

T H E S E

présentée à la

F A C U L T E   D E S   S C I E N C E S

D E

L ' U N I V E R S I T E   D E   P A R I S

pour obtenir le grade de

Docteur de 3ème Cycle de S P E C T R O S C O P I E

par

D U O N G - Hong - Tuan -

---

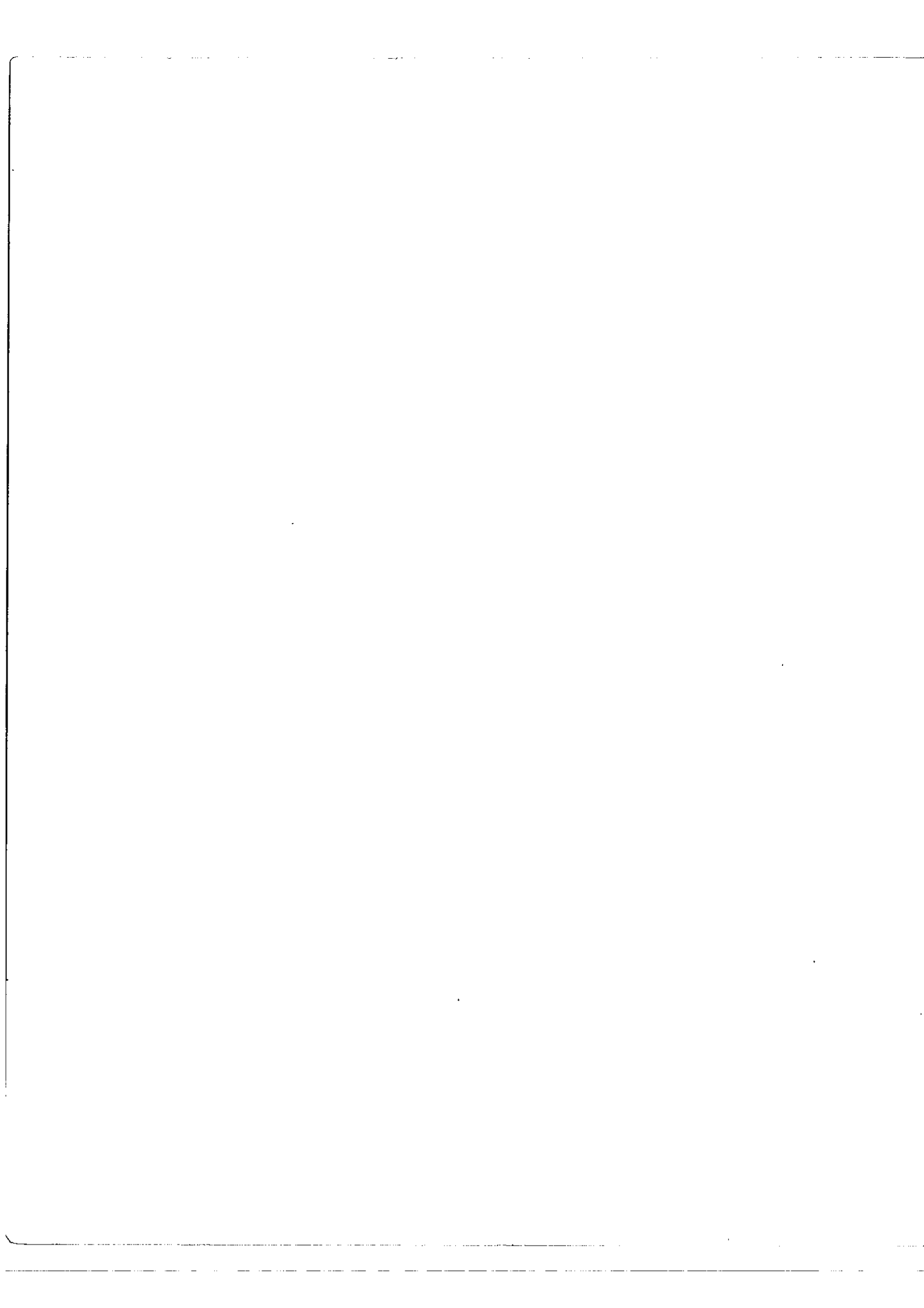
"DECOMPOSITION DES RAIES SPECTRALES PAR MODULATION EN HAUTE FREQUENCE"

---

Soutenue le

devant la Commission d'Examen

P A R I S   1 9 6 1



# CHAPITRE I

## INTRODUCTION

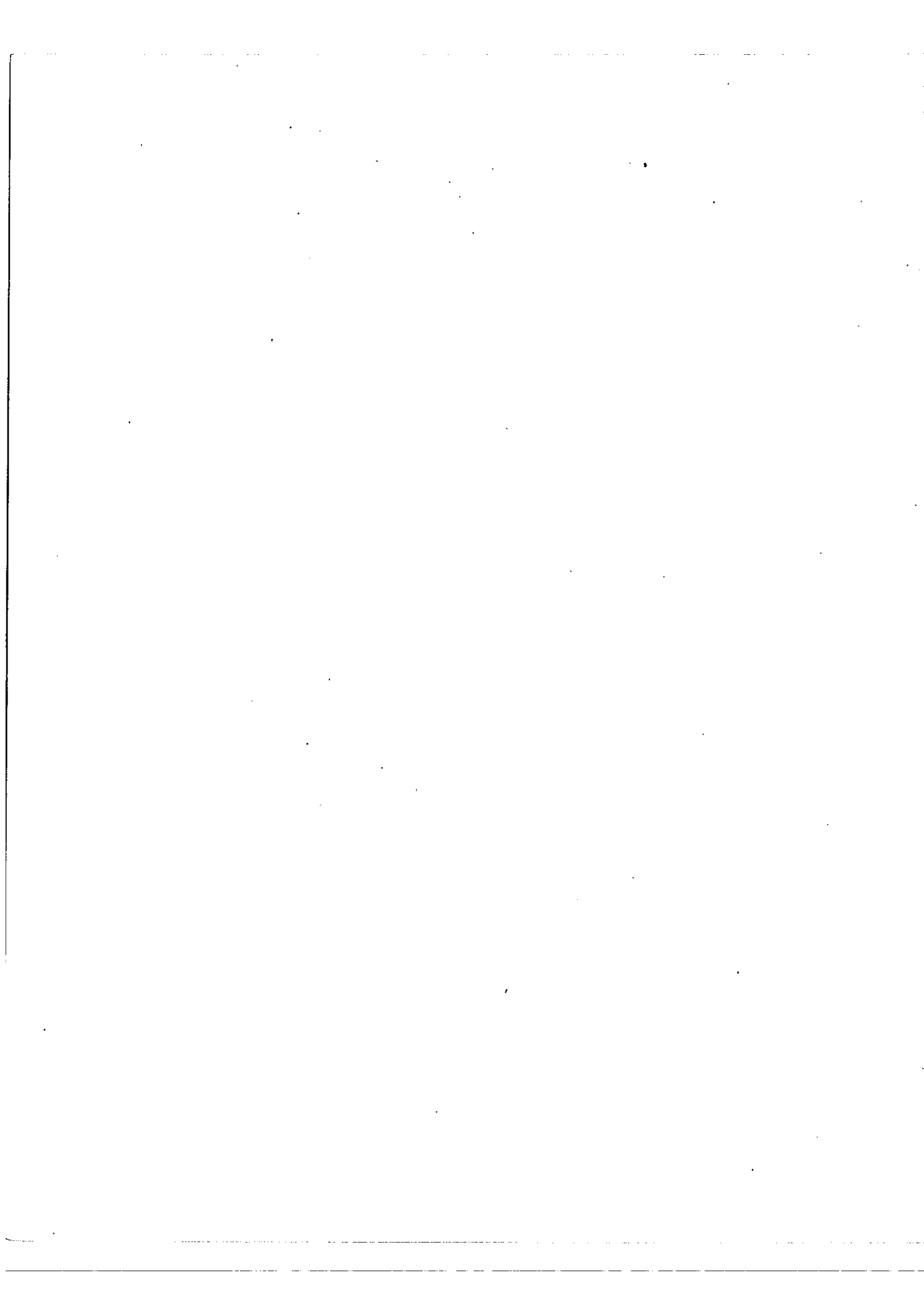
Le phénomène de l'apparition de bandes latérales par modulation d'une onde porteuse est bien connu aux fréquences radio-électriques où il joue un rôle pratique très important. Un effet analogue existe, à n'en pas douter, en optique : la modulation à une fréquence suffisamment élevée d'une raie suffisamment monochromatique doit faire apparaître de chaque côté de cette raie des satellites dont l'écart à la raie principale est égal à la fréquence de modulation. Cette décomposition n'a jamais été démontrée expérimentalement malgré une tentative due à Von Rupp [ 4 ] dont les résultats, d'ailleurs imprécis, sont fort discutés. La difficulté essentielle de l'expérience vient de ce que la largeur des raies optiques les plus fines que l'on sache produire au laboratoire (de l'ordre de 100 à 1000 MHz) est du même ordre de grandeur que la fréquence maximum d'utilisation du modulateur le plus rapide que l'on puisse utiliser en optique, la cellule de Kerr. On ne pourra dans ces conditions détecter qu'un léger élargissement et non une décomposition de la porteuse.

Bien que la démonstration de l'existence de cet effet n'apporte rien de nouveau du point de vue théorique, il nous a paru intéressant de la tenter. Une raison auxiliaire nous y a également poussés : l'expérience constitue un test relativement simple d'une proposition récente [ 5 ] suivant laquelle un interféromètre à ondes multiples, fonctionnant en filtre interférentiel peut être utilisé pour découper dans un spectre continu des raies artificielles arbitrairement fines ; l'emploi d'un tel interféromètre permet de tourner la difficulté mentionnée plus haut.



Le schéma de notre expérience est donc le suivant : un premier étalon interférentiel Fabry-Perot sphérique (F P S) , de 250 cm de longueur, recevant une raie large que l'on peut considérer comme un spectre continu, transmet un spectre cannelé ; la largeur des cannelures est voisine de 1 MHz , la lumière traverse ensuite une cellule de Kerr qui la module à une fréquence de l'ordre de 10 MHz, le spectre résultant est ensuite analysé par un deuxième étalon interférentiel identique au premier, mais dont l'épaisseur varie lentement en fonction du temps, son rôle est identique à celui du spectromètre F.P dont l'utilisation est maintenant classique, par exemple, pour l'étude des structures hyperfines. Le flux sortant du deuxième étalon est reçu par un photo-multiplicateur et enregistré.

Le plan de notre étude est le suivant : le CHAPITRE II traitera le problème de la modulation en radio, en particulier les différents modes de modulation, d'amplitude classique, d'amplitude avec suppression de la porteuse, à bande latérale unique, de fréquence ou de phase. Dans le CHAPITRE III nous étudierons la modulation en haute fréquence d'une raie optique, en examinant d'abord les conditions de fonctionnement du modulateur, la cellule de Kerr, dans chacun des modes de modulation précédente et ensuite le spectre de puissance de l'onde modulée dans chaque cas. Le CHAPITRE IV décrira de façon détaillée le principe, la réalisation de l'expérience et donnera les résultats obtenus. Enfin un cinquième chapitre traitera un problème différent de celui que nous venons de voir ; nous y reprenons une expérience de Fabry et Buisson [ 6 ] sur la détection de l'effet Döppler-Fizeau à l'échelle des petites vitesses ; expérience qui a été proposée par ses auteurs pour mesurer la vitesse de la lumière, nous verrons que l'utilisation des raies fines produites par le F P S permet de réaliser un gain très sensible dans la précision de la mesure.



## CHAPITRE II

### MODULATION ET BANDES LATÉRALES

#### 1) GENERALITES.-

En radio le domaine des fréquences audibles à transmettre va de 15 à 15000 HZ approximativement ; or il est impossible techniquement de transporter des oscillations à ces fréquences par ondes hertziennes, à cause de l'efficacité très réduite des antennes aux basses fréquences. Le problème est donc de translater le domaine de fréquence précédent au voisinage d'une fréquence beaucoup plus élevée, c'est ce que réalise la modulation. En effet, en modifiant soit l'amplitude, soit la fréquence ou la phase d'une onde haute fréquence, appelée porteuse, par le signal basse fréquence à transmettre, il est possible de le reconstituer à la réception en détectant les modifications apportées. Suivant la nature de la modification, on dira que la porteuse est modulée en amplitude ou en fréquence ou encore en phase.

#### 2) MODULATION D'AMPLITUDE.-

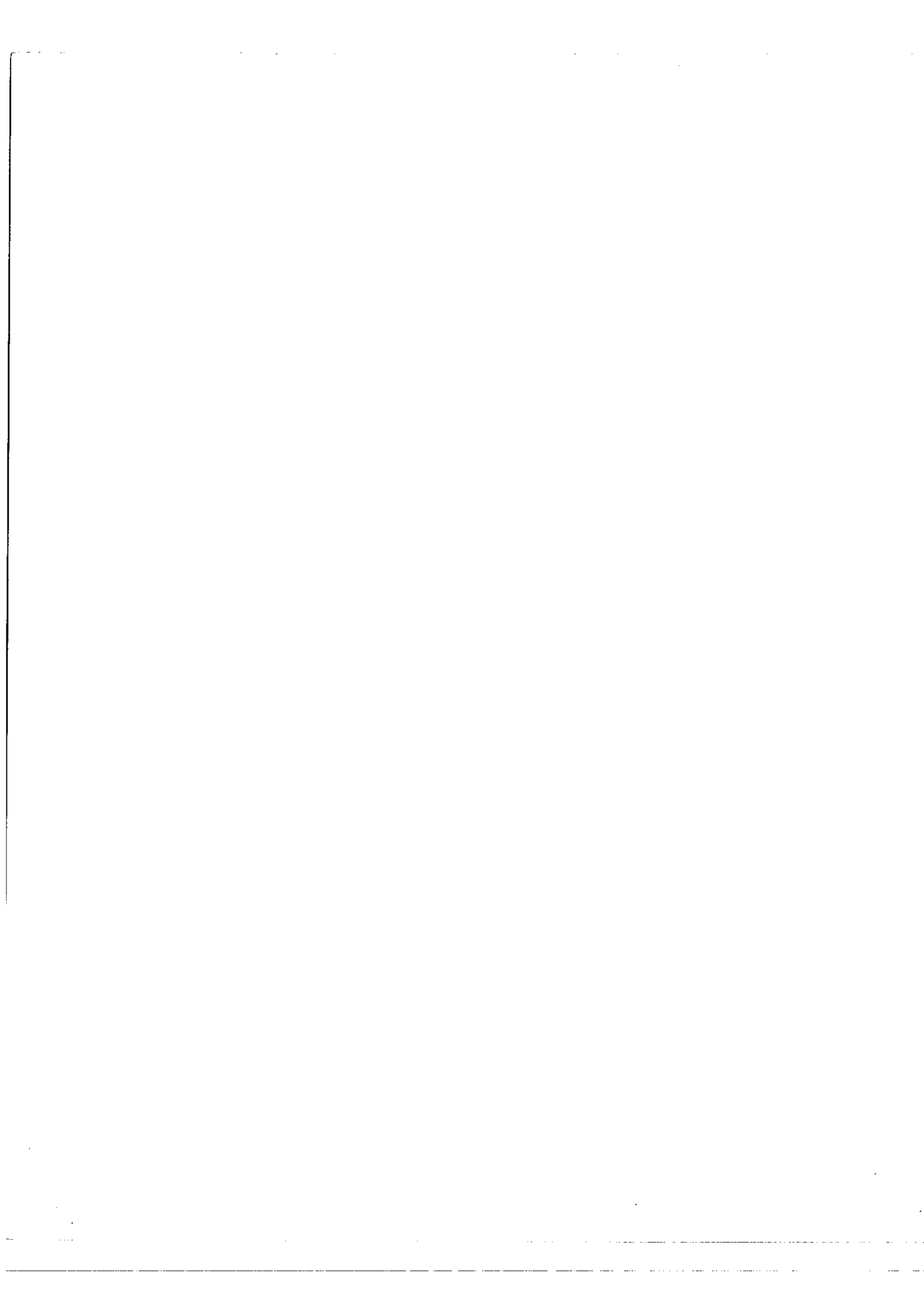
- A) La porteuse et le signal B.F sont des oscillations sinusoïdales pures -

L'onde modulée s'écrira :

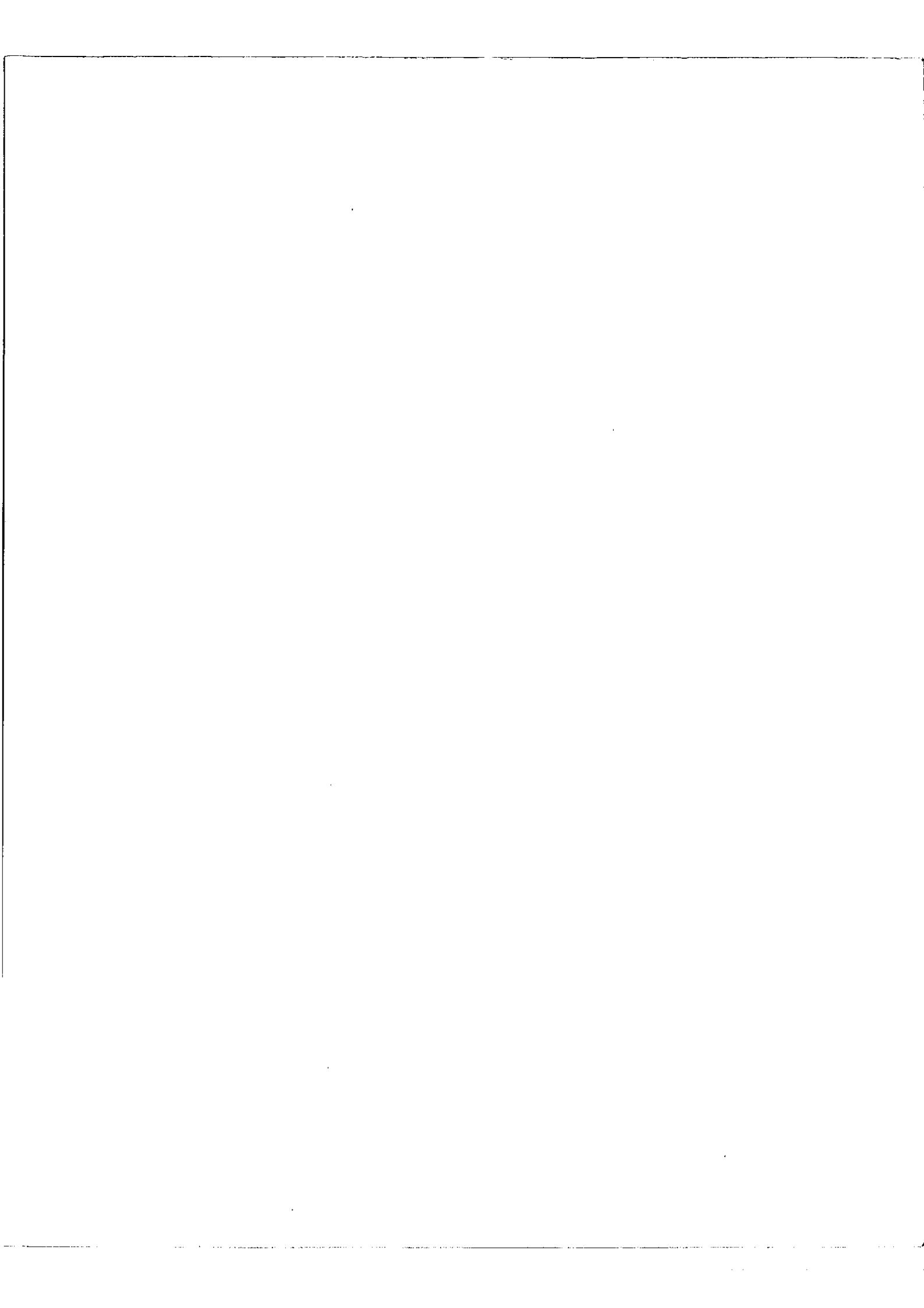
$$y(t) = (1 + m \cos 2\pi \Delta\nu_0 t) \cdot \sin 2\pi \nu_0 t$$

où  $\nu_0$  est la fréquence de la porteuse,  $\Delta\nu_0$  celle du signal B.F et  $m$  est le taux de modulation.

.../...







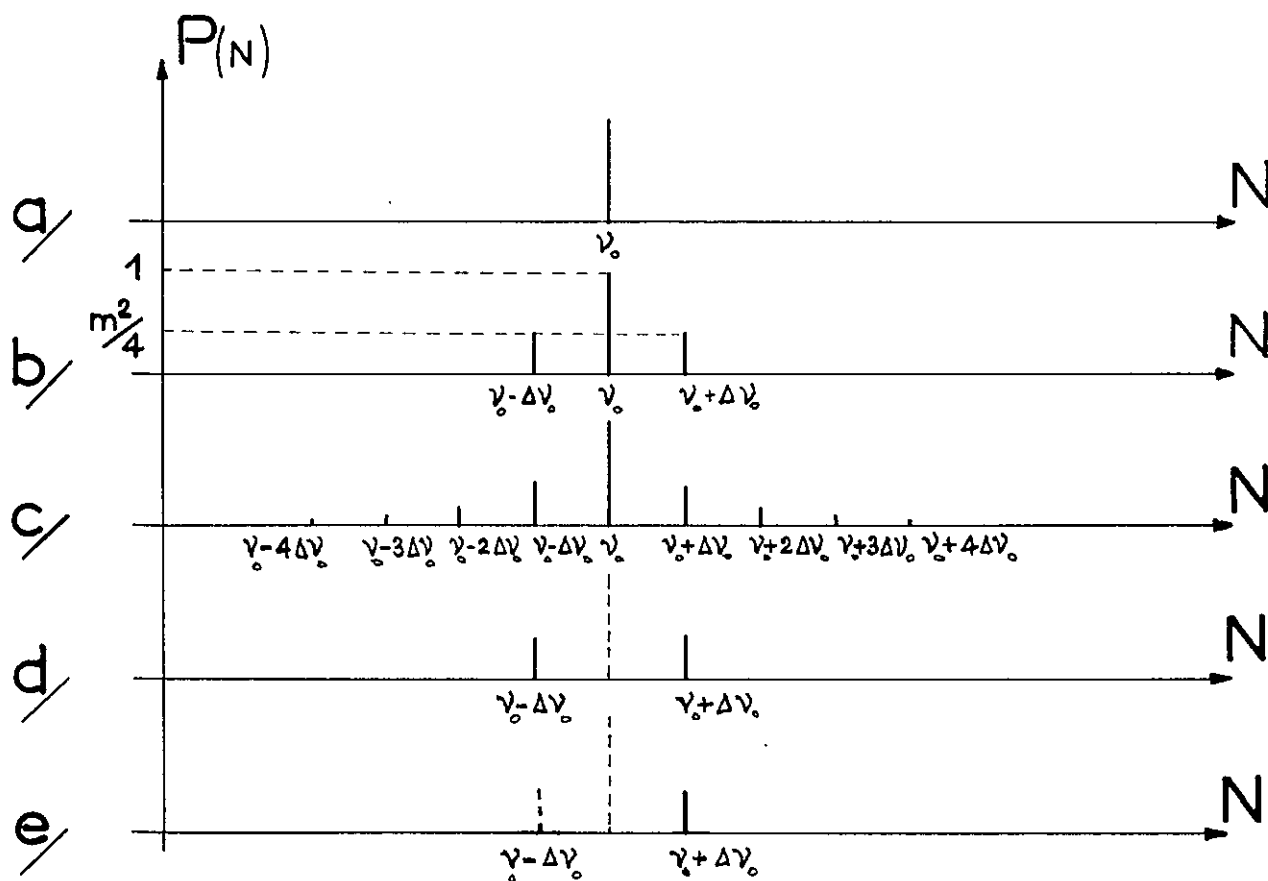


Fig 1 MODULATION D'AMPLITUDE

a | PORTEUSE SEULE

b | MODULATION D'AMPLITUDE CLASSIQUE

c | FONCTIONNEMENT NON LINEAIRE DU MODULATEUR

d | MODULATION D'AMPLITUDE A SUPPRESSION DE LA PORTEUSE

e | MODULATION A BANDE LATERALE UNIQUE

On peut encore l'écrire :

$$y(t) = \sin 2\pi\nu_0 t + \frac{m}{2} \sin 2\pi(\nu_0 + \Delta\nu_0)t + \frac{m}{2} \sin 2\pi(\nu_0 - \Delta\nu_0)t$$

Nous avons ainsi décomposé le signal H.F de fréquence  $\nu_0$  , en deux bandes latérales de fréquence  $(\nu_0 \pm \Delta\nu_0)$  , en modifiant son amplitude par l'onde B.F de fréquence  $\Delta\nu_0$  .

Le spectre de puissance dans ce cas simple se présentera sous la forme de

3 "raies", pour employer un terme optique, (fig. 1.b) :

- une porteuse de fréquence  $\nu_0$  , d'intensité 1
- deux bandes latérales de fréquence  $(\nu_0 \pm \Delta\nu_0)$  d'intensité relative  $\frac{m^2}{4}$  .

