c = \frac{c}{2(L_{ext} + n_{eff}L_D)}$$

Les longueurs totales des cavités étendues sont de l'ordre de 4 à 15 cm, produisant des intervalles spectraux de 1 à 4 GHz. Le spectre du LCE est donc environ 10 à 50 fois plus dense que celui de la diode libre.

### Le fonctionnement monomode

En dépit de cette grande densité et de la faible sélectivité spectrale imposée par le réseau de diffraction -  $\Delta\nu_r$  est nettement supérieure à l'écart entre modes de la cavité externe (voir page 170) et on retrouve ainsi plusieurs dizaines de modes du LCE dans la bande sélectionnée par le réseau -, le système est suffisant pour imposer un fonctionnement monomode de la source laser, grâce au phénomène de saturation du gain qui assure la réjection des modes adjacents. Seule la réflectivité de la facette diode semble responsable d'un comportement multimode (et/ou d'oscillations entre plusieurs modes).

#### 5.2.2 L'accordabilité du laser

La réduction de la largeur de raie n'est pas le seul effet recherché pour la source laser de l'analyseur spectral. Une autre caractéristique intéressante du montage en cavité étendue est d'offrir un nouveau moyen de contrôler la longueur d'onde de l'émission laser. La sélectivité spectrale imposée par le réseau de diffraction permet en effet de sélectionner la fréquence de sortie quelle que soit la position du pic de la courbe de gain de la diode. En modulant de façon appropriée le retour intra-cavité du réseau, on peut ainsi espérer balayer continûment la fréquence laser sur de larges domaines spectraux, avec une grande précision et des vitesses très rapides.

### La sélection en longueur d'onde et l'accordabilité en continu

Le principe de la sélection en longueur d'onde dans un laser en cavité étendue peut être expliqué à partir du schéma 5.9 détaillant les contributions des différents facteurs de gain et de pertes du système.

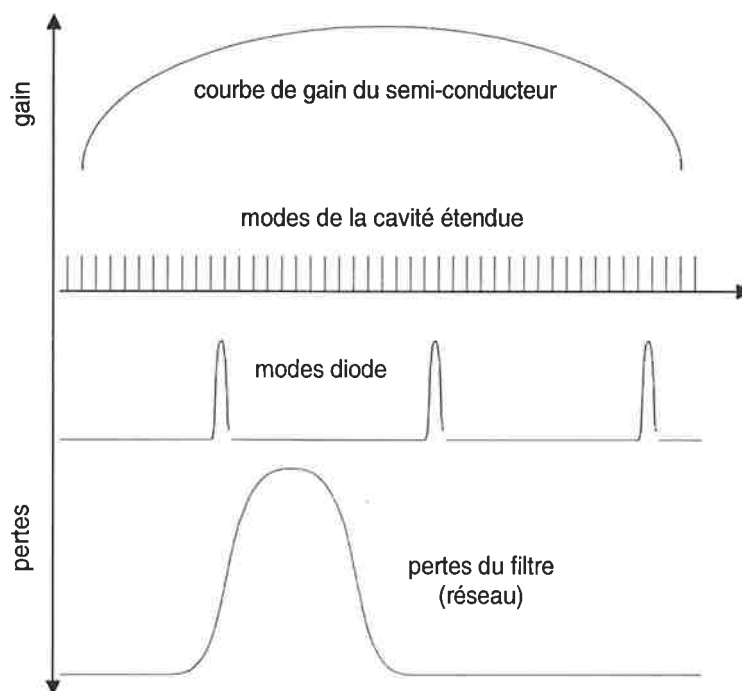


FIG. 5.9: *Les termes de gain et de pertes de la cavité étendue.*

Idéalement, l'oscillation laser se produit sur le mode longitudinal qui correspond au minimum de pertes du système, c'est-à-dire pour le mode de la cavité étendue qui est le plus proche de la longueur d'onde de moindre perte imposée par l'élément sélectif en longueur d'onde (ici le réseau de diffraction).

Dès lors, le balayage continu de la fréquence laser est obtenu quand on fait varier la longueur de la cavité externe. La fréquence laser est modulée sur un domaine de l'ordre de l'intervalle spectral libre de la cavité externe,  $\Delta\nu_c$ , par déplacement du mode  $\nu_k$  sélectionné par la cavité. Ensuite, un saut de mode se produit, la fréquence laser revenant sur le mode intra-cavité le plus proche du minimum de pertes <sup>3</sup>.

<sup>3</sup>A un effet d'hystérésis près, qui retarde parfois le saut de mode et permet de moduler sur un domaine supérieur à l'intervalle spectral libre théorique.

### La suppression des sauts de mode

Il est possible d'éviter ses sauts de modes et de scanner continûment la fréquence laser si la longueur d'onde résonnante de la cavité étendue  $\lambda_c$  et la longueur d'onde de moindre perte  $\lambda_L$  imposée par le réseau de diffraction (sous la condition de Littrow) sont modifiées simultanément de manière à garder le mode laser dans la région de faible perte. La limite ultime pour le balayage est alors imposée par la largeur de la courbe de gain du semiconducteur (plusieurs dizaines de nanomètres).

Les solutions commerciales, dans lesquelles la rotation du réseau s'accompagne d'une variation de la longueur de la cavité externe, utilisent des transducteurs piézo-électriques pour faire pivoter le réseau de diffraction autour d'un axe convenablement choisi (figure 5.10).

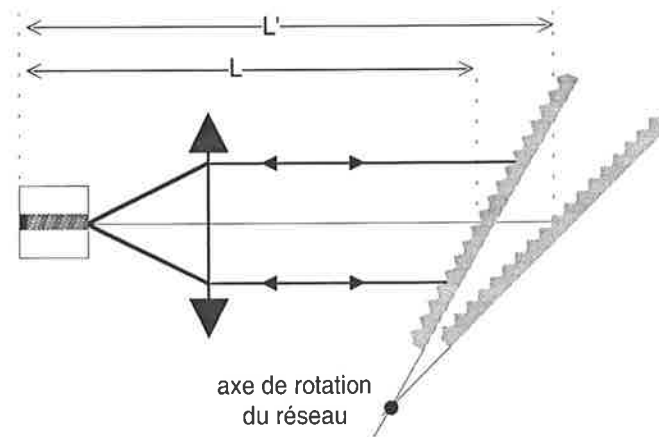


FIG. 5.10: *Principe de la modulation en longueur d'onde, en pivotant un réseau de diffraction.*

### L'importance du traitement anti-reflet de la diode laser

L'état du revêtement anti-réflexion de la diode semiconducteur est un autre facteur affectant les performances spectrales du LCE. Si le traitement anti-reflet n'est pas suffisant, la sélectivité spectrale de la diode diminue l'influence des modes de la cavité étendue. L'oscillation sur un mode de la cavité interne est favorisée au détriment du fonctionnement en cavité étendue. L'étalon interne se comporte comme un filtre d'étroite bande spectrale et empêche le fonctionnement laser de la cavité étendue excepté pour des fréquences proches du mode de la diode laser. Lorsque les modes de la diode

restent fixes, il redevient impossible de balayer la fréquence laser sur plus d'un intervalle spectral libre. Sinon, il est possible d'élargir le domaine balayé en usant d'une modulation supplémentaire du courant d'alimentation ou de la température d'asservissement pour déplacer les modes internes.

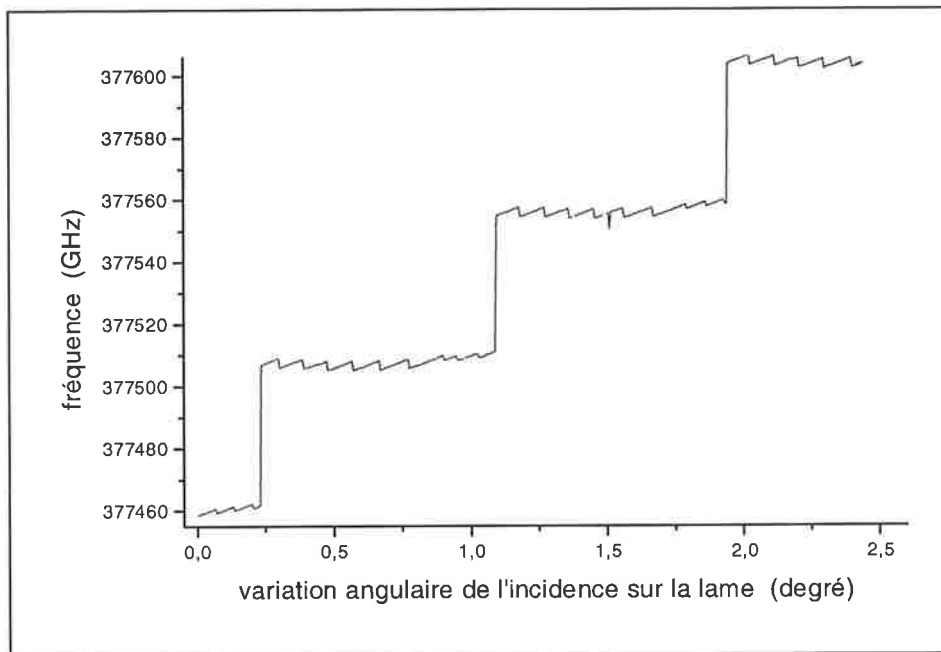


FIG. 5.11: *Comportement typique de la fréquence laser modulée par la cavité étendue, pour une diode peu ou pas traitée anti-reflet.*

Cet effet est particulièrement critique pour les diodes *SDL*, relativement longues, pour lesquelles les modes internes sont relativement resserrés (séparés d'environ 50 GHz, valeur comparable aux résolutions imposées par les réseaux de diffraction). Expérimentalement, on accède seulement à une plage de fréquences égale à un intervalle spectral libre de la cavité étendue (limité à quelques GHz, en raison de la longueur de cette dernière). La courbe d'accordabilité présente une forme en marche d'escalier, caractérisée sur la figure 5.11. Chaque marche est composée d'une série de balayages continus sur un intervalle spectral libre, centrés sur un mode interne. Lorsque la longueur d'onde imposée par le filtre externe a varié d'environ un intervalle spectral libre de la cavité interne, la fréquence d'émission se déplace autour du mode interne suivant, provoquant un grand saut de mode.

Le coefficient de réflexion de la facette de sortie se doit donc d'être extrêmement faible ( $< 10^{-4}$ ).

### 5.2.3 Autres laser diodes accordables

Il existe une variante du LCE pour laquelle le réseau n'est pas en position de Littrow : la configuration dite "dépliée" (figure 5.12) [9]. Le premier ordre y est diffracté dans une direction quelconque, suivant la relation usuelle :

$$\sin(\theta_{inc}) + \sin(\theta_{diff}) = \frac{\lambda}{a}$$

Un miroir est disposé perpendiculairement à l'ordre 1, renvoyant vers le réseau sous le même angle  $\theta_{diff}$  le faisceau à la longueur d'onde  $\lambda_0$  vérifiant la relation précédente. Après une seconde diffraction par le réseau, la lumière est réfléchiée sur elle-même vers la couche active. Le faisceau de sortie est l'ordre 0 du réseau.

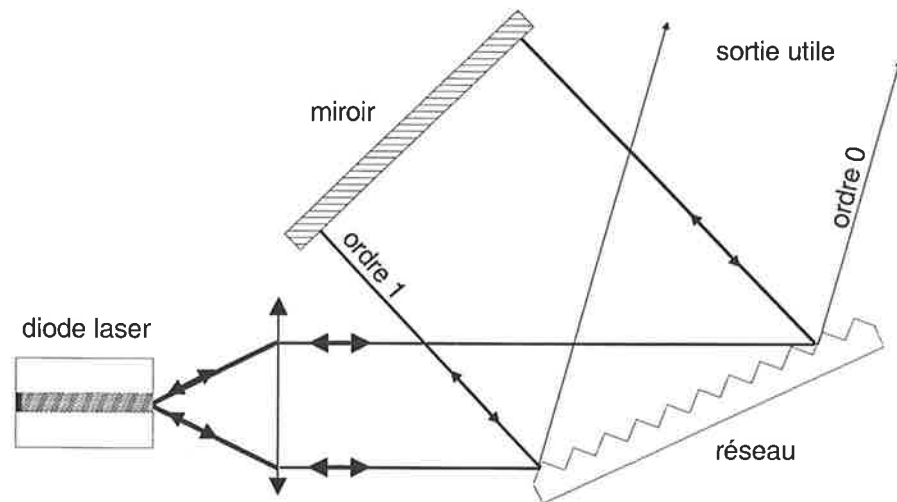


FIG. 5.12: Cavity en configuration dépliée (ou "Littman-Metcalf").

Cette configuration permet de modifier la longueur d'onde d'émission sans déplacer le faisceau de sortie, par rotation du miroir. Le double passage sur le réseau de diffraction offre une largeur de raie deux fois plus fine que dans les configurations "Littrow". Enfin, cette disposition se prête facilement à l'usage d'un "oeil-de-chat unidimensionnel" : l'ajout d'une lentille cylindrique devant le miroir permet d'auto-aligner la cavité suivant la direction verticale, tout en conservant la dispersion spectrale du réseau dans le plan horizontal. L'inconvénient majeur de cette source laser réside dans la faible puissance optique extraite de la cavité.

En dehors de ces lasers à cavités étendues, quelques composants optoélectroniques offrent des propriétés similaires [5], tels que les VCSELs (Vertical-Cavity Surface-Emitting diode Lasers) ou les diodes DFB (Distributed Feedback). Mais dans l'état actuel des connaissances, la puissance des premiers est nettement trop faible (le gain est aussi insuffisant pour une utilisation en cavité étendue), tandis que les secondes, qui s'utilisent sans recourir à une cavité étendue, présentent des largeurs de raies plus importantes que les LCE d'un ou deux ordres de grandeur.

### 5.3 UN LASER À CAVITÉ ÉTENDUE BALAYÉ PAR UNE LAME PRISMATIQUE

Les sources laser en cavité étendue offrent les propriétés spectrales attendues concernant la largeur de raie et la possibilité de balayer - sans saut de modes - un domaine spectral de quelques dizaines de gigahertz.

Les solutions commerciales disponibles utilisent toutes des transducteurs piezo-électriques (PZT) pour pivoter le réseau de diffraction et assurer la modulation en fréquence. Les composants piezo-électriques ne peuvent offrir les performances que nous recherchons. En effet, la source laser de l'analyseur spectral doit être capable de balayer (continûment) un intervalle supérieur à la dizaine de gigahertz en moins d'une milliseconde. La limitation essentielle des PZT provient de leur bande passante réduite à quelques centaines de Hertz, ce qui limite la vitesse de balayage aux basses fréquences de modulation.

En outre, le balayage recherché doit être parfaitement reproductible, les variations restant inférieures au mégahertz. Or le comportement des cales piezo-électriques présente un phénomène d'hystérésis. Il engendre un décalage de plusieurs dizaines de mégahertz de la fréquence laser pour une même tension de contrôle, entre deux balayages successifs.

#### 5.3.1 L'accordabilité continue avec un réseau fixe

Une modification astucieuse offre une autre alternative mécanique pour le contrôle de la modulation. L'idée consiste à introduire une lame *prismatique* dans la cavité Littrow (figure 5.13). La rotation de cette lame prismatique permet de changer *simultanément* la longueur optique de la cavité et *l'angle d'incidence* sur le réseau de diffraction, qui reste *immobile*. La longueur d'onde de moindre perte - imposée par la relation 5.3 - est ainsi modifiée continûment, sans qu'il soit nécessaire de déplacer directement l'élément sélectif spectralement (en l'occurrence le réseau).

Reprenant l'idée introduite dans l'article [17], nous avons construit un montage de ce type. Cette seconde approche doit permettre d'étudier le comportement et de mettre au point un modèle décrivant le fonctionnement d'un LCE avec un réseau fixe <sup>4</sup>. Ce modèle sera repris lors du développement d'une

<sup>4</sup>Une autre description théorique d'un LCE exploitant la rotation d'une lame prismatique dans la configuration dépliée (Littman-Metcalf) est disponible dans la littérature : [18]



source laser au principe original (section 5.4).

### 5.3.2 Le schéma expérimental

Le montage expérimental est représenté sur la figure 5.13.

La **lame prismatique**, de 2 cm de long et 1,1 mm d'épaisseur, présente un angle au sommet  $\alpha$  de  $0,1^\circ$ . L'épaisseur et l'angle ne sont pas choisis de façon quelconque, mais optimisés en fonction de l'angle d'incidence du faisceau laser sur la lame ( $i$ ) et de la condition d'accordabilité (voir page 183).

La lame repose sur un **galvanomètre**. Piloté par ordinateur, le galvanomètre tourne sur  $20^\circ$ , par pas de  $5 \cdot 10^{-3}^\circ$ .

Le **réseau de diffraction** possède 1200 traits/mm. Il est ajusté en position de Littrow pour la longueur d'onde  $\lambda_0 = 793$  nm, soit un angle d'incidence  $\theta_{\text{Littrow}}$  d'environ  $28^\circ$ .

Dans un premier temps, la **diode laser** utilisée (*SDL 5411*) n'était pas traitée anti-reflet, ce qui contrarie la sélectivité spectrale de la cavité étendue.

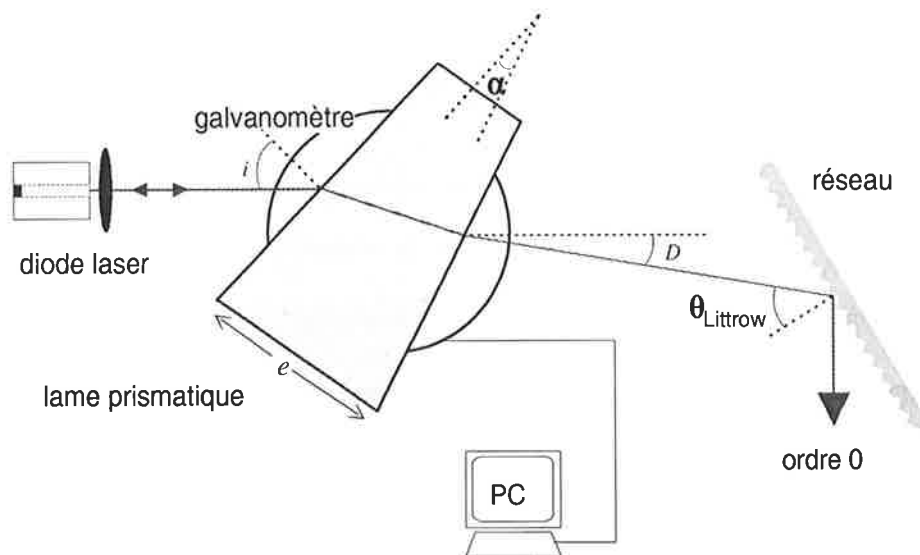


FIG. 5.13: Schéma expérimental de la source laser à cavité étendue incluant une lame prismatique.

### 5.3.3 Des résultats expérimentaux préliminaires

Sous ces conditions, les premières tentatives de balayage se sont heurtées au problème du couplage entre la cavité externe et la diode laser. L'apparition d'une compétition entre les modes de ces deux résonateurs interdit de balayer plus d'un intervalle spectral libre, qui est relativement étroit (2,2 GHz), compte tenu de la longueur de la cavité étendue (environ 7 cm). La courbe de variation de la fréquence laser en fonction de l'angle de rotation de la lame prismatique présente alors le profil en "marche d'escalier", déjà évoqué plus haut (page 5.2.2). Les tentatives d'augmentation de l'efficacité de diffraction du réseau dans l'ordre 1 (par rotation de la polarisation du faisceau laser incident) se sont révélées insuffisantes pour surpasser la sélectivité imposée par le mode interne du semi-conducteur.

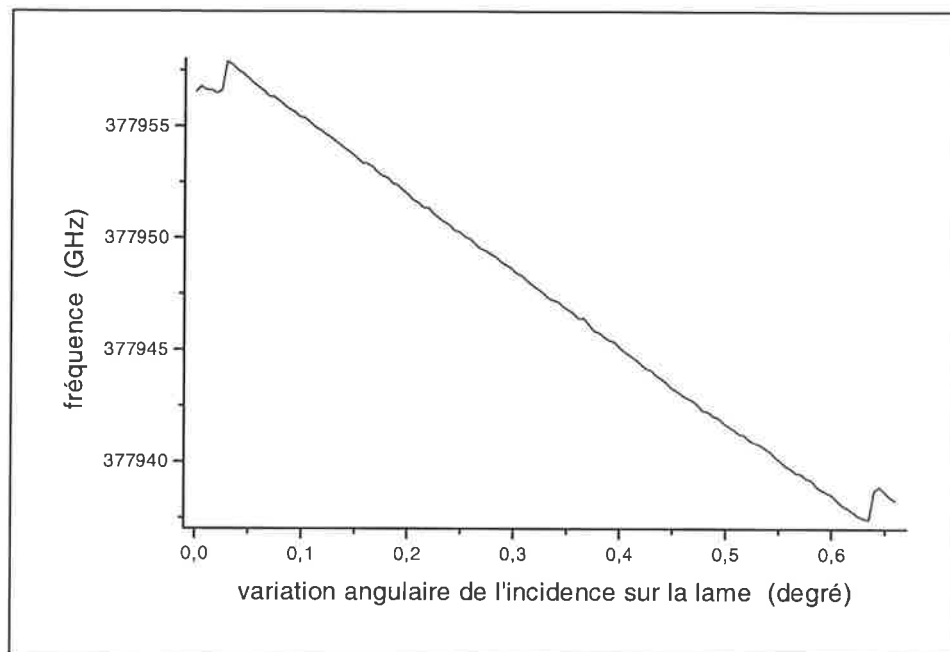


FIG. 5.14: Modulation linéaire de la fréquence laser sur plusieurs intervalles spectraux de la cavité étendue. Elle est obtenue en variant simultanément l'incidence sur la lame prismatique et le courant d'alimentation de la diode.

Sans modification supplémentaire du système, le domaine d'accordabilité est élargi si le balayage de la cavité externe est synchronisé à un balayage des modes internes. Un intervalle de 24 GHz - mesuré à l'aide d'un lambdamètre Burleigh (détaillé à l'annexe D.5) - a ainsi été balayé grâce à la variation synchrone du courant d'alimentation de la diode sur une vingtaine de mA

(résultat porté sur la courbe 5.14). Cependant, cette méthode apporte l'inconvénient supplémentaire de modifier substantiellement la puissance optique du laser.

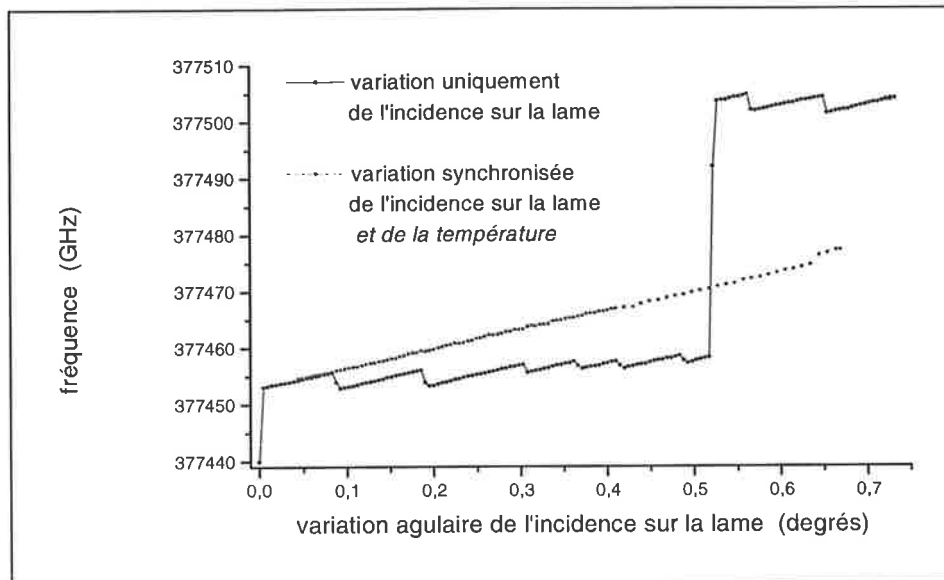


FIG. 5.15: Comparaison des balayage de la fréquence laser en variant l'incidence sur la lame prismatique, avec et sans modulation additionnelle de la température. Sous cette dernière condition, le balayage couvre continument plusieurs intervalles spectraux libres de la cavité étendue.

Suivant le même principe, un balayage synchronisé de la température d'asservissement du semiconducteur a permis d'obtenir une plage d'accordabilité supérieure à 50 GHz (illustrée par les courbes 5.15). Si la durée de ce type de balayage est beaucoup trop longue (plusieurs dizaines de secondes) pour être appliquée à l'analyseur spectral, cette source laser peut profiter aux expériences de spectroscopie ou de refroidissement laser, qui ne nécessitent pas des balayages aussi rapides (mais de fines raies laser). Son avantage est d'être nettement moins coûteuse qu'une source de type laser à colorant. A titre de comparaison, sans modification appropriée, un laser à colorant n'est accordable que sur 30 GHz.

#### 5.3.4 La première validation expérimentale

L'emploi d'une diode au traitement anti-réflexion de haute qualité (traitement effectué auprès de *New Focus*, voir section 5.1.3) est plus fructueux.

La figure 5.16 montre ainsi un remarquable balayage sur **plus de 150 GHz**, sans saut de mode!

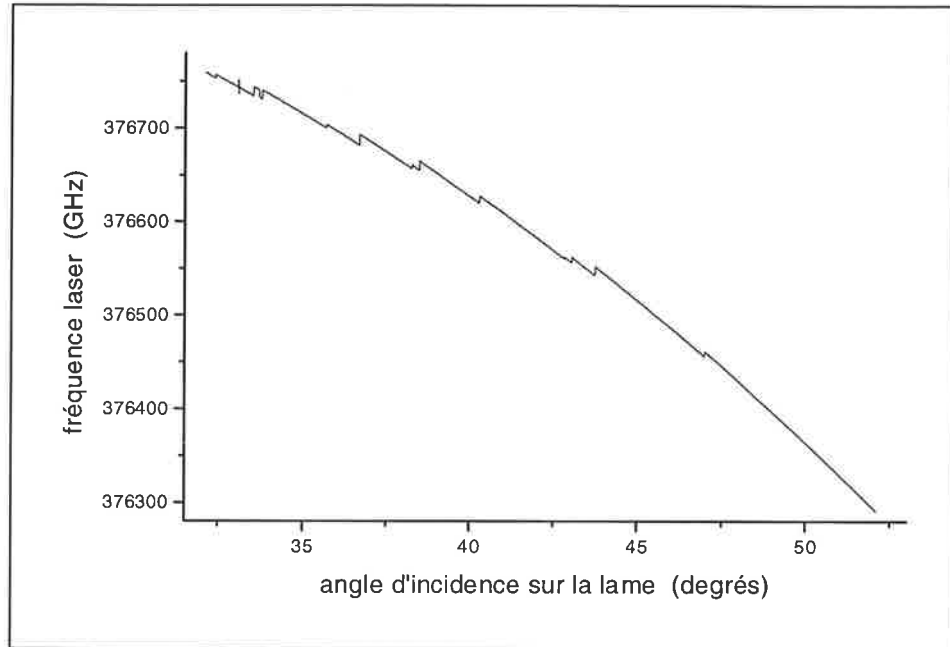


FIG. 5.16: *Modulation de la fréquence laser grâce à la rotation de la lame prismatique. Plus de 150 GHz sont balayés sans saut de mode.*

L'angle d'incidence  $i_0$  sur la lame prismatique est d'environ  $52^\circ$ . Le choix de la position de cette dernière est critique. Lorsque l'angle d'incidence croît, la longueur d'onde sélectionnée par le réseau se déplace vers le rouge de plus en plus rapidement. Le peigne de modes de la cavité externe suit la même évolution. Sur un balayage complet (figure 5.17), on observe des sauts de modes de quelques gigahertz vers les faibles fréquences dans la zone où la courbe de sélectivité du réseau est plus rapide que les résonances intra-cavité. Tandis qu'aux petits angles d'incidence, les vitesses de déplacement des deux paramètres de sélection spectrale s'inversent.

Il s'ensuit que dans les zones où les balayages ne sont pas synchrones, la sélectivité de la diode (aussi bonne soit la qualité du traitement anti-réflexion) retrouve de l'importance puisque les réajustements de fréquences (i.e. lorsque la fréquence laser décroche d'un mode de la cavité pour compenser son décalage avec la longueur d'onde de moindre perte) se répètent exactement tous les 50 GHz, valeur correspondant à l'intervalle spectral libre

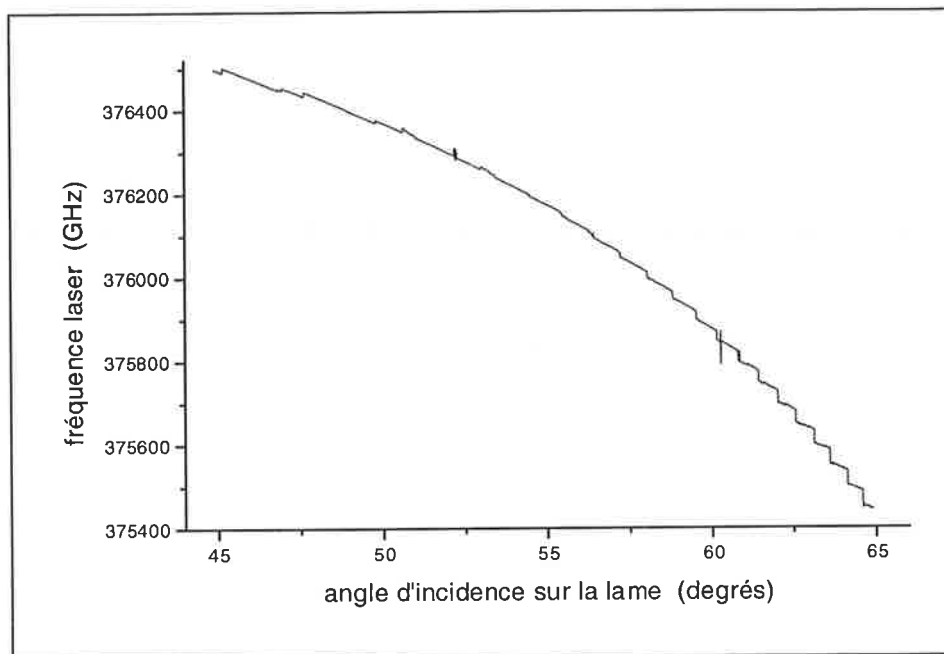


FIG. 5.17: Balayage de la fréquence laser grâce à la rotation de la lame prismatique. Aux deux extrémités de la courbe, les sauts de mode se produisent en sens opposés.

de la diode libre...

La manifestation du couplage avec la cavité du semi-conducteur aux plus basses fréquences se justifie également par la moindre qualité du traitement anti-reflet de la facette diode lorsque l'on s'éloigne de la région 796,5-797 nm (voir figure 5.4). Un balayage optimum n'est obtenu qu'en travaillant autour de 797 nm, zone où le système s'affranchit le mieux de la cavité diode, et en accordant parfaitement les vitesses de balayage des deux paramètres sélectifs en longueur d'onde.

### 5.3.5 Un complément théorique

Le choix de l'angle d'incidence sur la lame prismatique a un impact direct sur les performances du balayage continu de la cavité étendue. La démarche des auteurs de l'article [17] pour déterminer l'angle optimal souffre d'une trop grande simplification puisqu'elle néglige une partie des effets du réseau de diffraction dans la recherche des conditions d'accordabilité. En effet, le mouvement de translation  $\delta x$  du faisceau laser sur le plan du réseau provoque un changement de phase  $\delta\phi$  relié à  $\delta x$  et  $a$ , le pas du réseau, par la

relation [19]<sup>5</sup> :

$$\delta\phi = 2\pi \frac{\delta x}{a} \quad (5.4)$$

Phénoménologiquement, cette phase compense les différences de chemins optiques entre les différents rayons issus d'un même front d'onde (supposé plan). Ils se retrouvent ainsi en phase après un aller-retour et une diffraction sur le réseau.

Le changement total de la phase pour un aller-retour sur le chemin optique s'écrit pour une longueur d'onde  $\lambda$  et un indice de lame  $n$  :

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{2(n.RA + AB)}{\lambda} - \frac{OB}{a} + \frac{2DR}{\lambda} \quad (5.5)$$

avec pour les distances  $RA$ ,  $AB$ ,  $OB$  et  $DR$ , la convention portée sur la figure 5.18.

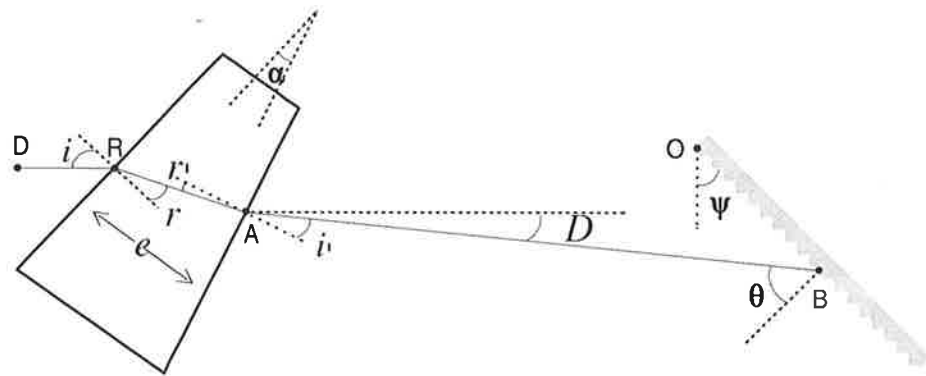


FIG. 5.18: Conventions pour le calcul de la phase optique le long d'un rayon effectuant un aller-retour dans la cavité étendue.

Le premier terme de l'équation 5.5 est lié au déphasage introduit par le trajet optique, depuis le point  $R$  jusqu'au réseau. Le second terme provient de l'équation 5.4. Enfin, le troisième terme est le déphasage introduit par le chemin optique allant du miroir interne de la diode ( $D$ , non représenté sur la figure 5.18) jusqu'au point  $R$ .

Supposons que l'émission laser soit obtenue pour une valeur  $L_c$  de la longueur de cavité et une valeur  $i_0$  de l'angle d'incidence sur la lame prismatique. Au voisinage de ce point de fonctionnement, la phase  $\phi$  se développe au second ordre en fonction de l'écart angulaire  $i - i_0$  sous la forme :

<sup>5</sup>voir également la section 3.3.1, page 53

$$\phi(i) = \phi(i_0) + (i - i_0) \left. \frac{d\phi}{di} \right|_{i_0} + \frac{(i - i_0)^2}{2} \left. \frac{d^2\phi}{di^2} \right|_{i_0} \quad (5.6)$$

où :

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{di} = -\alpha \frac{\phi}{2\pi} \left( \frac{n \cdot \cos r \cdot \sin i}{\cos^2 i} - \tan r \right) \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{2e \sin(i - r)}{\lambda \cos r} \quad (5.7)$$

et :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \frac{d^2\phi}{di^2} = & -\alpha \frac{\phi \cos \theta}{2\pi \sin \theta} \frac{n^2 - 1}{n \cdot \cos r \cdot \cos i} \left[ \tan^2 i \left( \frac{1 + 2n^2 - 3 \sin^2 i}{n^2 - \sin^2 i} \right) + 1 \right] \\ & + \frac{2e}{\lambda \cos r} \frac{1}{\cos r} \left[ \cos(i - r) - \frac{\cos^2 i}{n \cdot \cos^2 r} \right] \end{aligned} \quad (5.8)$$

$e$  et  $\alpha$  représentent respectivement l'épaisseur et l'angle de la lame et  $\phi$  s'exprime en fonction de la longueur de cavité  $L_c$  sous la forme :

$$\phi = \frac{4\pi L_c}{\lambda}$$

Le *point de fonctionnement* qui autorise l'intervalle de balayage continu maximal est obtenu pour  $\frac{d\phi}{di} = 0$ . En d'autres termes, les sauts de modes ne se produisent pas si la phase accumulée par le faisceau au cours d'un aller-retour reste constante pendant le balayage. Cette condition de phase stationnaire s'écrit encore :

$$\alpha \frac{L_c \cos \theta}{e \sin \theta} = \frac{\sin(i_0 - r_0) n \cos^2 i_0}{\sin i_0 (n^2 - 1)} = f(i_0)$$

La fonction  $f(i)$  est représentée graphiquement sur la courbe 5.19.

Ainsi, pour  $\alpha = 0,1^\circ$ ,  $e = 1,1$  mm,  $L_c = 70$  mm,  $\lambda = 793$  nm, on obtient  $f(i) = 0,205$  et on en déduit graphiquement que  $i_0 = 51,5^\circ$ . Cette valeur correspond à l'*angle central de balayage pour lequel l'intervalle d'accord est maximum*.

Connaissant  $i_0$ , il est possible de déterminer le domaine de fréquence sur lequel le laser est accordable sans saut de modes. La variation de fréquence associée à la variation de longueur de la cavité vaut :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta L}{L_c}$$

Puisque  $\alpha$  est un très petit angle,  $\Delta L$  s'écrit :

$$\Delta L \simeq e \frac{\sin(i - r)}{\cos r} \Delta i$$

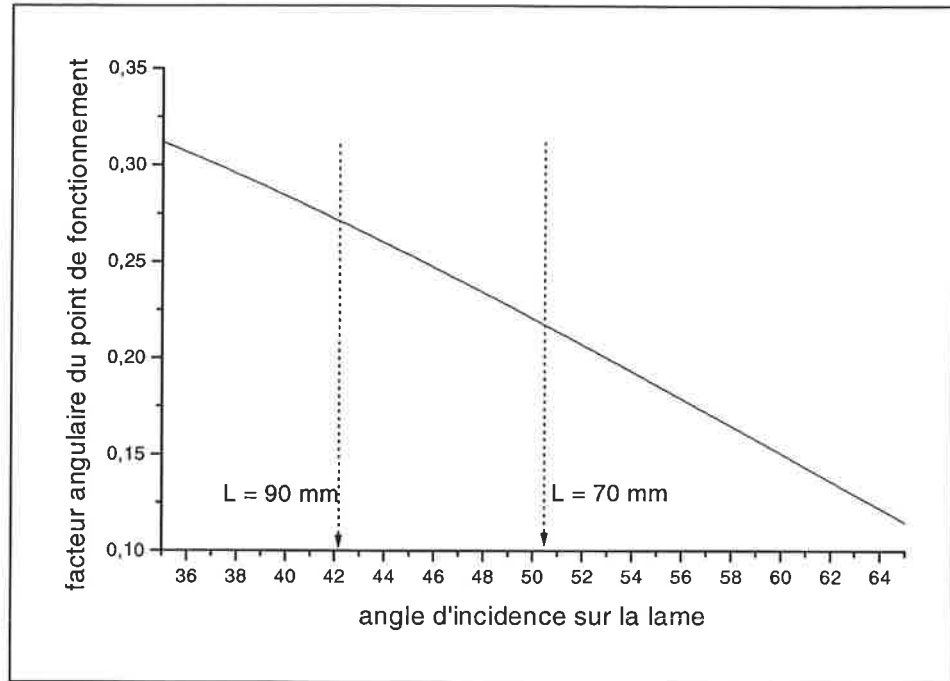


FIG. 5.19: Courbe théorique permettant de déduire l'angle central du domaine de balayage optimum.

où  $\Delta i$  représente l'intervalle angulaire balayé autour de  $i_0$  ( $= i - i_0$ ). Finalement :

$$\frac{\Delta \nu}{\nu} = \frac{e \sin(i - r)}{L_c \cos r} \Delta i \quad (5.9)$$

La variation de phase autour du point de phase stationnaire s'exprime dès lors (équations 5.6 et 5.8) en fonction de la fréquence sous la forme :

$$\Delta \phi = \frac{1}{2} \frac{d^2 \phi}{di^2} \times \left( \frac{\Delta \nu}{\nu} \times \frac{L_c \cos r}{e \sin(i - r)} \right)^2$$

D'après la condition de stationnarité de la phase, qui impose une variation de phase plus petite que  $\pi$  ( $|\Delta \phi| < \pi$ ), le demi-intervalle de balayage continu autour de la fréquence centrale associé à  $i_0$  vaut :

$$\Delta \nu = \sqrt{2\pi \left| \frac{d^2 \phi}{di^2} \right|} \times \frac{e c \sin(i - r)}{L_c \lambda \cos r}$$

On obtient alors la représentation graphique 5.20, qui montre que pour des angles d'environ  $51^\circ$ , on peut scanner plus d'une centaine de Gigahertz. L'équation 5.9 indique que ce balayage est obtenu en pivotant la lame sur  $3^\circ$  seulement. Notons que ce domaine augmente à mesure que la longueur de la cavité étendue se réduit, ou que l'épaisseur de la lame croît.



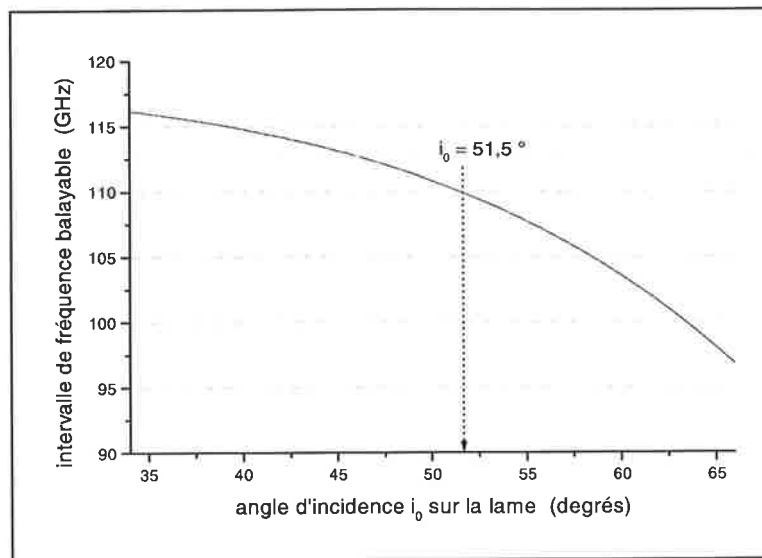


FIG. 5.20: Courbe théorique représentant le domaine de balayage continu, en fonction de l'angle central d'incidence sur la lame prismatique.

### Conclusion

En dépit des limitations inhérentes à tout processus mécanique de modulation (stabilité, lenteur, hystérésis,...) et qui rend cette solution insuffisante pour une application à l'analyseur spectral, cette étude, s'appuyant de probants résultats expérimentaux, se révèle un excellent modèle pour le développement d'une efficace solution alternative décrite ci-dessous.

## 5.4 UN LASER À CAVITÉ ÉTENDUE BALAYÉ PAR UN PRISME ÉLECTRO-OPTIQUE

L'usage d'une lame prismatique comme unique élément de contrôle permet de balayer continûment la fréquence laser d'une cavité étendue sur un domaine spectral large de près d'une cinquantaine d'intervalles spectraux libres. Cependant, le contrôle de la lame prismatique reste mécanique (galvanomètre) et rencontre les mêmes défauts que les transducteurs piezo-électriques : le balayage est lent et peu reproductible (il présente un effet d'hystérésis sur un simple aller-retour de la direction de la lame). S'y ajoute un problème de dissipation thermique (source d'instabilité) liée à l'échauffement du moteur du galvanomètre, placé au coeur de la cavité.

### 5.4.1 L'utilisation d'un cristal électro-optique

Une alternative intéressante au déplacement mécanique de l'élément optique responsable de la modulation en fréquence a été récemment proposée [12, 13]. Dans cette configuration, le réseau de diffraction reste en *position fixe* et est éclairé en condition de Littrow. La longueur d'onde de moindre perte est déterminée par l'équation 5.3. On ajuste la fréquence laser en variant la longueur de la cavité externe. Cette opération est réalisée à l'aide d'un composant optique supplémentaire inséré dans la cavité externe : un cristal électro-optique (figure 5.21).