- B) Le signal B.F est périodique et la porteuse une oscillation sinusoïdale pure -

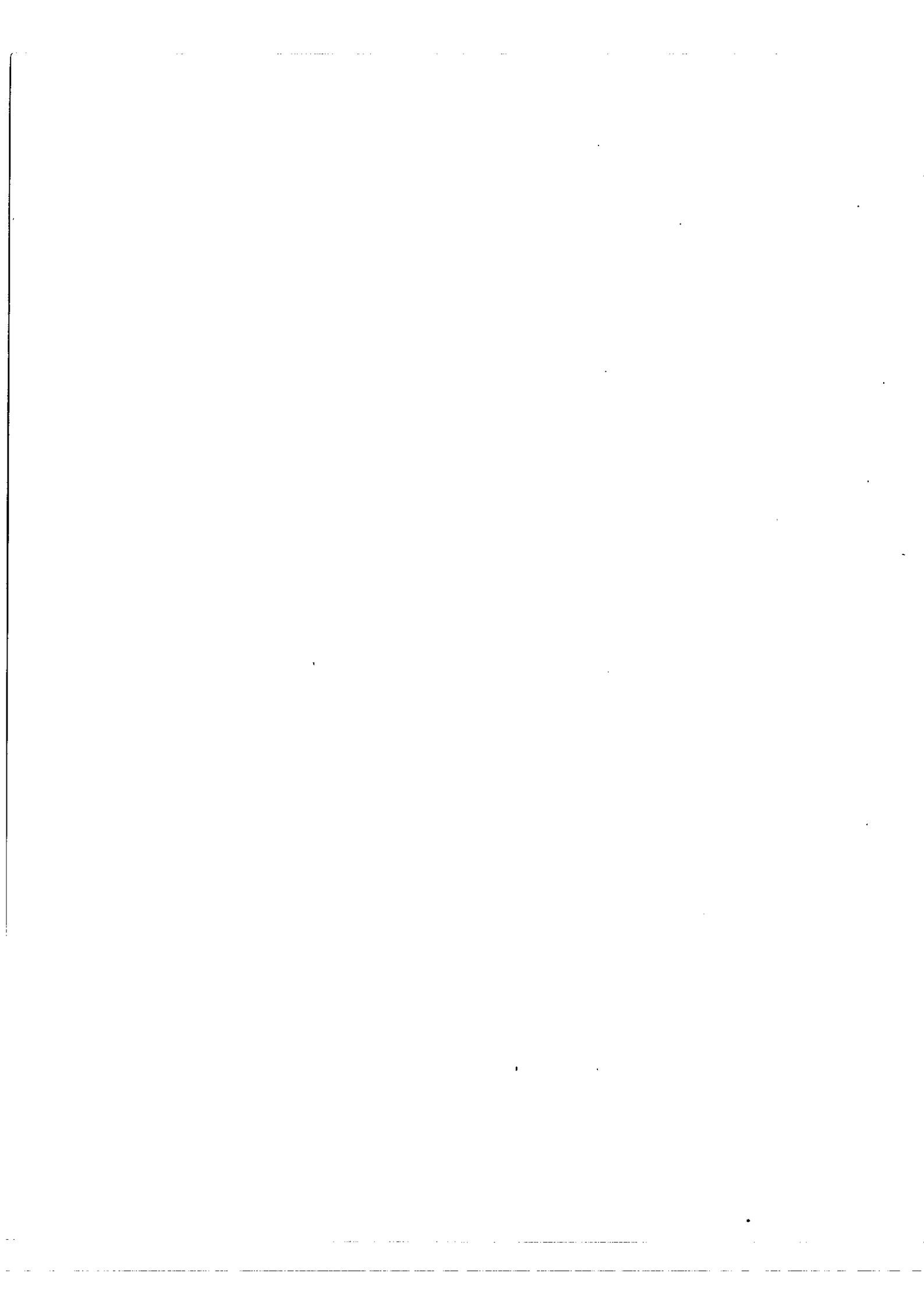
Nous verrons que ce cas correspondra, dans l'expérience de modulation d'une raie optique, à un fonctionnement non linéaire du modulateur.

Soit  $f(t)$  la forme de ce signal B.F . Nous pouvons le décomposer en série de Fourier :

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos 2\pi n \Delta\nu_0 t + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin 2\pi n \Delta\nu_0 t$$

Nous avons ainsi des oscillations sinusoïdales de fréquence  $n \Delta\nu_0$  ; le calcul précédent s'applique à chacune d'elles;

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos 2\pi n \Delta\nu_0 t) \cdot \sin 2\pi\nu_0 t + \sum_{n=0}^{\infty} (b_n \sin 2\pi n \Delta\nu_0 t) \cdot \sin 2\pi\nu_0 t$$



Le spectre de fréquence de l'onde modulée, contenant outre les "raies" précédentes, des "raies" de fréquence  $(\nu_0 \pm n \Delta \nu_0)$  est plus étendu (fig. 1 c).

- C) Le signal B.F est sinusoïdal et la porteuse une oscillation sinusoïdale amortie -

Ce cas est d'un intérêt pratique nul en radio mais non en optique où l'onde lumineuse est précisément une onde amortie. Nous le traiterons donc en prévision de ce qui va suivre.

- a) Considérons tout d'abord la porteuse seule, qui peut être émise par un oscillateur de Hertz (fig. 2 a). La vibration correspondante s'écrira :

$$\begin{aligned} \text{pour } -\infty < t & \quad g(t) = 0 \\ \text{pour } 0 < t < \infty & \quad g(t) = e^{-(\delta \nu_0)t} \cdot \sin 2\pi \nu_0 t \end{aligned}$$

Le facteur  $\delta \nu_0$  correspond au facteur d'amortissement habituel. Si  $\tau$  est le temps au bout duquel l'amplitude tombe à  $\frac{1}{2}$  de sa valeur, nous aurons  $\delta \nu_0 = \frac{1}{\tau}$ ;  $\delta \nu_0$  est donc intervalle de fréquences.

Cherchons le spectre de puissance de  $g(t)$  ; en calculant d'abord la transformée de Fourier :

$$G(N) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2\pi i N t} dt = \int_0^{+\infty} g(t) e^{-2\pi i N t} dt$$

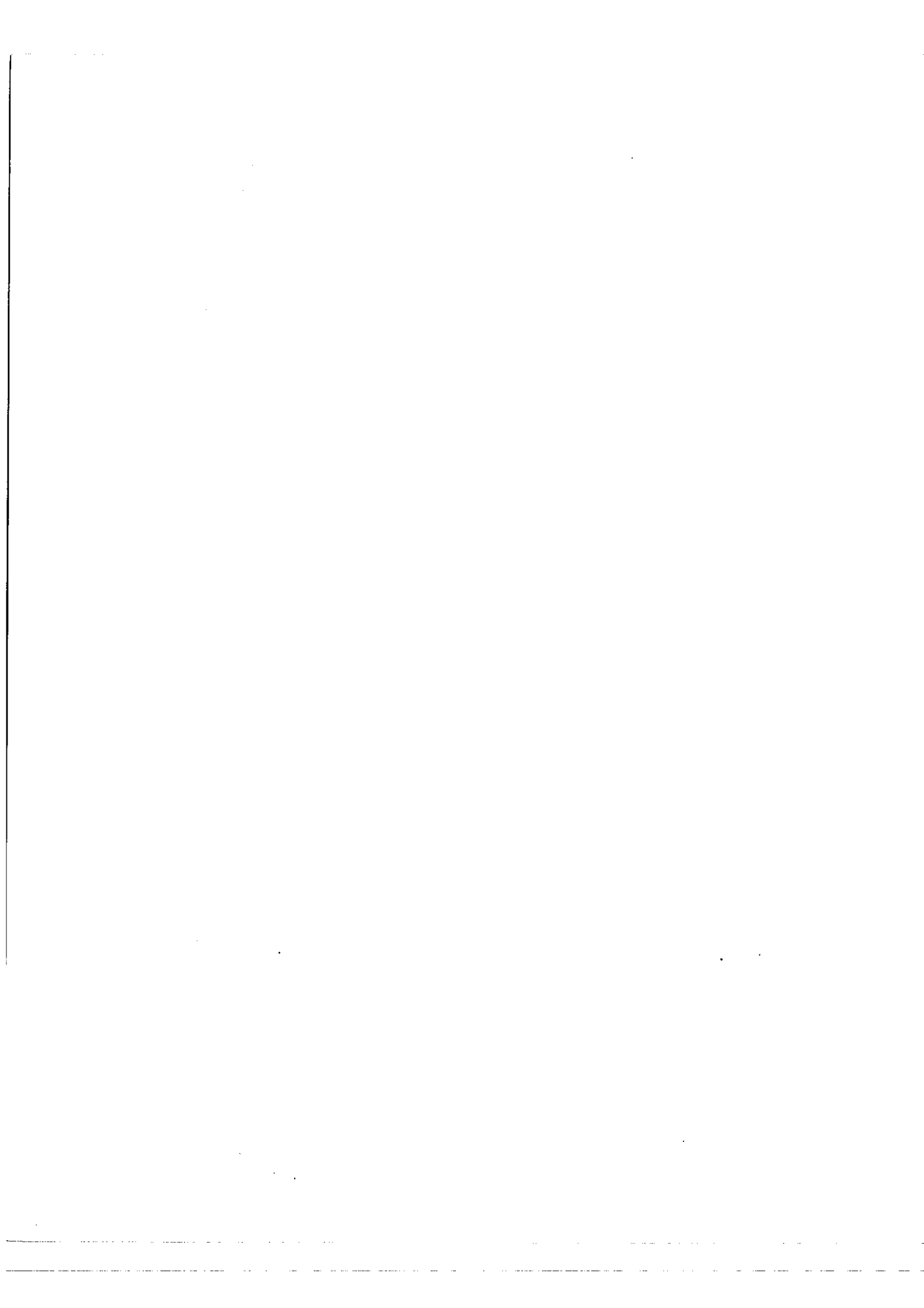
Soit :

$$G(N) = \int_0^{+\infty} \left[ e^{-(\delta \nu_0)t} \sin 2\pi \nu_0 t \right] e^{-2\pi i N t} dt$$

où  $N$  est une fréquence variable ;  $N \geq 0$

D'où :

$$G(N) = \frac{1}{2i} \left\{ \left[ \frac{1}{\delta \nu_0 + 2\pi i (N - \nu_0)} \right] - \left[ \frac{1}{\delta \nu_0 + 2\pi i (N + \nu_0)} \right] \right\}$$





5.b

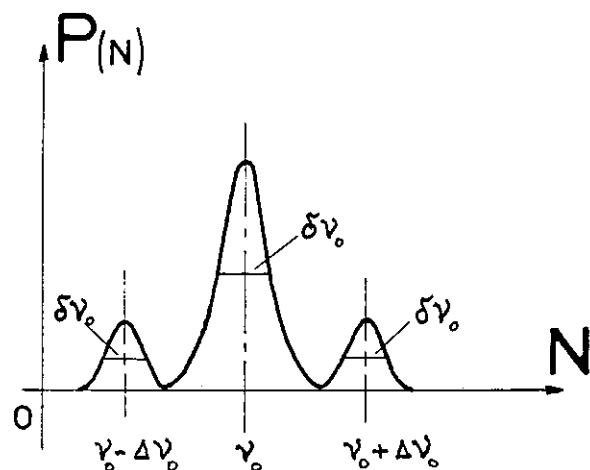
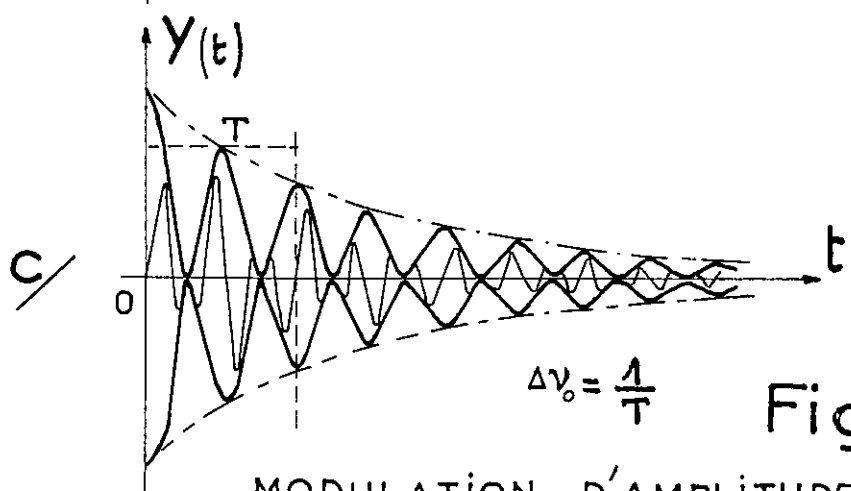
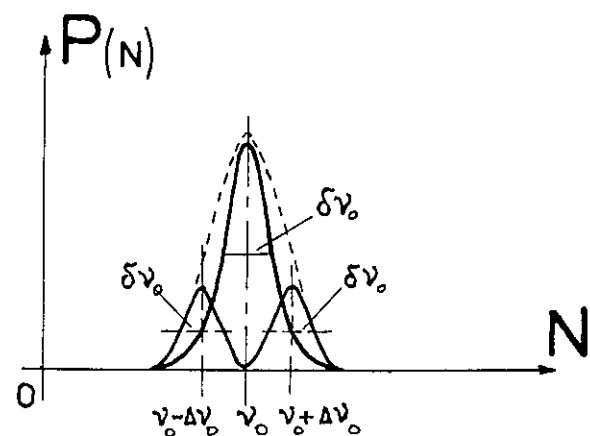
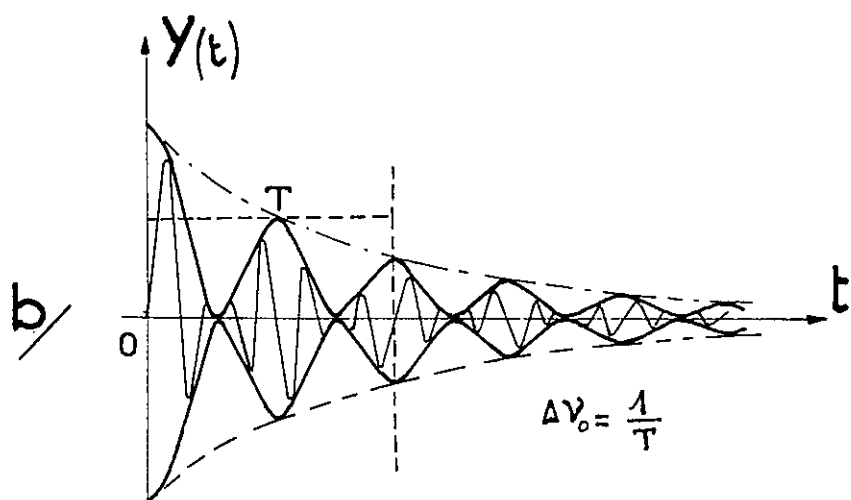
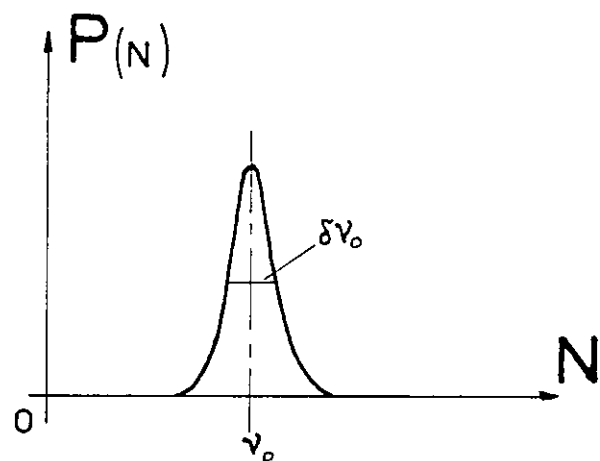
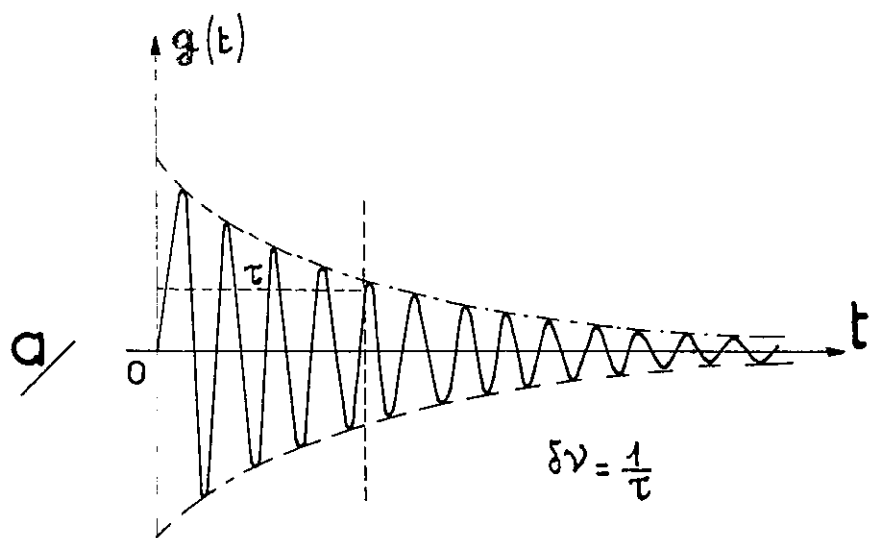


Fig 2

MODULATION D'AMPLITUDE D'UNE ONDE SINUSOÏDALE AMORTIE

a/ PORTEUSE SEULE : VIBRATION ET SPECTRE CORRESPONDANT

b/ PORTEUSE MODULEE :  $\Delta\nu_0 \leq \delta\nu_0$  " "

c/ PORTEUSE MODULEE :  $\Delta\nu_0 > \delta\nu_0$  " "



N étant positive et  $\nu_0$  une fréquence très élevée, le deuxième terme est négligeable devant le premier, car :

$$\left| \frac{1}{\delta\nu_0 + 2\pi i (N + \nu_0)} \right| < \frac{1}{2\pi} \times \frac{1}{(N + \nu_0)^{1/2}}$$

Nous avons donc :

$$G(N) = \frac{1}{2i} \left[ \frac{1}{\delta\nu_0 + 2\pi i (N - \nu_0)} \right]$$

A,  $G(N)$ , correspond le spectre de puissance P(N) :

$$P(N) = G(N) G^*(N) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{(\delta\nu_0)^2 + 4\pi^2 (N - \nu_0)^2}$$

Soit une distribution continue d'intensité, ou une "raie" de largeur à mi-hauteur  $\delta\nu_0$ , centrée sur la fréquence  $\nu_0$ , et d'intensité  $\frac{1}{4(\delta\nu_0)^2}$  (fig. 2.a).

- b) Supposons maintenant que l'on module l'amplitude de la porteuse par un signal B.F, sinusoïdal pur, de fréquence  $\Delta\nu_0$ . L'onde modulée a la forme :

$$y(t) = (1 + m \cos 2\pi \Delta\nu_0 t) e^{-(\delta\nu_0)t} \sin 2\pi \nu_0 t \quad (\text{fig. 2.b, 2.c})$$

Soit :

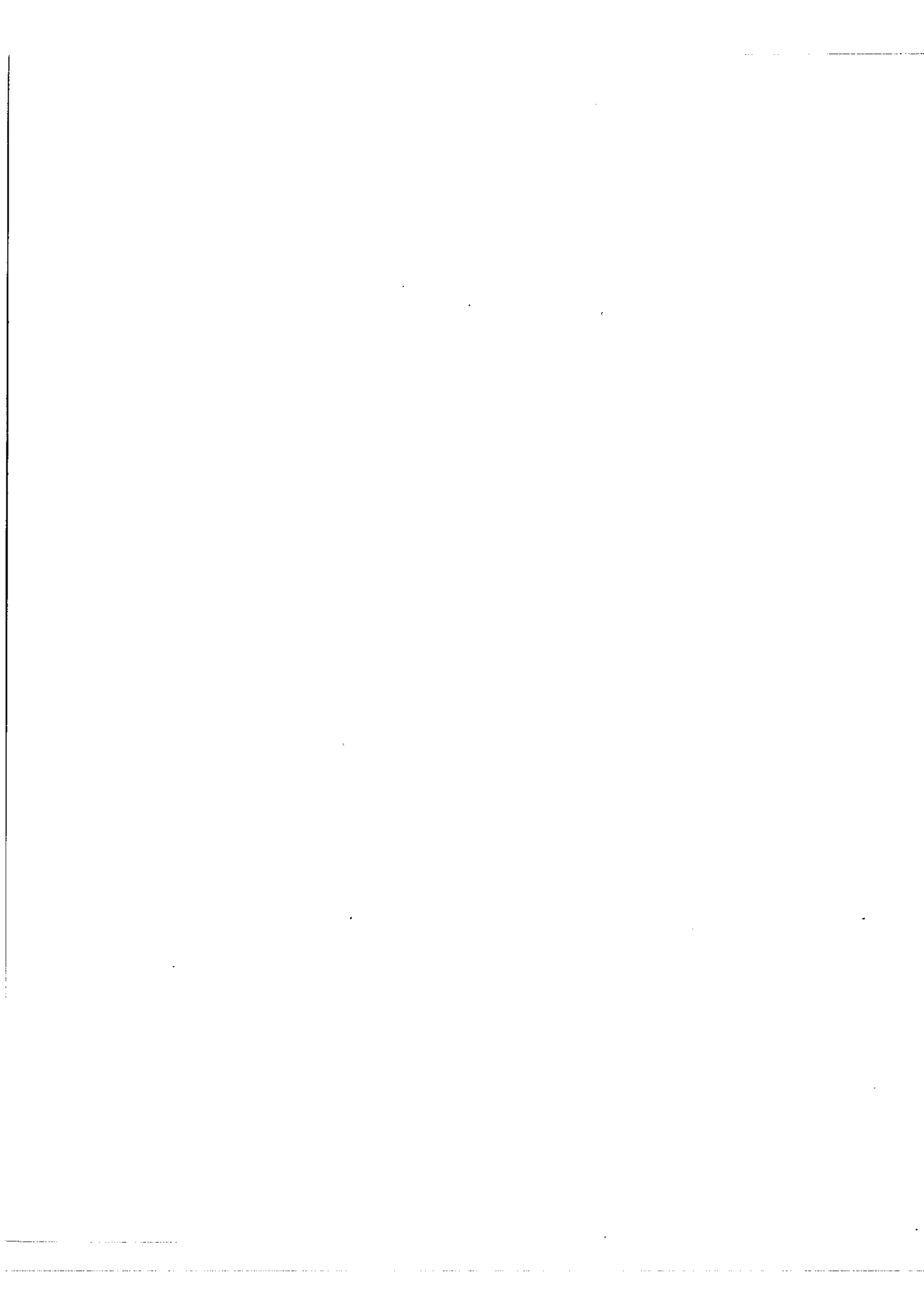
$$y(t) = e^{-(\delta\nu_0)t} \sin 2\pi \nu_0 t + \frac{m}{2} e^{-(\delta\nu_0)t} \sin 2\pi(\nu_0 + \Delta\nu_0)t + \frac{m}{2} e^{-(\delta\nu_0)t} \sin 2\pi(\nu_0 - \Delta\nu_0)t$$

Expression qui est de la forme :

$$y(t) = g(\nu_0, t) + \frac{m}{2} g(\nu_0 + \Delta\nu_0, t) + \frac{m}{2} g(\nu_0 - \Delta\nu_0, t)$$

Le spectre de puissance de y s'obtient en cherchant d'abord sa transformée de Fourier :

$$G(N) = \int_{-\infty}^{+\infty} y e^{-2\pi i N t} dt = \int_0^{+\infty} y e^{-2\pi i N t} dt$$



Soit :

$$G(N) = \int_0^{+\infty} \left[ g(\nu_0, t) + \frac{m}{2} g(\nu_0 - \Delta\nu_0, t) + \frac{m}{2} g(\nu_0 + \Delta\nu_0, t) \right] e^{-2\pi i N t} dt$$

Il suffit donc de translater la transformée de Fourier  $G(N)$  de  $g(\nu_0, t)$ , deux fois de  $(-\Delta\nu_0)$  et de  $(+\Delta\nu_0)$  sur l'échelle des fréquences.

Le spectre de puissance de l'onde modulée se composera donc de 3 "raies" de largeur  $\delta\nu_0$ , d'intensité  $\frac{1}{4(\delta\nu_0)^2}$  et  $\frac{m^2}{16(\delta\nu_0)^2}$  séparées de  $\Delta\nu_0$

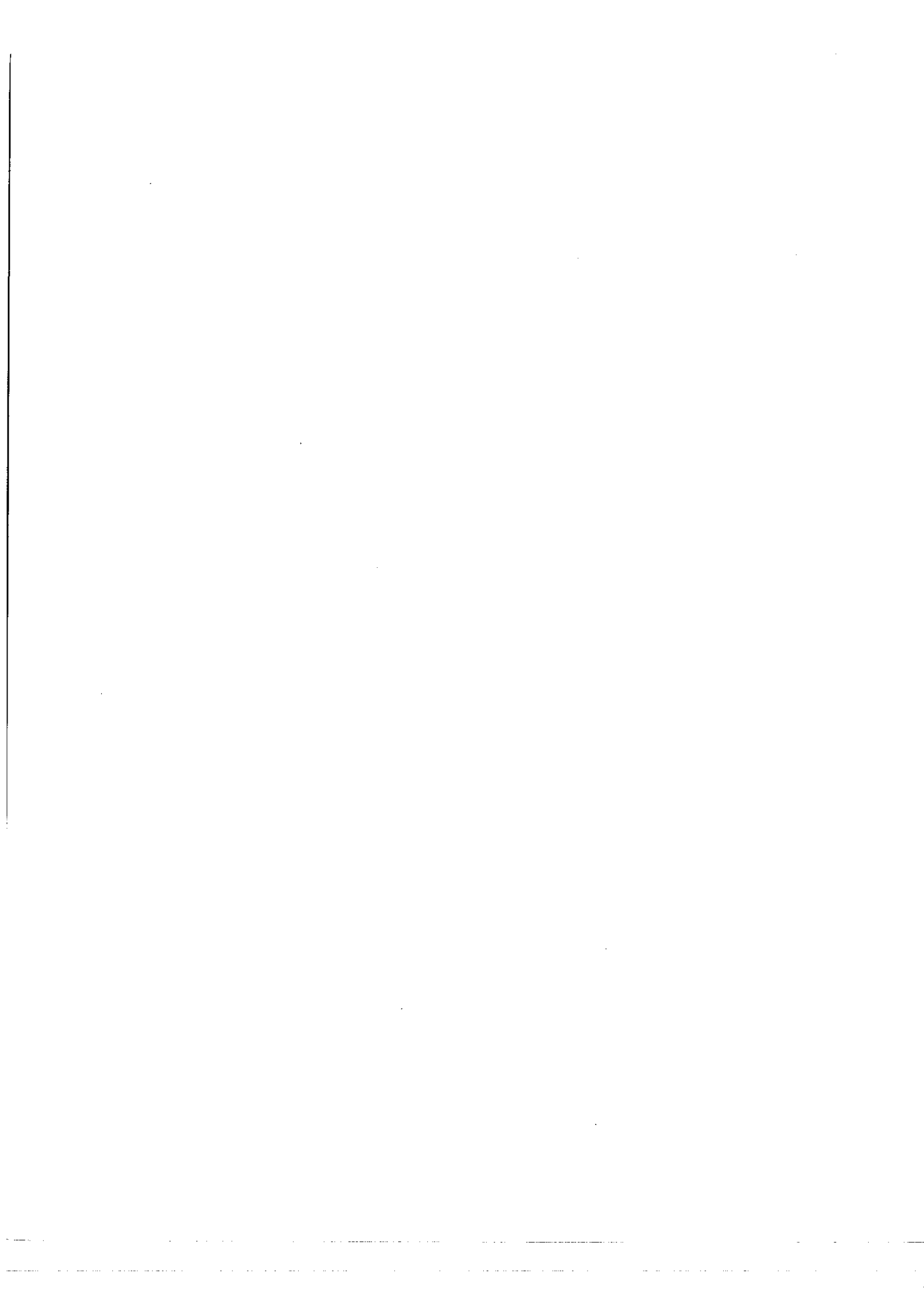
L'intensité relative des bandes latérales est encore  $\frac{m^2}{4}$  (fig. 2b - 2c).