Un champ électrique transverse  $\Delta E$  appliqué au cristal électro-optique induit une variation de l'indice extraordinaire de réfraction du cristal, suivant la loi de Pockels :

$$\Delta n_e = \frac{1}{2} n_e^3 \cdot r_{33} \cdot \Delta E$$

$r_{33}$  désigne le coefficient électro-optique utilisé (avec l'orientation appropriée du cristal). Par conséquent, la longueur optique de la cavité varie avec la tension  $V$  appliquée aux bornes du cristal électro-optique,

$$\Delta L_c = \Delta n_e(V) \cdot e$$

où  $e$  est l'épaisseur physique du cristal traversé par le faisceau laser. La

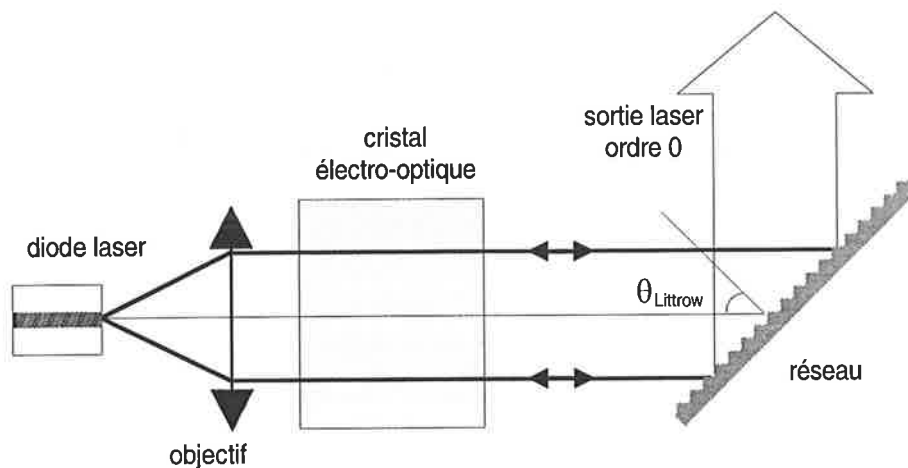


FIG. 5.21: Schéma d'une cavité étendue incluant un cristal électro-optique.

variation de fréquence produite s'exprime simplement en fonction de  $\Delta n_e$  :

$$\Delta\nu = -\frac{c}{\lambda} \frac{e}{L_c} \Delta n_e$$

Cette configuration offre le moyen de moduler très rapidement la longueur de la cavité, puisque l'indice de réfraction répond quasi-instantanément et de manière parfaitement reproductible à une tension de commande appliquée aux bornes de l'électro-optique. La bande passante du générateur de tension est la limitation première de la fréquence de modulation. Moyennant l'utilisation de hautes (voire très hautes) tensions <sup>6</sup>, les modes de la cavité étendue sont déplacés sur plusieurs dizaines de Gigahertz. Mais le domaine spectral de balayage continu est restreint à l'intervalle spectral libre de la cavité étendue, soit quelques Gigahertz seulement. La courbe de sélection du réseau demeure inchangée et provoque des sauts de modes en arrière dès que la fréquence laser ne correspond plus au mode favorisé par la longueur d'onde de moindre perte.

### 5.4.2 Une variante : le prisme électro-optique

L'idée s'impose dès lors de reprendre les caractéristiques offertes par la forme prismatique de la lame, en *supprimant la nécessité de la rotation mécanique*. Il suffit de reprendre le principe du *cristal électro-optique*, piloté par un générateur de tension, en lui donnant *une forme prismatique* [2]. L'usage

<sup>6</sup>Les tensions de commande varient de plusieurs centaines à plusieurs kilovolts, selon l'épaisseur transverse du cristal ( $E = V/e_t$ ) et le coefficient électro-optique mis en jeu.

d'un prisme électro-optique en tant que scanner angulaire est d'ordinaire peu recherché car les déviations produites sont faibles. Par contre, dans le cadre d'une source laser en cavité étendue, la finesse de ces variations s'adapte remarquablement au balayage de l'angle d'incidence sur un réseau de diffraction.

La figure 5.22 représente la cavité avec le prisme électro-optique et le réseau de diffraction en position fixe sous incidence de Littrow. L'indice de réfraction  $n$  du cristal est l'unique paramètre qui commande le balayage. Ses variations modifient à la fois la longueur optique de la cavité et l'angle d'incidence sur le réseau, par modification des angles de réfraction aux interfaces de l'électro-optique. Les variations de l'indice de réfraction sont simplement induites par une tension appliquée (transversalement) aux bornes du cristal.

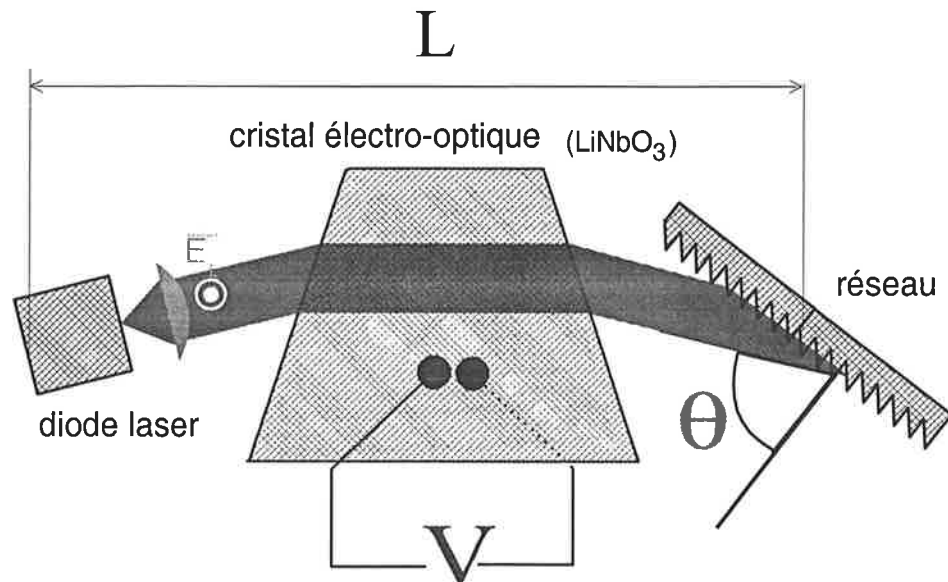


FIG. 5.22: Schéma de la source laser à cavité étendue incluant un prisme électro-optique comme élément sélectif en longueur d'onde.

### 5.4.3 Le choix des paramètres

Avec un choix approprié des différents paramètres de la cavité étendue (longueur totale, taille du cristal, angles d'incidence et de sortie, pas du réseau,...), il est possible d'obtenir un balayage continu couvrant plusieurs intervalles spectraux libres. Les déterminations de la taille du faisceau à la

sortie du prisme et de la sensibilité de la longueur d'onde à la variation d'indice se révèlent particulièrement critiques.

### Le modèle géométrique

Comme précédemment évoqué, le *point de fonctionnement* de la cavité laser s'obtient par la condition de *stationnarité de la phase* au cours d'un aller-retour du faisceau laser dans la cavité. La phase accumulée le long du chemin optique ABCD (voir figure 5.23), supposé correspondre à l'axe du faisceau gaussien, s'écrit :

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda} L_c + \phi_r$$

où  $L_c$  et  $\phi_r$  représentent respectivement la longueur optique totale et la phase induite lors de la diffraction sur le réseau :  $\phi_r = -2\pi (OD) / a$  (voir 5.4). En différenciant l'expression précédente, on obtient :

$$\begin{aligned} d\phi &= \frac{4\pi}{\lambda} e \cdot dn - \frac{4\pi}{\lambda^2} L_c \cdot d\lambda \\ &= \frac{4\pi}{\lambda} \left( e \cdot dn - \frac{L_c}{\tan \theta} d\theta \right) \end{aligned} \quad (5.10)$$

où  $e = BC$  représente le chemin géométrique à l'intérieur du prisme.

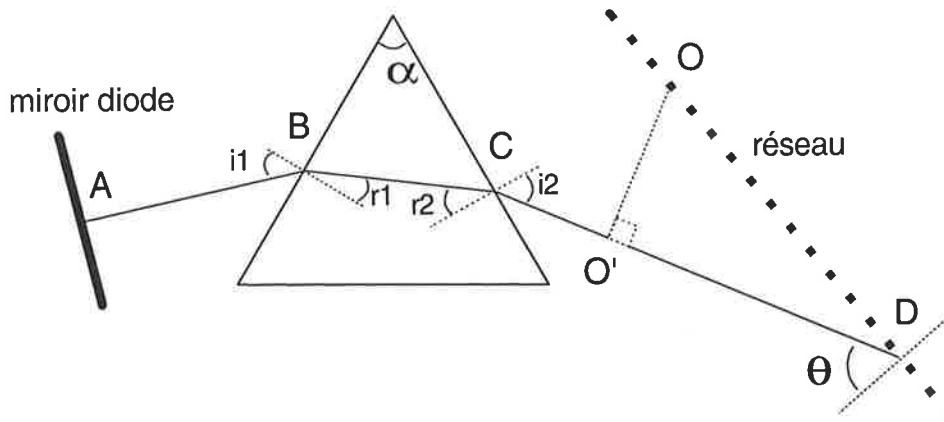


FIG. 5.23: Schéma et conventions utilisées par le modèle de la cavité étendue incluant un prisme électro-optique.

La condition  $d\phi = 0$  impose le rapport entre la longueur du prisme et celle de la cavité :

$$\frac{L_c}{e} = \frac{\tan \theta}{(di_2/dn)} \quad (5.11)$$

L'application des relations de Descartes aux différentes interfaces du prisme donne la vitesse de variation  $di_2/dn$ , qui dépend de l'angle du prisme ( $\alpha$ ) et de son orientation dans la cavité :

$$di_2/dn = \frac{\sin \alpha}{\cos i_2 \cdot \cos (\alpha - r_2)} \quad (5.12)$$

Par ailleurs, on note que  $d\theta = di_2$ , de sorte que, d'après la condition de Littrow :

$$\frac{d\lambda}{dn} = \frac{\lambda}{\tan \theta} \frac{di_2}{dn} \quad (5.13)$$

### L'influence de l'orientation du prisme

Pour un prisme (et une cavité) donné, l'orientation doit être choisie de manière à offrir la sensibilité maximale de la fréquence laser en fonction de la variation de l'indice de réfraction. De simples considérations sur les équations 5.12 (qui indique que  $di_2/dn$  devient très grand à mesure que  $i_2$  s'approche de  $\pi/2$ ) et 5.13 montrent que l'angle de sortie du cristal doit être important pour assurer une grande vitesse de variation de l'angle d'incidence  $\theta$  sur le réseau. Mais la largeur du faisceau optique sur le réseau, et donc la sélectivité spectrale de ce dernier, dépend également de l'orientation :

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1}$$

où  $w_1$  et  $w_2$  désignent respectivement la dimension (horizontale) du faisceau à l'entrée et à la sortie du prisme. Aussi, les configurations favorisant les grandes sensibilités à la variation d'indice affaiblissent l'influence du réseau. Elles peuvent conduire à des oscillations multimodes ou à des instabilités provoquées par un couplage avec la cavité diode.

L'étalement du faisceau dans le plan du réseau est élargi lorsque l'angle de sortie du prisme du rayon optique se rapproche de la valeur nulle. Toutefois ce choix tend à minimiser la vitesse de variation de l'angle d'incidence  $\theta$ , et dans les mêmes proportions à diminuer la sensibilité  $d\nu/dn$ . Les deux paramètres prépondérants que sont la sensibilité à la variation d'indice et la sélectivité du réseau varient donc en sens opposés en fonction de l'orientation du cristal (les évolutions sont résumées sur la figure 5.24).

Un compromis entre sensibilité et sélectivité consiste à choisir l'orientation de déviation minimale. Cette orientation correspond au rapport  $w_2/w_1 = 1$

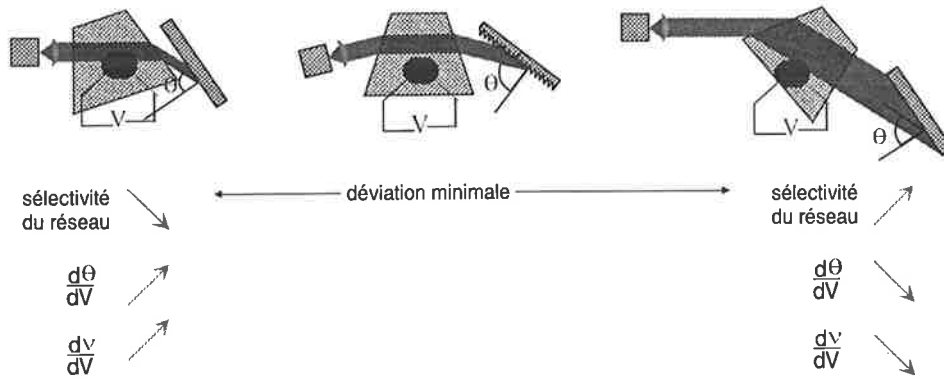


FIG. 5.24: Influence de l'orientation du prisme électro-optique sur la sélectivité spectrale du réseau et sur le taux de modulation de la fréquence laser.

(figure 5.24). De la propriété angulaire  $r = \alpha/2$ , découle la relation  $\sin i = n \cdot \sin \alpha/2$ . La vitesse de variation de l'angle d'incidence vérifie alors :

$$di_2/dn = \frac{2 \sin \alpha/2}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \alpha/2}}$$

On a donc intérêt à choisir  $\alpha$  grand, dans la limite évidente de  $n \cdot \sin \alpha/2 < 1$ .

Un réseau de 2400 traits/mm, choisi pour optimiser la sélectivité spectrale conduit à  $\tan \theta \simeq 3$  pour  $\lambda = 793 \text{ nm}$ . D'après l'équation 5.11, le rapport  $di_2/dn$  est proportionnel au rapport  $e/L_c$  qu'on a donc intérêt à choisir le plus grand possible. Compte tenu des contraintes géométriques, on pourra donner à ce rapport une valeur de l'ordre de 1/3. Ceci conduit à  $di_2/dn \simeq 1$ . Il s'ensuit que l'angle au sommet du prisme est déterminé par l'équation :

$$\sin^2 \alpha/2 = \frac{1}{n^2+4}$$

ce qui impose de travailler avec un prisme d'angle  $\alpha$  égal à  $39,5^\circ$  pour un cristal Lithium-Niobate d'indice  $n \simeq 2,2$ .

### Les éléments optiques du montage

Dans un **crystal de Lithium-Niobate** ( $\text{LiNbO}_3$ ) avec un **axe optique vertical** (perpendiculaire au plan de la figure 5.22), **parallèle au champ électrique** de contrôle, la polarisation de la lumière laser étant supposée parallèle à cet axe <sup>7</sup>, le champ appliqué modifie la partie extraordinaire de l'indice de réfraction suivant la relation :

<sup>7</sup>Expérimentalement, la répartition de la polarisation de la lumière suivant les deux directions est la suivante : 96 % pour  $\theta_{\parallel}$  et 4 % pour  $\theta_{\perp}$ . Malgré la faible intensité disponible

$$\Delta n_e = \frac{1}{2} n_e^3 \cdot r_{33} \cdot \Delta E$$

Le  $\text{LiNbO}_3$  présente un indice extraordinaire  $n_e = 2,18$  et un coefficient électro-optique  $r_{33} = 30,8 \cdot 10^{-12}$  m/V.

Dans les conditions retenues au cours de la discussion qui précède, l'amplitude de balayage atteinte est donc d'environ 10 GHz/kV par millimètre d'épaisseur du cristal. Celle-ci vaut 5,2 mm, tandis que la longueur traversée par le faisceau est  $e = 25 \pm 5$  mm, selon son orientation et sa position exacte. Enfin, notre prisme présente un **angle au sommet**  $\alpha = 25^\circ$ .

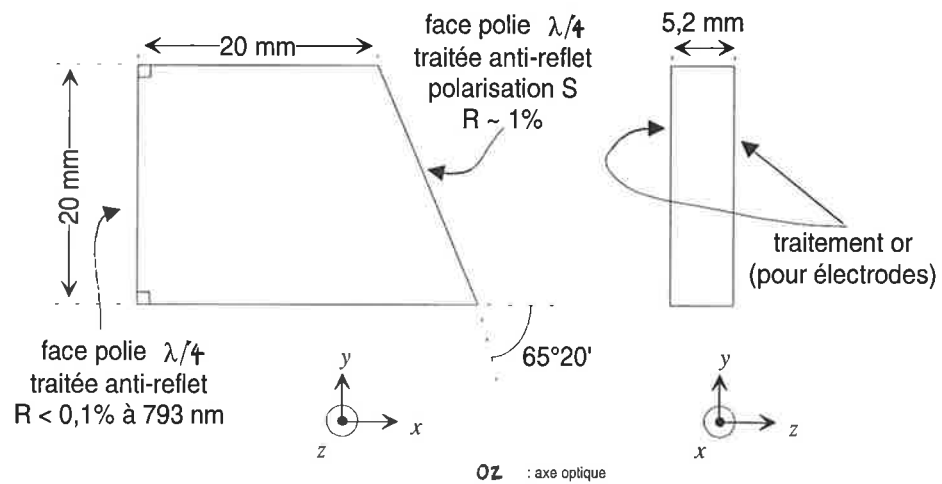


FIG. 5.25: Dimensions du prisme électro-optique en  $\text{LiNbO}_3$ .

La diode laser (*SDL 5411*) a bénéficié d'un excellent traitement anti-reflet (réalisé par *New Focus*) autour de la longueur d'onde utilisée  $\lambda = 797$  nm. La collimation du faisceau laser est effectuée par une lentille *Geltech 350 330* qui dégrade peu le front d'onde grâce à sa large ouverture numérique ( $NA = 0,68$ ).

pour cette dernière, il a toutefois été possible de refermer la cavité étendue sur cette polarisation. L'efficacité de diffraction du réseau compense alors en partie la différence de puissance.

Dans ce cas, c'est la partie ordinaire de l'indice de réfraction qui est modifiée, à travers le coefficient électro-optique  $r_{13}$ . L'amplitude de modulation devient trois fois plus faible que lorsque l'on modifie la partie extraordinaire.



### 5.4.4 Validation expérimentale du modèle

#### Des résultats préliminaires

Dans les premières expériences, le rayon optique était dirigé perpendiculairement à la face d'entrée du prisme ( $i_1 \simeq 0^\circ$ ). Une variation de tension de 4 kV aux bornes de l'électro-optique a permis d'effectuer un balayage continu de la fréquence laser d'une douzaine de gigahertz (figure 5.26). Mais une probable détérioration du traitement anti-reflet de la facette diode a provoqué la réapparition du couplage entre cavités externe et interne <sup>8</sup>, soulignant l'importance d'une bonne sélectivité spectrale du réseau de diffraction.

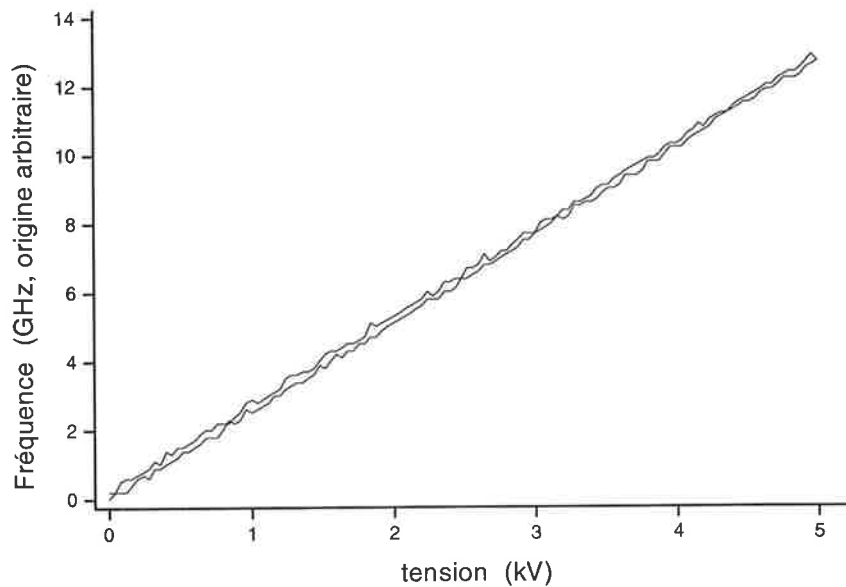


FIG. 5.26: Balayage continu de la fréquence laser à l'aide d'un prisme électro-optique.

Sur la figure 5.27 sont reportées la vitesse de variation de l'angle d'incidence ( $d\theta/dn = di_2/dn = \sin \alpha / (\cos i_2 \cdot \cos r_1)$ ) et la taille du faisceau laser sur le réseau en fonction de l'angle de sortie du prisme. On constate que l'étalement du faisceau laser sur le réseau s'accroît d'un facteur 4 lorsqu'on

<sup>8</sup>Bien que la face d'entrée du prisme électro-optique soit traitée anti-reflet, son orientation n'est jamais parfaitement perpendiculaire au faisceau laser pour supprimer les réflexions parasites en direction de la diode.

tourne le prisme de la position où  $i_1 = 0$  à celle correspondant à  $i_2 = 0$ , tandis que le taux de déflexion angulaire  $di_2/dn$  est réduit de moitié.

A titre de comparaison, sur la même figure sont portées les courbes équivalentes pour un prisme électro-optique d'angle au sommet  $\alpha = 39,5^\circ$ . Cette option autorise à la fois une rapide variation de l'angle d'incidence et un anamorphisme supérieur à l'unité sur la largeur du faisceau laser (voir ci-dessus page 5.4.3).

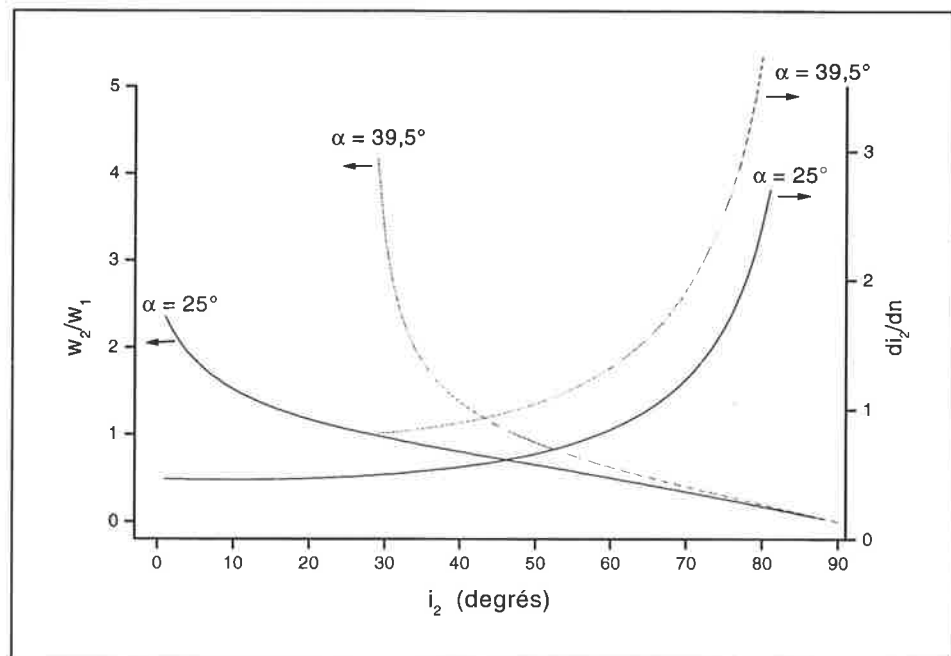


FIG. 5.27: Variations théoriques de  $di_2/dn$  et de  $w_2/w_1$  pour des prismes d'angle  $25^\circ$  et  $45^\circ$ .

Pour remédier à la dégradation probable du traitement anti-réflexion de la diode et conserver la possibilité de moduler la fréquence laser sur plusieurs intervalles spectraux libres, on cherche à accroître le couplage avec le réseau par une meilleure sélectivité spectrale. Le cristal électro-optique est pivoté de manière à offrir le rapport maximum  $w_2/w_1 = 2,5$  pour  $i_2 = 0^\circ$ . Dans ce cas,  $di_2/dn = 0,46$  et l'équation 5.11 fixe la valeur optimum  $L_c/e$  à 7,2, ce qui implique une longueur de cavité  $L_c$  d'environ 150 mm.

### Une étude systématique du comportement

La fréquence laser de la source est balayée pour différentes longueurs de cavité. On déplace seulement le réseau pour changer la longueur de la

cavité, ce qui permet de modifier la vitesse de déplacement des résonances intra-cavité, *inversement proportionnelle* à  $L_c$  (d'après la relation 5.13). La position du prisme n'est pas retouchée, ce qui maintient constante la loi de variation de l'angle d'incidence sur le réseau en fonction de la longueur d'onde de moindre perte.

Pour la première mesure (courbe 5.28), la cavité possède **une grande longueur** d'environ 250 mm. Dans ces conditions, on s'attend à ce que les modes de la cavité se déplacent moins vite que la longueur d'onde de Littrow imposée par le réseau. Une modulation linéaire de l'indice de réfraction (via la tension appliquée aux bornes de l'électro-optique) produisant une augmentation de la fréquence doit alors faire apparaître des sauts de modes qui correspondent au réajustement de la fréquence laser vers le mode immédiatement supérieur, devenu plus proche de la longueur d'onde de moindre perte. Effectivement, à mesure que la tension est augmentée, la fréquence laser relevée avec le  $\lambda$ -mètre montre des sauts de fréquences. Ils sont régulièrement espacés, parfaitement reproductibles et leurs amplitudes correspondent exactement à l'intervalle spectral libre de la cavité étendue.

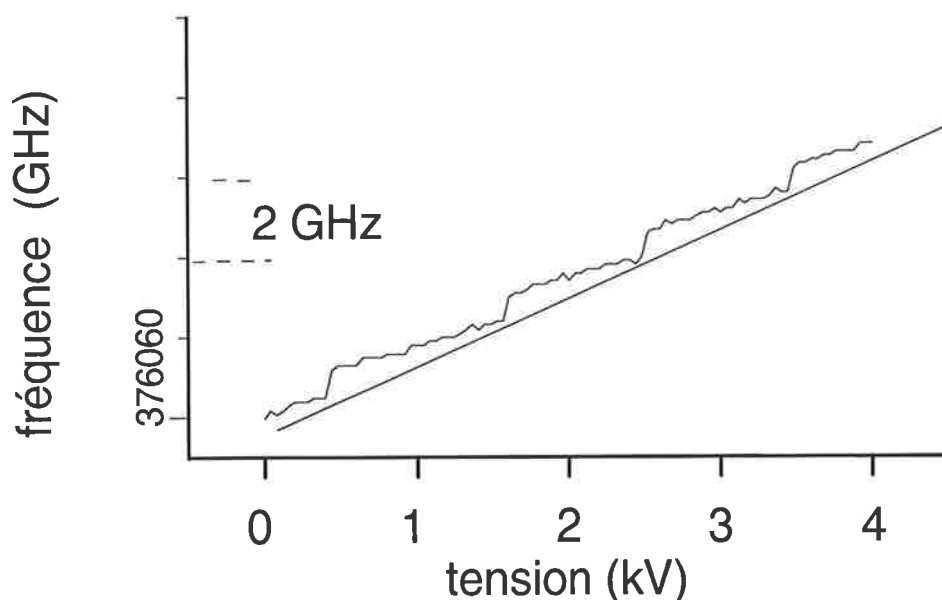


FIG. 5.28: Modulation linéaire de la fréquence laser en fonction de la tension appliquée au prisme électro-optique. La longueur de la cavité est d'environ 250 mm.

La situation opposée est reportée sur la courbe 5.29, correspondant à une longueur de cavité d'environ 100 mm. Cette **petite longueur** impose

un déplacement très rapide des fréquences de résonance avec les variations d'indice de réfraction du prisme, plus rapide que la courbe de sélectivité imposée par le réseau. Des sauts de modes se produisent pour compenser le décalage entre les deux paramètres sélectifs en longueur d'onde, mais cette fois vers les modes de fréquences inférieures. Expérimentalement, les sauts observés ont bien le sens attendu et une amplitude égale à l'intervalle spectral libre de la cavité.

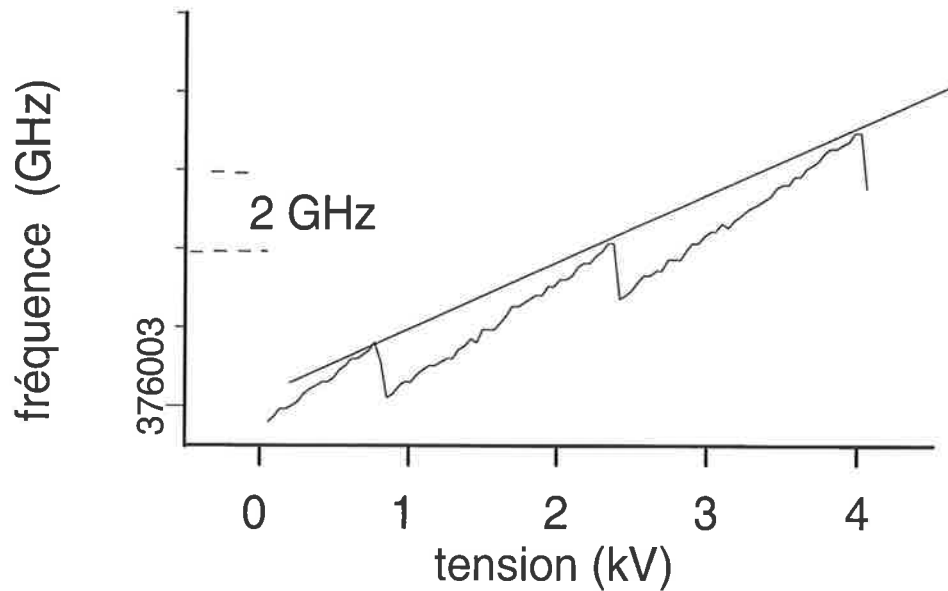


FIG. 5.29: Modulation linéaire de la fréquence laser en fonction de la tension appliquée au prisme électro-optique. La longueur de la cavité est d'environ 100 mm.

Entre ces deux situations extrêmes, il doit exister une longueur de cavité qui permet l'accord quasi-parfait entre les deux paramètres spectralement sélectifs. Il suffit d'ajuster cette longueur pour que la vitesse du peigne de modes soit suffisamment proche du taux de variation de la fréquence de Littrow pour que le décalage entre les deux fréquences soit inférieur à l'intervalle spectral libre pendant une séquence de balayage. C'est la condition établie par la relation 5.11 :

$$L_c = e \frac{\tan \theta}{(di_2/dn)}$$

Expérimentalement, il est très difficile de déterminer la vitesse de déflexion angulaire, d'une part parce qu'on ne mesure pas avec une précision

suffisante l'orientation du prisme par rapport aux faisceaux, ce qui empêche de calculer  $di_2/dn$ , d'autre part parce qu'il est impossible de mesurer directement la déviation  $di_2/dn$  en raison de sa faible amplitude. Il est plus aisé de la déterminer depuis les relevés expérimentaux précédents. Pour ce faire, on trace une droite passant par les sauts de modes. Sur les deux figures, la pente de cette droite donne la vitesse recherchée :  $\simeq 1,7$  GHz/kV. La longueur de la cavité est alors ajustée à 160 mm et les mesures relevées (courbe 5.30) offrent un remarquable *balayage linéaire sur plus de 10 GHz, sans saut de mode*. La pente est de 1,5 GHz/kV, en bon adéquation avec les valeurs prévues, dans la limites des incertitudes expérimentales (notamment sur la détermination exacte de  $e$ ).

La figure 5.30 du bas représente le balayage produit par un "aller-retour" de la tension de contrôle. Le léger désaccord s'explique par l'imprécision du lambda-mètre, dont la résolution est de quelques centaines de mégahertz. L'impossibilité de distinguer les deux traces atteste de l'excellente *reproductibilité* du balayage.

En outre, l'amplitude spectrale des balayages obtenus est uniquement limitée par la tension maximale appliquée au prisme électro-optique. Pour une même tension, la réduction de l'épaisseur du cristal - limitée seulement par la dimension verticale du faisceau laser (environ 1 mm) - permettrait, sans modification supplémentaire, de quadrupler le champ électrique appliqué et l'intervalle de fréquence modulé.

Dans le cadre du modèle étudié, il est possible d'évaluer l'amplitude du balayage continu. Il faut exprimer la variation de phase au second ordre. L'expression générale, compliquée, se simplifie dans le cas particulier où  $i_1 = 0$  (face d'entrée du prisme perpendiculaire à la direction du faisceau) :

$$\frac{d^2\phi}{dn^2} = \frac{4\pi}{\lambda} l$$

où  $l = AB$  correspond à la distance entre la facette arrière de la diode et le prisme. Le domaine accessible sans saut de mode est estimé sous la condition :

$$\Delta\phi = \frac{d^2\phi}{dn^2} \Delta n^2 \leq \pi$$

Le modèle prédit alors plusieurs centaines de Gigahertz ! Les limites ultimes sont donc fixées par la possibilité de produire les champs électriques requis.

Enfin, la puissance optique délivrée peut atteindre 50 mW sans que les performances spectrales soient dégradées.

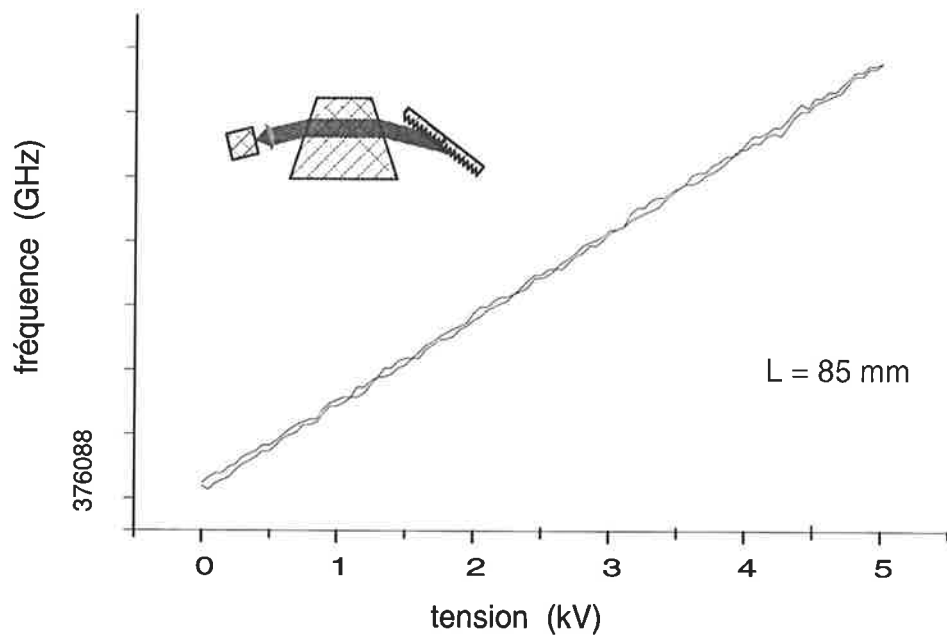
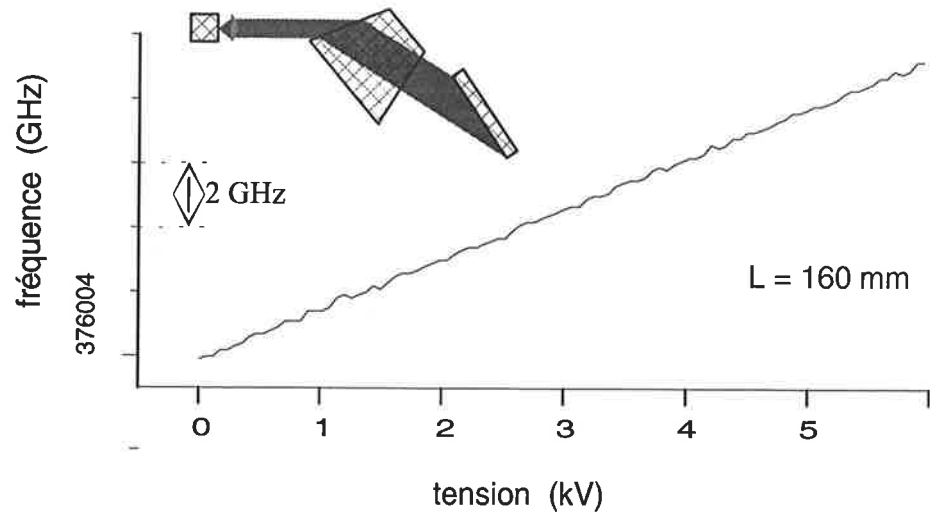


FIG. 5.30: Balayage de la fréquence laser en fonction de la tension appliquée au cristal électro-optique. Une modulation sans saut de mode est obtenue avec deux orientations différentes du prisme, lorsque la longueur de la cavité est convenablement ajustée.

### Les futures vérifications

Les résultats précédents ne valident que partiellement les propriétés de la source laser. Des expériences complémentaires doivent être conduites pour vérifier avec une meilleure résolution la linéarité et la répétabilité du balayage. Le lambdamètre limite non seulement la résolution de la mesure mais aussi la vitesse des relevés, au taux de quatre mesures par seconde. Les prochaines procédures de mesure devront caractériser le balayage à la vitesse recherchée. Les méthodes d'homodynage semblent bien appropriées. Bien sûr, le test ultime est constitué par l'utilisation de la source laser au sein du dispositif d'analyse spectral.

#### 5.4.5 La stabilité du laser

La stabilité de la fréquence laser est un autre paramètre difficile à estimer ou... à interpréter lorsqu'il s'agit des données constructeurs. Ce paramètre est pourtant critique dans l'expérience puisqu'il s'agit de distinguer des populations atomiques avec une résolution de l'ordre du mégahertz.

Or, les perturbations qui peuvent provoquer des fluctuations d'amplitude supérieure sont nombreuses. Deux types de perturbation sont à distinguer :

- Les fluctuations rapides, qui se produisent en moins de quelques microsecondes. Elles ont pour principale origine les fluctuations du courant d'alimentation, voire, pour les moins rapides, le bruit acoustique.
- Les dérives en fréquence qui se produisent sur des échelles de temps nettement plus longues.

La lenteur des seconds processus les rend aisément corrigibles puisqu'ils ne remettent pas en cause la qualité d'un balayage unique. De plus, la volatilité de la mémoire du matériau  $Tm^{3+}$ :YAG lui permet de "s'auto-adapter" aux lentes dérives en fréquence entre gravures successives. Parmi les phénomènes susceptibles d'engendrer ces variations, citons le "vieillissement" du semi-conducteur, les évolutions moyennes des variables de l'environnement telles que la température ou la pression et leurs répercussions sur les constituants de la cavité.

#### Les premiers efforts de stabilisation

Les fluctuations rapides sont beaucoup plus gênantes. Certaines perturbations peuvent être contrôlées de manière active. Ainsi, un excellent asservissement en courant - mais aussi en température - de l'alimentation laser

permet de réduire les fluctuations prenant naissance dans le semiconducteur, jusqu'au niveau du mégahertz <sup>9</sup>.

La fréquence laser dépend de manière critique de la longueur de la cavité externe [20]. Les composants doivent être assemblés avec une stabilité mécanique similaire à celle d'un bon interféromètre Fabry-Pérot. Un dispositif monobloc offre ainsi une meilleure rigidité mécanique et une meilleure stabilité thermique qu'un ensemble constitué de l'assemblage de composants distincts. L'utilisation de différents composants commerciaux engendre généralement une nette dégradation de la rigidité acoustique et de la stabilité thermique de la source comparées à celles d'un dispositif mono-bloc. Un calcul élémentaire sur la position des résonances indique qu'une variation de quelques centaines de nanomètres de la cavité étendue suffit à déplacer la fréquence laser d'un gigahertz ! Des perturbations acoustiques minimales sont donc responsables de sauts de fréquence rédhibitoires. Une isolation soignée réduit considérablement ces perturbations. Notre source laser a ainsi été recouverte d'une protection acoustique à base de bitume et de *Barson* (une mousse alvéolée doublée d'une couche plombée) pour supprimer les bruits sur un large spectre, tandis que la base repose sur une couche de sable. La stabilité en température pourrait être optimisée par l'utilisation d'un élément Peltier couvrant intégralement le socle de la source. L'idéal consiste à placer le laser sous vide pour supprimer les fluctuations de pression et de température.

Pour vérifier l'influence de l'isolation acoustique sur la stabilité spectrale, il faut disposer d'un spectromètre à haute résolution. Les performances de la source sont donc testées à l'aide du matériau sélectif en fréquence lui-même. Un réseau de diffraction monochromatique (de largeur spectrale limitée par transformée de Fourier) est enregistré par deux brèves impulsions ( $\tau_g = 700$  ns) co-temporelles. Le trou spectral creusé est ensuite sondé en modulant la fréquence de lecture sur un intervalle de 20 MHz, centré sur la fréquence laser, en une dizaine de microsecondes. Le décalage de l'instant d'apparition du signal de diffraction par rapport au balayage spectral de lecture correspond à une fluctuation de la fréquence laser. En répétant cette opération, on peut dresser la statistique des fluctuations spectrales du laser. Le résultat est porté sur la figure 5.31 pour deux échelles de temps :

---

<sup>9</sup>Cette réduction profite de la mise en cavité de la diode, puisque l'effet des fluctuations internes est réduit dans le rapport des longueurs des cavités :  $\Delta\nu_c = \frac{L_D}{L_c} \Delta\nu_D$ .



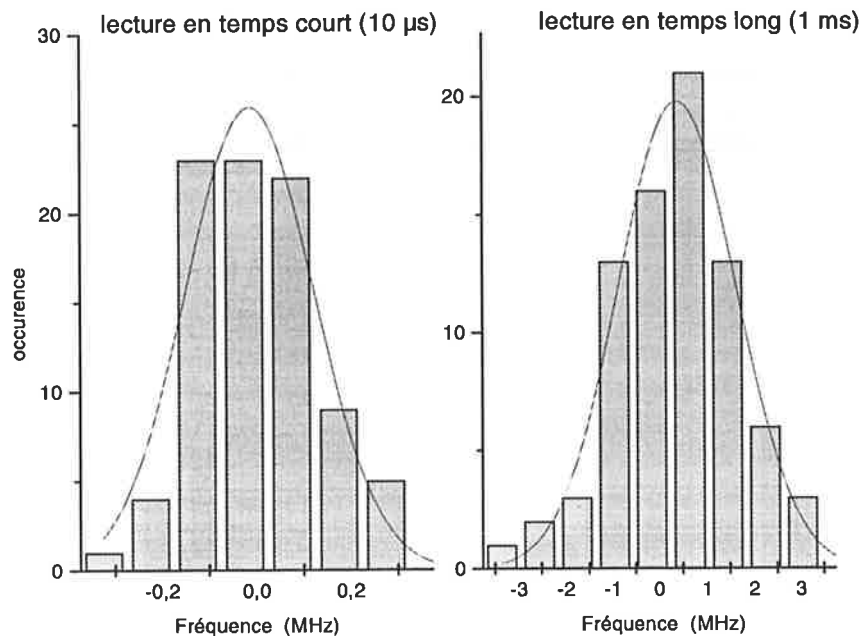


FIG. 5.31: *Statistique des fluctuations de la fréquence laser pour le laser à cavité étendue, lorsque un trou spectral est lu après un court et un long retard temporel.*

court, lorsque la gravure est sondée immédiatement après l'enregistrement, et en temps "long", le retard de lecture étant porté à 1 ms.

L'utilisation conjuguée de l'isolation acoustique et d'un contrôleur de courant commercial de haute qualité (*Wavelength Electronics LFI-4502*) réduit d'un facteur 8 le domaine spectral sur lequel se disperse la fréquence laser lorsque gravure et lecture sont séparées de quelques microsecondes seulement : 1 MHz au lieu de 8 MHz. Pour un retard d'une milliseconde, l'effet est moins marqué mais l'amélioration reste sensible. La largeur de raie est d'environ 4 MHz.