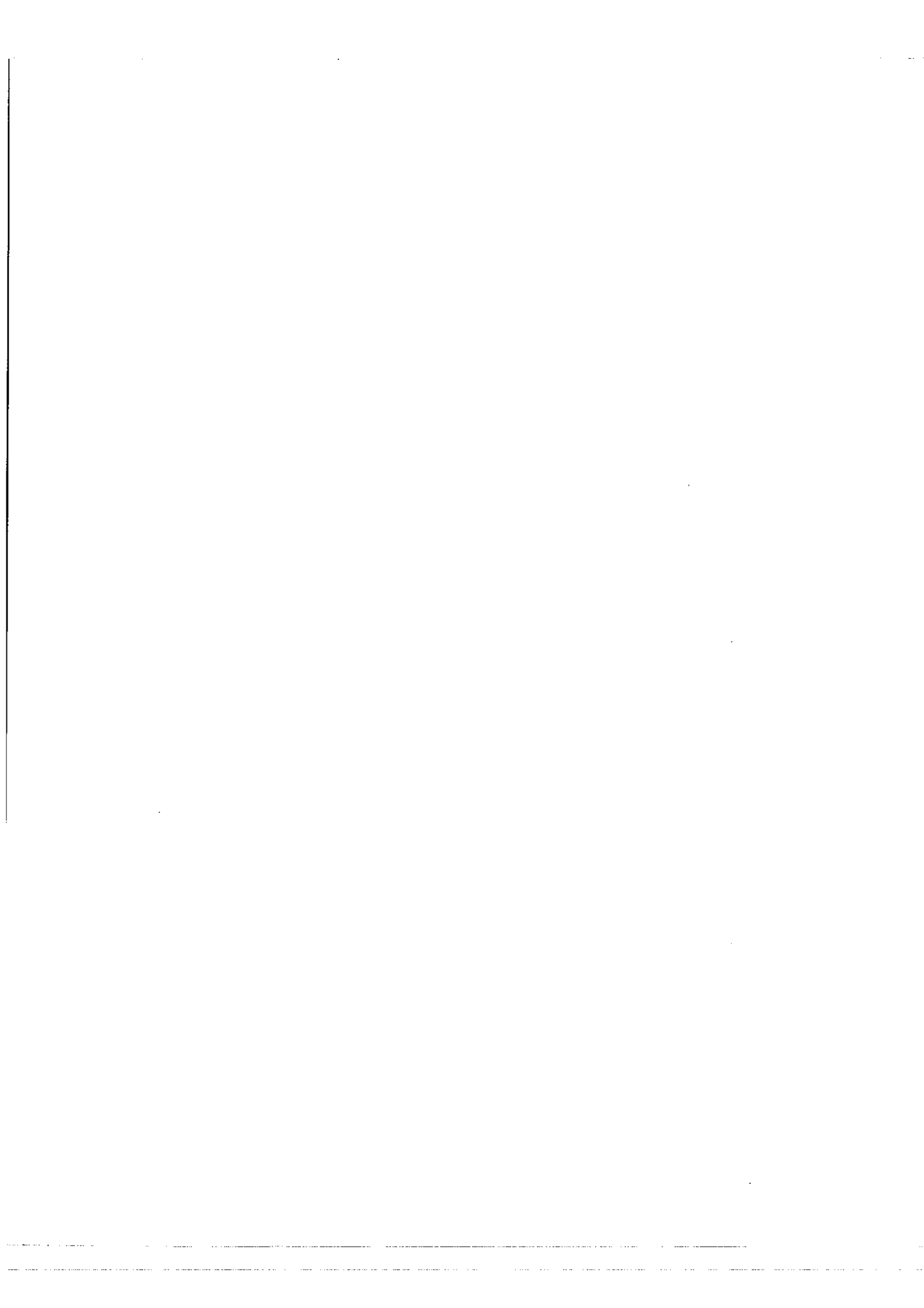
- c) Nous pouvons prévoir, à priori, que la modulation en amplitude d'une raie optique de fréquence  $\nu_0$ , de largeur  $\delta\nu_0$ , à une fréquence  $\Delta\nu_0$ , fera apparaître théoriquement deux raies latérales, d'intensité plus faible, de fréquence  $(\nu_0 \pm \Delta\nu_0)$  et de même largeur  $\delta\nu_0$ . La mise en évidence de ce spectre n'est facile que si  $\Delta\nu_0 > \delta\nu_0$  (fig. 2.c) ; or en utilisant une raie naturelle et le modulateur le plus rapide (la cellule de Kerr) ces deux quantités sont du même ordre ( $10^2$  à  $10^3$  MHz) : on n'observera qu'un faible élargissement de la raie modulée (fig. 2.b), ainsi que nous le verrons en discutant l'expérience de Von Rupp.

### 3) MODULATION D'AMPLITUDE A SUPPRESSION DE LA PORTEUSE.-

On sait que la modulation à suppression de la porteuse permet de ne dépenser que l'énergie utile, transportée dans les bandes latérales qui contiennent seules les informations nécessaires à la reconstitution du signal B.F à transmettre. Nous avons vu que l'intensité relative des bandes latérales est  $\frac{m^2}{4}$  ; dans une modulation à 100 % ( $m = 1$ ) la porteuse consomme 4 fois plus de puissance qu'une bande latérale, on réalise donc un gain important en la supprimant.

.../...





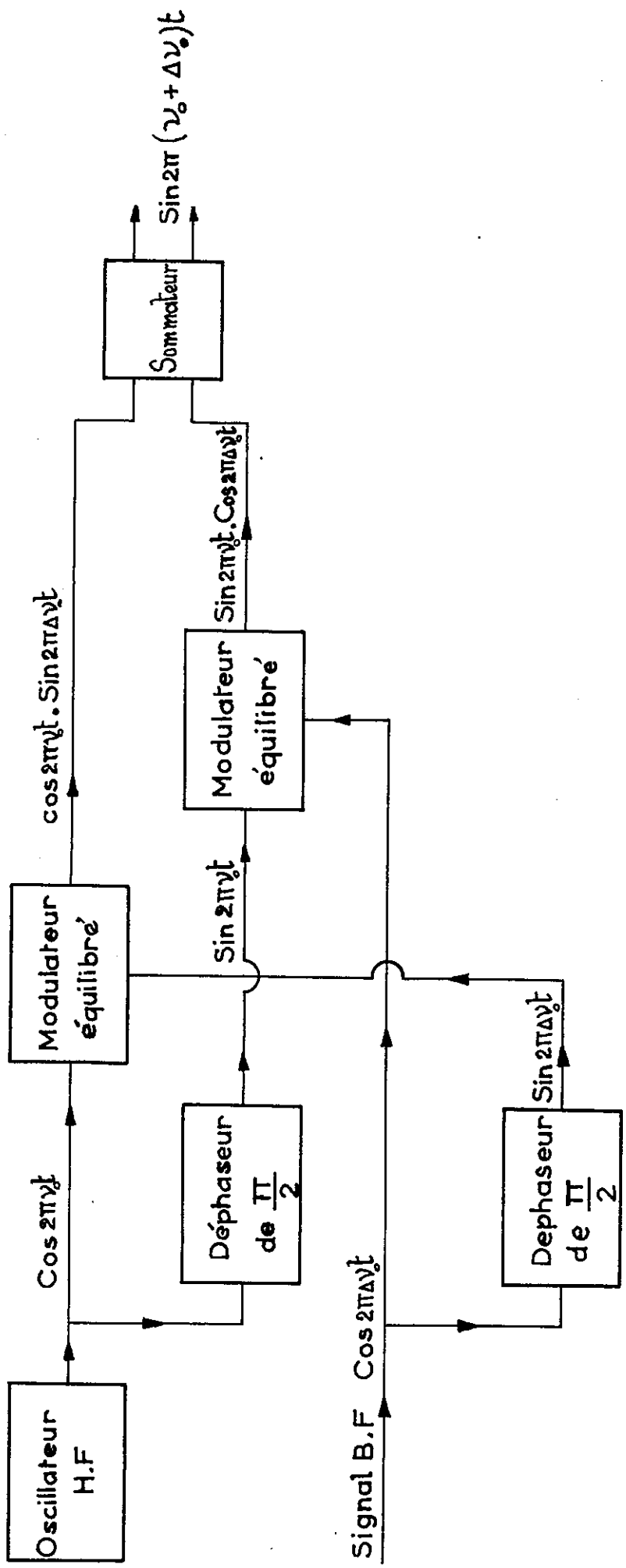
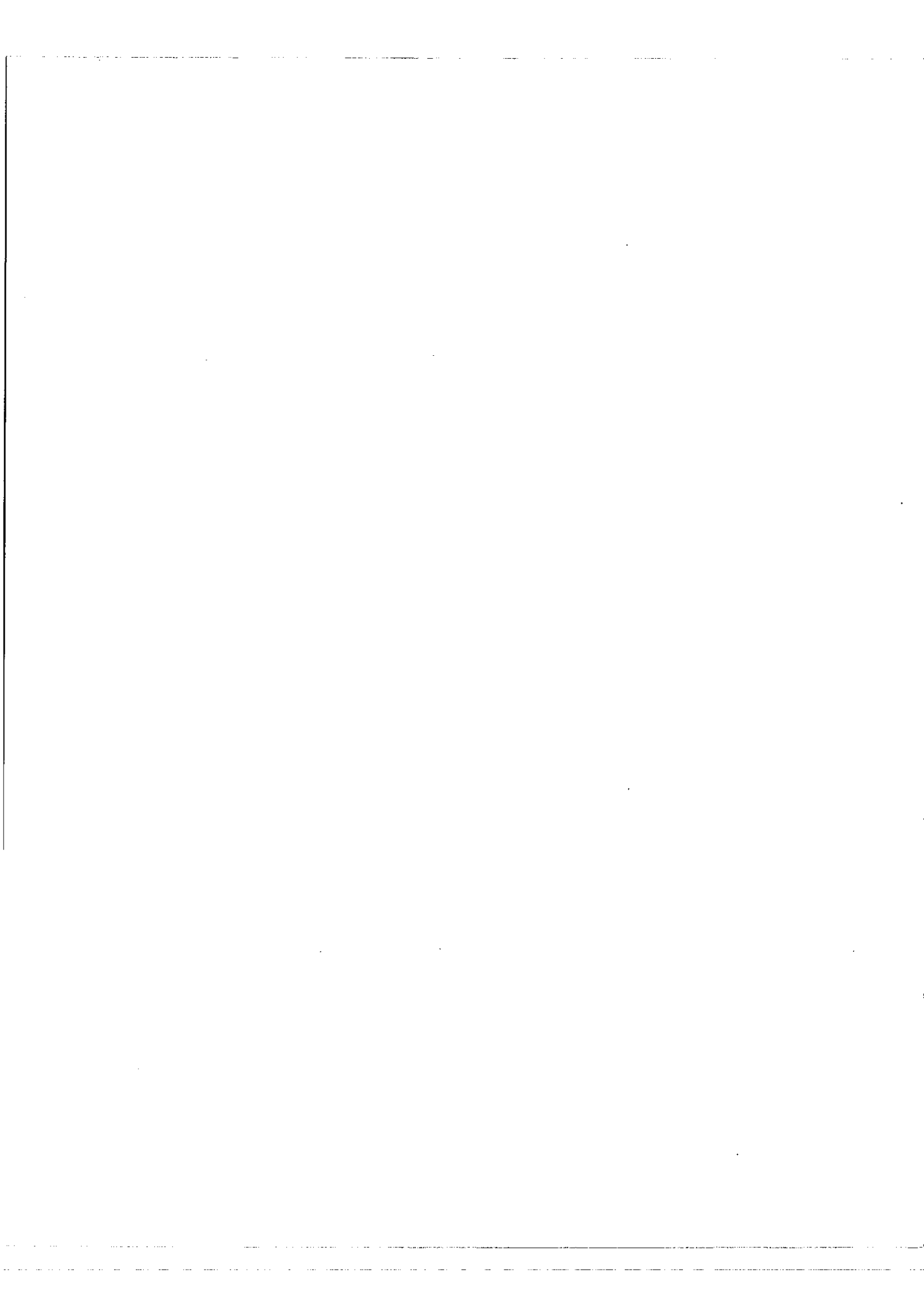


Fig. 4

DISPOSITIF DE MODULATION À BANDE LATÉRALE UNIQUE



7.b

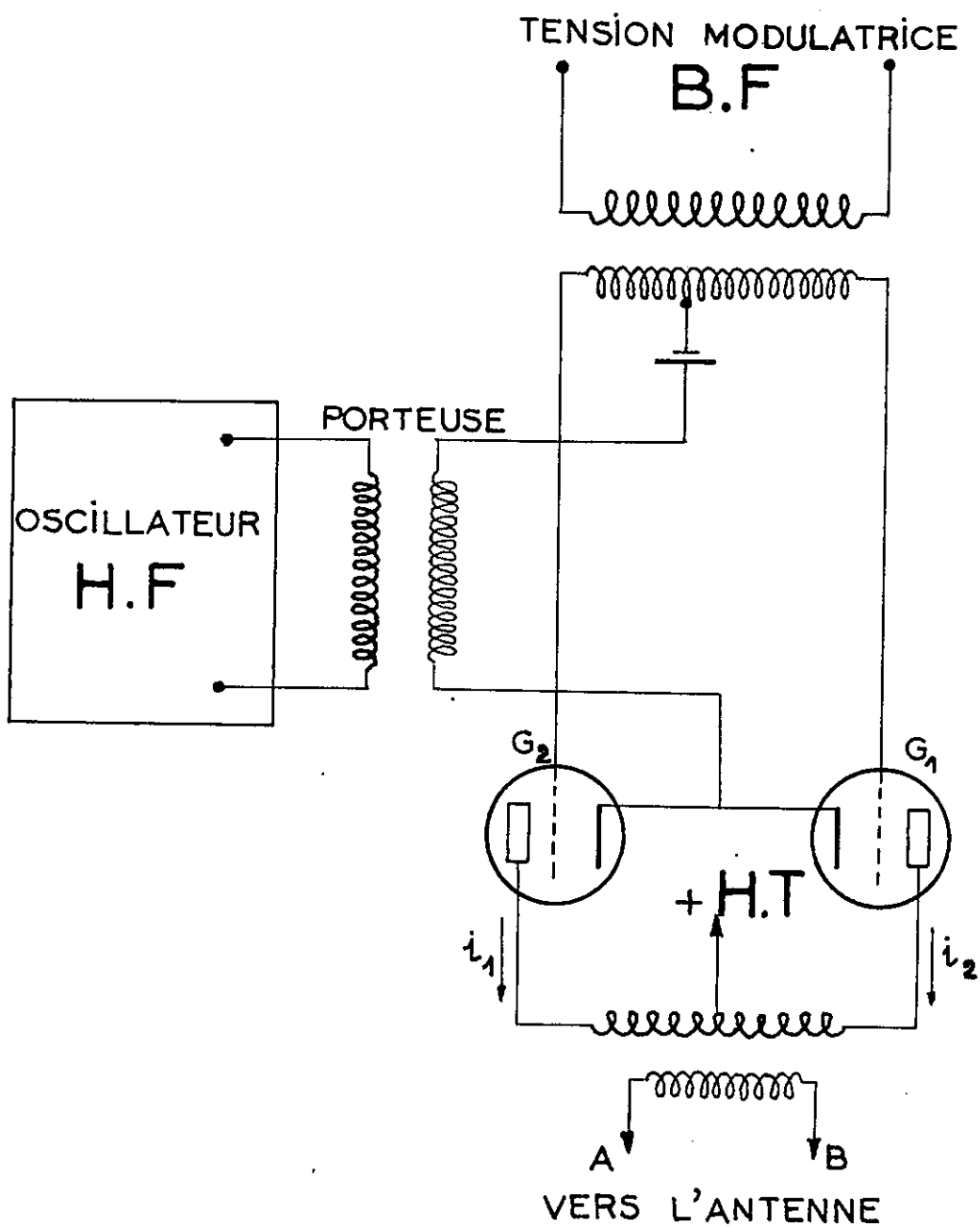


Fig. 3

DISPOSITIF DE MODULATION A SUPPRESSION  
DE LA PORTEUSE



Elle peut être supprimée par compensation dans un système de modulation équilibrée (fig.3). On écrira maintenant que le signal B.F. est de la forme  $(m \cos 2\pi \Delta \nu_0 t)$  et non plus  $(1 + m \cos 2\pi \Delta \nu_0 t)$  ; l'onde modulée s'écrira alors :

$$y(t) = (m \cos 2\pi \Delta \nu_0 t) \sin 2\pi \nu_0 t$$

ou encore :

$$y(t) = \frac{m}{2} \sin 2\pi(\nu_0 + \Delta \nu_0)t + \frac{m}{2} \sin 2\pi(\nu_0 - \Delta \nu_0)t$$

Le spectre de puissance de l'onde modulée se compose donc de deux bandes latérales de fréquence  $(\nu_0 \pm \Delta \nu_0)$  et d'intensité  $\frac{m^2}{4}$  (fig. 1.d)

4) MODULATION A BANDE LATÉRALE UNIQUE.-

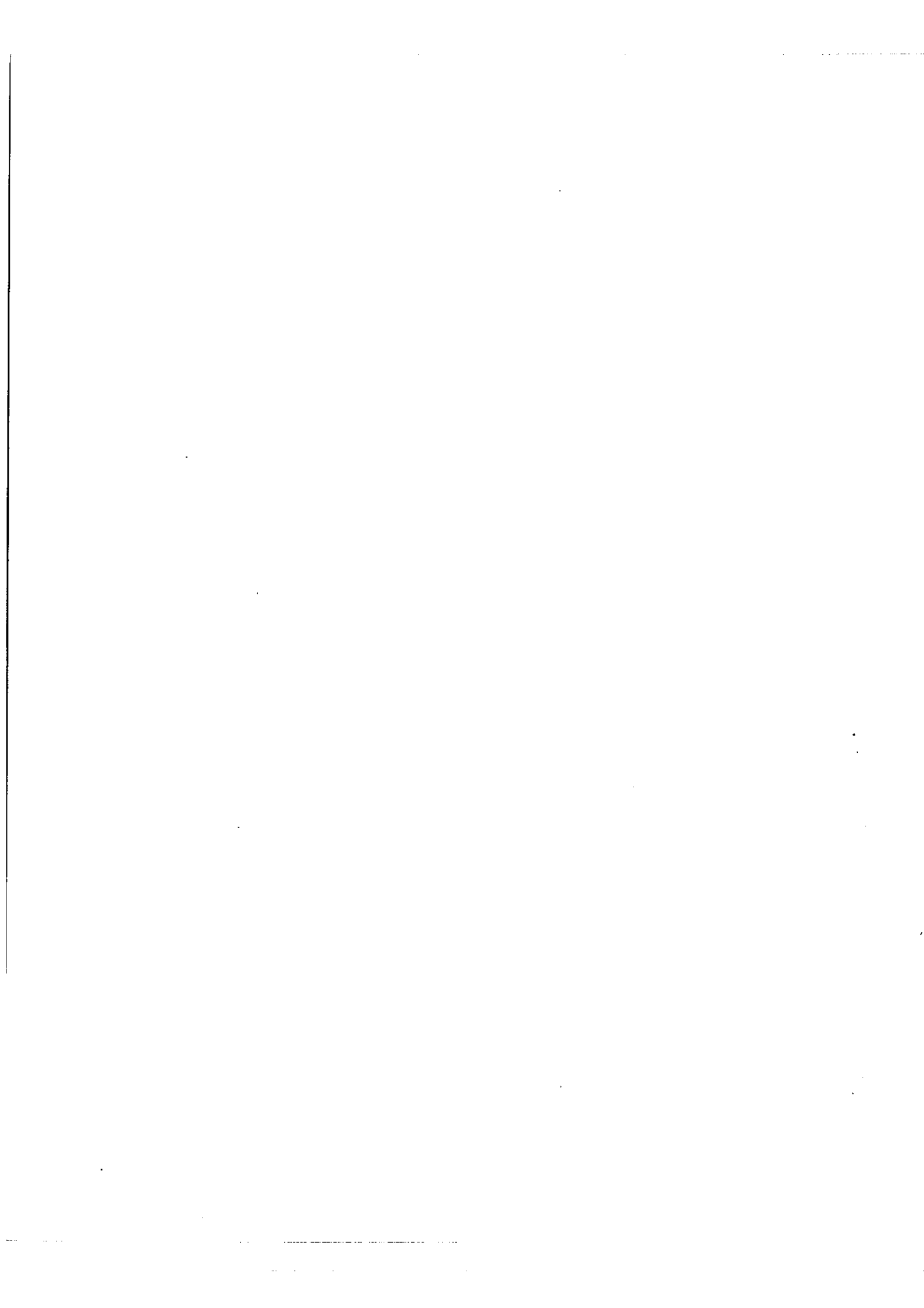
On peut encore aller plus loin en supprimant une des deux bandes latérales dans l'onde modulée. On ne réalise pas un gain de puissance par rapport à la modulation symétrique, mais on réduit de moitié la bande de fréquences occupées.

Pour réaliser ce mode de modulation, en téléphonie, on utilise souvent la modulation avec suppression de la porteuse et on supprime ensuite une des deux bandes latérales par un filtre. On peut encore utiliser un dispositif qui reconstitue l'expression désirée pour l'onde modulée, soit  $\sin 2\pi(\nu_0 + \Delta \nu_0)t$  par exemple (fig.4). Cette expression développée donne :

$$y(t) = \sin 2\pi(\nu_0 + \Delta \nu_0)t = \sin 2\pi \nu_0 t \cdot \cos 2\pi \Delta \nu_0 t + \cos 2\pi \nu_0 t \sin 2\pi \Delta \nu_0 t$$

L'onde H.F, et le signal B.F déphasé de  $\frac{\pi}{2}$  sont envoyés dans un modulateur équilibré, à sa sortie on obtient le deuxième terme du second membre. On obtient le premier terme en envoyant dans un second modulateur équilibré l'onde H.F

.../...



déphasée de  $\frac{\pi}{2}$  et le signal B.F. Les sorties des modulateurs sont envoyées à un sommateur qui fournit à la sortie le signal  $\sin 2\pi(\nu_0 + \Delta\nu_0)t$

Le spectre de puissance de l'onde modulée est représenté sur la (fig. 1.e).

### 5) MODULATION DE PHASE OU DE FREQUENCE.-

Ces deux modes de modulation sont complémentaires, en ce sens que toute modification de la phase de l'onde porteuse entraîne une modification de sa fréquence instantanée et réciproquement. Nous ne considérons ici que la modulation de phase parce qu'elle correspond plus directement au problème optique que nous traiterons plus loin.

Nous ne considérons, pour faire le calcul de ce mode de modulation, que le cas simple d'une porteuse et d'un signal B.F sinusoidal pur. Les deux autres cas traités en modulation d'amplitude se calculeront ici de la même façon, en particulier lorsque la porteuse est une raie de largeur  $\delta\nu_0$  les bandes latérales sont des raies de même largeur.

Dans le cas simple traité ici, l'onde modulée aura pour expression :

$$y(t) = \sin(2\pi\nu_0 t + m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t)$$

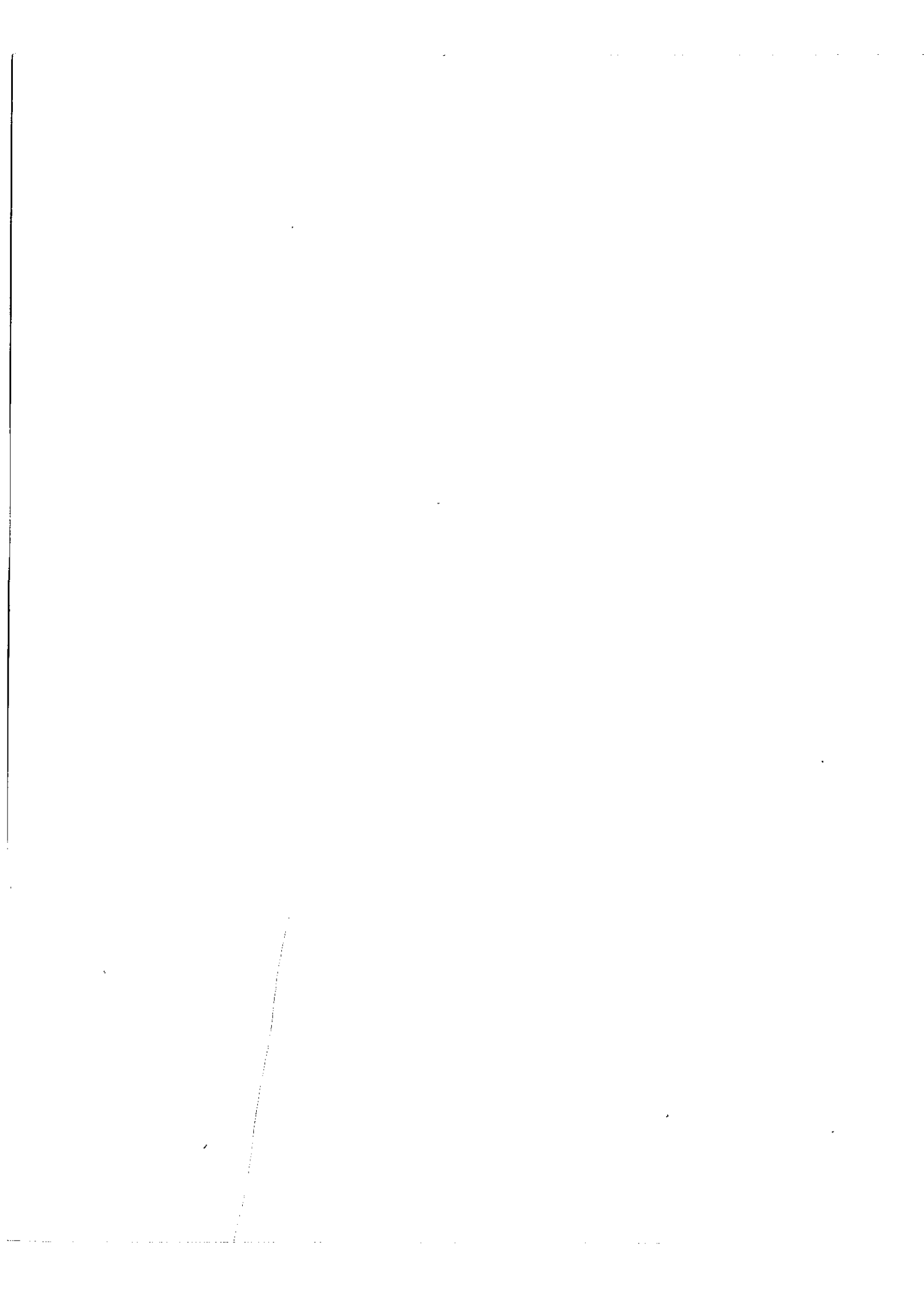
avec les mêmes notations que précédemment ;  $m$  est maintenant appelé indice de modulation et peut être  $\geq 1$ .

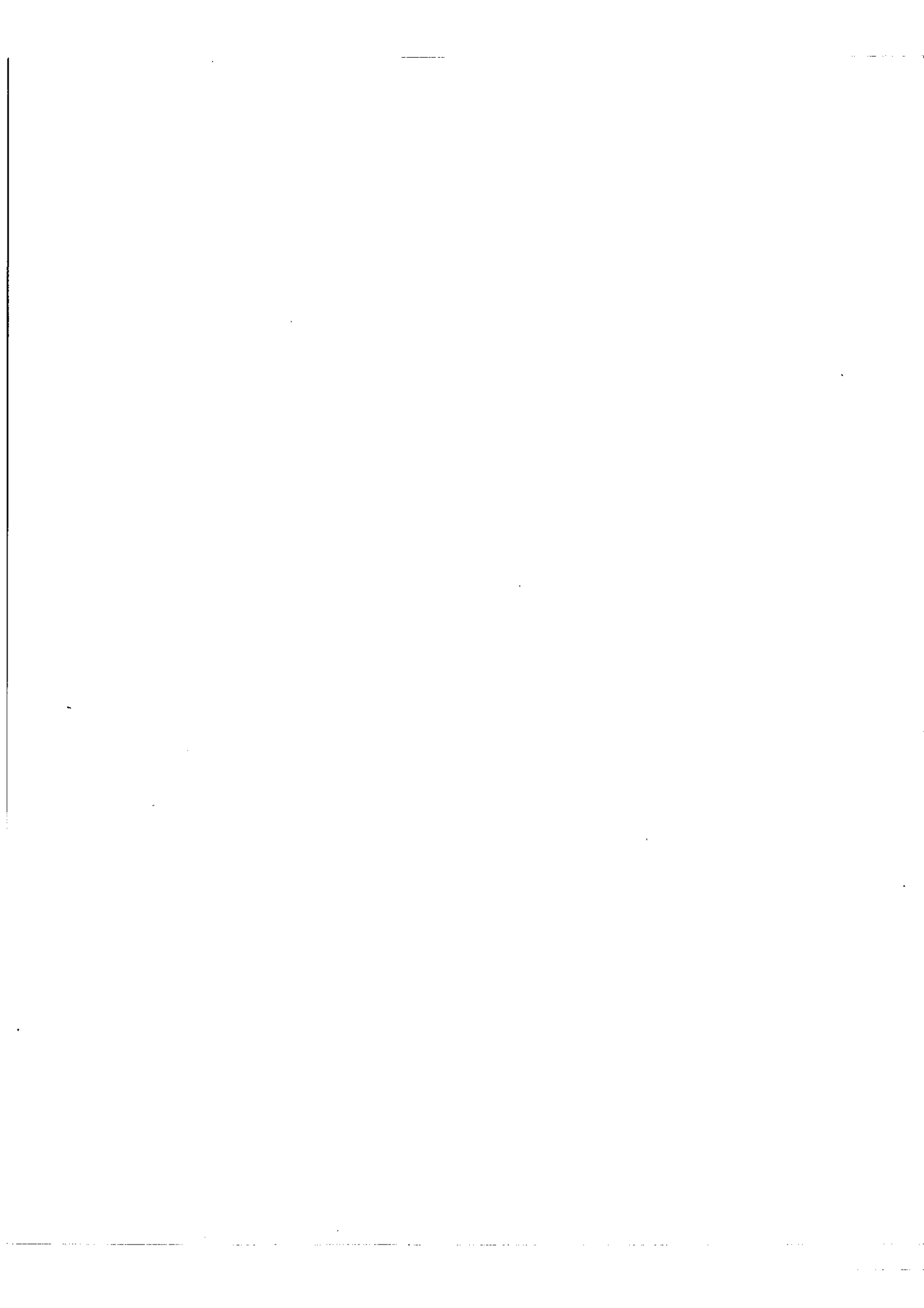
D'où :

$$y(t) = \sin 2\pi\nu_0 t \cdot \cos(m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t) + \cos 2\pi\nu_0 t \sin(m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t)$$

les expressions  $\cos(m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t)$  et  $\sin(m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t)$  se développent en utilisant les fonctions de Bessel de première espèce :

.../...





9\_b

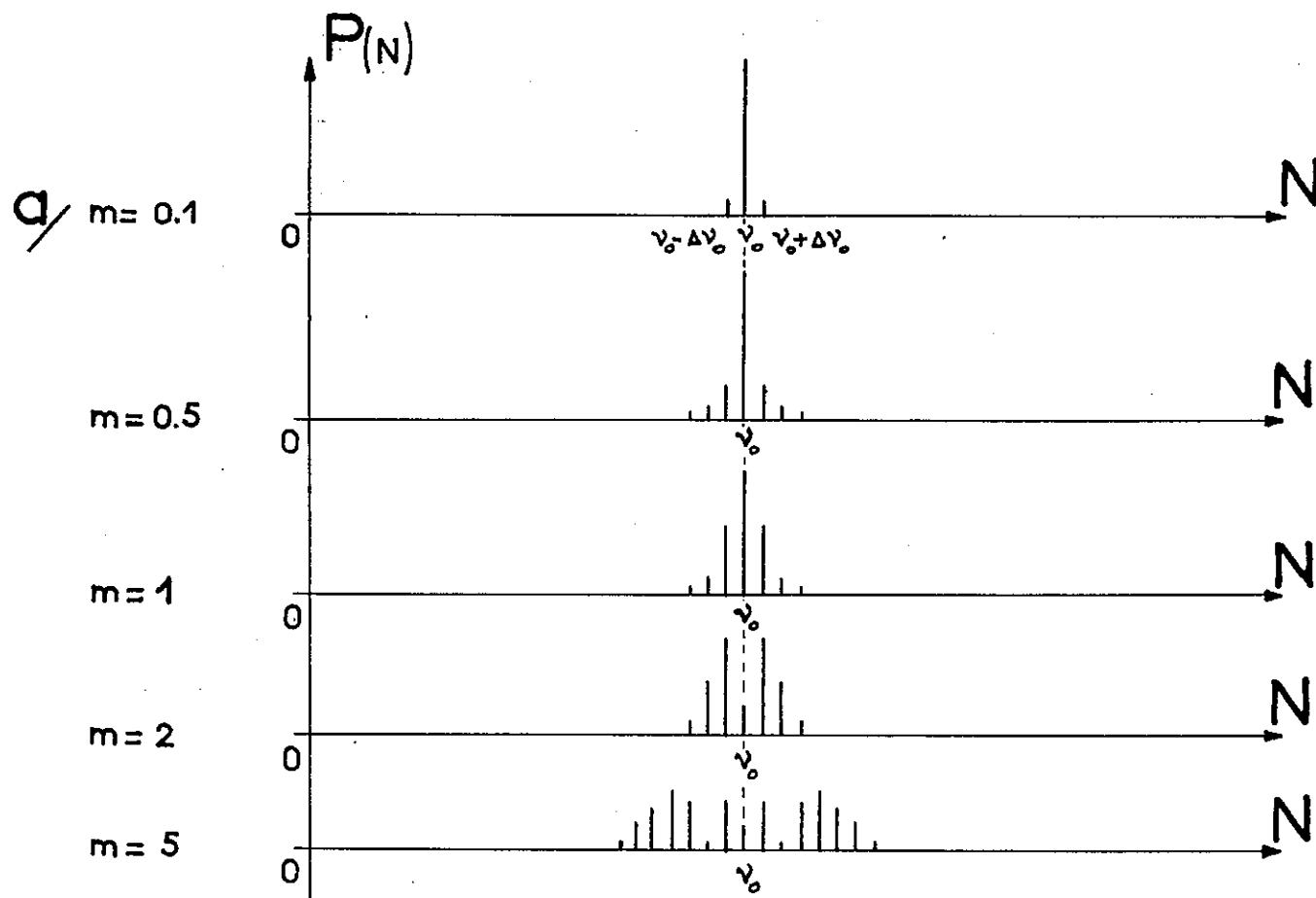


Fig.5

MODULATION DE PHASE

$$\sin(m \sin 2\pi \Delta \nu_0 t) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k-1}(m) \sin [(2k-1) \cdot 2\pi \Delta \nu_0 t]$$

$$(I) \quad \cos(m \sin 2\pi \Delta \nu_0 t) = J_0(m) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(m) \cos [2k \cdot 2\pi \Delta \nu_0 t]$$

$$\text{ou} \quad J_k(m) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n m^{k+2n}}{2^{k+2n} n! (k+n)!}$$

Si  $m \ll 1$  :

$$\sin(m \sin 2\pi \Delta \nu_0 t) \approx 2 J_1(m) \sin 2\pi \Delta \nu_0 t \approx m \sin 2\pi \Delta \nu_0 t$$

$$\cos(m \sin 2\pi \Delta \nu_0 t) \approx J_0(m) \approx 1$$

L'onde modulée s'écrira alors :

$$y(t) = \sin 2\pi \nu_0 t + m \cos 2\pi \nu_0 t \sin 2\pi \Delta \nu_0 t$$

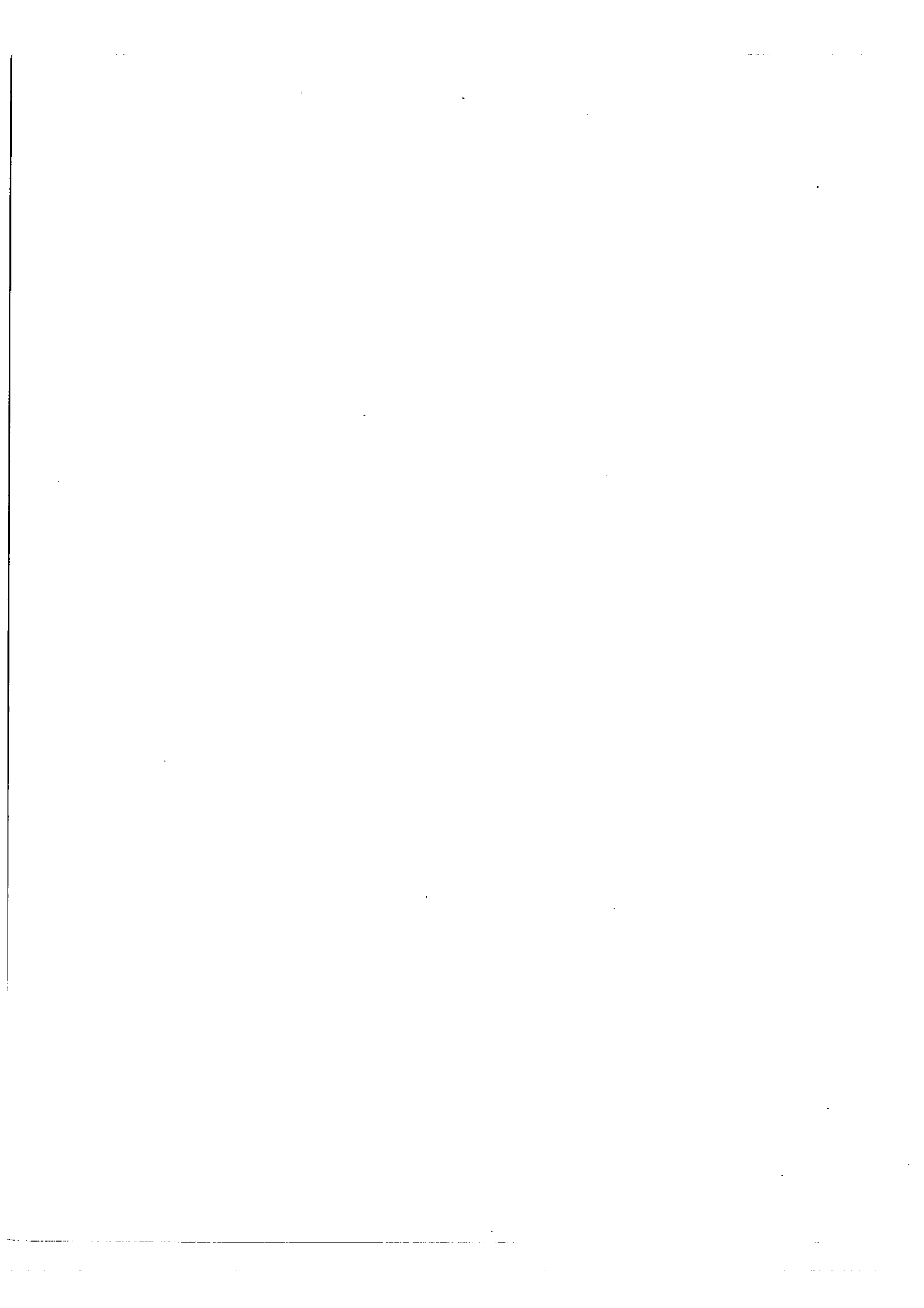
d'où

$$y(t) = \sin 2\pi \nu_0 t + \frac{m}{2} \sin 2\pi (\nu_0 + \Delta \nu_0) t + \frac{m}{2} \sin 2\pi (\nu_0 - \Delta \nu_0) t$$

Le spectre de puissance se présente sous la forme de 3 raies de fréquence  $\nu_0$ ,  $\nu_0 + \Delta \nu_0$  et d'intensités respectives  $1, \frac{m^2}{4}$ ; l'intensité relative des bandes latérales est  $\frac{m^2}{4}$  (fig.5.a)

Si maintenant  $m$  augmente, le spectre s'étend par apparition de nouvelles bandes latérales équidistantes dont l'intensité peut être supérieure à celle de la porteuse ; en particulier pour  $m = 2,4$  et  $5,2$  la fonction  $J_0(m)$  s'annule, la porteuse est supprimée. Pour  $m$  de plus en plus grand, le spectre de fréquence de l'onde modulée devient de plus en plus étendu (fig.5).

.../ ...





### . C H A P I T R E   I I I

#### MODULATION EN HAUTE FREQUENCE D'UNE RAIE OPTIQUE

##### 1) GENERALITES.-

On pourrait imaginer à priori, soit une modulation de la source, soit une modulation du faisceau lumineux.

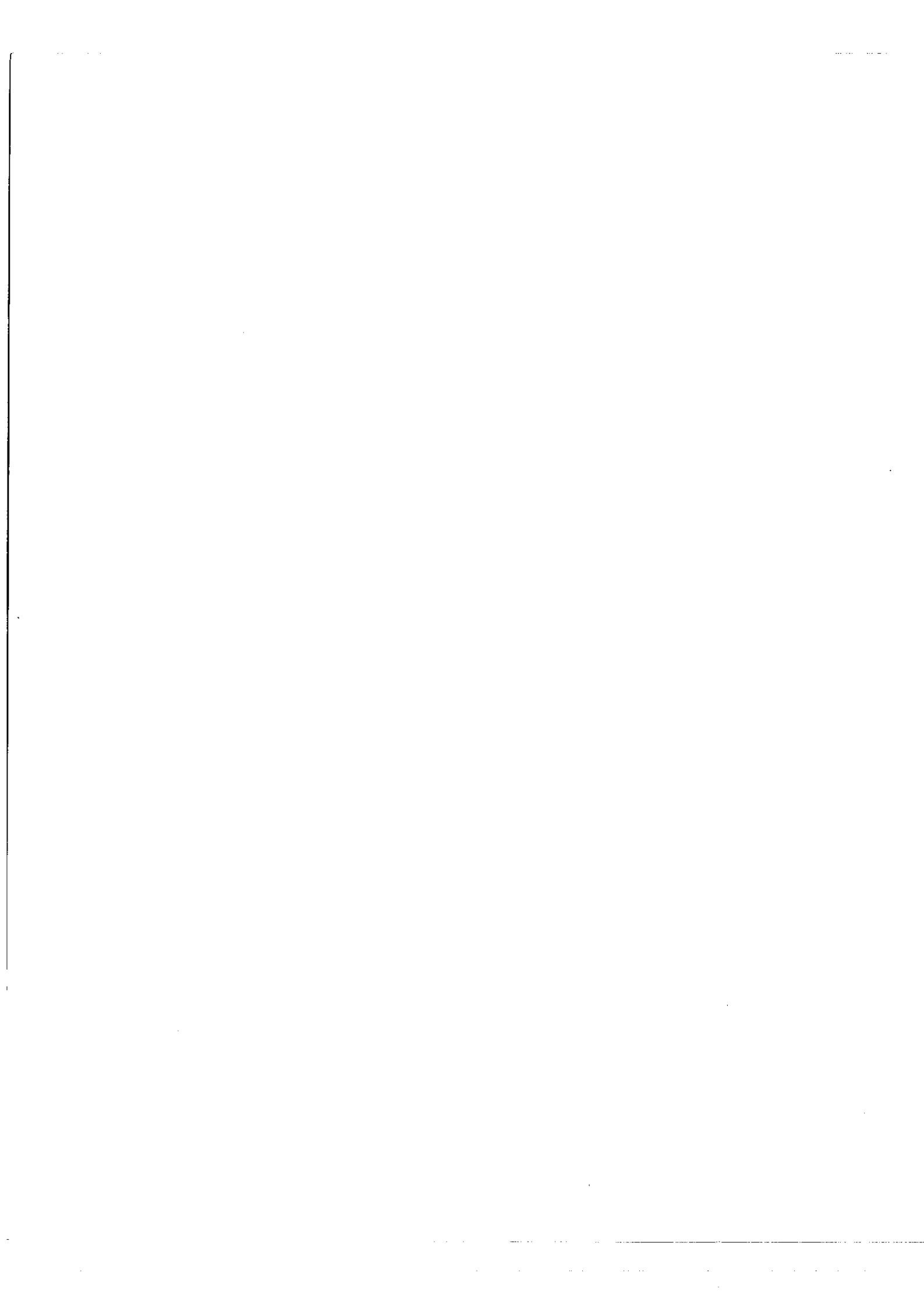
##### - A) Modulation de la source

Ce procédé n'est pas concevable en optique car l'atome excité ne revient pas immédiatement à son état normal. Considérons, par exemple, un gaz contenu dans un tube à décharge et excité en haute fréquence. Imaginons que la raie émise a la largeur naturelle  $\delta\nu$ . Si  $\tau$  est la durée nécessaire pour que l'amplitude de la vibration tombe à la fraction  $e^{-\pi}$  de sa valeur initiale,  $\delta\nu$  est donnée par :

$$\delta\nu = \frac{1}{\tau} \quad \text{ou} \quad \tau \quad \text{est la durée de cohérence.}$$

Faisons croître la fréquence du champ excitateur, lorsque la durée d'une période devient inférieure à  $\tau$ , l'état d'excitation de l'atome ne suit plus les variations du champ et la lumière émise n'est plus modulée. En pratique la largeur de la raie est toujours supérieure à  $\delta\nu$ , car il y a des causes d'élargissement (effet Döppler, élargissement par pression), néanmoins la modulation d'une source en haute fréquence n'est pas réalisable. C'est ainsi qu'une lampe à vapeur de mercure, sans électrodes (lampe Meggers), excitée à une fréquence de quelques milliers de MHz par un

.../...



magnétron, n'émet pas une lumière modulée et que l'on ne constate ni décomposition ni élargissement des raies émises dont la largeur est de l'ordre de 30 mk, ce qui équivaut à 1000 MHz.

- B) Modulation du faisceau lumineux -

On peut utiliser différents procédés pour moduler en haute fréquence un faisceau lumineux, les uns mécaniques (roue dentée, miroir tournant), les autres électriques (cellule de Kerr). Remarquons que ce sont les procédés traditionnellement utilisés pour mesurer la vitesse de groupe de la lumière. Les avantages du dernier sont tels que nous l'avons <sup>seul</sup> utilisé et le considérons seul ici

2) EFFET KERR : RAPPEL DE NOTIONS ELEMENTAIRES.-

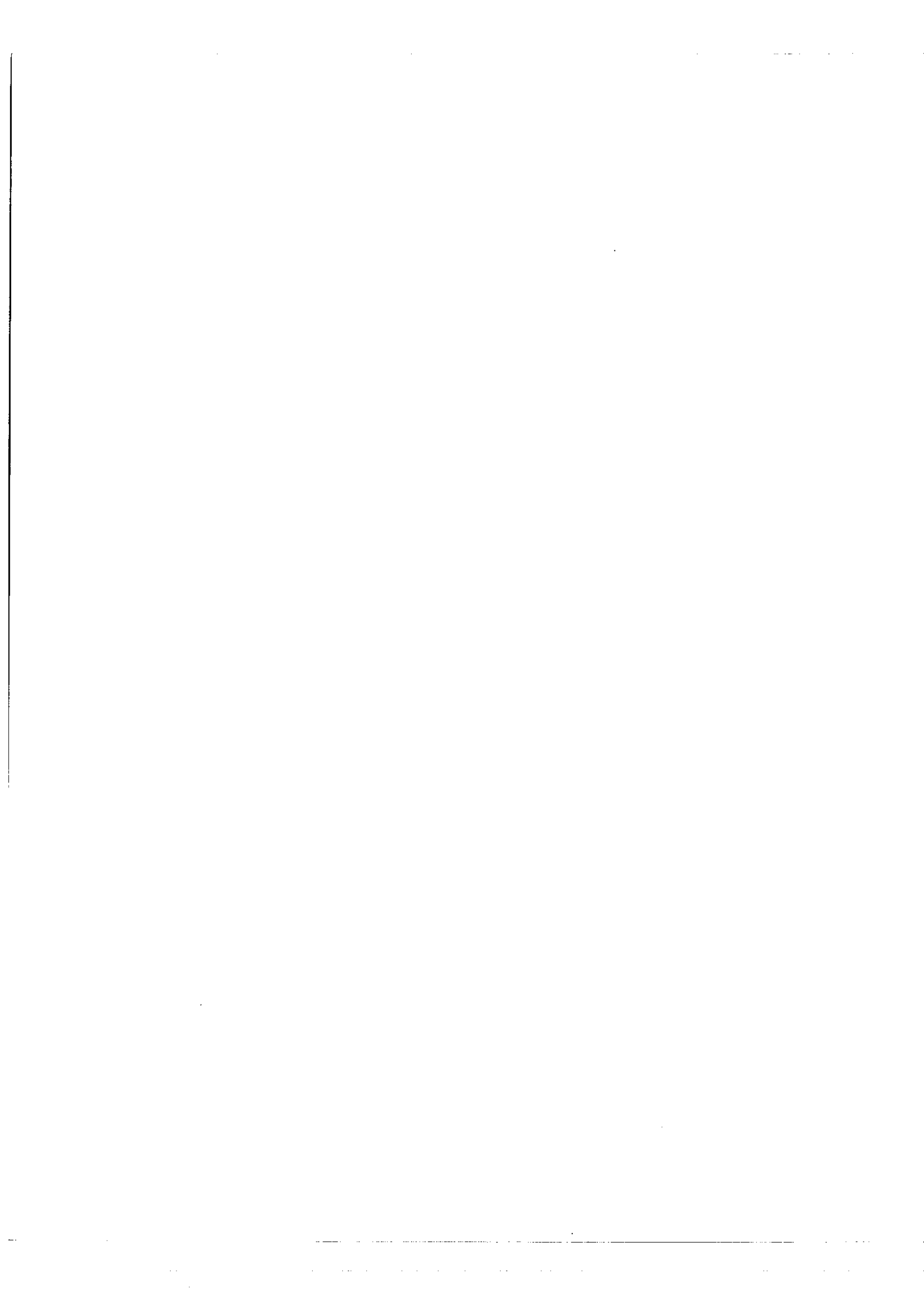
La plupart des liquides deviennent biréfringents lorsqu'on les place dans un champ électrique  $E$ . La direction du champ est une direction privilégiée, autour de laquelle le phénomène a la symétrie de révolution : le liquide a les propriétés optiques d'un cristal uniaxe, l'axe optique étant dirigé suivant la direction de  $E$ .

La différence des indices correspondant aux deux directions principales, parallèle et perpendiculaire à celle de  $E$ , est proportionnelle au carré du champ appliqué, elle peut s'écrire :

$$(n_e - n_o) = B \lambda_o E^2 \quad ( I I )$$

$n_e$  est l'indice extraordinaire, correspondant à la direction parallèle à  $E$ ,  
 $n_o$  l'indice ordinaire correspondant à la direction perpendiculaire à  $E$ ,  $B$   
est la constante de proportionnalité appelée constante de Kerr, elle dépend du liquide utilisé, varie avec la longueur d'onde et la température du liquide.

Soit  $n$  l'indice du liquide utilisé en dehors du champ. On sait qu'il existe une relation entre  $n_e, n_o, n$ , fournie par la théorie de l'orientation moléculaire



proposée pour expliquer les biréfringences électrique et magnétique.