A titre de comparaison, les caractéristiques spectrales d'une source *New Focus 6225* sont données sous les mêmes conditions sur les figures 5.32. L'étude a été effectuée par nos soins au Département "*Electrical and Computing Engineering*" de l'Université du Colorado, avec le même matériau  $\text{Tm}^{3+}$ :YAG. La configuration "dépliée" (Littman-Metcalf) de la cavité commerciale, supposée améliorer la stabilité et affiner la largeur de raie, est sans

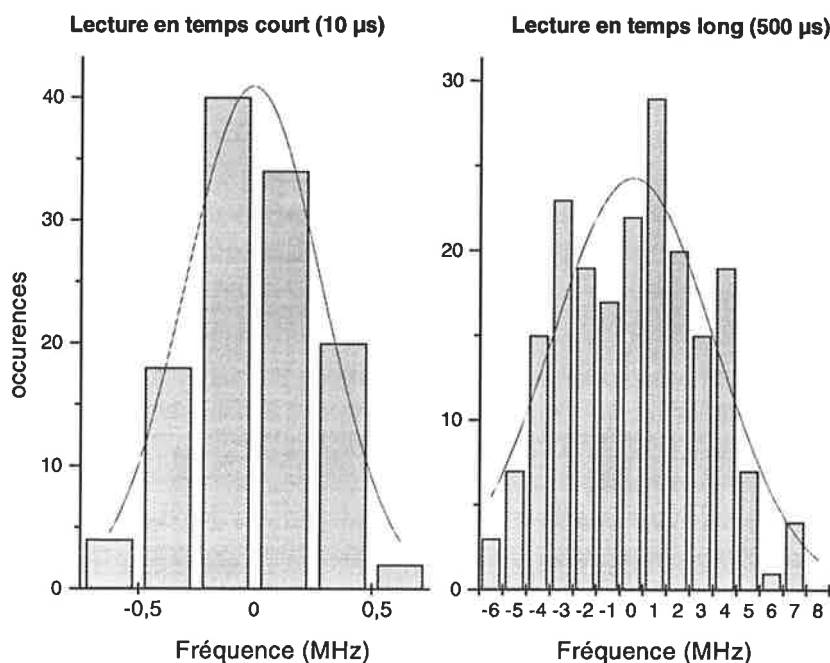


FIG. 5.32: *Statistique des fluctuations de la fréquence laser pour le laser commercial New Focus 6223, lorsque un trou spectral est lu après un court et un long retard temporel.*

effet notable à court terme. Par contre, l'absence de protection acoustique détériore considérablement le spectre pour de longs retards. Il est intéressant de remarquer que le constructeur annonce une largeur de raie de 700 kHz à l'échelle de temps de la seconde...

### Comment améliorer la stabilité ?

Les stabilisations actives offrent de meilleurs résultats. Une boucle de rétroaction détecte les fluctuations spectrales et agit sur un composant pour réajuster la fréquence. Le composant peut faire partie intégrante de la source (transducteur piezo-électrique, électro-optique, galvanomètre portant la lame,...) ou être situé à l'extérieur (modulateur acousto-optique,...). Le signal d'erreur est souvent constitué d'un interféromètre Fabry-Pérot. Le facteur de finesse doit être important pour déceler des variations mégahertz. L'interféromètre même doit présenter une remarquable stabilité, sinon la longueur d'onde laser est asservie sur ses fluctuations !

A l'instar de la méthode précédente de caractérisation de la stabilité spectrale, les matériaux hole-burning constituent des spectromètres sans égal. L'exploitation d'un trou spectral permanent couplé à l'enregistrement de l'absorption du faisceau a réduit la largeur des fluctuations à 20 Hz [21].

Pour efficace qu'elle soit, la méthode précédente ne permet pas (encore ?) de stabiliser les fréquences instantanées d'une *modulation*. A ce jour, la seule solution validée offrant une telle possibilité repose sur l'homodyne de la fréquence laser [12]. A la sortie de la source, une partie du faisceau laser traverse une ligne à retard, tandis qu'une autre fraction est décalée d'une dizaine de mégahertz à l'aide d'un modulateur acousto-optique. Le battement de ces deux composantes est finalement détecté par une photodiode pour délivrer un signal d'erreur. De cette façon, la largeur de raie d'une source laser modulée à l'aide d'un cristal électro-optique (non prismatique) est abaissée à 10 kHz à l'échelle de temps de la milliseconde.

Une variante consiste à relever les battements entre deux sources lasers [22, 23]. La source maître est asservie à fréquence fixe, tandis que la fréquence de la source esclave est scannée. Le dispositif de rétroaction asservit la différence de fréquence sur un mélangeur qui effectue le balayage radiofréquence. Actuellement le domaine balayable n'excède pas les quelques gigahertz, même en recourant aux mélangeurs les plus sophistiqués (et les plus coûteux). De plus, pour de telles modulations, la boucle d'asservissement présente une faible bande passante, de l'ordre de la dizaine de kilohertz.

## 5.5 CONCLUSION

Dans l'état actuel des études, la source laser développée est prometteuse. Elle apporte la solution à plusieurs exigences du dispositif de l'analyseur spectral, en offrant un moyen simple et peu coûteux de balayer un large domaine de fréquences sans sauts de mode. Les expériences valident le modèle en démontrant des modulations en fréquence parfaitement linéaires et reproductibles sur une douzaine de gigahertz. Les futures études devraient confirmer que ces balayages peuvent s'effectuer sans plus de précautions en quelques centaines de micro-secondes et sur des intervalles plus larges d'un ordre de grandeur. Il reste donc essentiel de parfaire la caractérisation de la source laser par rapport aux conditions d'exploitation avant d'apporter les perfectionnements appropriés.

# Bibliographie

- [1] **C. Wieman, L. Hollberg**, “*Using Diode Lasers for Atomic Physics*”, Rev. Sci. Instrum. 62, 272 (1991)
- [2] **L. Ménager, L. Cabaret, I. Lorgeré, J-L. Le Gouët**, “*Diode Laser Extended Cavity for Broad-range Fast Ramping*”, Opt. Lett. 25, 1246 (2000)
- [3] **B. Saleh, M. Teich**, “*Fundamentals of Photonics*”, chap. 15-16, John Wiley & Sons (1991)
- [4] **SDL**, “*Laser Diode Operator’s Manual & Technical Notes*” (1996)
- [5] **P. Zorabedian**, “*Tunable External-Cavity Semiconductor Lasers*” dans “*Tunable Lasers*”, Ed. A.P. (1996)
- [6] **C. Henry**, “*Theory of the Phase Noise and Power Spectrum of a Single Mode Injection Laser*”, IEEE. J. Quantum. Electron. 19, 1391 (1983)
- [7] **C. Henry**, “*Theory of the Linewidth of Semiconductor Laser*”, IEEE. J. Quantum. Electron. 18, 259 (1982)
- [8] **P. Nosbaum**, Thèse n°313-95 “*Contribution à l’Etudes des Collisions et des Interactions dans un Gaz Froid d’Atomes de Rydberg de Césium*”, Univ. Paris XI (1996)
- [9] **M. Littman, H. Metcalf**, “*Spectrally Narrow Pulsed Dye Laser Without Beam Expander*”, Appl. Opt. 17, 2224 (1978)
- [10] **M. Born, E. Wolf**, “*Principles of Optics*” (7e ed.), 451-452, Cambridge University Press (1999)
- [11] **E. Patzak, A. Sugimura, S.Saito, T. Mukai, H. Olesen**, “*Semiconductor Laser Linewidth in Optical Feedback Configurations*”, Elec. Lett. 19, 1026 (1983)
- [12] **B. Boggs, C. Greiner, T. Wang, H. Lin, T. Mossberg**, “*Simple High-Coherence Rapidly Tunable External-Cavity Diode Laser*”, Opt. Lett. 23, 1906 (1998)

- [13] M. Laschek, D. Wandt, A. Tünnermann, H. Welling, “*Electro-optical Frequency Modulation of an External-cavity Diode Laser*”, Opt. Comm. 183, 59 (1998)
- [14] H. Tsuda, K. Hirabayashi, Y. Tohomori, T. Kurokawa, “*Tunable Light Source Using a Liquid Crystal Fabry-Perot Interferometer*”, IEEE Photon. Technol. Lett. 3, 504 (1991)
- [15] M. Chawki, I. Valiente, R. Auffret, V. Tholey, “*All Fibre, 1.5  $\mu\text{m}$  Widely Tunable Single Frequency and Narrow Linewidth Semiconductor Ring Laser with Fibre Fabry-Perot Filter*”, Electron. Lett. 29, 2034 (1993)
- [16] P. Zorabedian, W. Trutna, “*Interference-Filter-Tuned Alignment Stabilized, Semiconductor External-Cavity Laser*”, Opt. Lett. 13, 826 (1988)
- [17] S. Filimonov, J. Borysow, “*Long-range Tunable Laser Diode*”, Appl. Opt. 34, 438 (1995)
- [18] D-K. Ko, S-H. Kim, J-B. Kim, J. Lee, S. Kostritsa, V. Mishin, “*Accurate Frequency-tuning Mechanism from a Wedge Prism in a Single-mode Tunable Laser*”, Appl. Opt. 34, 983 (1995)
- [19] M. de Labachellerie, G. Passedat, “*Mode-hop Suppression of Littrow Grating-tuned Lasers*”, Appl. Opt. 32, 269 (1993)
- [20] H. Talvitie, A. Pietilainen, H. Ludvigsen, E. Ikonen, “*Passive Frequency and Intensity Stabilisation of Extended-Cavity Diode Laser*”, Rev. Sci. Instrum. 68, 1 (1997)
- [21] N. Strickland, P. Sellin, Y. Sun, J. Carlsten, R. Cone, “*Laser Frequency Stabilization Using Regenerative Spectral Hole-Burning*”, Phys. Rev B. 62, 1473 (2000)
- [22] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, T.W. Hänsch, “*A Compact Grating-stabilized Diode Laser System for Atomic Physics*”, Opt. Comm. 117, 541 (1995)
- [23] U. Schünemann, H. Engler, R. Grimm, M. Weidemüller, M. Zielonkowski, “*Simple Scheme for Tunable Frequency Offset Locking of Two Lasers*”, Rev. Sci. Instrum. 70, 242 (1999)







# Chapitre 6

## CONCLUSION

L'objectif de ce travail était de développer une application originale des matériaux sélectifs en fréquence à l'analyse spectrale de signaux radiofréquence. Les études se sont orientées suivant deux directions principales. Tout d'abord, il a fallu concevoir des architectures opto-électroniques exploitant les propriétés des cristaux à creusement spectral. Ensuite, il a été nécessaire d'optimiser un composant essentiel des dispositifs conçus : la source laser.

Suivant une approche opto-électronique, nous avons donc étudié deux architectures d'analyse spectrale. Toutes deux tirent parti des performances des modulateurs opto-électroniques actuels et du produit *temps × bande passante* remarquable des cristaux "hole-burning". Se distinguant des procédés électroniques conventionnels, ces solutions offrent la possibilité d'analyser de larges bandes passantes *en temps réel*.

### L'analyseur à projection spatiale

Dans un premier temps, l'effort de recherche a porté sur une architecture qui réalise **la projection spatiale du spectre** du signal analysé. Dans ce dispositif, le signal RF est transféré sur une porteuse optique à l'aide d'un modulateur opto-électronique. Le faisceau ainsi modulé est dirigé vers le cristal dans lequel a été préalablement enregistré un ensemble de réseaux de diffraction monochromatiques. Lorsque le signal polychromatique traverse l'échantillon, ses différentes composantes spectrales sont diffractées dans autant de directions distinctes par les réseaux gravés.

La première campagne d'expérimentation de ce principe, soutenue par l'Agence Spatiale Européenne, avait pour but d'explorer la faisabilité d'un démonstrateur autour d'un cristal  $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ . Un montage expérimental

a donc été réalisé pour mesurer les paramètres physiques critiques tels que l'énergie lumineuse requise pour la gravure d'un réseau, l'efficacité de diffraction sur le réseau ainsi inscrit, sa durée de vie, sa largeur spectrale.

Bien que toutes les mesures effectuées pendant cette phase d'étude concernent la gravure et les performances d'un unique réseau monochromatique, le montage a été déjà conçu dans une perspective d'enregistrement multiple en continu. En effet, compte tenu de la brève durée de vie des réseaux (qui a été évaluée à environ 0,5 ms), il apparaît que la gravure doit être rafraîchie en permanence. Cette contrainte a guidé le choix d'une configuration contrepropagative non coplanaire.

Nos considérations théoriques permettent d'envisager le fonctionnement du dispositif avec un millier de canaux spectraux, rafraîchis périodiquement chaque milliseconde. Ceci correspond donc à une exposition de 1  $\mu$ s environ par canal. Aussi, la plupart des expériences ont consisté à enregistrer un réseau à l'aide de deux impulsions de durées voisines de 1  $\mu$ s et à sonder ce réseau à l'aide d'une troisième impulsion. Dans ces conditions, l'efficacité de diffraction mesurée est d'environ 0,5 %. Cette valeur est inférieure d'un ordre de grandeur aux prévisions théoriques. L'un des objectifs des prochaines mesures sera donc d'élucider ce désaccord. D'autre part, l'analyse spectrale de la structure enregistrée a indiqué une largeur de bande de 600 kHz environ (à 4,7 K), bien meilleure que la résolution requise par l'analyseur spectral (10 MHz).

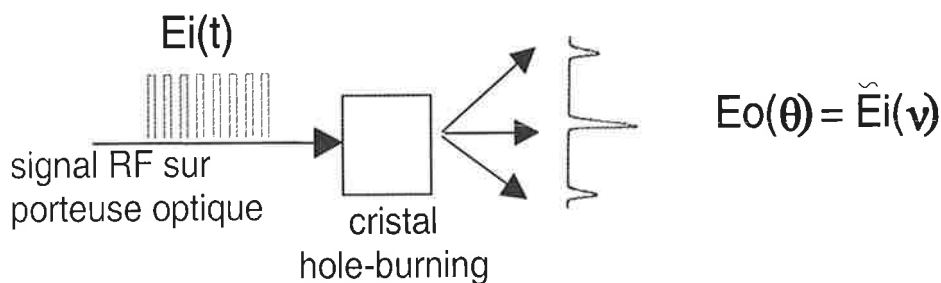
La configuration mise en place a permis de valider un "régime d'accumulation", qui réalise le pompage de la transition atomique vers un niveau intermédiaire et porte la durée de vie du réseau à près de 12 ms. Cette procédure d'excitations répétées de faible intensité présente un triple intérêt :

- elle permet d'obtenir une réponse d'intensité quasi constante au cours du temps,
- elle abaisse la consommation énergétique du dispositif,
- elle diminue le niveau de lumière parasite engendrée par les ondes de gravure.

Il convient désormais d'étendre l'étude à l'enregistrement de *plusieurs* réseaux, sur une large fraction de la bande passante disponible (évaluée d'après nos mesures du profil inhomogène d'absorption à plus de 20 GHz). A ce niveau aussi, une étude de faisabilité est nécessaire car des phénomènes produits par l'excitation optique simultanée d'un grand nombre de centres résonnants, tels que la diffusion spectrale instantanée, pourraient dégrader la résolution

spectrale aussi bien que l'efficacité de diffraction. Un démonstrateur à bande spectrale réduite à quelques dizaines de mégahertz est en cours de montage. Toutes les fonctions de balayage spectral, de déflexion et de transfert sur la porteuse optique y sont effectuées par des modulateurs acousto-optiques. L'étape ultérieure, qui devra étendre la bande passante à plus d'une dizaine de gigahertz combinerait déflecteurs acousto-optiques et modulateurs électro-optiques.

### projection spatiale du spectre



### projection temporelle du spectre

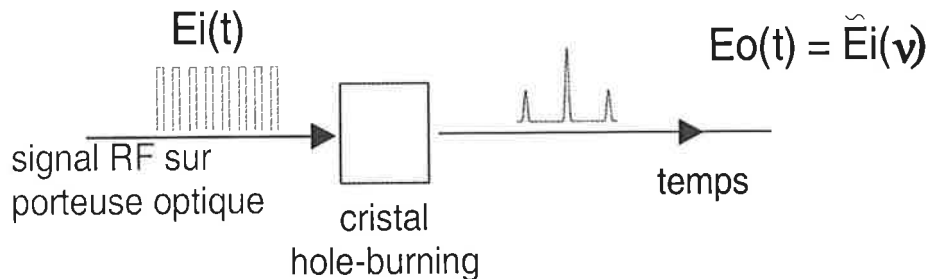


FIG. 6.1: Principes des deux architectures opto-électroniques étudiées.

## L'analyseur à projection temporelle

Dans cette architecture, le signal radiofréquence est également mis sur une porteuse optique à l'aide d'un modulateur. Ensuite le cristal sélectif en fréquence est utilisé pour réaliser **la projection temporelle du spectre**. Ici, nous avons entrepris de transposer au domaine temporel la propriété de transformation de Fourier que possèdent les lentilles dans l'espace des positions.

A cette fin, nos travaux ont souligné la **dualité existant entre les domaines spatial et temporel** de l'optique. Ils s'appuient sur des expériences - telle que la description du parallèle entre causalité temporelle et bord d'écran spatial - qui illustrent l'analogie entre les variables de temps et d'espace. Nous avons exploré le lien entre la diffraction et la dispersion produite par un filtre spectral inscrit dans un cristal sélectif en fréquence. Nous avons en particulier observé expérimentalement la transition dans un phénomène de dispersion entre les régimes de Fraunhofer et de Fresnel.

Pour réaliser l'opération de transformation de Fourier, on associe un élément dispersif et une lentille temporelle. Le mélange du signal incident avec une porteuse à glissement linéaire en fréquence accomplit cette dernière fonction. Nous avons réalisé avec succès une première expérience de validation sur une étroite bande spectrale (40 MHz). Les problèmes liés à la courte durée de vie de la cohérence atomique, mais aussi les possibilités d'intégration de l'architecture dans un système fibré, indiquent qu'il serait judicieux d'expérimenter ce dispositif avec un cristal dopé Erbium. Ce nouveau montage bénéficierait ainsi de la technologie développée à la longueur d'onde télécom de  $1,5 \mu\text{m}$ .

## La source laser

Les systèmes précédents imposent de disposer d'une source laser aux caractéristiques spécifiques. Dans ce contexte, il a été nécessaire d'explorer diverses possibilités d'asservissement des diodes laser par une cavité étendue et de mettre au point des procédés de caractérisation très fins. Forts de cette expérience, nous avons débuté la réalisation d'une source inédite nous offrant les performances exigées : compacité, puissance optique, finesse spectrale, balayage continu en fréquence. Dans la solution retenue, un prisme électro-optique assure un balayage rapide et reproductible. L'expérience a permis de valider une partie des propriétés. Il reste à compléter la caractérisation et particulièrement la mesure des fluctuations de la fréquence laser, qui s'est avérée critique lors de tests préliminaires.

## Perspectives

Alors que les performances de l'électronique numérique s'accroissent chaque jour, on peut s'interroger sur l'intérêt de techniques de traitement analogique du signal. Il apparaît que certains domaines tels que le radar exigent toujours

le développement de telles techniques, avec des performances de vitesse de traitement, de bande passante, de résolution et de capacité d'interception accrues. Pour atteindre ces objectifs, les cristaux sélectifs en fréquence à basse température possèdent des propriétés exceptionnelles. Ils combinent en effet large bande passante et haute résolution spectrale. Ils sont aisément reconfigurables et ils assurent un complet découplage des dimensions spectrale et spatiale.









## Annexe A

# FRÉQUENCE, LONGUEUR D'ONDE ET ÉNERGIE

Une petite table de correspondance pour les grandeurs mises en jeu, entre les différentes unités :

$\nu = 378,3 \text{ THz}$	$\Delta\nu = 10 \text{ GHz}$	$\delta\nu = 1 \text{ MHz}$
$\lambda = 793 \text{ nm}$	$\Delta\lambda = 0,02 \text{ nm}$	$\delta\lambda = 2 \cdot 10^{-6} \text{ nm}$
$\sigma = 1260 \text{ cm}^{-1}$	$\Delta\sigma = 0,03 \text{ cm}^{-1}$	$\delta\sigma = 3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$
$E = 1,56 \text{ eV}$	$\Delta E = 4 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$	$\delta E = 4 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^{-1}$

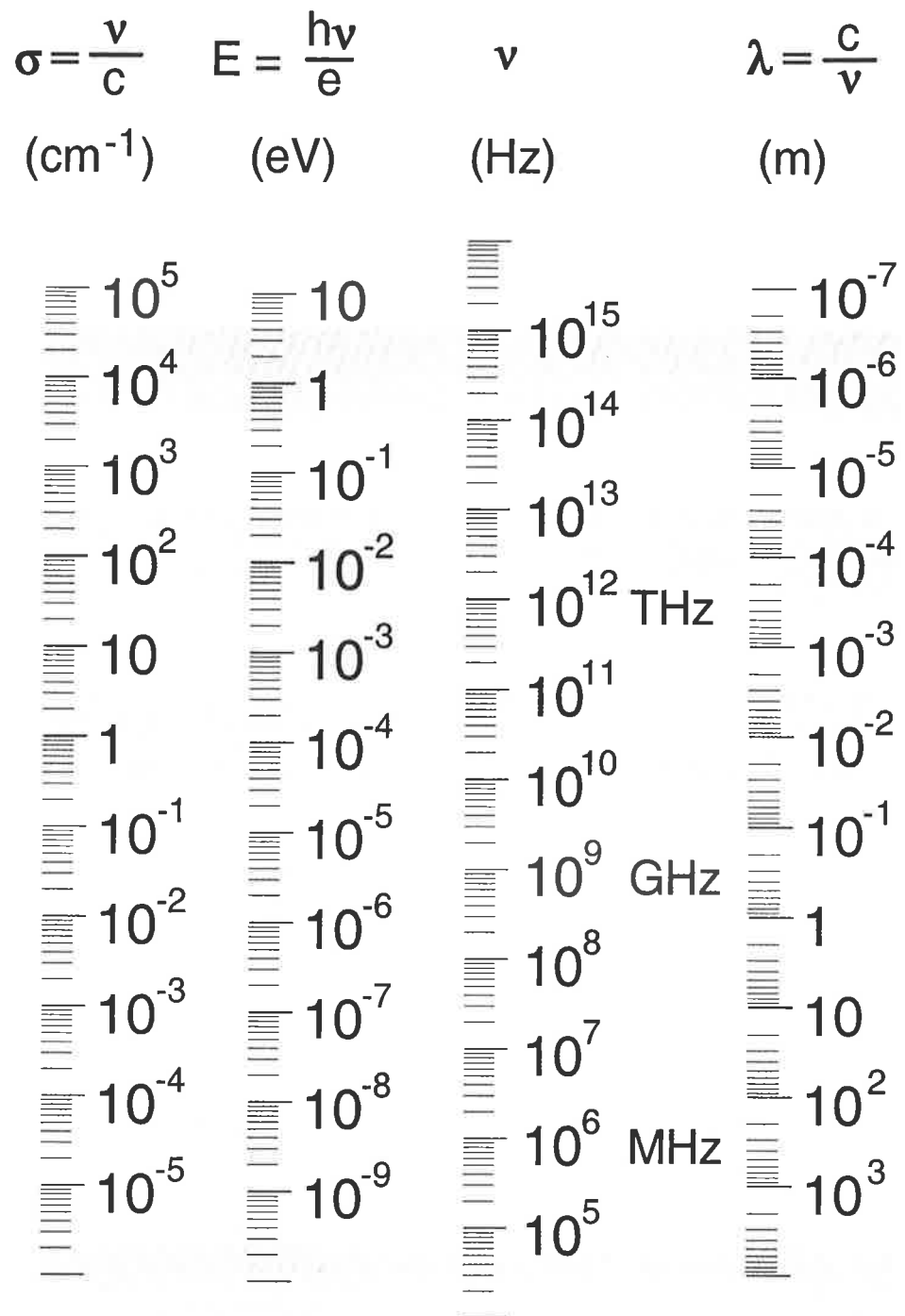


FIG. A.1: Facteurs d'échelle entre les différentes unités.