Cette relation s'écrit :

$$\frac{n_e - n_o}{3} = \frac{n_e - n}{2} = \frac{n - n_o}{1}$$

Par analogie avec la relation I I , nous pouvons définir les constantes  $B_e$  et  $B_o$  telles que :

$$I I I) (n_e - n) = B_e \lambda_o E^2 \quad \text{et} \quad (n - n_o) = B_o \lambda_o E^2$$

L'ensemble des relations entre  $B, B_e$  et  $B_o$  et les indices  $n_e, n_o, n$  montre que :

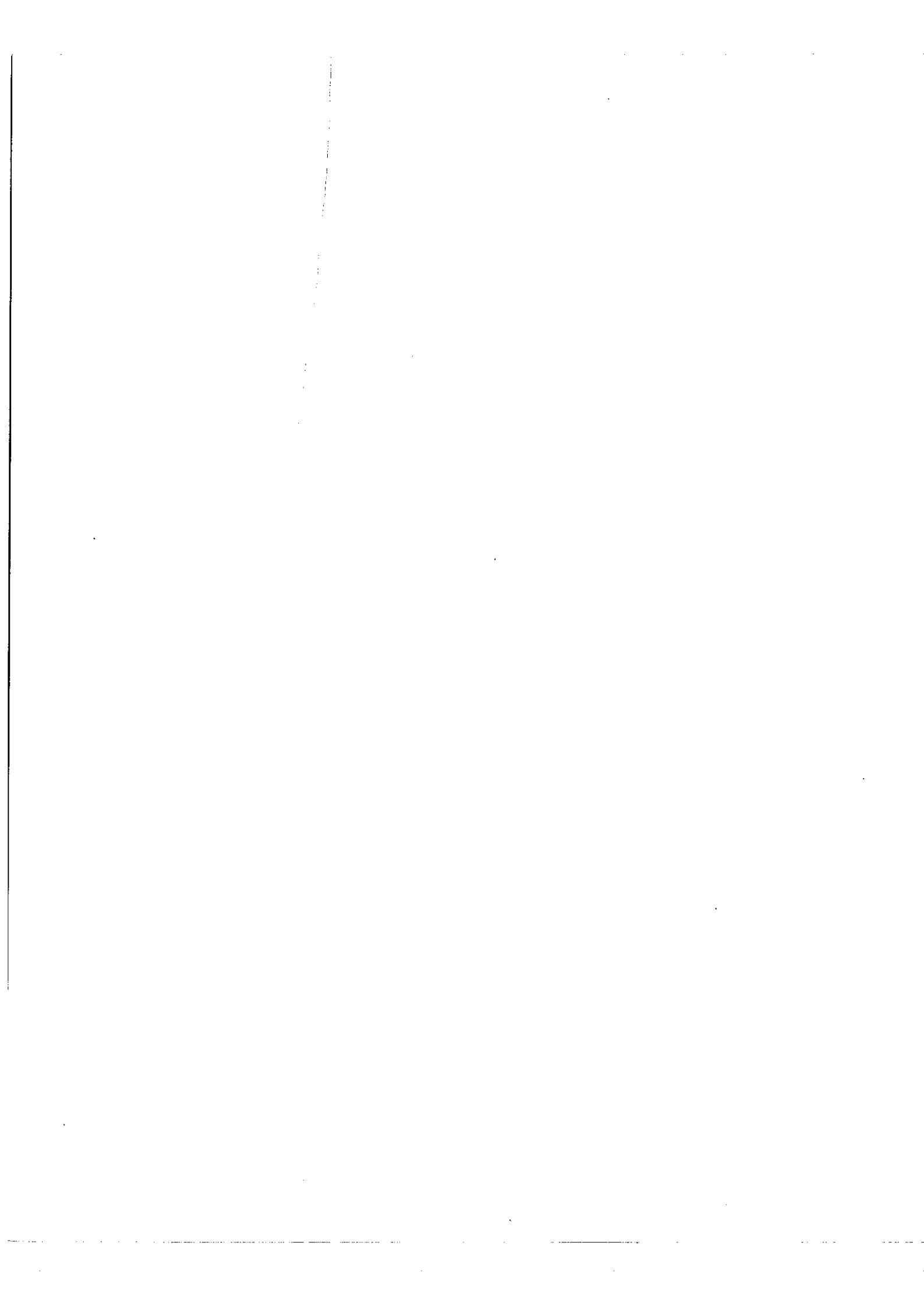
$$I V) B_e = \frac{2}{3} B \quad \text{et} \quad B_o = \frac{1}{3} B$$

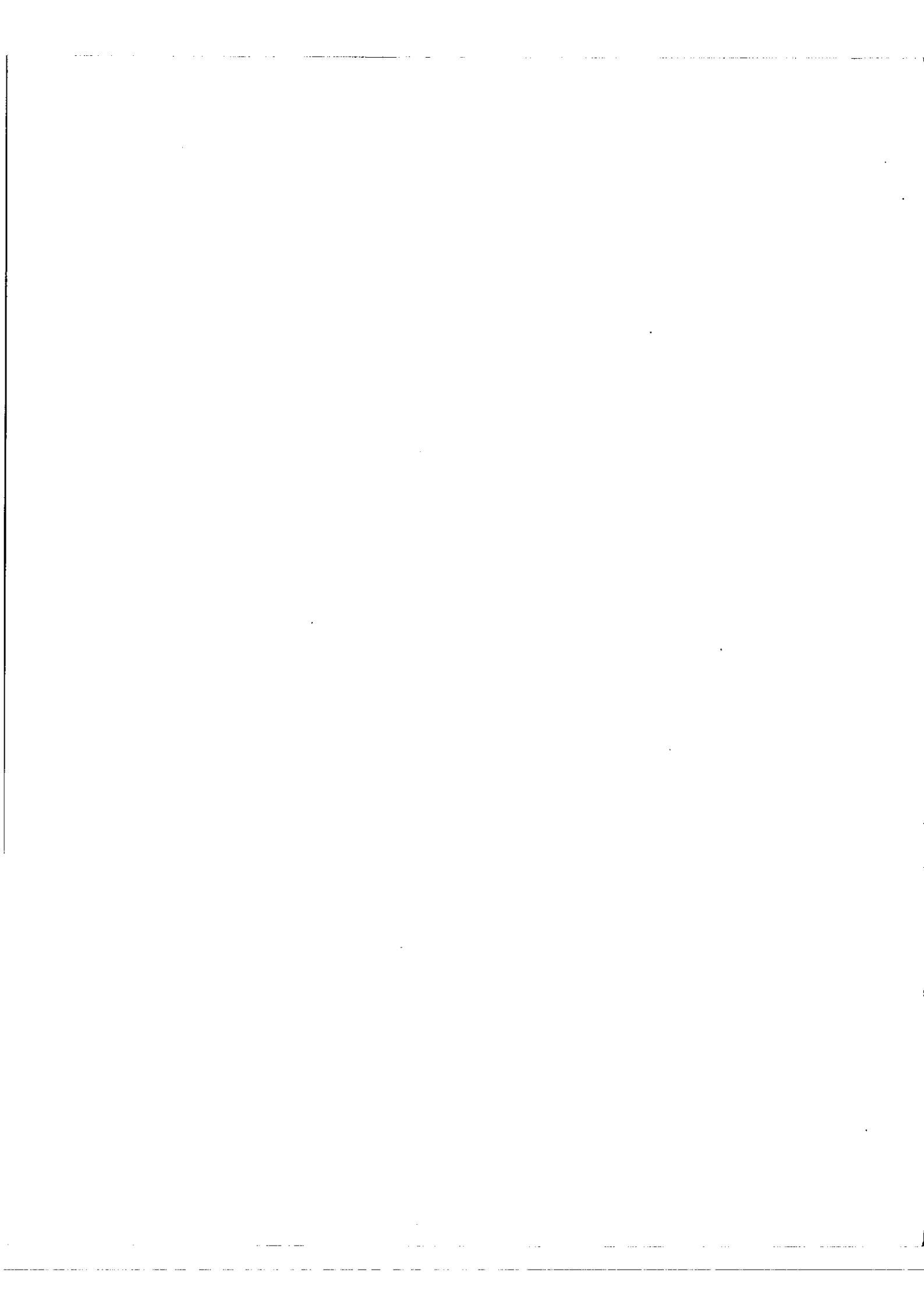
D'autre part, on désigne sous le nom de rapport des retards absolus  $\rho$  , le rapport particulier suivant :

$$\rho = \frac{n_e - n}{n_o - n}$$

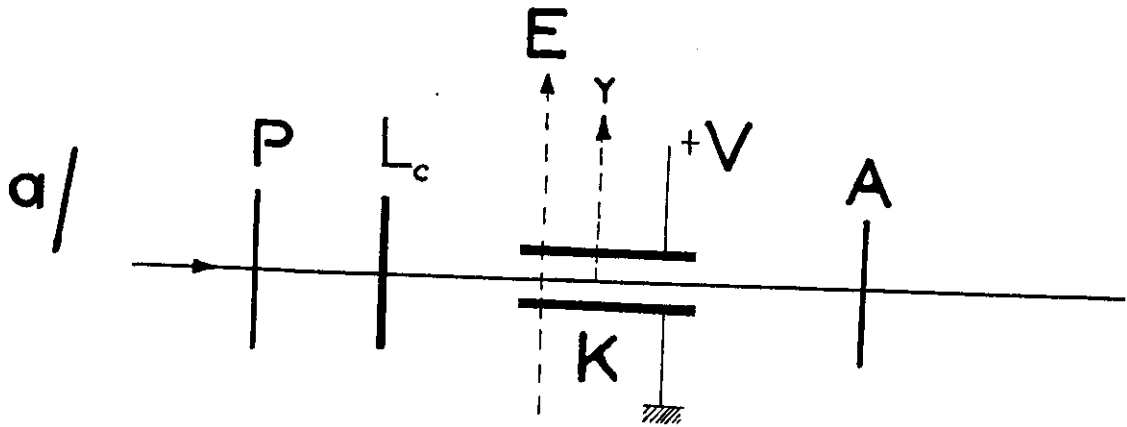
Nous voyons que  $\rho = -2$ , d'après la relation écrite plus haut. Ce même rapport  $\rho$  a la valeur (+3) d'après la théorie de la modification des forces interatomiques par le champ également proposé pour expliquer les biréfringences électrique et magnétique, d'où son intérêt historique. Les expériences de Pauthenier [1] ont permis de déterminer la valeur de ce rapport pour différents liquides, pour le nitrobenzène en particulier et la raie verte du mercure ( $\lambda_o = 5461 \text{ \AA}$ ) la valeur trouvée est (-1,99) en bon accord avec la théorie de l'orientation moléculaire. Nous verrons plus loin que la modulation de phase d'une raie optique permet aussi de déterminer la valeur de  $\rho$  , mais non son signe.

../....

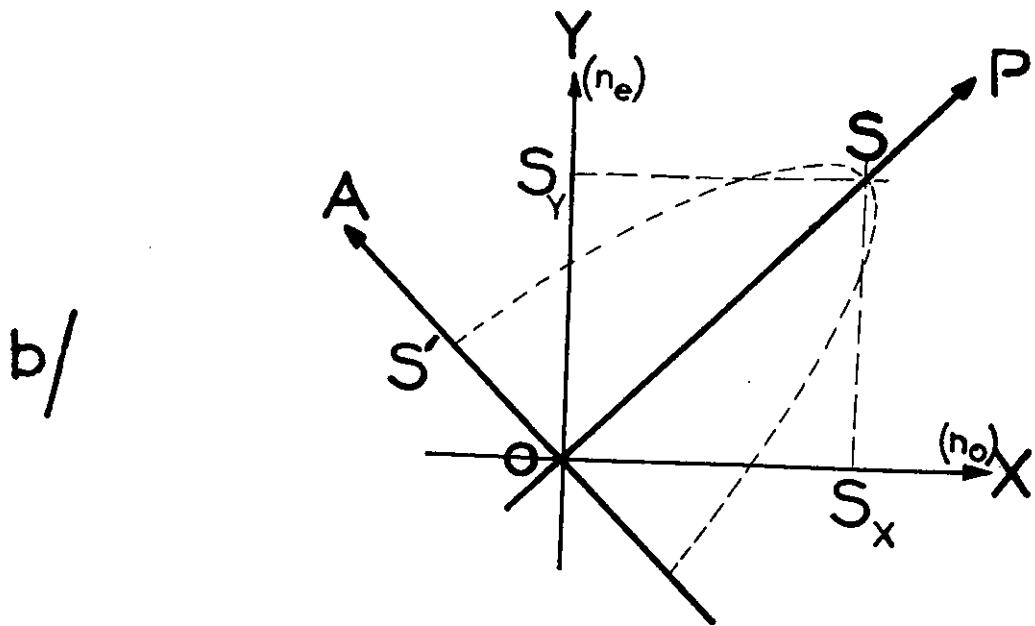




13-b.



DISPOSITIF DE MODULATION D'AMPLITUDE



ACTION DE LA CELLULE DE KERR

Fig 6



Enfin la biréfringence accidentelle ne se produit et ne cesse pas immédiatement. La durée d'établissement de ce phénomène est variable suivant le liquide utilisé : pour le nitrobenzène, elle est de l'ordre de  $10^{-9}$  seconde [2,3]

### 3) FONCTIONNEMENT DE LA CELLULE DE KERR.

#### - A) Fonctionnement en modulateur d'intensité -

##### - a) Dispositif expérimental

On établit une différence de potentiel  $V$  entre les armatures d'un condensateur d'épaisseur  $e$  immergé dans le liquide. Celui contenu dans une cuve  $K$  est placé entre polariseur  $P$  et analyseur  $A$ , croisés et dont les axes sont à  $45^\circ$  de la direction du champ  $\vec{E} = \frac{V}{e}$ . La lumière arrivant sur le polariseur est supposée parfaitement monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  ou encore de fréquence  $\nu_0 = c/\lambda_0$  (fig. 6.a)

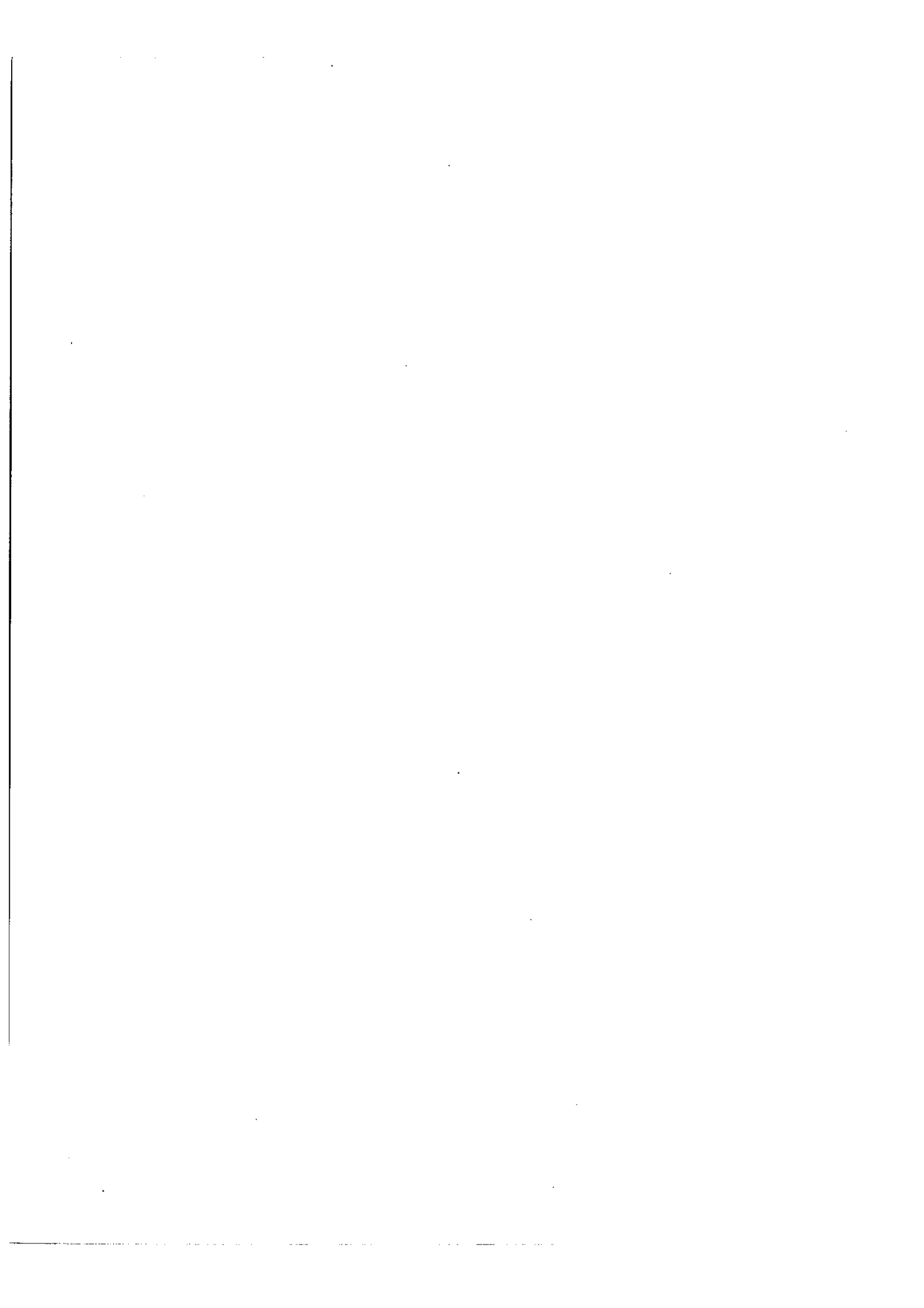
##### - b) Conditions de fonctionnement

$\alpha$ ) Le faisceau polarisé, dont la vibration lumineuse est désignée par  $S = \sin 2\pi\nu_0 t$  traverse le condensateur suivant sa longueur  $l$ . La différence de marche  $\delta_c$ , introduite par le champ  $E$  entre les 2 vibrations privilégiées  $S_x$  et  $S_y$ , à la sortie de la cellule est :

$$\delta_c = (n_e - n_o) l = B l \lambda_0 E^2$$

Soient  $S_y$  la composante de  $S$  suivant la direction du champ  $E$ , c'est-à-dire suivant l'axe rapide de la cellule et  $S_x$  celle dirigée suivant l'axe lent :

$$\begin{aligned} S_y &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2\pi\nu_0 t \\ S_x &= \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(2\pi\nu_0 t + 2\pi \frac{\delta_c}{\lambda_0}\right) \end{aligned} \quad (\text{fig. 6.b})$$





①  $I = \sin^2 \pi \frac{B \chi E^2}{\lambda}$

②  $I = \sin^2 \pi \frac{B \chi E^2 - \frac{\lambda}{4}}{\lambda}$

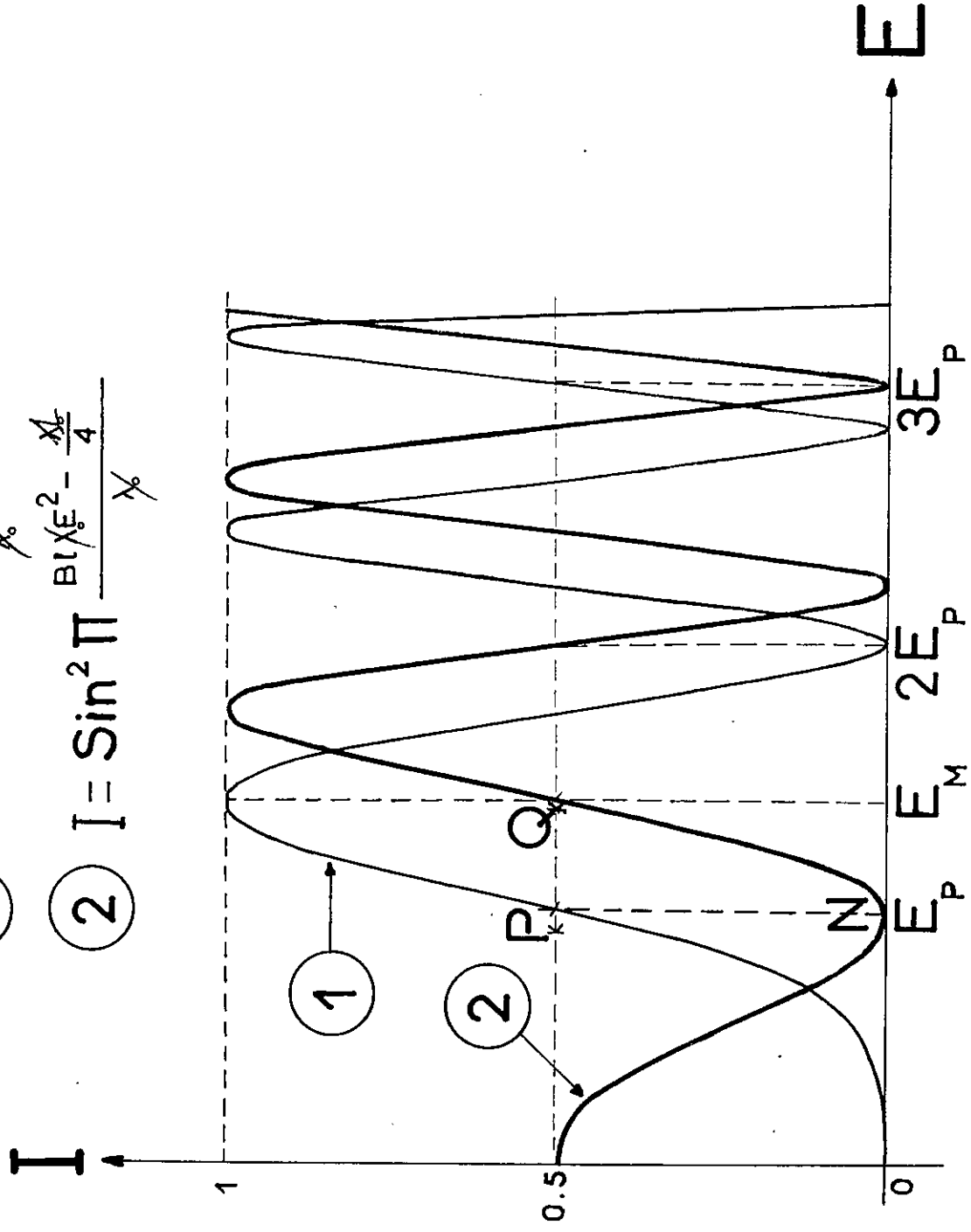


Fig 7a

L'analyseur reçoit ainsi une vibration elliptique, résultante de  $S_x$  et  $S_y$ , dont les axes sont à  $45^\circ$  de  $E$ . La vibration  $S'$  qu'il transmet s'écrira :

$$S' = \frac{A_0}{2} \sin 2\pi\nu_0 t - \frac{A_0}{2} \sin \left( 2\pi\nu_0 t + 2\pi \frac{\delta_c}{\lambda_0} \right)$$

où  $A_0$  est l'amplitude qui serait transmise en l'absence de la cellule de Kerr, entre polariseurs parallèles.

L'intensité  $I$  de  $S'$  est :  $I = I_0 \sin^2 \pi \frac{\delta_c}{\lambda_0} = I_0 \sin^2 \pi \frac{Bl\lambda_0 E^2}{\lambda_0} = f_1(E)$

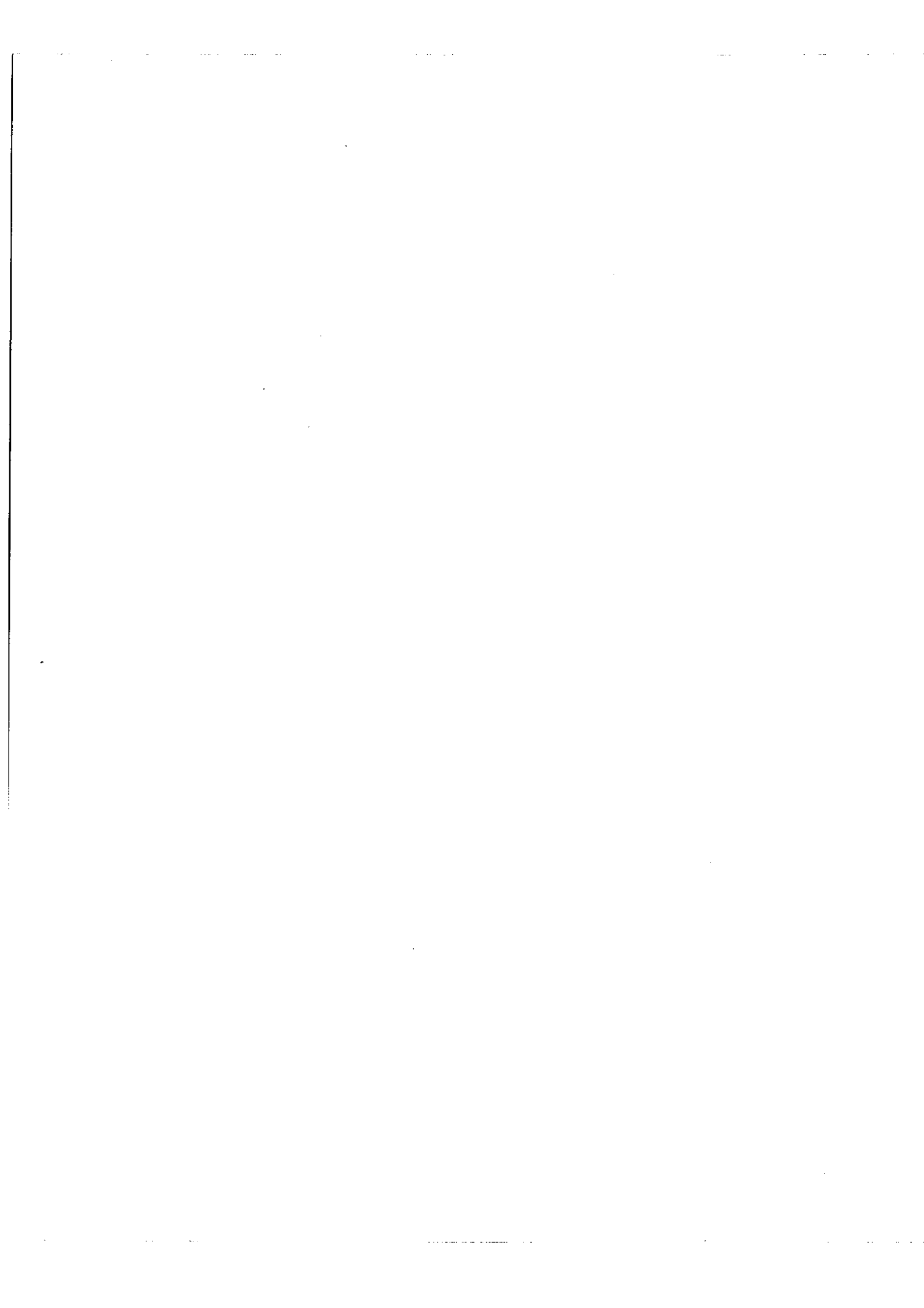
La figure 7a donne la courbe (1) :  $I = f_1(E)$ . Les minimums nuls de cette courbe correspondent à des champs  $E_m$  tel que  $\delta_c = Bl\lambda_0 E_m^2 = k\lambda_0$ , ses maximums à des intensités  $I = I_0$  et à des champs  $E_M$  tel que

$\delta_c = Bl\lambda_0 E_M^2 = (2k+1) \frac{\lambda_0}{2}$ . Il existe d'autre part des points d'inflexion correspondant à des intensités  $I = I_0/2$  et des champs  $E_P$  tel que  $\delta_c = Bl\lambda_0 E_P^2 = (2k+1) \frac{\lambda_0}{4}$

Comme le champ maximum dont nous disposons correspond au champ  $E_M$  tel que  $\delta_c = Bl\lambda_0 E_M^2 = \lambda_0$ , nous bornons volontairement la suite de cette étude sur les conditions de fonctionnement de la cellule à l'intervalle  $0 \leq E \leq E_M$ . D'autre part, nous ne considérons que le cas particulier d'un champ appliqué faible, du fait que le champ de modulation qui interviendra dans la suite possède cette caractéristique.