# Annexe B

## DE FRESNEL À FRAUNHOFER : SIMULATION

### B.1 Modélisation

La simulation de l'expérience de mise en évidence du passage entre les régimes de "dispersion" de Fresnel et de Fraunhofer (section 3.5.1) s'appuie sur une analyse temporelle. On simplifie la séquence de gravure en considérant une modulation sinusoïdale à la place des créneaux (figure B.1). Les trains d'impulsions de l'enregistrement sont modélisés par les paramètres suivants :

- chaque champ de gravure est délimitée par une porte de durée  $\tau$ ,
- à l'intérieur de ces portes, les impulsions prennent la forme d'une modulation sinusoïdale de fréquence  $f$ ,
- ces portes sont séparées par un décalage temporel de  $2 \times T$ , et sont centrées sur les instants  $\pm T$ .
- la fréquence laser est  $\nu_0$ .

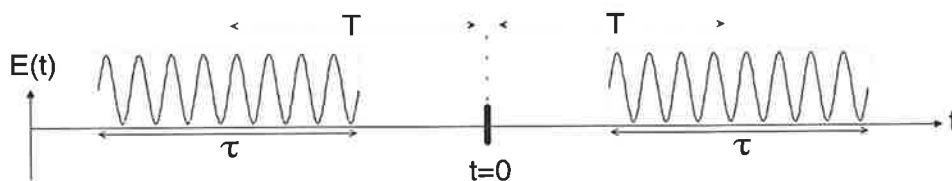


FIG. B.1: La modélisation de la séquence de gravure.

## B.2 La gravure

D'après les hypothèses précédentes, le champ de l'enregistrement qui interagit avec le cristal s'écrit :

$$E_g(t) \propto e^{2i\pi\nu_0 t} \times \left\{ \Pi\left(\frac{t-T}{\tau}\right) \times \frac{1}{2} [\cos(2\pi f(t-T)) + 1] \right. \\ \left. + \Pi\left(\frac{t+T}{\tau}\right) \times \frac{1}{2} [\cos(2\pi f(t+T)) + 1] \right\}$$

En omettant les facteur 1/2, le champ d'enregistrement s'exprime comme :

$$E_g(t) \propto \sum_{m,n} D_n \times e^{2i\pi\nu_0 t} \times \Pi\left(\frac{t+mT}{\tau}\right) \times e^{i2\pi f.n.(t+mT)}$$

avec :

$$\begin{cases} m = \pm 1 \\ n = 0, \pm 1 \\ D_n = \frac{3 + (-1)^n}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} D_n = 2 \text{ si } n = 0 \\ D_n = 1 \text{ si } n = \pm 1 \end{cases} \end{cases}$$

Le spectre gravé vaut alors :

$$|\tilde{E}(\nu)|^2 = \sum_{m,n,p,q} \tilde{E}_{m,n}(\nu) \cdot \tilde{E}_{p,q}^*(\nu)$$

où la structure spectrale est :

$$\tilde{E}_{m,n}(\nu) \propto D_n \cdot e^{2i\pi(\nu-\nu_0)mT} \int dt' \cdot e^{-2i\pi(\nu-\nu_0)t'} \cdot \Pi\left(\frac{t'}{\tau}\right) \cdot e^{2i\pi f n t'}$$

## B.3 Le signal d'écho

On donne au champ de lecture la forme :

$$E_3(t) \propto e^{i\pi\tau t^2}$$

Le signal d'écho est donné par la formule :

$$E_e(t) \propto \int d\nu \int_{-\infty}^t dt_3 \cdot E_3(t_3) \cdot e^{2i\pi(\nu-\nu_0)(t-t_3)} \cdot |\tilde{E}(\nu)|^2$$

En décomposant, il s'écrit :

$$E_e(t) \propto \sum_{\substack{m,n \\ p,q}} D_n D_q \int d\nu \int_0^{+\infty} dt_3 \cdot e^{i\pi\tau(t-t_3)^2} \cdot e^{2i\pi(\nu-\nu_0)t_3} \cdot e^{2i\pi(\nu-\nu_0)(m-p)T} \\ \times \int dt' \int dt'' \cdot e^{-2i\pi(\nu-\nu_0)(t'-t'')} \cdot e^{2i\pi f(n t' - q t'')} \cdot \Pi\left(\frac{t'}{\tau}\right) \cdot \Pi\left(\frac{t''}{\tau}\right)$$

La dernière intégrale peut aussi se mettre sous la forme :

$$\int dt' . e^{2i\pi(\nu-\nu_0)t'} . e^{-2i\pi fqt'} . \int dt_2 . e^{2i\pi f(n-q)t_2} . \Pi\left(\frac{t_2}{\tau}\right) . \Pi\left(\frac{t' + t_2}{\tau}\right)$$

En faisant l'approximation de la phase stationnaire, l'intégrale sur  $t_2$  est égale à zéro sauf si  $n - q = 0$ . Le signal d'écho devient :

$$E_e(t) \propto \sum_{\substack{m,n \\ p,q}} D_n D_q \delta_{nq} \int_0^{+\infty} dt_3 . e^{i\pi r(t-t_3)^2} \int dt' . e^{-2i\pi fqt'} \int dt_2 . \Pi\left(\frac{t_2}{\tau}\right) . \Pi\left(\frac{t' + t_2}{\tau}\right) \\ \times \int d\nu . e^{2i\pi(\nu-\nu_0)t_3} . e^{2i\pi(\nu-\nu_0)(m-p)T} . e^{2i\pi(\nu-\nu_0)t'}$$

Après simplification :

$$E_e(t) \propto \sum_{\substack{q=0,\pm 1 \\ m,p=\pm 1}} D_q^2 . e^{i2\pi fq(m-p)T} . \int_0^{+\infty} dt_3 . e^{i\pi r(t-t_3)^2} . e^{2i\pi fqt_3} \\ \times \int dt_2 . \Pi\left(\frac{t_2}{\tau}\right) . \Pi\left(\frac{t_2 + (p-m)T - t_3}{\tau}\right)$$

Après calcul du produit d'autocorrélation donné par la dernière intégrale, on obtient :

$$E_e(t) \propto \sum_{q=0,\pm 1} D_q^2 \times \left\{ 2 \int_0^{+\infty} dt_3 . e^{i\pi r(t-t_3)^2} . e^{2i\pi fqt_3} \Lambda\left(\frac{t_3}{\tau}\right) \right. \\ \left. + e^{4i\pi qTf} . \int_0^{+\infty} dt_3 . e^{i\pi r(t-t_3)^2} . e^{2i\pi fqt_3} \Lambda\left(\frac{t_3 + 2T}{\tau}\right) \right. \\ \left. + e^{-4i\pi qTf} . \int_0^{+\infty} dt_3 . e^{i\pi r(t-t_3)^2} . e^{2i\pi fqt_3} \Lambda\left(\frac{t_3 - 2T}{\tau}\right) \right\}$$

où la fonction triangle  $\Lambda(x)$  est définie par :

$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{si } x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{si } x \notin [-1, 1] \end{cases}$$

Un nouveau calcul sur les différentes intégrales aboutit au résultat :

$$E_e(t) \propto \sum_{q=0,\pm 1} D_q^2 \times \left\{ \frac{1}{2i\pi r} \left[ 2 \left( e^{i\pi r t^2} - e^{2i\pi qf\tau} . e^{i\pi r(t-\tau)^2} \right)^{(1)} \right. \right. \\ \left. \left. + \left( 2e^{i\pi r(t-2T)^2} - e^{2i\pi qf\tau} . e^{i\pi r(t-2T+\tau)^2} - e^{2i\pi qf\tau} . e^{i\pi r(t-2T+\tau)^2} \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{e^{2i\pi qf\tau} . e^{-i\pi q^2 f^2 / r}}{\sqrt{2r}} \times \left[ 2 \left( t - \tau - \frac{qf}{r} \right)^{(2)} \int_{\sqrt{2r}(t-qf/r)}^{\sqrt{2r}(t-qf/r-\tau)} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du \right. \right. \\ \left. \left. + \left( 2T + \frac{qf}{r} - t - \tau \right) . e^{2i\pi qf(-2T)} \int_{\sqrt{2r}(t-2T-qf/r)}^{\sqrt{2r}(t-2T-qf/r-\tau)} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du \right. \right. \\ \left. \left. + \left( 2T + \frac{qf}{r} - t + \tau \right) . e^{2i\pi qf(-2T)} \int_{\sqrt{2r}(t-2T-qf/r)}^{\sqrt{2r}(t-2T-qf/r-\tau)} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du \right] \right\}$$

En fait, on est uniquement intéressé à l'écho centré sur l'instant  $t = 2T$ . Désormais, on omet donc les termes indiqués par les exposants (1) et (2), qui correspondent au signal centré sur  $t = 0$ .

#### B.4 Solution avec des variables sans dimension

Pour simplifier (!) le résultat précédent, on utilise les variables sans dimensions :

$$\begin{cases} x = \frac{t - 2T}{r\tau}, \text{ pour l'échelle de temps} \\ a = \frac{f}{r\tau}, \text{ liée à la fréquence de modulation des impulsions} \\ b = \sqrt{r\tau}, \text{ liée à la vitesse de balayage} \end{cases}$$

Enfin, le signal d'écho se présente sous la forme :

$$\begin{aligned} E_e(x) \propto \sum_{q=0,\pm 1} D_q^2 \times & \left\{ \frac{1}{2i\pi} \frac{1}{b^2} \left[ 2e^{i\pi b^2 x^2} - e^{i\pi b^2 qa} \cdot e^{i\pi b^2 (x+1)^2} - e^{i\pi b^2 qa} \cdot e^{i\pi b^2 (x-1)^2} \right] \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{2b}} e^{i\pi b^2 x^2} \cdot e^{i\pi b^2 (x-qa)^2} \cdot \left[ - (x - qa + 1) \int_{\sqrt{2b}(x-qa+1)}^{\sqrt{2b}(x-qa)} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du \right. \\ & \left. \left. - (x - qa - 1) \int_{\sqrt{2b}(x-qa-1)}^{\sqrt{2b}(x-qa)} e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du \right] \right\} \end{aligned}$$

#### B.5 La résolution numérique

Il ne reste plus qu'à résoudre numériquement. La seule difficulté est l'évaluation de l'intégrale de Fresnel  $\int_A^B e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du$ . Pour cela, j'utilise une approximation donnée par Abramowitz [1] :

$$\int_0^y e^{i\frac{\pi}{2}u^2} du = \frac{1}{2} (1 + i) - i f(y) \cdot e^{i\frac{\pi}{2}y^2} - g(y) \cdot e^{i\frac{\pi}{2}y^2}$$

où les fonctions  $f$  et  $g$  sont données par les fractions rationnelles :

$$\begin{cases} f(y) = \frac{1 + 0,926y}{2 + 1,792y + 3,104y^2} + \dots \\ g(y) = \frac{1}{2 + 4,142y + 3,492y^2 + 6,670y^3} + \dots \end{cases}$$

Malheureusement, ces approximations ne fonctionnent plus pour les grandes valeurs de  $y$ . Dans ce cas, le calcul s'effectue avec l'approximation suivante (déduite des valeurs aux limites) :

$$f(y) = \frac{1 + 0,926y}{2 + 1,792y + 2,909y^2} + \dots$$

Signalons pour finir qu'il faut faire attention au signe de la borne de l'intégrale de Fresnel. Le calcul s'effectue en effet toujours avec la valeur absolue de  $y$ . Si cette variable est négative, il suffit d'inverser le signe du résultat, à chaque pas du calcul numérique. Les résultats de ces simulations sont portés sur les figures 3.15 et 3.17.





# Annexe C

## LE RÉGIME D'ACCUMULATION

La modulation de l'indice d'absorption, qui crée les réseaux de diffraction, est inscrite à travers la différence de population du système atomique. Le champ diffracté est alors proportionnel à la variation de la différence de population ( $n_2 - n_1$ ) entre les états de la transition sondée :  $\delta(n_2 - n_1)$ . Cet annexe développe l'étude théorique du régime d'accumulation, succinctement présentée à la section 4.2.8.

La courte durée de vie des populations atomiques dans le niveau supérieur de la transition  ${}^3\text{H}_4 \longleftrightarrow {}^3\text{H}_6$  (environ 0,5 ms d'après nos études expérimentales) contraint de rafraîchir les réseaux holographiques (enregistrés dans la bande d'absorption). La présence d'un état métastable (figure C.1) permet cependant d'augmenter significativement la durée de vie et l'efficacité de diffraction des gravures, si celles-ci sont répétées à une fréquence supérieure au taux de relaxation de l'état intermédiaire (évaluée à  $10^{-1} \text{ ms}^{-1}$ ). Dans ce cas, les atomes excités **s'accumulent dans l'état métastable** et le réseau d'absorption est inscrit uniquement dans la population du niveau fondamental, avec un excellent contraste.

### C.1 La gravure répétitive

Le système atomique est représenté par un système à trois niveaux (figure C.1). Les études spectroscopiques (section 4.2.8) ont indiqué que le taux de relaxation du niveau supérieur vers le fondamental est négligeable.

On excite ce système de façon répétitive à l'aide d'une paire d'impulsions limitées par transformation de Fourier supposées très courtes par rapport aux

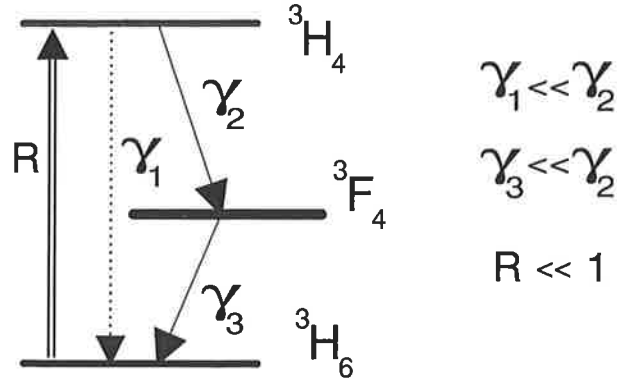


FIG. C.1: Modélisation de la transition atomique en système à trois niveaux.

temps caractéristiques de relaxation des niveaux. Cette période de répétition est notée  $\tau$ , et on la suppose très brève devant la durée de vie du niveau intermédiaire :  $\gamma_3\tau \ll 1$ . A chaque excitation, une fraction  $R$  de la population de l'état fondamental est portée dans le niveau supérieur. On suppose que cette excitation reste faible pour éviter tout effet de saturation, c'est-à-dire :  $R \ll 1$ . La variation de population produite à chaque tir est exactement :

$$\begin{cases} \delta n_2 = R(n_{1-} - n_{2-}) \\ \delta n_1 = -R(n_{1-} - n_{2-}) \end{cases}$$

où  $n_{1-}$  et  $n_{2-}$  représentent les populations *juste avant* le tir. On note de même  $n_{1+}$  et  $n_{2+}$  les populations *juste après* le tir. De plus, pour s'assurer que le transfert par pompage optique ne soit pas perturbé par des effets liés à la cohérence, l'intervalle temporel entre deux paires d'impulsions successives doit être supérieur à la durée de vie du dipôle optique :

$$\tau > T_2$$

## C.2 Le régime stationnaire

Après chaque gravure, les populations évoluent librement :

$$n_2(t) = n_{2+}e^{-\gamma_2 t}$$

En régime stationnaire, avant chaque excitation la population de l'état supérieur vérifie :

$$n_{2-} = n_{2+}e^{-\gamma_2 \tau}$$

D'autre part, on a la relation d'évolution de la population du niveau intermédiaire :

$$\frac{dn_3}{dt} = -\gamma_3 n_3 + \gamma_2 n_2$$

d'où :

$$n_3(t) = n_{3+} e^{-\gamma_3 t} + \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - \gamma_3} n_{2+} (e^{-\gamma_3 t} - e^{-\gamma_2 t})$$

En utilisant la condition de continuité de  $n_3$  au moment de la gravure ( $n_{3+} = n_{3-}$ ) et les hypothèses  $\gamma_3 \tau \ll 1$  et  $\gamma_3 \ll \gamma_2$ , on obtient la relation suivante en régime stationnaire :

$$\gamma_3 \tau \times n_{3+} = n_{2+} (1 - \gamma_3 \tau - e^{-\gamma_2 \tau})$$

La conservation des populations permet d'écrire :

$$\begin{aligned} N &= n_{1+} + n_{2+} + n_{3+} \\ &= n_{1-} + n_{2-} + n_{3-} \end{aligned}$$

On peut alors déterminer  $n_1$  :

$$n_1(t) = N - \frac{RN}{1 + \frac{R}{\gamma_3 \tau} - R + e^{-\gamma_2 \tau} \left(1 - \frac{R}{\gamma_3 \tau}\right)} \left\{ e^{-\gamma_2 t} + \frac{(1 - e^{-\gamma_2 \tau})}{\gamma_3 \tau} e^{-\gamma_3 t} - e^{-\gamma_3 t} \right\}$$

En tenant compte des conditions précédentes et de l'hypothèse supplémentaire que  $e^{-\gamma_2 \tau} \ll 1$  (ce qui suppose un taux de rafraîchissement sensiblement inférieur au taux de relaxation du niveau supérieur), on a la relation finale :

$$-\delta n_1^{(acc)} = N - n_1(t) = N \frac{R}{R + \gamma_3 \tau} e^{-\gamma_3 t} \quad (\text{C.1})$$

### C.3 Amplitude du réseau diffractant produit par accumulation

La paire d'impulsions excitatrices  $\{\vec{k}_1, \vec{k}_2\}$  enregistre un réseau de diffraction. La fraction  $R$  présente donc une variation spatiale sinusoïdale décrite par :

$$R(\varphi) = W(1 + s \cos \varphi)$$

où  $s$  désigne le contraste des franges de la figure d'interférence,  $W$  est un paramètre proportionnel à l'intensité lumineuse et qui tient compte de la sensibilité des atomes à l'excitation, et  $\varphi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}$ . D'après C.1, à l'instant qui suit le tir laser, la structure gravée dans l'état fondamental s'écrit :

$$-\delta n_{1+}^{(acc)}(\varphi) = \frac{R(\varphi)}{R(\varphi) + \gamma_3 \tau}$$

La contribution de l'état fondamental  $\eta_{1+}^{(acc)}$  à l'efficacité de diffraction en amplitude du réseau est donnée par la transformée de Fourier :

$$\begin{aligned} \eta_{1+}^{(acc)} &\propto \frac{2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \delta n_{1+}^{(acc)}(\varphi) \cos \varphi \cdot d\varphi \\ &\propto -\frac{2\gamma_3 \tau}{Ws} + \frac{1}{\pi} \frac{\gamma_3 \tau}{Ws} (W + \gamma_3 \tau) \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{W(1 + s \cos \varphi) + \gamma_3 \tau} \end{aligned}$$

Après intégration, la structure enregistrée dans l'état fondamental s'écrit :

$$\eta_{1+}^{(acc)} = -\frac{2\gamma_3 \tau}{Ws} \left[ 1 - \frac{W + \gamma_3 \tau}{\sqrt{(W + \gamma_3 \tau)^2 - W^2 s^2}} \right]$$

Le réseau de diffraction comprend aussi la composante instantanée qui provient du peuplement transitoire du niveau supérieur :

$$\eta_2^{(acc)} = \frac{RN}{1 + \frac{R}{\gamma_3 \tau}} e^{-\gamma_2 t} = \gamma_3 \tau \frac{RN}{\gamma_3 \tau + R} e^{-\gamma_2 t}$$

Cette composante a la même structure que  $-\eta_{1+}^{(acc)}$ , mais affectée du facteur  $\gamma_3 \tau \ll 1$ . On peut donc la négliger.