$\beta$ ) L'application d'un champ  $E$  faible à partir de l'origine de la courbe  $I = f_1(E)$  produit une intensité  $I \propto E^4$ . Nous ne travaillerons donc jamais dans cette zone de la courbe. Par contre en amenant le point de fonctionnement au repos, de la cellule au point  $P_k (E = E_P, I = I_0/2)$  par une tension de polarisation de valeur  $V_P$ , l'application d'un champ faible à partir de  $P_k$

.../...



déplacera le point de fonctionnement de la cellule dans la partie quasi linéaire de la courbe  $I = f_1(E)$  située de part et d'autre de  $P_K$ . L'intensité  $I$  variera alors approximativement linéairement en fonction de  $E$  : la cellule  $K$  fonctionne ainsi en modulateur d'intensité approximativement linéaire au voisinage d'une intensité moyenne transmise  $I_m = I_0/2$ . En effet, supposons

$$E = E_P + \Delta E \quad \text{avec} \quad \Delta E \ll E_P$$

$$I = I_0 \sin^2 \pi \frac{Bl \lambda_0 (E_P + \Delta E)^2}{\lambda_0}$$

$$I \approx I_0 \sin^2 \pi \left( \frac{Bl \lambda_0 E_P^2}{\lambda_0} + \frac{2Bl \lambda_0 E_P \Delta E}{\lambda_0} \right)$$

où  $\sin^2 \left( \pi \frac{Bl \lambda_0 E_P^2}{\lambda_0} \right) = \frac{1}{2}$  et  $Bl \lambda_0 E_P^2 = \frac{\lambda_0}{4}$  c'est-à-dire que cette polarisation électrique rend la cellule de Kerr quart-d'onde.

$I$  s'écrira alors :

$$I \approx I_0 \left[ \frac{1}{2} + 2\pi Bl E_P (\Delta E) \right] \quad \text{d'où} \quad \Delta I = (I - I_m) \propto \Delta E$$

8) On peut penser à remplacer la polarisation électrique par une "polarisation optique" en employant une lame cristalline  $L_c$  dont les axes sont parallèles à ceux de la cellule et qui introduit une différence de marche  $\delta_0$  que nous compterons comme positive ou négative suivant que ses axes, lent et rapide, correspondront ou non aux axes lent et rapide de la cellule (fig.6.a).

Reprenons le calcul de l'intensité  $I$  de la vibration  $S'$  transmise par l'analyseur.  $I$  s'écrira :

$$I = I_0 \sin^2 \pi \frac{\delta_0 + Bl \lambda_0 E^2}{\lambda_0} = f_2(E)$$

La courbe (2) de la figure (7.a) représente la variation  $I = f_2(E)$  dans le cas particulier où  $\delta_0 = -\frac{\lambda_0}{4}$ . A la valeur  $E_P$  précédente correspond un premier minimum nul de cette courbe et à la valeur  $E_M$  son premier point d'inflexion  $Q_K$ . Si l'on veut encore  $\Delta I \propto \Delta E$  on placera le point de fonctionnement au repos de la cellule en  $Q_K$ , en ajoutant à la "polarisation





optique" une polarisation électrique de valeur  $E_M$ .

Appliquons un champ  $\Delta E \ll E_M$  à partir de  $Q_K$ , un calcul approché analogue au précédent nous donne :

$$(V) \quad I \simeq I_0 \left[ \frac{1}{2} + 2\pi B l E_M (\Delta E) \right] \quad \text{c'est-à-dire que} \quad \Delta I = (I - I_m) \propto \Delta E$$

Le coefficient de proportionnalité est maintenant  $2\pi B l E_M$  au lieu d'être  $2\pi B l E_P$  comme au paragraphe  $\alpha$ . Pour un même champ  $\Delta E$ , le gain sur  $\Delta I$  est  $\frac{E_M}{E_P} = \sqrt{2}$

$\delta$ ) Le cas suivant ne correspond pas à un fonctionnement de la cellule de Kerr en modulateur linéaire d'intensité, cependant nous l'envisageons maintenant car il interviendra par la suite dans le cas de modulation d'une raie optique, correspondant à la modulation d'amplitude à suppression de la porteuse que nous avons vue en radio. Le dispositif expérimental est celui déjà indiqué au paragraphe  $\gamma$  (fig.6.a). Le point de fonctionnement au repos de la cellule est maintenant placé au point N ( $E = E_P, I = 0$ ) de la courbe (2)  $I = f_2(E)$ , par la polarisation optique  $\delta_0 = -\frac{\lambda_0}{4}$  et la polarisation électrique de valeur  $E_P$ . En l'absence de tout champ appliqué autre que  $E_P$ , l'analyseur ne transmet aucune lumière. L'application d'un champ faible  $\Delta E$ , ( $\Delta E \ll E_P$ ), à partir du champ  $E_P$  fait apparaître une lumière d'intensité  $I$ , d'amplitude  $A$  que l'analyseur transmettra :

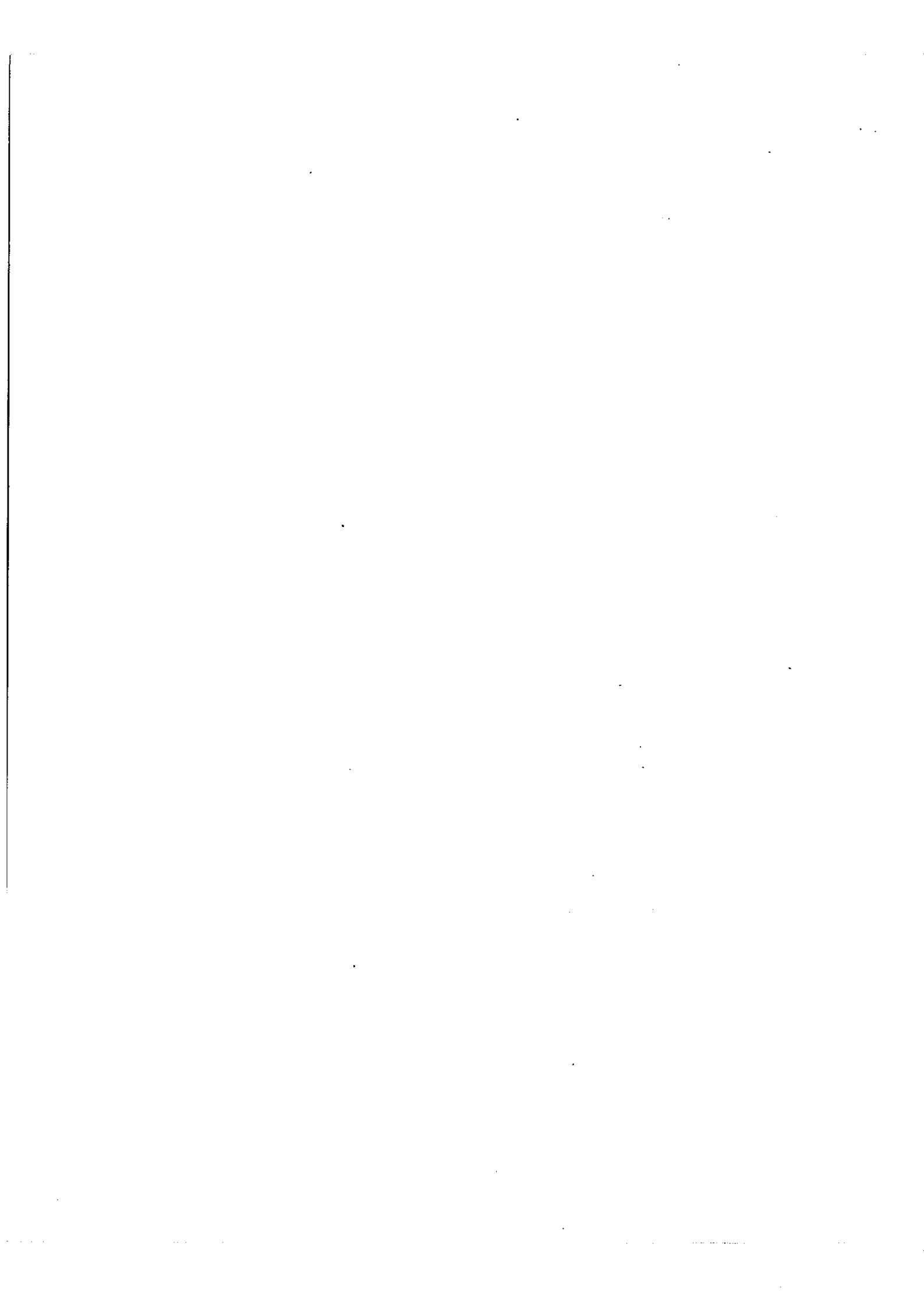
$$A = A_0 \sin \pi \frac{\delta_0 + B l \lambda_0 (E_P + \Delta E)^2}{\lambda_0}$$

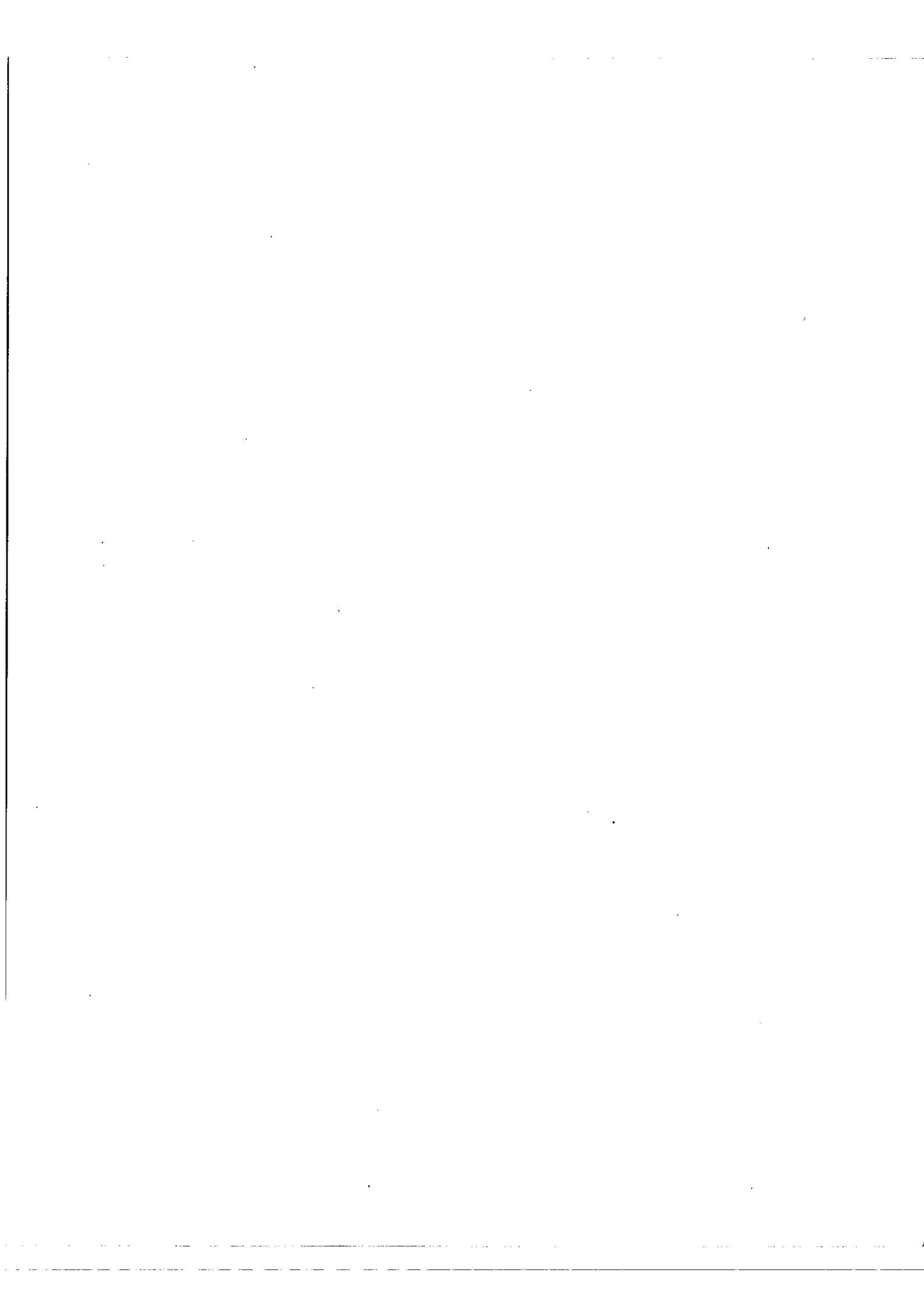
$$\text{où } B l \lambda_0 E_P^2 = (-\delta_0) = \lambda_0 / 4$$

Soit :

$$(VI) \quad A \simeq A_0 (2\pi B l E_P \cdot \Delta E) \quad \text{c'est-à-dire} \quad A \propto \Delta E$$

La cellule fonctionne dans le cas en modulateur linéaire d'amplitude et ceci autour d'une valeur moyenne transmise nulle.



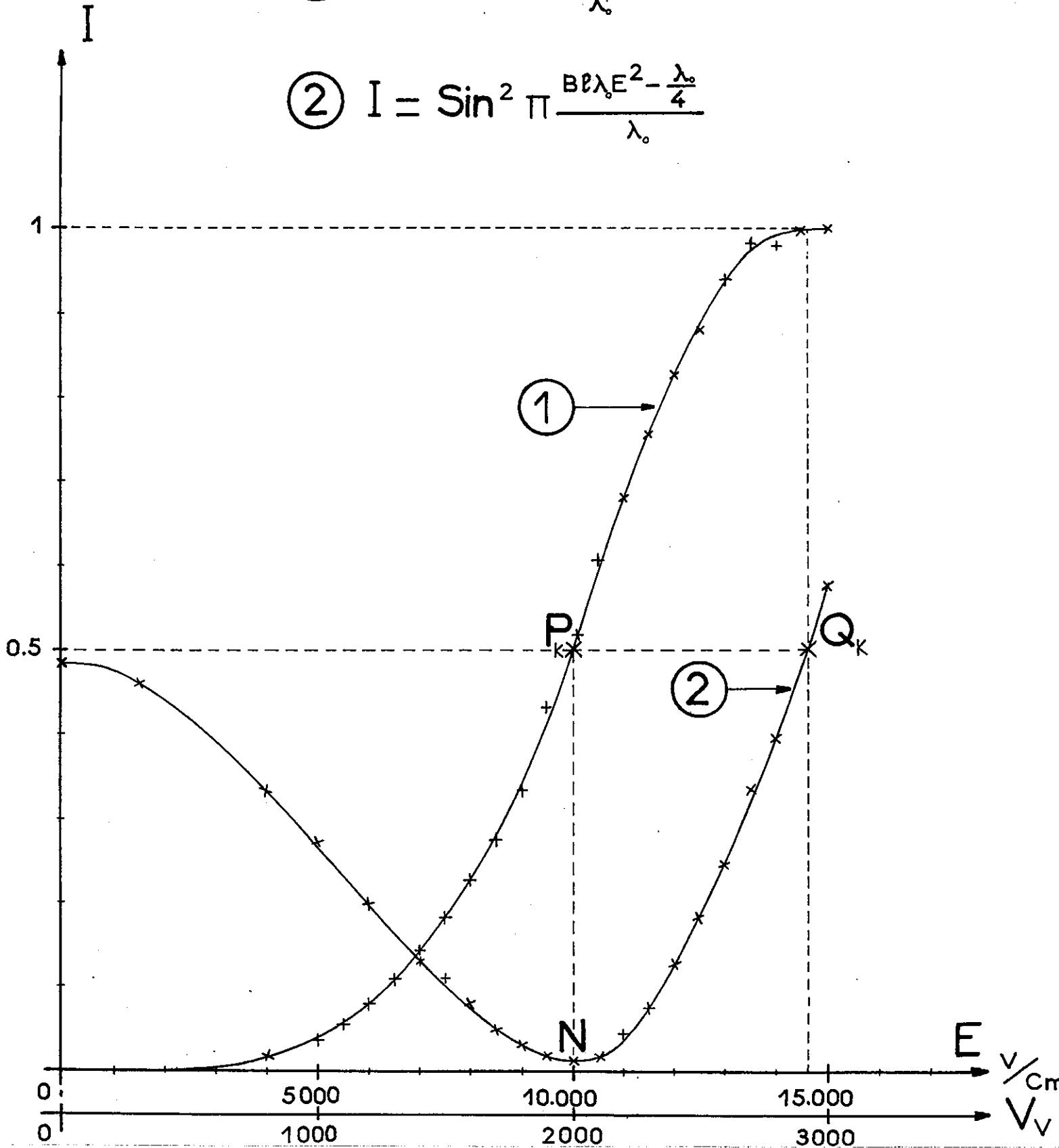


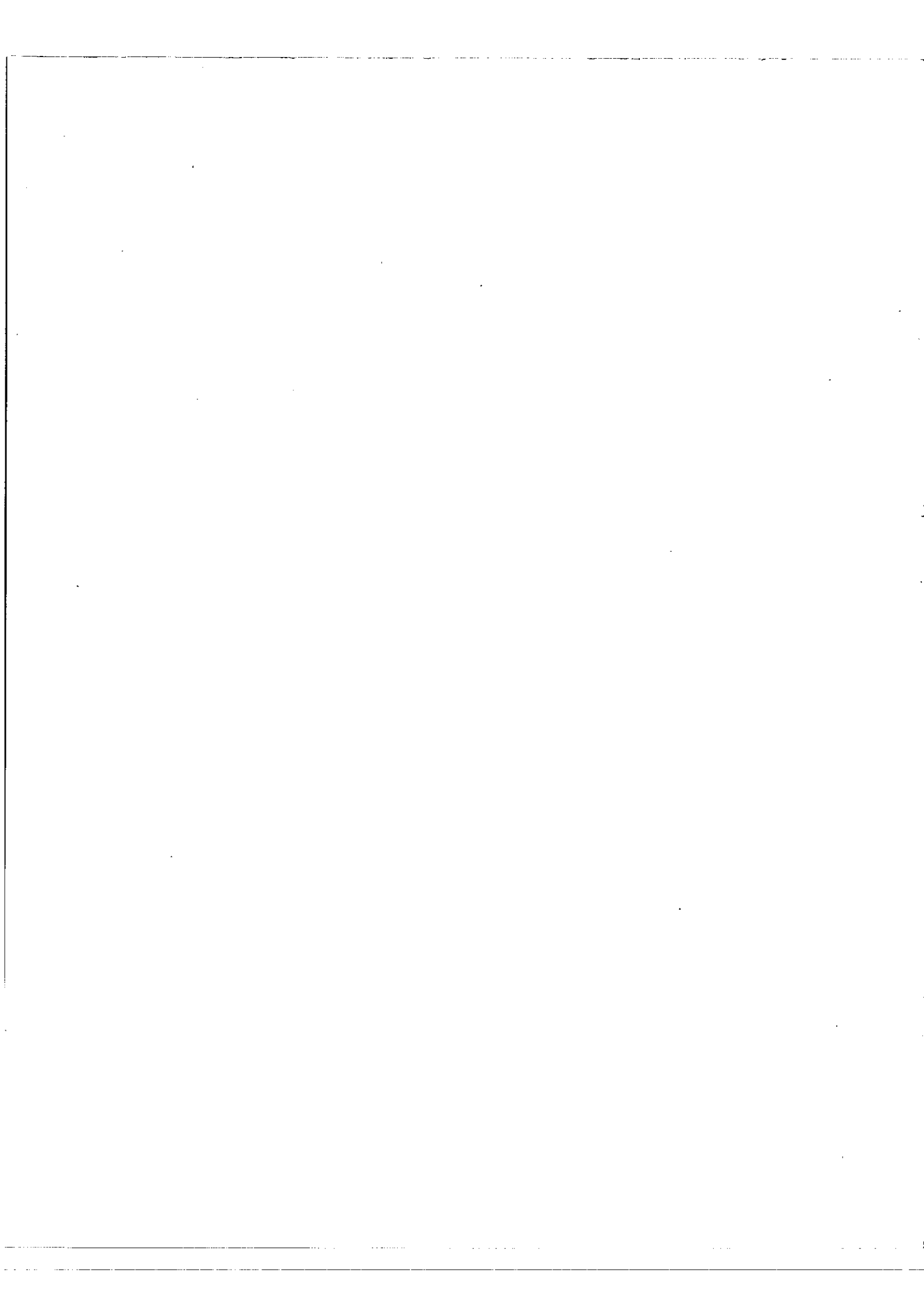
17-b

Fig 7b Courbes expérimentales

①  $I = \text{Sin}^2 \pi \frac{B \rho \lambda E^2}{\lambda_0}$

②  $I = \text{Sin}^2 \pi \frac{B \rho \lambda_0 E^2 - \frac{\lambda_0}{4}}{\lambda_0}$





17-c.

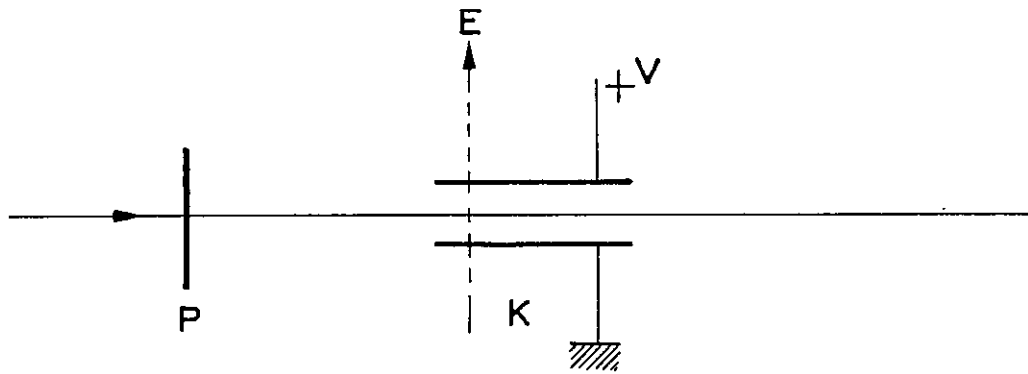


Fig 8

DISPOSITIF DE MODULATION DE PHASE

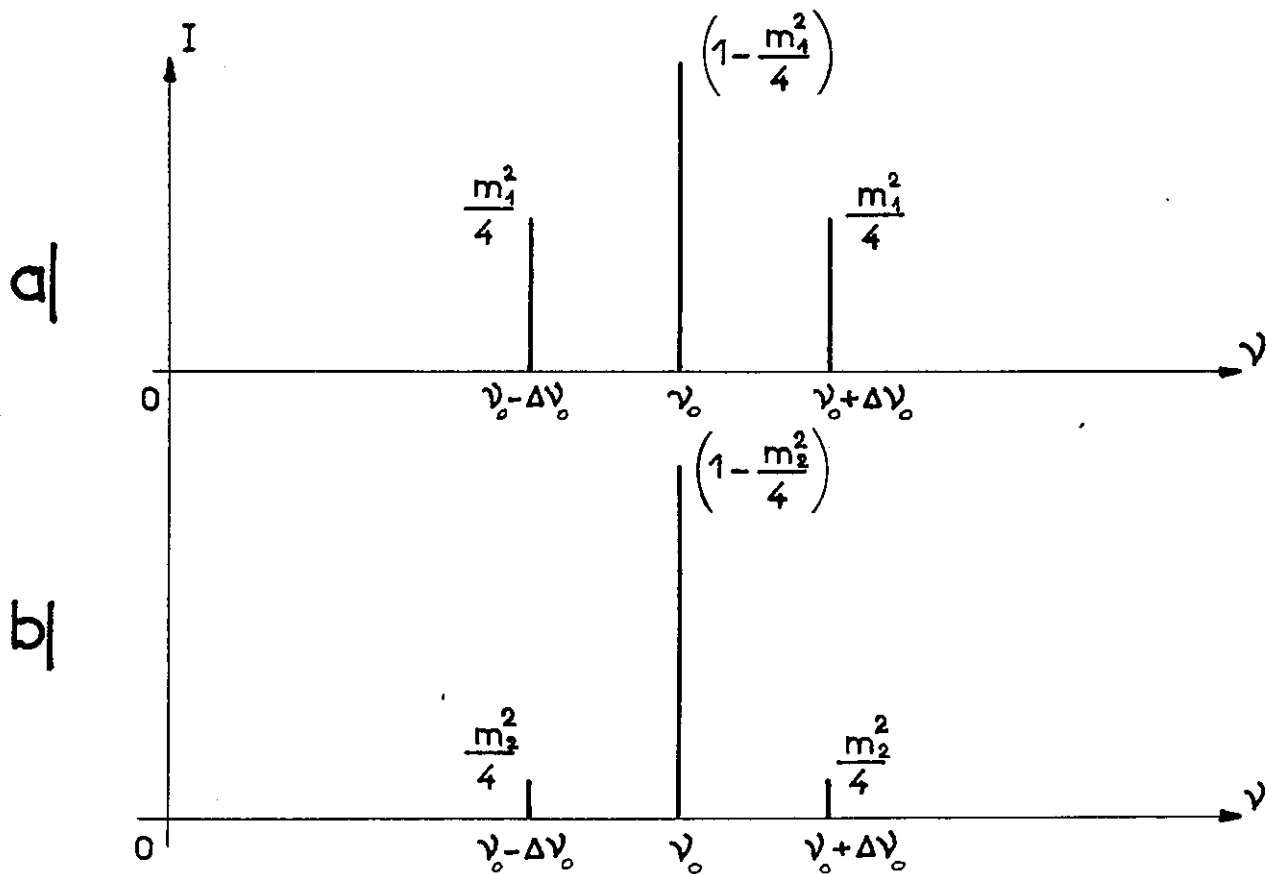


Fig.10

SPECTRE DE MODULATION EN PHASE

a| VIBRATION PARALLELE AU CHAMP E

b| VIBRATION PERPENDICULAIRE AU CHAMP E

ε) Nous représentons sur la figure (7.b) les courbes expérimentales

(1)  $I = f_1(E)$  et (2)  $I = f_2(E)$  limitées à l'intervalle  $0 \leq E \leq E_M$

Ces courbes ont été obtenues avec une cellule de Kerr d'épaisseur  $e = 0,2$  cm, de longueur 5 cm, et la raie verte du mercure  $\lambda_0 = 0,5461 \mu$  pour des tensions allant de 0 à 3000 volts, soit des champs allant jusqu'à 15.000 v/cm. La lumière transmise par l'analyseur est reçue par un photomultiplicateur. On voit que les tensions qui rendent la cellule quart-d'onde et demi-onde sont respectivement 2000 et 2900 volts.

- B) Fonctionnement en déphaseur -

Contrairement au cas précédent, l'emploi d'une cellule de Kerr comme déphaseur variable n'est pas classique. Nous le décrirons donc assez en détail.

a) Dispositif expérimental

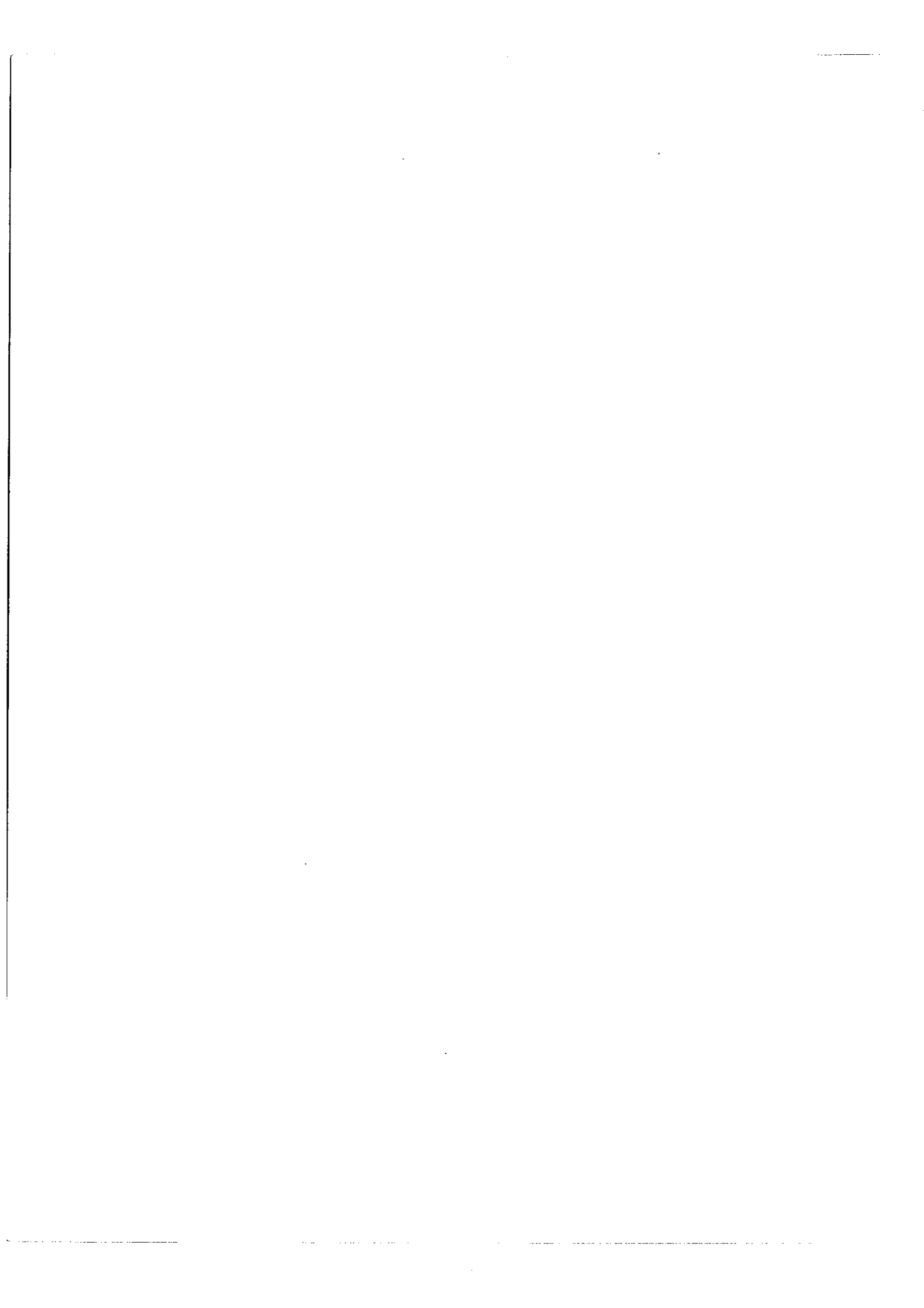
Le dispositif correspondant (fig.8) comprend seulement un polariseur (P) placé à l'entrée de la cellule de Kerr (K). Il n'y a plus ni analyseur ni lame quart-d'onde.

b) Conditions de fonctionnement

α) L'application d'un champ électrique  $E$  rend la cellule biréfringente : à une direction quelconque correspond un nouvel indice, différent de l'indice  $n$  du liquide utilisé en dehors du champ. La vibration polarisée incidente, représentée par  $S = \sin \alpha \cos \alpha \sin \omega t$  peut avoir une direction quelconque ; nous ne considérons dans ce qui suit que les deux directions principales, parallèle ou perpendiculaire à celle de  $E$ . Considérons les retards absolus apportés par la cellule sur le chemin optique de  $S$ , parallèle à  $E$ . En l'absence de champ, ce retard est  $\delta_n = n l$ , en présence du champ  $E$  il devient  $\delta_{n_e} = n_e l$ . D'après les relations (I I) et (I V),

$\delta_{n_e}$  s'écrit :

.../...





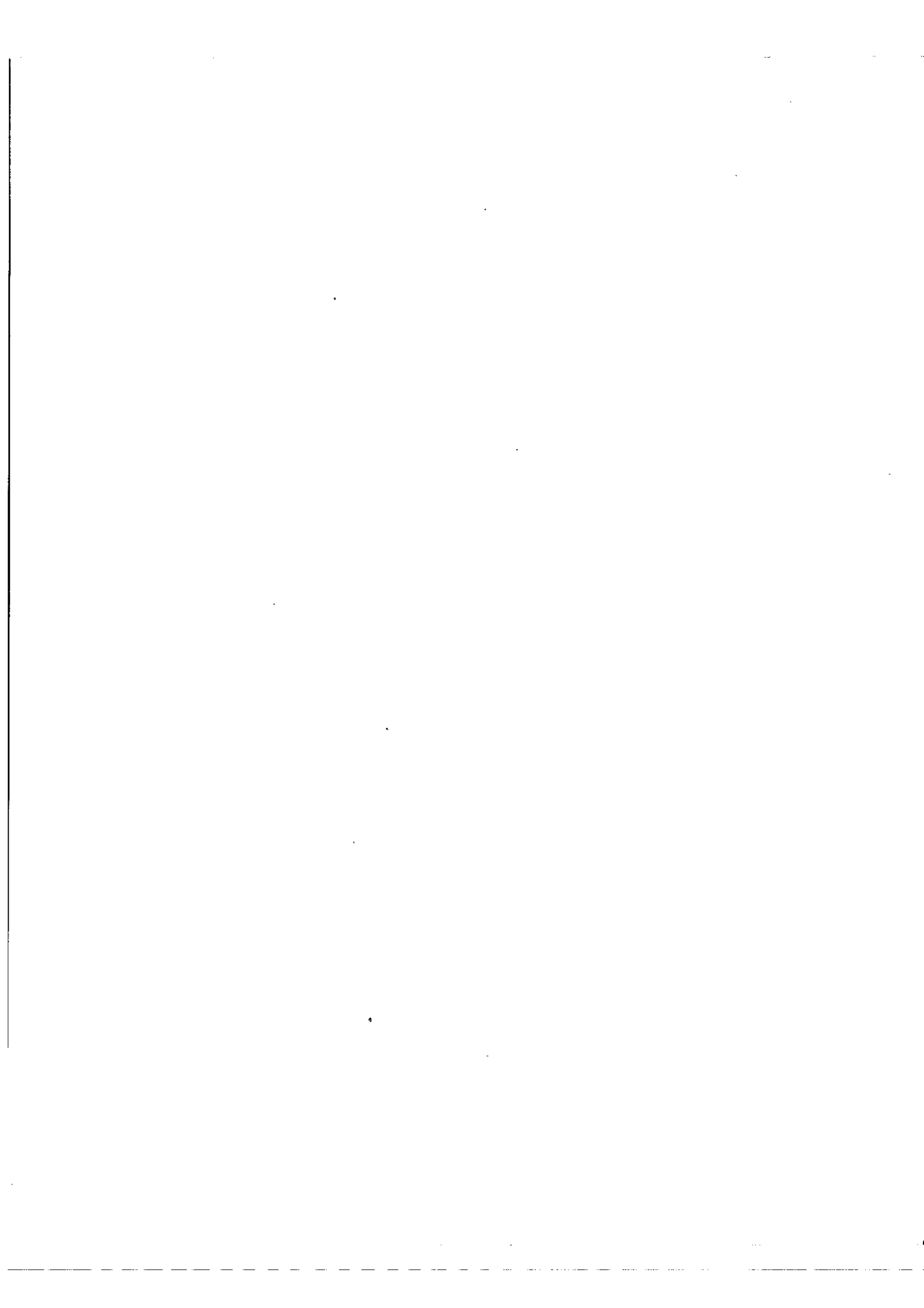


Fig 9

$\psi/2\pi$

$\psi_e$

$$\psi_e = 2\pi \frac{2B\lambda E^2}{3\lambda_0}$$

$\psi_o$

$$\psi_o = 2\pi \frac{B\lambda E^2}{3\lambda_0}$$

0.3

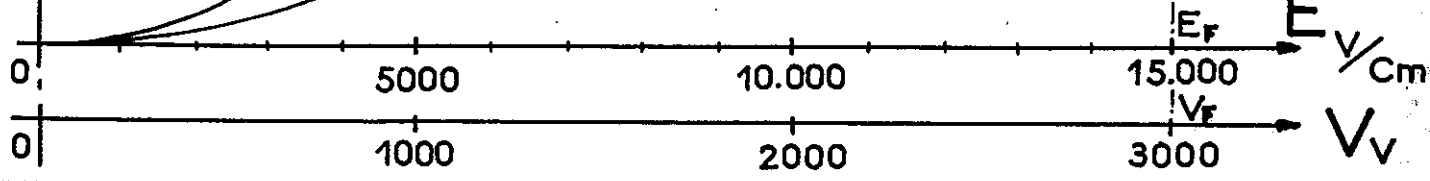
$\psi_e$

CARACTÉRISTIQUE D'UNE CELLULE  
DE KERR UTILISÉE EN  
MODULATEUR DE PHASE

0.2

$\psi_o$

0.1



$$\delta_{n_e} = n_e l = (n + B_e \lambda_0 E^2) l = n l + B_e l \lambda_0 E^2 \quad \text{ou} \quad B_e = \frac{2B}{3}$$

$$\text{Soit: } \delta_{n_e} = \delta_n + \frac{2}{3} B l \lambda_0 E^2$$

La vibration  $S'$  transmise par la cellule de Kerr s'écrira dans ce cas :

$$S' = A_0 \sin \left[ 2\pi \nu_0 t + 2\pi \frac{\delta_{n_e}}{\lambda_0} \right] = A_0 \sin \left[ 2\pi \left( \nu_0 t + \frac{\delta_n}{\lambda_0} \right) + 2\pi \frac{2B l \lambda_0 E^2}{3 \lambda_0} \right]$$

Elle s'écrira de même dans le cas où  $S$  est perpendiculaire à la direction de  $E$  ; en posant  $\delta_{n_o} = n_o l = \delta_n - \frac{1}{3} B l \lambda_0 E^2$

$$S' = A_0 \sin \left[ 2\pi \left( \nu_0 t + \frac{\delta_n}{\lambda_0} \right) - 2\pi \frac{B l \lambda_0 E^2}{3 \lambda_0} \right]$$

En faisant un même changement de l'origine des phases  $2\pi \frac{\delta_n}{\lambda_0}$  dans ces deux expressions, nous obtenons :

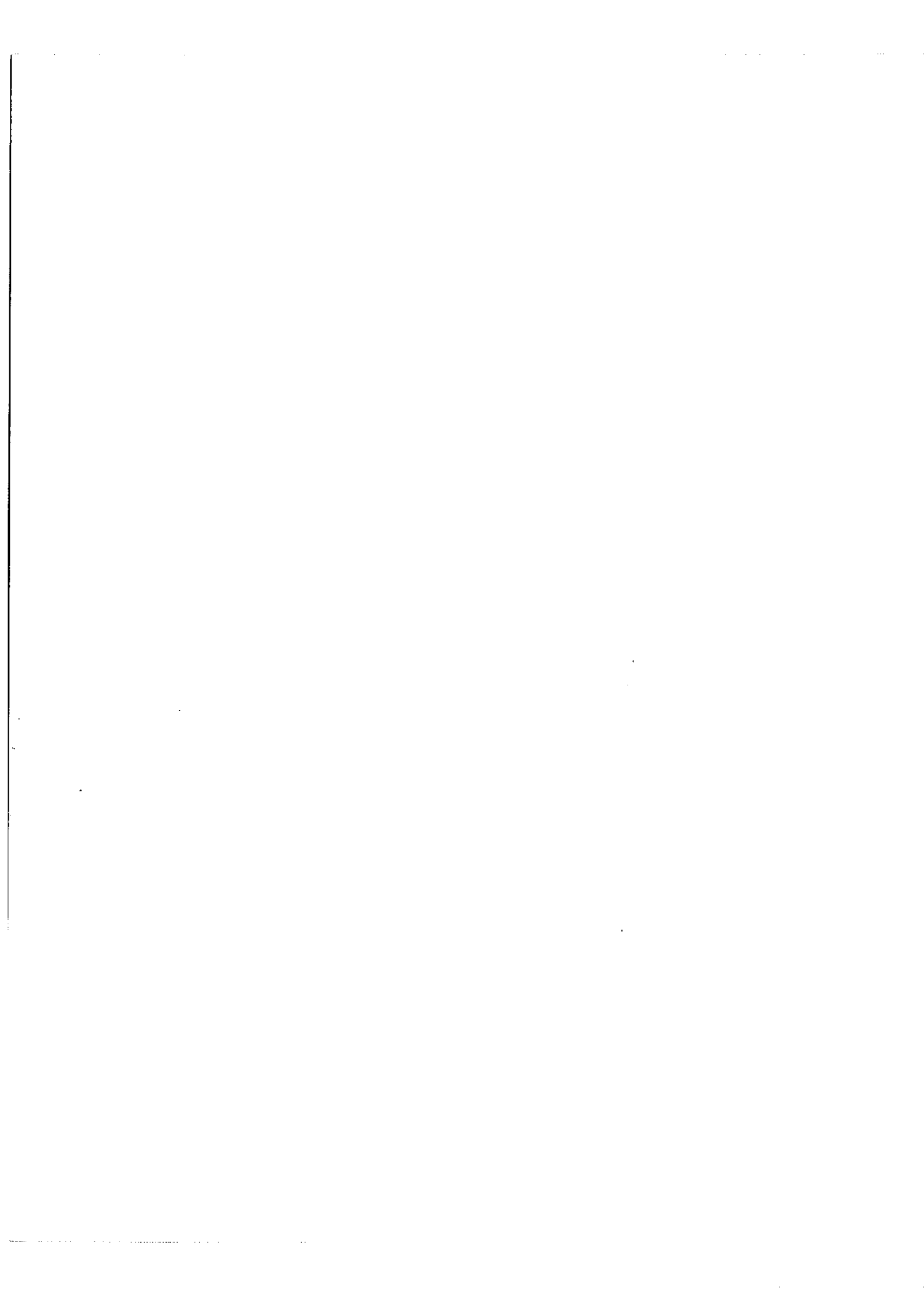
$$S' = A_0 \sin \left( 2\pi \nu_0 t + 2\pi \frac{2B l \lambda_0 E^2}{3 \lambda_0} \right) \text{ pour } S \text{ parallèle à } E$$

$$\text{et } S' = A_0 \sin \left( 2\pi \nu_0 t - 2\pi \frac{B l \lambda_0 E^2}{3 \lambda_0} \right) \text{ pour } S \text{ perpendiculaire à } E$$

La cellule de Kerr se comporte maintenant comme un déphaseur réglable et non plus comme un modulateur d'intensité ou d'amplitude.

Les courbes  $\varphi_e$  et  $\varphi_o$  de la figure (9) représentent les variations, calculées pour notre cellule de Kerr, de  $\varphi_e = 2\pi \frac{2B l \lambda_0 E^2}{3 \lambda_0}$  et  $\varphi_o = 2\pi \frac{B l \lambda_0 E^2}{\lambda_0}$  en fonction de  $E$  et de  $V = E e$ , en prenant  $B = 5 \cdot 10^{-10} \text{ uELqs}$ ,  $e = 0,2 \text{ cm}$ ,  $l = 5 \text{ cm}$  ; la tension  $V$  allant de 0 à 3000 volts.

Considérons comme nous l'avons fait au paragraphe A, le cas d'un champ appliqué faible  $\Delta E$ . Supposons encore que  $S$  est parallèle à la direction du champ électrique.



β) L'application d'un champ  $\Delta E$  à partir de l'origine de la courbe ( $\varphi_e$ ) crée un déphasage  $\varphi_e$  variant comme  $(\Delta E)^2$ . Il faudra donc comme au paragraphe A utiliser une tension de polarisation de valeur  $V_F$ , produisant un champ  $E_F$ , qui placera le point de fonctionnement au repos de la cellule de Kerr au point F situé dans une région quasi-linéaire de la courbe ( $\varphi_e$ ). L'application d'un champ faible  $\Delta E$  à partir du champ de polarisation de valeur  $E_F$  déplacera F dans cette partie quasi-linéaire, le déphasage ainsi introduit variera approximativement linéairement en fonction de  $\Delta E$ . En effet, la vibration  $S'$  transmise par la cellule s'écrira, en supposant  $\Delta E \ll E_F$  :

$$S' = A_0 \sin \left[ 2\pi\nu_0 t + 2\pi \frac{2Bl\lambda_0 (E_F + \Delta E)^2}{3\lambda_0} \right] \quad (\text{VII})$$

$$S' \simeq A_0 \sin \left[ 2\pi\nu_0 t + \left( 2\pi \frac{2Bl\lambda_0 E_F^2}{3\lambda_0} + 2\pi \frac{4Bl\lambda_0 E_F \Delta E}{3\lambda_0} \right) \right]$$

La phase  $\varphi$  varie maintenant linéairement en fonction de  $\Delta E$  autour d'une valeur moyenne  $\varphi_m = 2\pi \frac{2Bl\lambda_0 E_F^2}{3\lambda_0}$  :

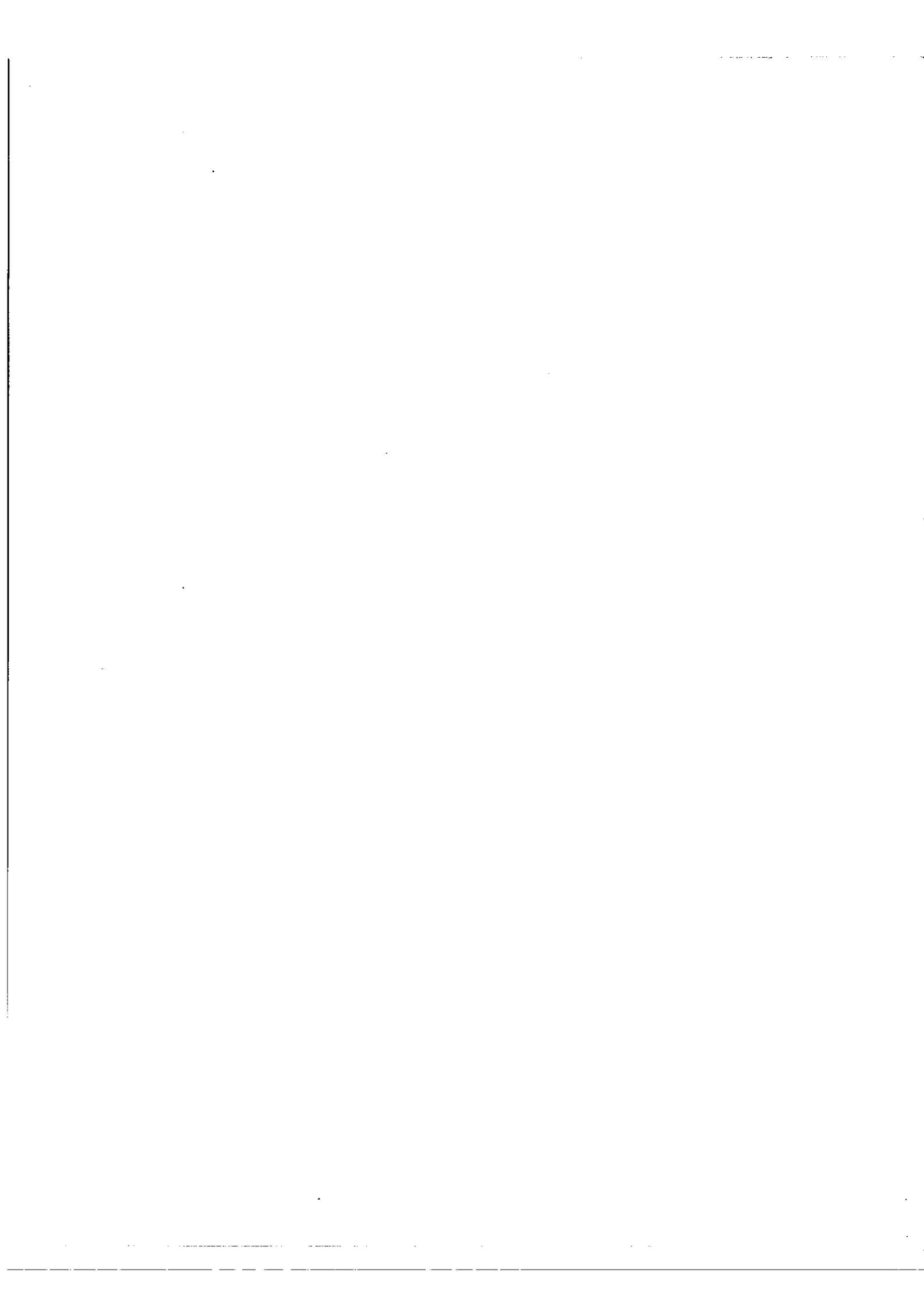
$$\varphi = \varphi_m + 2\pi \frac{4Bl\lambda_0 E_F \Delta E}{3\lambda_0} \quad \text{d'où} \quad (\varphi - \varphi_m) = \Delta\varphi \propto \Delta E$$

Le cas de la vibration  $S$  perpendiculaire au champ  $E$  se traitera de la même façon et on trouvera pour la même valeur  $E_F$  du champ de polarisation :

$$S' \simeq A_0 \sin \left[ 2\pi\nu_0 t - \left( 2\pi \frac{Bl\lambda_0 E_F^2}{3\lambda_0} + 2\pi \frac{2Bl\lambda_0 E_F \Delta E}{3\lambda_0} \right) \right]$$

Nous voyons que la phase varie encore proportionnellement à  $\Delta E$ , et ceci autour de la valeur moyenne  $2\pi \frac{Bl\lambda_0 E_F^2}{3\lambda_0}$ , mais le coefficient de proportionnalité est deux fois plus faible que dans le cas précédent, du fait même que la différence





20.b

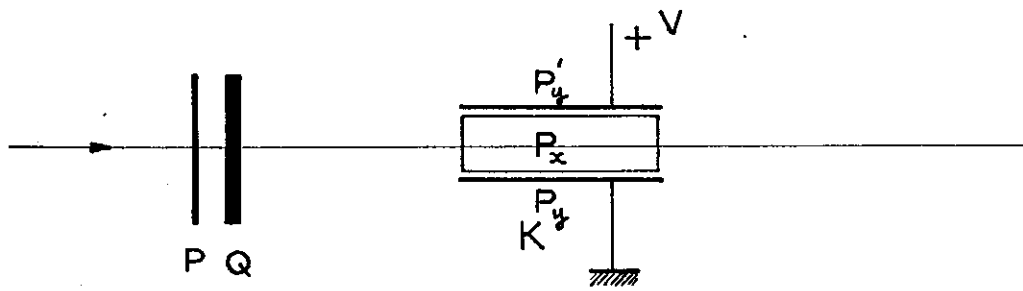


Fig 11a

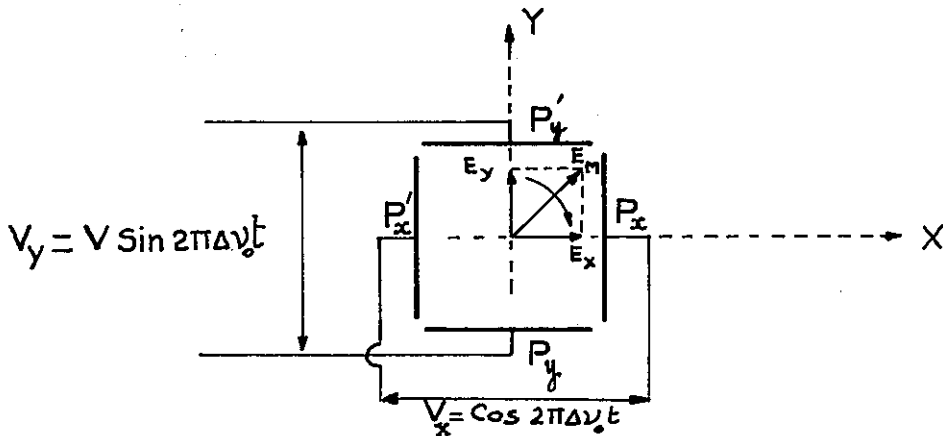
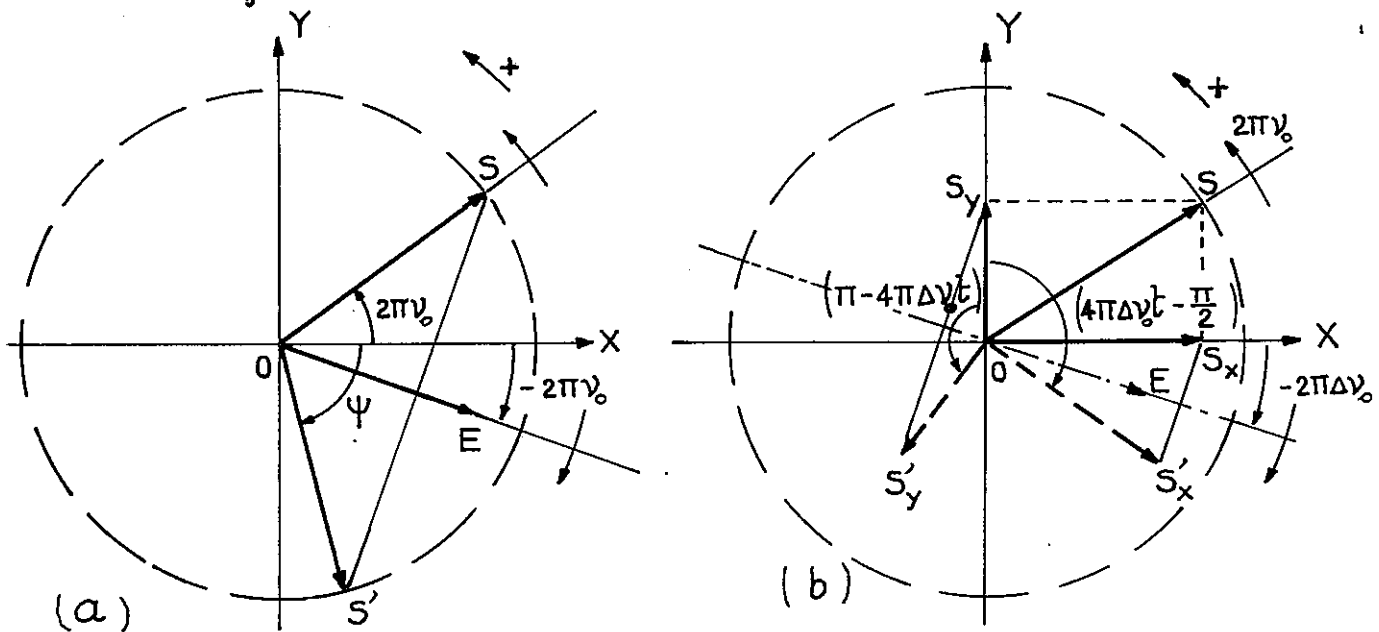


Fig 11b

CELLULE DE KERR À 4 PLATEAUX

FONCTIONNANT EN LAME DEMI-ONDE TOURNANTE



ACTION D'UNE LAME DEMI-ONDE TOURNANTE  
SUR UNE VIBRATION CIRCULAIRE

Fig 12



d'indice  $(n - n_0)$  est 2 fois plus faible que celle  $(n_e - n)$ .