**Finalement**, l'intensité du signal diffracté est proportionnel à :

$$\begin{aligned} I^{(acc)} &\propto \eta_2^{(acc)} - \eta_{1+}^{(acc)} \propto \delta(n_2 - n_1)^{(acc)} \\ &\propto \left\{ \frac{2\gamma_3 \tau}{Ws} \left[ 1 - \frac{W + \gamma_3 \tau}{\sqrt{(W + \gamma_3 \tau)^2 - W^2 s^2}} \right] \right\}^2 e^{-2\gamma_3 t} \end{aligned}$$

Il faut remarquer ici que le seul taux de relaxation mis en jeu est  $\gamma_3$ . De plus, la limite à bas flux ( $\frac{W}{\gamma_3 \tau} \ll 1$ ) vaut :

$$\eta_{1+}^{(acc)} = \frac{Ws}{\gamma_3 \tau}$$

## C.4 Amplitude du réseau créé par un seul tir

Dans l'hypothèse où l'intervalle entre impulsions est tel que  $\gamma_3\tau \gg 1$ , la gravure effectuée par un tir fait apparaître une différence de population :

$$(n_1 - n_2)(t) = N - 2RN e^{-\gamma_2 t}$$

La structure gravée *dans la différence de population* s'écrit juste après l'excitation :

$$\begin{aligned} \delta(n_{2+} - n_{1+}) &= (n_{2+} - n_{1+}) - (n_{2-} - n_{1-}) \\ &= 2RN = 2W(1 + s \cos \varphi) \end{aligned}$$

On calcule par transformation de Fourier, l'efficacité de diffraction en amplitude du réseau construit par une seule impulsion :

$$\begin{aligned} \eta_+^{(s)} &\propto \delta(n_{2+} - n_{1+})^{(s)} \\ &\propto \frac{4}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Ws \cos^2 \varphi d\varphi \\ &\propto 2Ws \end{aligned}$$

Le rapport entre l'efficacité de diffraction obtenue *par accumulation* et celle produite *par un unique tir* de gravure de même énergie s'exprime donc comme :

$$\frac{\eta^{(acc)}}{\eta^{(s)}} = \left[ \frac{1}{\gamma_3\tau} \frac{1}{1 + \frac{Ws}{\gamma_3\tau} + \sqrt{\left(\frac{Ws}{\gamma_3\tau} + 1\right)^2 - \left(\frac{Ws}{\gamma_3\tau}\right)^2 s^2}} \right]^2 e^{-2(\gamma_3 - \gamma_2)t}$$

La limite à bas flux s'écrit alors :

$$\frac{\eta^{(acc)}}{\eta^{(s)}} = \frac{1}{(2\gamma_3\tau)^2} e^{-2(\gamma_3 - \gamma_2)t}$$

## C.5 Lumière diffusée et signal diffracté

Une source importante de bruit est produite par la diffusion des faisceaux de gravure sur les surfaces optiques traversées. Ce bruit est proportionnel à l'énergie moyenne  $W$  transportée par chaque tir. Le rapport signal/bruit optimal (pris en  $t = 0$ ) correspond donc au maximum de la fonction :

$$\frac{\eta^{(acc)}}{x} = \frac{1}{s^2 x^3} \left[ 1 - \frac{1+x}{\sqrt{(x+1)^2 - x^2 s^2}} \right]^2$$

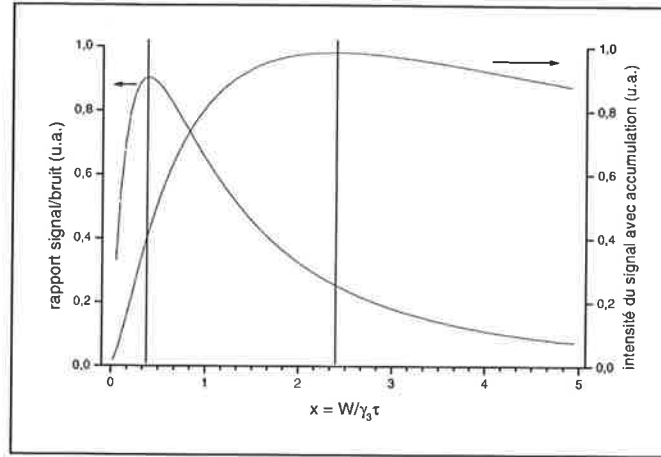


FIG. C.2: Simulation des deux courbes caractéristiques du régime d'accumulation : l'intensité du signal diffracté et le rapport signal/bruit en fonction de l'intensité de la gravure ( $x = W/\gamma_3\tau$ ). Les paramètres valent :  $\gamma_3\tau = \frac{1}{20}$  et  $s = 1$ .

où on a posé  $x = \frac{Ws}{\gamma_3\tau}$ .

On constate que si le rapport  $\frac{\eta^{(acc)}}{\eta^{(s)}}$  ne présente pas d'extremum - il décroît uniformément en fonction de  $x$  -, en revanche, le rapport  $\frac{\eta^{(acc)}}{x}$  présente un maximum (figure C.2). Il en est de même de  $\eta^{(acc)}$ .

Il devient alors possible de déterminer l'intensité lumineuse  $W$  offrant le meilleur compromis entre les différentes conditions. En particulier, on peut chercher simultanément à optimiser :

- l'intensité du signal  $\eta^{(acc)}$ ,
- et le rapport signal/bruit  $\frac{\eta^{(acc)}}{x}$ .

Le choix peut s'effectuer au regard des deux courbes qui sont représentées sur la figure C.2. Ainsi, dans les conditions de cette simulation ( $\gamma_3\tau = 1/20$  et  $s = 1$ ), un bon compromis correspond à  $x \simeq 1$ .

## Annexe D

# LES ÉLÉMENTS DU MONTAGE

Les montages expérimentaux se déclinent autour du même principe. Ils se décomposent en quatre bloc distincts :

- la source laser (abordée en détail dans un chapitre propre : chapitre 5),
- des composants de façonnage des faisceaux laser (direction, amplitude et modulation spectrale),
- le matériau (à l'intérieur d'un cryostat),
- une unité de détection du faisceau diffracté.

Outre les composants optiques classiques que sont lentilles, miroirs et autres séparatrices (traités pour 800 nm), les principaux éléments du montage sont des acousto-optiques, des détecteurs, le cryostat, les instruments de contrôle et les appareils de mesure.

### D.1 Les modulateurs acousto-optiques

L'amplitude, la fréquence et la direction des faisceaux laser sont contrôlées par des modulateurs acousto-optiques [2, 3].

Un modulateur acousto-optique est formé d'un cristal, aux surfaces généralement traitées anti-reflet, dans lequel se propage une onde acoustique perpendiculairement à l'onde lumineuse incidente. Les zones de compression/dépression créées par cette onde acoustique induisent des modifications locales de l'indice de réfraction du cristal, et forment un réseau de diffraction. Celui-ci diffracte le faisceau laser sur de multiples ordres, mais les conditions

d'accord de phase privilégient un seul d'entre eux. La modulation de l'intensité de l'onde acoustique permet de contrôler l'efficacité de diffraction du réseau et donc l'amplitude de l'onde optique défléchie. L'angle de diffraction est proportionnel à la fréquence de l'onde acoustique. Par ailleurs, le mouvement de translation du réseau acoustique engendre un décalage en fréquence de l'onde optique, par effet Doppler. Ce décalage est égal à la fréquence de l'onde acoustique.

Le temps de réponse est essentiellement limité par la durée du parcours de l'onde acoustique à travers le faisceau lumineux. Il est donc possible de réduire le temps de réponse en focalisant le faisceau laser dans le cristal, mais au détriment de l'efficacité de diffraction.

Dans notre montage, on utilise les modulateurs acousto-optiques :

- soit pour découper des impulsions lumineuses. Ils fonctionnent alors à fréquence fixe.
- soit pour décaler la fréquence optique. On les pilote alors à l'aide d'un VCO (Voltage Controlled Oscillator). On cherche dans ce cas à minimiser la variation simultanée du vecteur d'onde.

Les modulateurs *A&A.MT.15* sont constitués d'un cristal  $\text{TeO}_2$ . Ils offrent une efficacité de diffraction optimale (dans l'ordre 1) de 75 %. Leur fonctionnement est optimisé à 80 MHz. Les montages comprenaient aussi un modulateur à fréquence variable (*A&A.SP.80/B30/A1-ir*, cristal  $\text{PbMnO}_4$ ) d'une bande passante de 30 MHz autour de la porteuse (à 80 MHz). L'intervalle angulaire de déflexion s'étend alors sur 7 *mrad*.

## D.2 Les photodétecteurs

Les expériences réalisées sur l'analyseur spectral à projection spatiale ont été menées avec un module APD C5460 de *Hamamatsu*, qui associe une diode à avalanche et son circuit d'amplification asservi en température. A 800 nm (le maximum de sensibilité), ce photodétecteur réalise un excellent compromis entre bande passante, 10 MHz, et sensibilité (son bruit intrinsèque, qui limite sa résolution, autorise la détection de signaux de quelques nanowatt).

Pour l'expérience de démonstration de l'analyseur à projection temporelle, il a fallu recourir à un photomultiplicateur, pour obtenir une bande passante suffisante (il fallait détecter des signaux modulés à 5 MHz). Les photomultiplicateurs ont des temps de réponse très rapides, pour peu que l'impulsion soit collectée sur de petites surfaces de la photocathode. Bien



que le rendement quantique de la photocathode soit faible, le gain des dynodes est très élevé. Le photomultiplicateur utilisé (*RTC XP1017*) recueille la lumière sur une photocathode en  $\text{SbNaKCs}$ , particulièrement sensible aux longueurs d'onde situées dans le rouge et le proche infra-rouge.

Les expériences préliminaires menées au *Laser Centre* de Lund ont fait elles aussi usage d'un photomultiplicateur, offrant un faible niveau bruit résiduel.

### D.3 Le cryostat

Le cristal est maintenu à très basse température. Fabriqué par *Air Liquide-TBT*, le cryostat est doté d'un réservoir contenant de l'hélium liquide qui communique par un capillaire avec le canal central où est placé l'échantillon à refroidir. En ajustant le débit d'hélium et sa température, on peut faire varier la température de l'échantillon de 1,5 K à la température ambiante.

Dans les expériences d'analyse spectrale par transformée de Fourier, l'échantillon était immergé dans un bain d'hélium supra-fluide, à 1,5 K. Dans les autres expériences, le cristal était placé dans un flux d'hélium gazeux à 5 K.

La température de l'échantillon est mesurée par deux sondes (des diodes silicium de *LakeShore Cryotronics*) disposées dans le bas du cryostat : l'une au niveau de l'échangeur thermique, l'autre directement sur le support du matériau.

### D.4 Les instruments de contrôle

#### Générateur de forme arbitraire

La programmation de séquences de commande électroniques (par exemple vers les pilotes RF des acousto-optiques) rapides et complexes (jusqu'à 15 MHz) s'effectue grâce à des générateurs arbitraires de fonctions *Hewlett-Packard 33120 A*.

#### Alimentation haute tension

Le prisme électro-optique de la cavité laser a été polarisé sous plusieurs kilovolts soit à l'aide d'une alimentation HT *Knürr-Heinzinger PNC 10 000-20 ump*, soit à l'aide de l'amplificateur *TREK 609*.

## Générateurs d'impulsions

Le façonnage et la coordination d'impulsions de commande de quelques centaines de nanosecondes doivent s'effectuer avec des modules externes très rapides. Les générateurs *Stanford Research Systems DG535* s'acquittent de cette tâche.

## Les contrôleurs laser

L'atelier d'électronique du Laboratoire fournit d'excellents contrôleurs de diodes laser, capable également d'assurer l'asservissement en température d'une cavité externe. Toutefois, les bruits sur l'alimentation électrique et sur l'asservissement en température sont notablement diminués (voir chapitre 5) avec les contrôleurs *Wavelength Electronics LFi-4502* (courant) et *LFi-3551* (température). Les études nécessitant une bonne stabilité de la fréquence laser sur plusieurs microsecondes (et jusqu'à plusieurs millisecondes) ont donc été effectuées avec ces appareils.

## D.5 Les instruments d'acquisition

### Le spectromètre et le lambdamètre

Le spectromètre *Chromex* utilisé pour analyser le spectre laser, avec une résolution de 15 GHz, est doté d'une barrette de photodiodes *Reticon* comptant 512 pixels. L'acquisition est assurée par un contrôleur *Princeton Instrument*.

Le lambdamètre WA-1000 *Burleigh* entre en action dès qu'il est nécessaire d'obtenir la longueur d'onde avec plus de précision. La fréquence est affichée au dixième de gigahertz près, mais le constructeur indique une incertitude de mesure cinq fois plus importante. Au cours de la mise au point de la source laser à cristal électro-optique, le logiciel d'acquisition *LabWindows CVI* de *National Instruments* permet d'acquérir la fréquence mesurée par l'instrument en fonction de la tension appliquée sur le cristal.

### Les oscilloscopes et l'ordinateur

Les signaux électriques sont recueillis sur deux oscilloscopes numériques *HP 54610B* et *Tektronix TDS 360*, de bandes passantes (respectives) 500 et 200 MHz.

# Bibliographie

- [1] **M. Abramowitz**, "*Handbook of Mathematical Functions*", Dover Publications, 300-302 (1970)
- [2] **B. Saleh, M. Teich**, "*Fundamentals of Photonics*", John Wiley & Sons (1991)
- [3] **D. Pape**, "*Acoustooptic Bragg Cell Devices*" dans "*Spatial Light Modulator Technology*", Ed. U. Efron, Marcel Dekker (1995)



## Annexe E

ARTICLE : “*Time-domain  
Fresnel-to-Fraunhofer  
diffraction with photon echoes*”

# Time-domain Fresnel-to-Fraunhofer diffraction with photon echoes

Loïc Ménager, Ivan Lorgeré, and Jean-Louis Le Gouët

Laboratoire Aimé Cotton, Centre National de la Recherche Scientifique II, Bâtiment 505, 91405 Orsay Cédex, France

R. Krishna Mohan and Stefan Kröll

Lund Institute of Technology, Box 118, S-22100 Lund, Sweden

Received March 1, 1999

A photon echo experiment in  $\text{Tm}^{3+}$ :YAG is reported that shows, for the first time to the authors' knowledge, the time-domain equivalent of the transition from near- to far-field diffraction, including Talbot self-imaging effects. The experiment demonstrates the huge dispersion capability of photon echoes and opens the way to further exploration of space-time duality. © 1999 Optical Society of America

OCIS codes: 190.4380, 070.6760, 070.4790, 200.4740.

Photon echoes in condensed matter at low temperature have proved to be a powerful tool for time-domain optical signal processing.<sup>1-3</sup> Rare-earth-doped crystals are well suited to optical processing of rf signals because they have the ability to process bandwidths in the range of gigahertz to hundreds of gigahertz with a time-bandwidth product well above 10.<sup>4</sup> In addition, thulium- or erbium-doped crystals have absorption lines at wavelengths at which compact laser sources,<sup>4</sup> fast optoelectronic devices, and optical amplifiers<sup>5</sup> are available. Such applications of these crystals as true time-delay generators<sup>2</sup> for phased array antennas and in spectral analysis of rf signals<sup>6</sup> are under study.

Space-time duality<sup>7</sup> gives attractive guidelines for the design of time-domain optical processing schemes. In this duality, temporal dispersion is the equivalent of diffraction, whereas linear chirping provides the time equivalent of a lens. Experimental demonstrations of this duality that have been reported so far have dealt with picosecond laser pulses. A grating pair was used as a dispersive line, and an electro-optic phase modulator<sup>8,9</sup> or an optical nonlinear wave-mixing process<sup>10</sup> as a time lens. The time-bandwidth product of an electro-optic time lens is given by the peak phase deviation of the modulator and is therefore quite poor, below 100, which is not satisfactory for optical signal processing. The alternative approach to creating a time lens based on optical wave mixing in a nonlinear crystal has the potential for a high time-bandwidth product.<sup>10</sup> However, these tools have been designed to deal with terahertz-bandwidth pulses and are inappropriate for processing gigahertz-bandwidth optical signals. In particular, processing a gigahertz bandwidth with a high time-bandwidth product requires a dispersive line that achieves microsecond group delays. In this Letter we show that photon echoes in rare-earth-doped crystals can achieve a flexible dispersive line with incomparable dispersion. An experiment with a thulium-doped YAG crystal is reported, in which the first demonstration to our knowledge is made of the time-domain equivalent of the transition from Fresnel to Fraunhofer diffraction. We conclude by pointing out the time lens that could fit this dispersive line.

The shape of the three-pulse photon-echo signal, built, for instance, on an atomic transition of a rare-earth ion doping a crystal, can be described as<sup>11</sup>

$$E_e(t) = E_1^*(-t) \otimes E_2(t) \otimes E_3(t), \quad (1)$$

where  $E_i(t)$  are centered about  $t = 0$  and describe the envelopes of the excitation pulses, which are assumed to be temporally separated and with the time order  $E_1, E_2, E_3$ ;  $\otimes$  represents the convolution product. From the point of view of time-domain holography the echo signal is the result of reading with pulse  $E_3$  the spectral hologram engraved in the crystal by the first two pulses. The duration of the recorded shape  $E_1^*(-t) \otimes E_2(t)$  is limited by the dephasing time of the atomic transition, and its spectral bandwidth should not exceed the inhomogeneous width of the atomic transition in the host crystal. Equation (1) is readily transformed into a diffractionlike integral. Let  $E_2$  be the input signal and  $E_1$  a short reference pulse such that  $E_1^*(-t) \otimes E_2(t) = E_2(t)$ . Now let  $E_3$  be a long wideband chirped pulse, that is, a pulse whose spectral bandwidth is given by  $r\tau_3$ , where  $r$  is the chirp rate and  $\tau_3$  is the pulse duration. If in addition this bandwidth covers uniformly that of the input signal, such a pulse can be written as  $E_3(t) = \exp i\pi r t^2$  in echo expression (1), which then reads as

$$E_e(t) = \int E_2 t' \exp i\pi r (t - t')^2 dt'. \quad (2)$$

The echo here appears as the result of dispersion of input signal  $E_2(t)$ : Each frequency component  $\nu$  is delayed by  $T(\nu) = \nu/r$ . In this dispersion process the maximum achievable group delay  $T$  is limited by the coherence time of the atomic transition. It can therefore be several tens of microseconds in thulium-doped crystals,<sup>12</sup> which is to be contrasted with the 500 ps that a grating pair<sup>13</sup> can typically achieve. This photon-echo process offers matchless group-delay dispersion. In addition, the group-delay dispersion rate  $\partial T/\partial \nu$  is given by the inverse chirp rate and can therefore easily be controlled and varied over a broad range.

From the space-time duality point of view, this dispersion process is the time dual of diffraction over a

distance  $d$ , with the equivalence  $\lambda d \leftrightarrow 1/r$ , where  $\lambda$  is the optical wavelength. Indeed, Eq. (2) also gives, under the Fresnel approximation, the field  $E_e(x)$  diffracted at distance  $d$  by a one-dimensional aperture with transmission function  $E_2(x')$  and illuminated by a plane wave. If  $\tau_2$  is the duration of input signal  $E_2(t')$ , one can define a time-domain Fresnel number  $F = r\tau_2^2$ . As is well known in the space domain, the transition from near- to far-field diffraction is observed for values of the Fresnel number near unity. For  $F > 1$  we are in the Fresnel diffraction range, where the diffracted pattern is highly sensitive to variation of the Fresnel number. Interesting effects such as Talbot self-imaging<sup>14</sup> can be observed in this situation. For  $F < 1$ , the diffracted pattern intensity is given by the Fourier transform of the input field. The chirped photon-echo process described above gives the opportunity to observe this transition in the time domain, which we have verified experimentally.

We performed the experiment illustrated in Fig. 1 on a 0.1-at.% thulium-doped YAG crystal, 5 mm thick, from Scientific Material Corporation. The crystal was immersed in a liquid-helium cryostat and held at  $\sim 4$  K. The light source was a cw argon-pumped Ti:sapphire laser. The laser frequency, with a linewidth of  $\sim 200$  kHz, was tuned to  $12604.3 \text{ cm}^{-1}$ , the center of the  ${}^3H_6 \rightarrow {}^3H_4$  absorption line of the  $\text{Tm}^{3+}$  ions. The maximum optical density of the crystal was measured to be  $\sim 0.75$ . The inhomogeneous width of this transition is  $\sim 15$  GHz. The optical setup was a collinear photon-echo setup. For a better extinction ratio two acousto-optic cells, AO1 and AO2, fed by the same rf driver, were used to modulate in amplitude and frequency the cw laser output. The frequency shifts produced by the two AO cells added together. The cw laser power before the cryostat was 35 mW. The laser spot,  $\sim 4$  mm in diameter, was focused onto the crystal by 15-cm focal-length lens L1. Under these conditions,  $\pi/2$  pulses were achieved with 1.5- $\mu\text{s}$ -long pulses. The echo signal was detected with photomultiplier tube PM through acousto-optic gate AO3, which was used to reject the excitation pulses.

For the diffractionlike experiments, first the sample was excited by a 1.5- $\mu\text{s}$ -long train of eight 80-ns-long pulses separated by 200 ns. The second excitative pulse,  $E_2$ , was an identical train, delayed 15  $\mu\text{s}$  with respect to the first. The duration of this exciting sequence was therefore less than the dephasing time of the transition, which we measured to be  $\sim 30 \mu\text{s}$ . Reading pulse  $E_3$  was a 12- $\mu\text{s}$ -long pulse, with a linear chirp controlled by means of the driving frequency of acousto-optic modulators AO1 and AO2. With this excitation scheme the echo can be described by Eq. (2), provided that  $E_2(t)$  is replaced by the autocorrelation  $E_2^*(-t) \otimes E_2(t)$  because  $E_1$  is not a short pulse but is instead a replica of pulse  $E_2$ . It is the limited laser power that prevented us from making  $E_1$  a short pulse. The echo is therefore the result of dispersion of the pulse-train autocorrelation function, which is the input signal to be considered. Figure 2(a) displays the square of its theoretical profile.

The echo signal power  $|E_e t|^2$  was recorded for different values of the chirp rate that ranged from 1.1 to

4.55 MHz/ $\mu\text{s}$ . The records are displayed in Fig. 3 together with the results of simulation with Eq. (2). As can be seen, there is good agreement between the experimental results and the simulations. The only fitting parameter in the simulation was the chirp-rate value. Minor deviations of  $<10\%$  from the experimental chirp-rate values were necessary for optimal fit. Observation of Figs. 3(a) and 3(b) shows that the amplitude of the oscillations is smaller on the experimental traces than on the simulations. Shot-to-shot fluctuations of the temporal position of the echo signal may explain this difference, since experimental traces a and b result from averages over 4 and 64 shots, respectively. These fluctuations can arise from jitter on the delay between the first and second pulse trains and from laser frequency instabilities. More disconcerting is the phase difference between the experimental and the simulated oscillations in Fig. 3(b). More research is necessary to explain the latter discrepancy.

Figure 2 shows for reference the squares of the theoretical pulse-train autocorrelation function and power spectrum. These are the expected echo shapes for infinitely high and low chirp rates, respectively, which are time duals of diffraction over zero and infinite distance. The experimental records show the transition between these two situations. Indeed, one can clearly identify in Figs. 3(a) and 3(b) the periodic peaks whose 200-ns period is that of the pulse train and that are inscribed under a bell-shaped envelope. The recordings of Figs. 3(c) and 3(d) show the three distinct peaks that are characteristic of the pulse-train power spectrum. The time-domain Fresnel number  $r\tau_2^2$  for these records ranges from 2.5 to 10. This means that

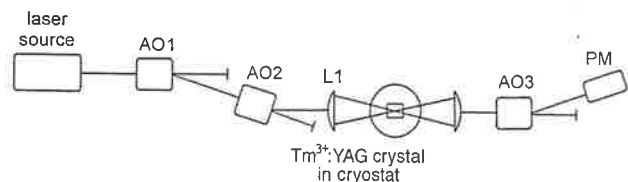


Fig. 1. Experimental setup.

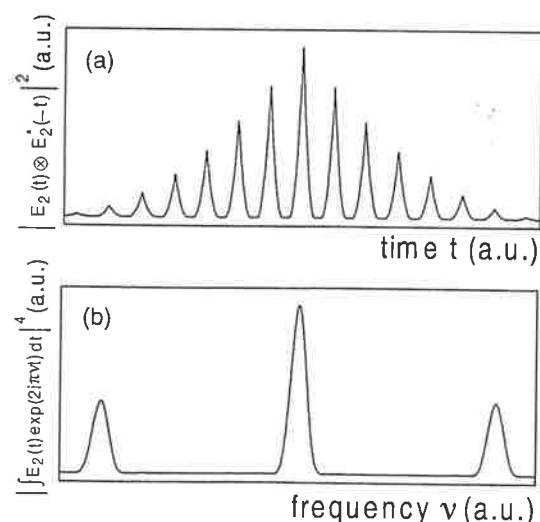


Fig. 2. Theoretical profiles of the square of the (a) autocorrelation function and (b) power spectrum of the input pulse train, assuming square pulses.

# Fresnel diffraction on the edge of causality

Loïc Ménager, Ivan Lorgeré, and Jean-Louis Le Gouët

Laboratoire Aimé Cotton, Bâtiment 505, 91405 Orsay Cedex, France

Received June 16, 2000

Taking advantage of the slow optical response of low-temperature rare earth ion-doped crystal, we explore the similarity between causality and Fresnel diffraction by a straight edge. We relate these features to spectral resolution and selectivity. The concept is illustrated with experimental data.

© 2000 Optical Society of America

OCIS codes: 070.2580, 070.4790, 300.6240.

Mental representation of the physical world usually involves spatial pictures. Even the temporal development of dynamic processes is generally imaged along a spatial dimension. In this Letter we consider a linear response process in which causality itself, which is a time-domain specificity, can be examined as a spatial feature, namely, Fresnel diffraction (FD) by a straight edge. In optics, time-space duality reflects the well-known similarity between narrow-band dispersion and paraxial diffraction and is complemented by the fact that quadratic phase modulation acts as a temporal lens.<sup>1</sup> This has led to investigations of the compression and stretching of temporal shapes<sup>2,3</sup> and of Fourier optics in the time domain.<sup>4,5</sup> The present work is placed in the context of spectroscopy. The FD approach is used to discuss the spectral selectivity of a grating engraved in a photosensitive spectrally selective material.

Illumination of a dielectric material by an optical electric field  $E(t)$  gives rise to macroscopic radiating polarization:

$$P(t) = \epsilon_0 \int \chi(\tau) E(t - \tau) d\tau, \quad (1)$$

where, owing to causality, electric susceptibility  $\chi(\tau)$  vanishes for negative  $\tau$  values. The properties that we wish to explore are connected with the finite width of  $\chi(\tau)$  and with experimental investigation on this time scale. Resonant transitions in rare earth ion-doped crystals at low temperature offer capabilities for convenient microsecond time-scale operation. To shape a slowly varying contribution to  $\chi(\tau)$  one directs a sequence of two  $\tau_L$ -long Fourier-transform-limited pulses that propagate along wave vectors  $\mathbf{k}_1$  and  $\mathbf{k}_2$  with temporal separation  $T$  and resonantly excite the sample. Provided that the inverse homogeneous width  $\Gamma_h^{-1}$  is larger than  $\tau_L$  and  $T$ , this excitation results in the engraving of a diffraction grating<sup>6</sup> that contributes a  $\tau_L$ -wide component to  $\chi(\tau)$ . With the beam configuration illustrated in Fig. 1, diffraction of the probe field  $E(t)$  propagating along  $\mathbf{k}_3$  on the engraved grating gives rise to a four-wave-mixing signal that one detects in the phase-matched direction,  $\mathbf{k}_+ = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$ .

The inhomogeneous width of the transition is assumed to be much larger than  $\tau_L^{-1}$ . The pulse's central frequency is denoted  $\nu_0$ . In the limit where

$\Gamma_h^{-1} \gg \tau_L$  and  $T$ , the grating contribution to  $\chi(\tau)$  can be represented by  $\Lambda(\tau - T)\exp[2i\pi\nu_0\tau + i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)r] + \text{c.c.}$ , which peaks at  $\tau = T$  and corresponds to cross correlation of the engraving-pulse shapes. For rectangular pulses of duration  $\tau_L$ ,  $\Lambda(\tau)$  is a triangular waveform  $\Lambda(\tau) = \Lambda(0)(1 - |\tau/\tau_L|)$ . Let the probe laser be scanned with uniform chirp rate  $\beta$  over the engraved structure and let it be tuned to frequency  $\nu_0$  at time  $t = 0$ . Then the probe-laser field can be expressed as

$$E(t) = E_0 \exp(2i\pi\nu_0 t + i\pi\beta t^2 - i\mathbf{k}_3 \mathbf{r}) + \text{c.c.} \quad (2)$$

The polarization component that radiates in direction  $\mathbf{k}_+$  is then obtained by substitution of  $E(t)$  and  $\chi(\tau)$  into Eq. (1):

$$P_+(\beta, t) = \epsilon_0 E_0 \exp(2i\pi\nu_0 t - i\mathbf{k}_+ \mathbf{r}) \times \int_0^\infty \Lambda(\tau - T)\exp[i\pi\beta(t - \tau)]^2 d\tau + \text{c.c.} \quad (3)$$

The integral exhibits the shape of the FD of  $\Lambda(\tau - T)$  by a straight edge located at  $\tau = 0$ . Chirp rate  $\beta$  plays the role of  $1/\lambda\xi$  in actual spatial FD, where  $\xi$  stands for the space coordinate along the direction of propagation. Actually Eq. (3) does not coincide exactly with the FD expression. A factor of  $1/\sqrt{\lambda\xi}$  appears in the space-domain FD signal for energy conservation. The corresponding  $\sqrt{\beta}$  factor is missing from Eq. (3). Indeed, conservation law does not apply to the shape  $\Lambda(\tau - T)$ , which is not an electromagnetic field. Therefore, to capitalize on the parallel of Eq. (3) with FD we have to consider both shape

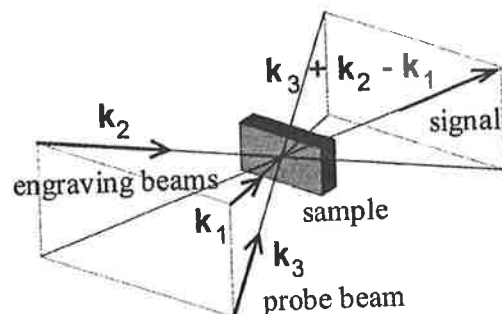


Fig. 1. Box configuration of engraving and probe beams in a four-wave-mixing process.



$|P_+(\beta, t)|^2$ , which describes the four-wave-mixing signal intensity, and shape  $\beta|P_+(r, t)|^2$ , which is closer to the FD expression.

A gray-scale map of  $\beta|P_+(\beta, t)|^2$  as a function of the reduced coordinates  $t/\tau_L$  and  $z = 1/\beta\tau_L^2$  is given in Fig. 2, for rectangular engraving pulses. The figure highlights the FD picture of the process. The signal represents a waveform "propagating" along the  $z$  axis. Coming from the negative  $z$  region, the waveform equals  $\Lambda(t - T)$  just before it reaches the  $z = 0$  position. The causality screen is located at that position and obscures the negative  $t/\tau_L$  region. When the two engraving pulses simultaneously excite the sample, time delay  $T$  is canceled, and the edge of the causality screen diffracts  $\Lambda(t)$ , the negative  $t$  part of which is stopped [see Fig. 2(a)]. Fringes can be observed on the bright side of the edge as the waveform continues on its way in the positive  $z$  region. As for the dark side, where  $t/\tau_L < 0$ , it is increasingly pervaded by the transmitted quantity as  $z$  is increased. When the engraving pulses do not overlap, which corresponds to  $T > \tau_L$ , the shape  $\Lambda(t - T)$  is not occulted by the causality screen anymore, and one is left with free-space propagation, as illustrated in Fig. 2(b). With the help of two scale changes, we can easily move from the Fresnel picture to a spectroscopic representation in which the sample response is monitored as a function of the probe frequency. First we consider the actual detected quantity,  $|P_+(\beta, t)|^2$ , instead of  $\beta|P_+(\beta, t)|^2$ . Second, noticing that the probe-laser instantaneous frequency is given by  $\nu = \nu_0 + \beta t$ , we substitute the reduced frequency shift  $(\nu - \nu_0)\tau_L = \beta t\tau_L$  for the time coordinate.

With this new parameterization, the same situations as in Figs. 2(a) and 2(b) are pictured in Figs. 2(c) and 2(d). As the distance from the screen,  $z = 1/\beta\tau_L^2$ , grows to values much larger than unity, the fringes fade out and the signal profile tends to a  $z$ -independent symmetric Fraunhofer shape. When  $T = 0$  and  $z \gg 1$ , the polarization tends to the following limiting expression:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} |P_+(t, \beta)| = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left| E_0 \left[ \tilde{\Lambda}(\beta t) - \frac{i}{\pi} \oint \frac{\tilde{\Lambda}(\nu)}{\beta t - \nu} d\nu \right] \right|, \quad (4)$$

where  $\tilde{\Lambda}(t)$  presents the Fourier transform of  $\Lambda(t)$ . As is well known,<sup>7,8</sup> the signal includes two components in quadrature. The first one inside the brackets corresponds to diffraction on an absorption grating. The second one describes diffraction on a refractive-index grating and exhibits slowly varying  $1/\beta t$  dispersionlike wings. This two-grating interpretation proves fruitful<sup>9</sup> at  $z \gg 1$ . Then  $\beta\tau_L$ , which represents the probe-field frequency variation within the envelope of the response function, is much smaller than the engraved grating's spectral width  $\tau_L^{-1}$ . This is the usual situation in laser spectroscopy. The investigated spectrum is captured point by point, and the probe source is scanned so slowly that its frequency is regarded as fixed during the recording

of each point. The two-grating picture fails when  $z < 1$ , since the signal includes contributions from excitations by the probe field at significantly different frequencies. When  $T > \tau_L$ , at increasing distance from the  $z = 0$  plane, the polarization tends to  $\lim_{z \rightarrow \infty} |P_+(t, \beta)| = \epsilon_0 |E_0 \Lambda[r(t - T)]|$ , which is devoid of the  $1/\beta t$  far wings. In other words, the spectral resolution of the engraved grating is improved when the writing pulses do not overlap.

An experiment has been performed in a 2.5-mm-long  $\text{Tm}^{3+}$ :YAG crystal (0.5-at.%) maintained at 5 K in a helium cryostat. Monochromatic gratings are engraved by 0.7- $\mu\text{s}$ -long rectangular pulses that are crafted by 80-MHz acousto-optic modulators from the cw output of a laser diode that is resonant with the 793-nm transition of  $\text{Tm}^{3+}$ . The probe beam, which is split from the same laser, is given the required linear chirp by a 40-MHz bandwidth acousto-optic shifter centered at 80 MHz. The homogeneous width is  $\sim 150$  kHz, and the inhomogeneous width exceeds 20 GHz. These widths satisfy the conditions  $\Gamma_h \tau_L \ll 1 \ll \Gamma_{\text{inh}} \tau_L$  and  $\Gamma_h T \ll 1$ . The 4-mW engraving beams are focused on a 100- $\mu\text{m}$ -diameter spot. When the 1-mW probe beam reaches the sample, a few microseconds after engraving, the grating has not yet been affected by the decay of the 1-ms lifetime<sup>10</sup> upper level of the transition. Angular separation of the signal from all the other beams is

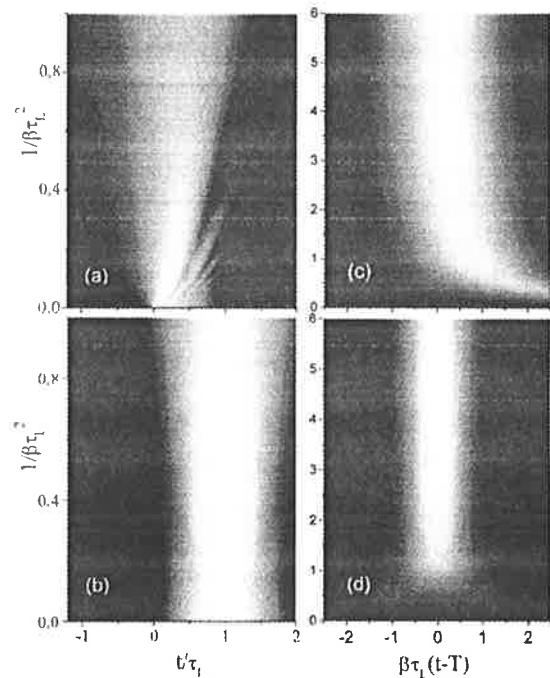


Fig. 2. Gray-scale mapping of (a), (b)  $\beta|P_+(r, t)|^2$  and (c), (d)  $|P_+(r, t)|^2$ . The waveform  $\Lambda(t - T)$  propagates upward. At  $z = 1/\beta\tau_L^2 = 0$  causality screens the  $t < 0$  half-axis. This obstacle hampers propagation in (a) and (c), in which the waveform is centered at  $T = 0$ . However, propagation is free in (b) and (d), in which the waveform center is shifted to  $T = \tau_L$ . The Fresnel fringes are visible in (a). Transition to the Fraunhofer regime can be observed in (c) and (d).

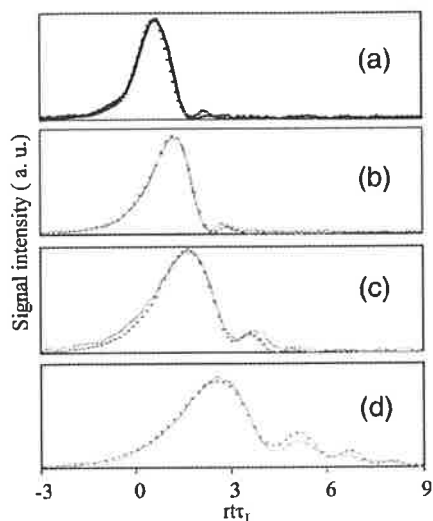


Fig. 3. Experimental and calculated signal time-dependent profiles for  $T = 0$ . Experimental settings:  $\beta\tau_L^2 =$  (a) 0.7, (b) 1.8, (c) 5.0, (d) 10.2;  $\beta =$  (a) 1.44, (b) 3.6, (c) 10.2, (d) 10.2 MHz/ $\mu$ s. Profiles computed with these setting values fit the experimental data shown in (c) and (d). The best-fit values of  $\beta\tau_L^2$  [(a) 1.46, (b) 3.08] and  $\beta$  [(a) 1.8 MHz/ $\mu$ s, (b) 3.8 MHz/ $\mu$ s] differ significantly from the settings for the data shown in (a) and (b).

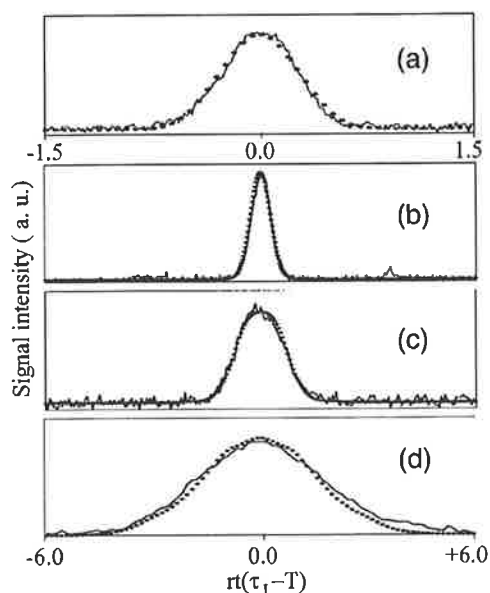


Fig. 4. Experimental and calculated signal time-dependent profiles for  $T = \tau_L$ . Experiment settings:  $\beta\tau_L^2 =$  (a) 0.18, (b) 0.36, (c) 1.8, (d) 5.0;  $\beta =$  (a) 0.36, (b) 0.72, (c) 3.6, (d) 10.2 MHz/ $\mu$ s. The profiles computed with these parameter values fit the experimental data.

achieved in a phase-matched direction with the help of a noncoplanar<sup>11</sup> beam arrangement (see Fig. 1). Two series of data have been recorded. In the first one the engraving pulses simultaneously reach the sample ( $T = 0$ ). The signal-intensity variations are dis-

played in Fig. 3 as a function of the normalized probe-frequency detuning  $\beta t\tau_L$  for different values of the distance parameter  $1/\beta\tau_L^2$ . As expected, the signal exhibits FD fringes in the bright side of the screen and a slowly varying slope in the dark side. As the distance from the screen  $1/\beta\tau_L^2$  grows to values much larger than unity, the fringes fade out and the signal profile tends to the symmetric Fraunhofer shape.

In the second data series, the engraving pulse's temporal separation is set equal to  $\tau_L$ . The signal intensity is represented in Fig. 4 as a function of  $\beta\tau_L(t - T)$ . There are no longer any diffraction fringes, and in the Fraunhofer region the signal shape tends to  $|\Lambda[\beta(t - T)]|^2$ , which is devoid of the slowly varying  $(1/\beta t)^2$  wings.

This experiment does not take advantage of the broad inhomogeneous width of the photosensitive material or of its large time-bandwidth product,  $\Gamma_{inh}/\Gamma_h$ . Indeed, a single narrow spectral interval contributes to the investigated signal. We exploit the long lifetime of the electric dipole. It helps to assign small values to the distance parameter  $1/\beta\tau_L^2$  and to get close enough to the causality edge that the FD fringes are visible.

In summary, the wrinkles that are observed in the fast spectral analysis of a transient grating make sense within the framework of a Fresnel diffraction picture. This picture covers all the range from the very fast chirp regime, in which the signal shape coincides with the causality-masked profile of the material response, to the slow chirp situation, in which the signal describes the spectrum of the material response. In addition, this description offers a new physical insight into the role played by causality in the stimulated photon-echo process.

J.-L. Le Gouet's e-mail address is jean-louis.legouet@lac.u-psud.fr.

## References

1. B. H. Kolner, IEEE J. Quantum Electron. **30**, 1951 (1994).
2. C. V. Bennett, R. P. Scott, and B. H. Kolner, Appl. Phys. Lett. **65**, 2513 (1994).
3. C. V. Bennett and B. H. Kolner, Opt. Lett. **24**, 783 (1999).
4. L. Ménager, I. Lorgeré, and J.-L. Gouët, Opt. Lett. **24**, 927 (1999).
5. A. W. Lohmann and D. Mendlovic, Appl. Opt. **31**, 6212 (1992).
6. Y. S. Bai, W. R. Babbitt, N. W. Carlson, and T. W. Mossberg, Appl. Phys. Lett. **45**, 714 (1984).
7. H. Kogelnik, Bell Syst. Tech. J. **48**, 2909 (1969).
8. A. Renn, A. J. Meixner, U. Wild, and F. Buckhalter, Chem. Phys. **93**, 157 (1985).
9. S. Bernet, S. B. Altnner, F. R. Graf, E. S. Maniloff, A. Renn, and U. P. Wild, Appl. Opt. **34**, 4674 (1995).
10. R. MacFarlane, Opt. Lett. **18**, 1958 (1993).
11. J. A. Shirley, R. J. Hall, and A. C. Eckbreth, Opt. Lett. **5**, 380 (1980).

## Traitement optique de signaux radiofréquence par holographie spatio-temporelle

### Résumé :

Ce travail se place dans le cadre du traitement optique du signal. Il s'appuie sur la sélectivité spectrale des ions de terres rares en matrice cristalline et sur une discussion des rapports entre espace et temps pour concevoir des dispositifs d'analyse radiofréquence.

La première architecture étudiée réalise la projection spatiale du spectre d'un signal RF. Celui-ci est d'abord transféré sur une porteuse optique à l'aide d'un modulateur optoélectronique. Le faisceau ainsi modulé est dirigé vers le cristal dans lequel a été préalablement enregistré un ensemble de réseaux de diffraction monochromatiques. Lorsque le signal polychromatique traverse l'échantillon, chaque composante spectrale est diffractée dans une direction spécifique. Les études ont permis de caractériser l'enregistrement d'un réseau holographique monochromatique et de valider le fonctionnement d'un régime d'accumulation qui accroît la durée de vie et l'efficacité de cette gravure.

Ces travaux ont également mis en évidence l'analogie entre la diffraction et la dispersion temporelle produite par un filtre spectral inscrit dans un cristal sélectif en fréquence. Dès lors, en associant un tel élément dispersif et une lentille temporelle, on a transposé au domaine temporel la propriété de transformation de Fourier que possèdent les lentilles dans le domaine spatial. Une seconde architecture d'analyseur spectral, dans laquelle le cristal réalise la projection temporelle du spectre RF, a ainsi été validée expérimentalement.

Les systèmes précédents ont nécessité la mise au point d'une source laser aux propriétés spécifiques. Un prisme électro-optique inséré dans une cavité étendue assure ainsi un balayage rapide, reproductible et sur un large intervalle spectral de la fréquence d'une diode laser.