Autrement dit le rapport de ces deux coefficients nous donne le rapport  $\rho$ .

- C) Fonctionnement en lame demi-onde tournante -

Ce mode d'emploi de la cellule de Kerr est encore non classique. Nous ne l'avons pas réalisé expérimentalement ; nous croyons utile néanmoins de l'exposer, car il pourrait se prêter, comme nous le montrerons au paragraphe suivant, à certaines applications pratiques.

a) Dispositif expérimental proposé

La cellule de Kerr comporte maintenant deux condensateurs disposés comme il est indiqué sur la figure (11.a). Les champs électriques appliqués entre les armatures de chaque condensateur sont maintenant des champs alternatifs.

b) Conditions de fonctionnement

Soient  $(E_y \sin 2\pi \Delta \nu_0 t)$  la forme du premier champ alternatif et  $(E_x \cos 2\pi \Delta \nu_0 t)$  celle du deuxième. Leur résultant est un champ de grandeur constante  $E_M = E \sqrt{2}$ , tournant avec la vitesse angulaire  $2\pi \Delta \nu_0$  (fig.11.b). Si la grandeur  $E_M$  est celle qui rend la cellule de Kerr demi-onde, c'est-à-dire si la différence de marche  $\delta_a$  introduite entre les deux vibrations privilégiées est égal à  $\frac{\lambda_0}{2}$  ( $\delta_a = B l \lambda_0 E_M^2 = \lambda_0 / 2$ ), nous réaliserons ainsi une lame demi-onde, tournante avec la vitesse angulaire  $2\pi \Delta \nu_0$ .



4) Les MODES DE MODULATION EN HAUTE FREQUENCE D'UNE RAIE OPTIQUE.-

Nous supposerons ici, pour les calculs, que la raie utilisée est une raie parfaitement monochromatique : la vibration lumineuse sera représentée par le vecteur  $S = \sin 2\pi\nu_0 t$ . Le cas réel, qui est celui d'une raie de largeur finie  $\delta\nu_0$  correspondra à une vibration lumineuse de la forme  $S = e^{-\frac{(\delta\nu_0)t}{2}} \sin 2\pi\nu_0 t$ ; on pourra reprendre alors le calcul exposé au § 2 - C) du CHAPITRE II et on aboutira aux mêmes résultats.

Nous reprenons maintenant l'étude de tous les modes de modulation déjà vus en radio.

- A) Modulation d'amplitude classique -

a) Le dispositif expérimental est celui indiqué au § 3 - A (fig.6.a), la cellule de Kerr fonctionne, en fait, en modulateur approximativement linéaire d'intensité (§ 3.A -  $\delta$ ). Son point de fonctionnement au repos est en  $Q_{VK}$ , le champ  $\Delta E$  est maintenant un champ alternatif ( $\Delta E \sin 2\pi\Delta\nu_0 t$ ). D'après l'étude qui a été faite, l'intensité  $I$  de la vibration transmise par l'analyseur (A) s'écrit (relation V) :  $I \simeq I_0 \left[ \frac{1}{2} + 2\pi B l E_M \Delta E \sin 2\pi\Delta\nu_0 t \right]$

Posons  $m = 2\pi B l E_M \Delta E$ ,  $m$  sera un taux de modulation par analogie avec le cas radio. En supposant  $m \ll 1$ ,  $I$  s'écrira :  $I \simeq I_0 \left[ \frac{1}{2} + m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t \right]$  et l'amplitude est  $A \simeq \frac{A_0}{\sqrt{2}} (1 + m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t)$  où  $A_0 = I_0^{1/2}$ .

L'onde transmise par l'analyseur est modulée en amplitude

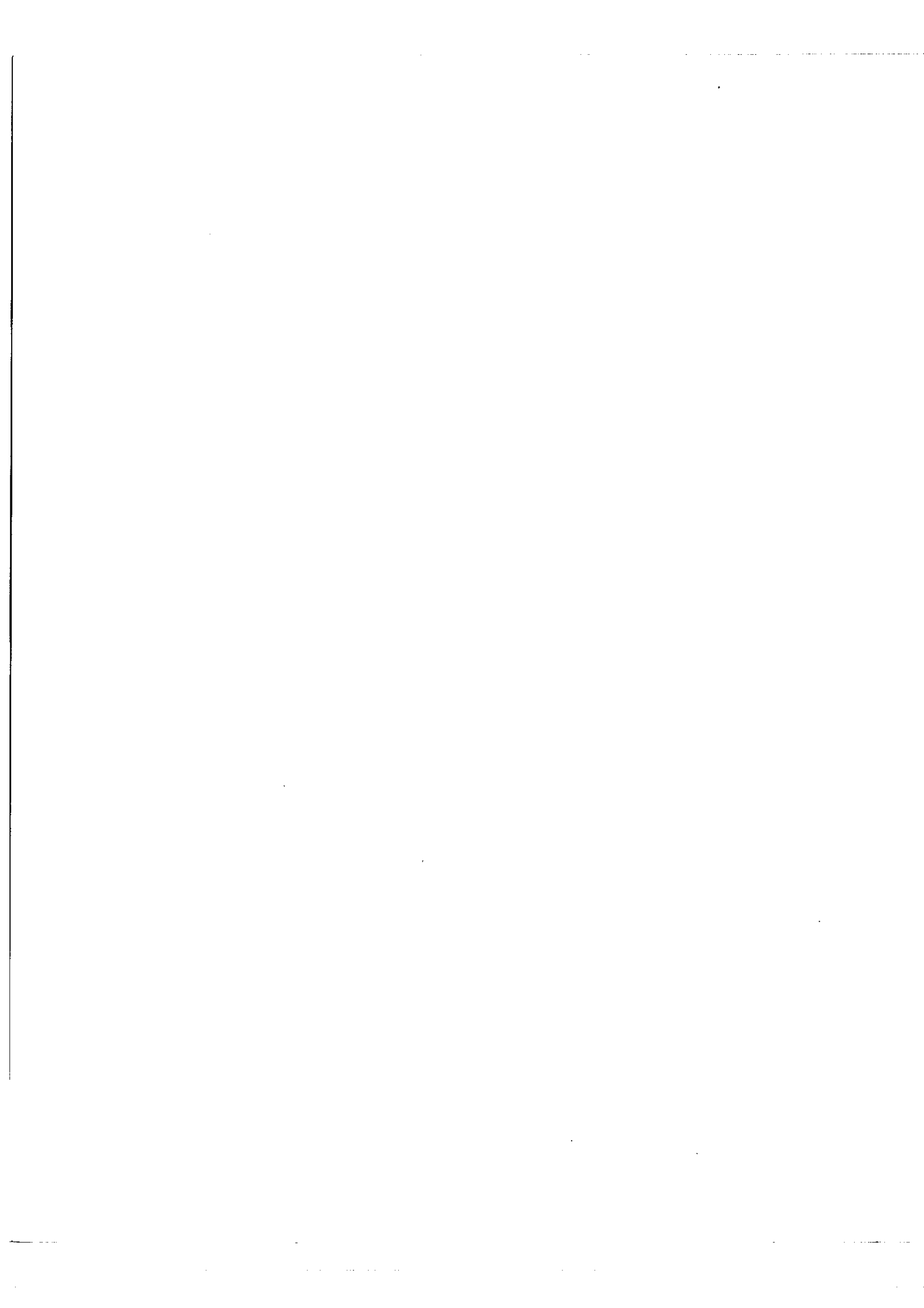
$$S' = \frac{A_0}{\sqrt{2}} (1 + m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t) \sin 2\pi\nu_0 t$$

d'où

$$S' = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \sin 2\pi\nu_0 t + \frac{A_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m}{2} \cos 2\pi(\nu_0 - \Delta\nu_0)t - \frac{A_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m}{2} \cos 2\pi(\nu_0 + \Delta\nu_0)t$$

Nous avons ainsi décomposé l'onde incidente de fréquence  $\nu_0$  en trois ondes de fréquence  $\nu_0, (\nu_0 \pm \Delta\nu_0)$  d'intensité relative 1 et  $\frac{m^2}{4}$

.../...



b) Cas général

Il est nécessaire de considérer ce cas, car d'une part la linéarité de la courbe de fonctionnement de la cellule de Kerr, autour du point  $Q_K$  est seulement approximative et d'autre part le taux de modulation ne peut être seulement  $< 1$  et non  $\ll 1$ . Afin d'alléger les calculs nous préférons raisonner sur l'amplitude de la vibration transmise par l'analyseur. Cette amplitude s'écrit :

$$A = A_0 \sin \pi \left[ \frac{\delta_0 + Bl\lambda_0 (E + \Delta E \sin 2\pi\Delta\nu_0 t)^2}{\lambda_0} \right]$$

Posons  $\delta_p = Bl\lambda_0 E^2$  différence de marche qui serait introduite par la tension de polarisation  $V$ , produisant un champ  $E$  ;  $\delta_a = Bl\lambda_0 (\Delta E)^2$  différence de marche qui serait introduite par un champ continu de valeur égale à celle de l'amplitude maximum du champ alternatif ;  $\delta_0$  désignera encore la différence de marche introduite par la lame cristalline.

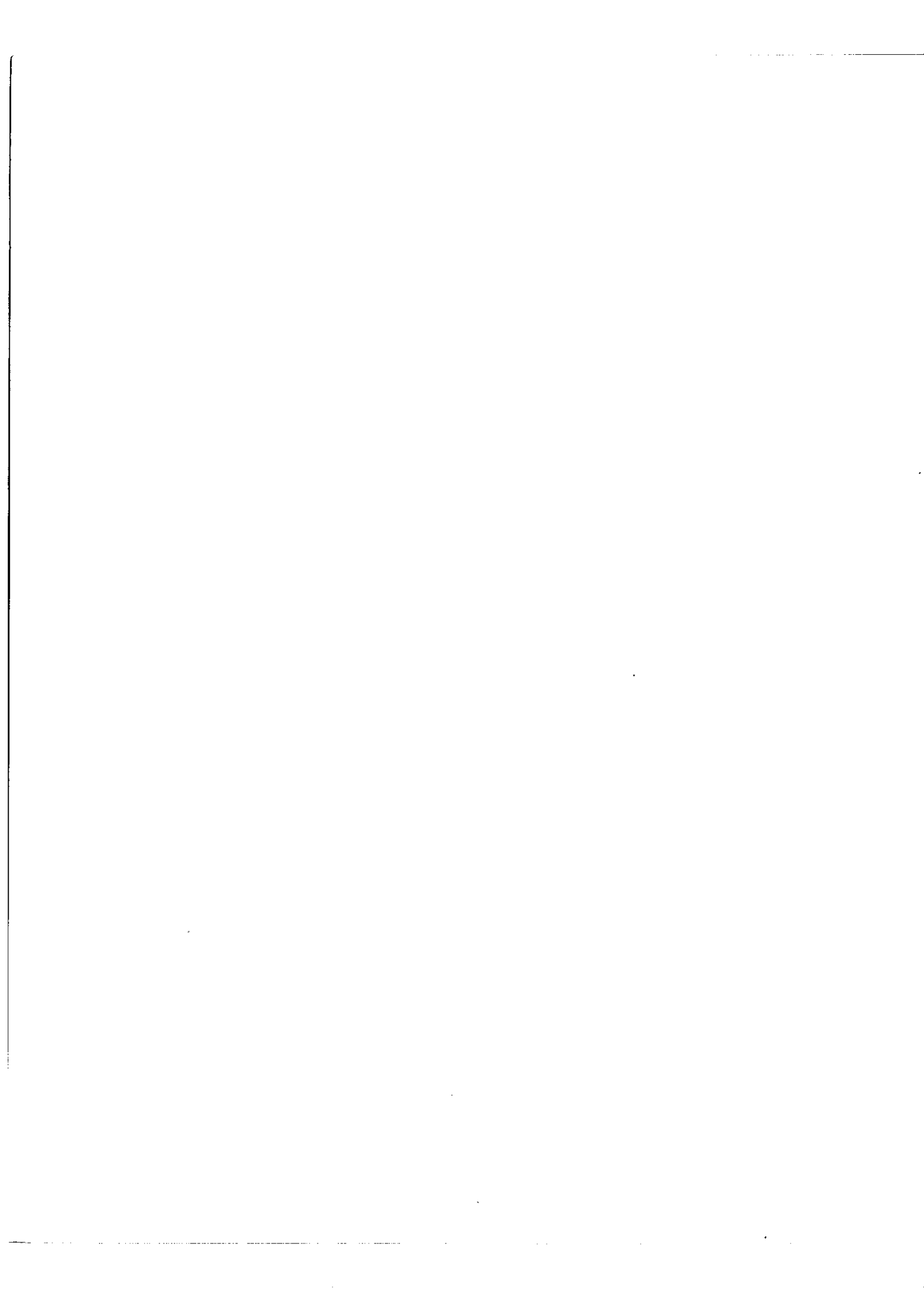
A s'écrit donc :

$$A = A_0 \sin \pi \left[ \frac{\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2 + 2\sqrt{\delta_a \delta_p} \sin 2\pi\Delta\nu_0 t - \delta_a/2 \cos 4\pi\Delta\nu_0 t}{\lambda_0} \right]$$

Nous avons posé  $m = 2\pi Bl E_M \Delta E$  ou  $m = 2\sqrt{\delta_a \delta_p} / \lambda_0$  ( $m < 1$ ) ;  
 posons  $m' = (\pi \delta_a / 2) / \lambda_0 = \pi \frac{Bl(\Delta E)^2}{\lambda_0}$  ( $m' \ll 1$ ) car  
 $\Delta E \ll E$ ,  $m'$  est aussi un taux de modulation.

A s'écrira maintenant :

$$A = A_0 \sin \left[ \pi \left( \frac{\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2}{\lambda_0} \right) + (m \sin 2\pi\Delta\nu_0 t - m' \cos 4\pi\Delta\nu_0 t) \right]$$



Les expressions fonction du temps se développent en utilisant les relations ( I ). L'amplitude  $A$  est maintenant "modulée" à des fréquences  $(\pm k \Delta \nu_0)$ . Le spectre de puissance de l'onde modulée se compose d'une porteuse de fréquence  $\nu_0$  et des bandes latérales de fréquences  $(\nu_0 \pm k \Delta \nu_0)$  (fig. 1.c).

Comme seule la porteuse et les bandes latérales de fréquences  $(\nu_0 \pm \Delta \nu_0)$  seront mises en évidence par la suite, les autres bandes latérales ayant des intensités relatives beaucoup trop faibles, cherchons les intensités correspondantes aux bandes latérales de fréquences  $(\nu_0 \pm \Delta \nu_0)$  en ne considérant que les termes en  $m$  et  $m^2$  et en négligeant les termes en  $m^3$  :

$$A \approx A_0 \sin \left[ \pi \left( \frac{\delta_0 + \delta_p}{\lambda_0} \right) + m \sin 2\pi \Delta \nu_0 t \right]$$

$$A \approx A_0 \left[ J_0(m) \sin \pi \frac{\delta_0 + \delta_p}{\lambda_0} + (2 J_1(m) \sin 2\pi \Delta \nu_0 t) \cos \pi \frac{\delta_0 + \delta_p}{\lambda_0} \right]$$

Remarquons que dans le cas où  $m \ll 1$  et  $(\delta_0 + \delta_p / \lambda_0) = \frac{\lambda_0}{4}$  nous retrouvons le résultat donné au paragraphe précédent :

$$A \approx \frac{A_0}{\sqrt{2}} (1 + m \sin 2\pi \Delta \nu_0 t)$$

Dans le cas général, la vibration transmise par l'analyseur s'écrira donc :

$$S' = A \sin 2\pi \nu_0 t$$

d'où

$$S' = \left[ A_0 J_0(m) \sin \pi \frac{\delta_0 + \delta_p}{\lambda_0} \right] \sin 2\pi \nu_0 t + \left[ A_0 J_1(m) \cos \frac{\delta_0 + \delta_p}{\lambda_0} \right] \cos 2\pi (\nu_0 - \Delta \nu_0) t + \left[ A_0 J_1(m) \cos \frac{\delta_0 + \delta_p}{\lambda_0} \right] \cos 2\pi (\nu_0 + \Delta \nu_0) t$$

.../...





Son spectre de puissance se compose d'une porteuse de fréquence  $\nu_0$  et de deux bandes latérales de fréquences  $(\nu_0 \pm \Delta\nu_0)$  et d'intensité relative :

$$\frac{J_1^2(m)}{J_0^2(m)} \times \frac{1}{\text{tg}^2 \pi (\delta_0 + \delta_p) / \lambda_0} \quad (\text{VIII})$$

Exemple numérique :

Les valeurs suivantes sont celles utilisées effectivement, les spectres de puissance de l'onde modulée est donné sur l'enregistrement 26.b du CHAPITRE IV :

$$\delta_0 = -\frac{\lambda_0}{4} ; E = \frac{V}{e} = \frac{2500}{0,2} \text{ V/cm} ; \delta_p = Bl \lambda_0 E^2 = \frac{\lambda_0}{4} \times 1,56$$

et  $\delta_a = Bl \lambda_0 (\Delta E)^2 = \frac{\lambda_0}{4} \times 0,06$  d'où  $\delta_a \ll \delta_p, \delta_0 ; \Delta E = 2500 \text{ V/cm}$ ,

$$\Delta V = 500 \text{ volts.}$$

Les valeurs de  $m$  et  $m'$  sont :  $m = 0,49$  et  $m' = 0,05$ , ( $m' \ll m$ )

L'intensité relative des bandes latérales est alors : 0,31.

- B) Modulation d'amplitude à suppression de la porteuse -

a) Le dispositif expérimental est encore celui indiqué au § 3 A, (fig.6.a), mais le point de fonctionnement est maintenant en N (§ 3.A - 8). La cellule de Kerr fonctionne en modulateur approximativement linéaire d'amplitude. Le champ appliqué est un champ alternatif :  $\Delta E \sin 2\pi \Delta\nu_0 t$

L'amplitude  $A$  de la vibration  $S'$  transmise par l'analyseur s'écrira (relation VI) :

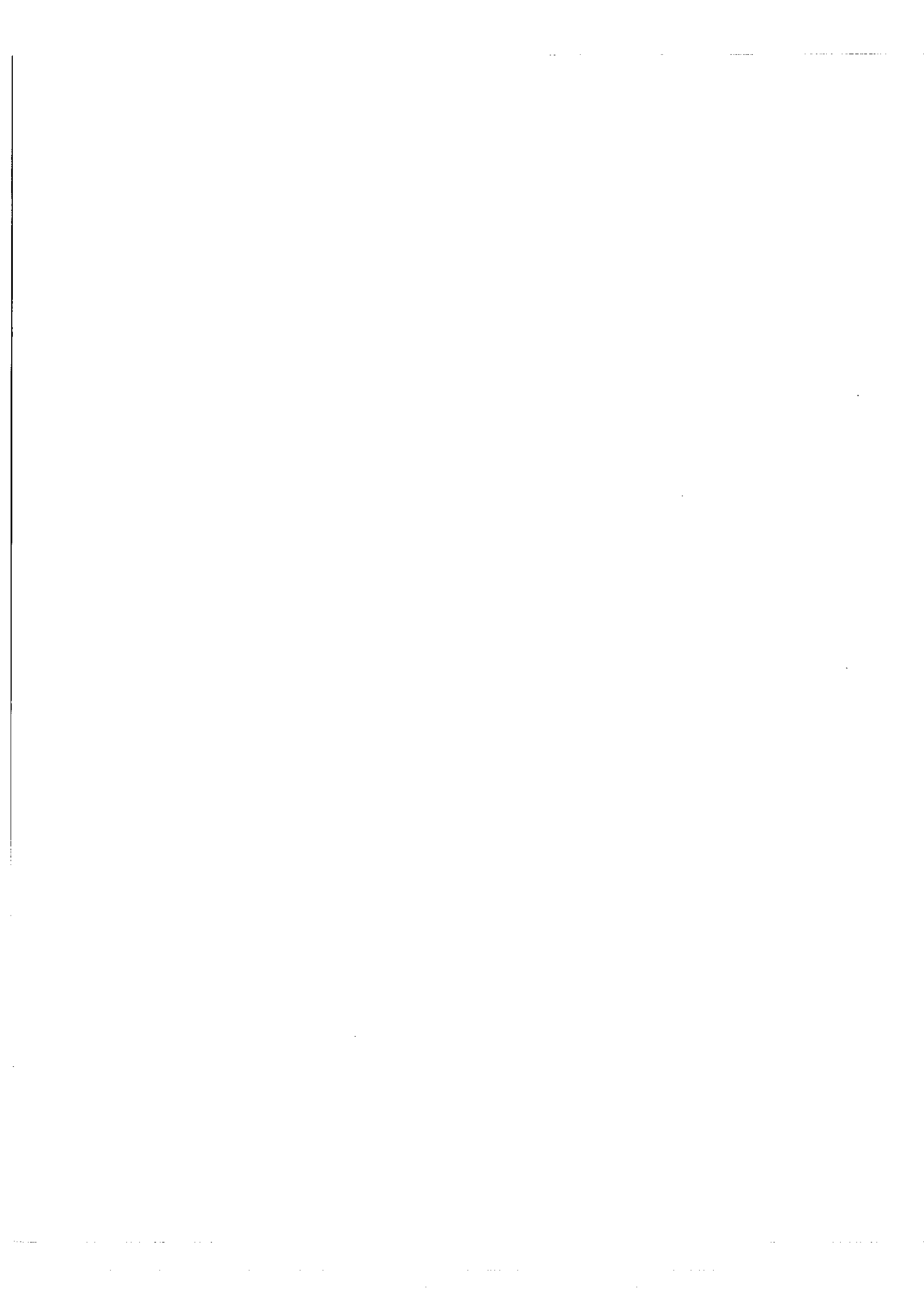
$$A = A_0 \sin (2\pi Bl E_p \Delta E \sin 2\pi \Delta\nu_0 t)$$

Soit en posant  $m'' = 2\pi Bl E_p \Delta E$  et en première approximation :

$$A \approx A_0 (m'' \sin 2\pi \Delta\nu_0 t)$$

L'onde modulée a pour expression :

.../...



$$S' = A_0 \left[ m'' \sin 2\pi \Delta \nu_0 t \right] \sin 2\pi \nu_0 t = \frac{A_0}{2} m'' \cos 2\pi (\nu_0 - \Delta \nu_0) t - \frac{A_0}{2} m'' \cos 2\pi (\nu_0 + \Delta \nu_0) t$$

Son spectre se compose maintenant seulement de 2 bandes latérales d'intensité

$$I_0 \frac{m''^2}{4} = I_0 (\pi B l E_p \Delta E)^2$$

b) en deuxième approximation, avec les mêmes notations que précédemment :

$$A = A_0 \sin \pi \left[ \frac{\delta_0 + \delta_p + 2\sqrt{\delta_a \delta_p} \sin 2\pi \Delta \nu_0 t + \delta_a \sin^2 2\pi \Delta \nu_0 t}{\lambda_0} \right]$$

d'où :

$$A = A_0 \sin \left[ \pi \left( \frac{\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2}{\lambda_0} \right) + (m'' \sin 2\pi \Delta \nu_0 t - m'' \cos 4\pi \Delta \nu_0 t) \right]$$

Le même calcul que celui exposé au paragraphe précédent donne :

$$A = A_0 \left[ J_0(m'') \sin \pi \frac{\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2}{\lambda_0} + (2 J_1(m'') \sin 2\pi \Delta \nu_0 t) \cos \pi \frac{\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2}{\lambda_0} \right]$$

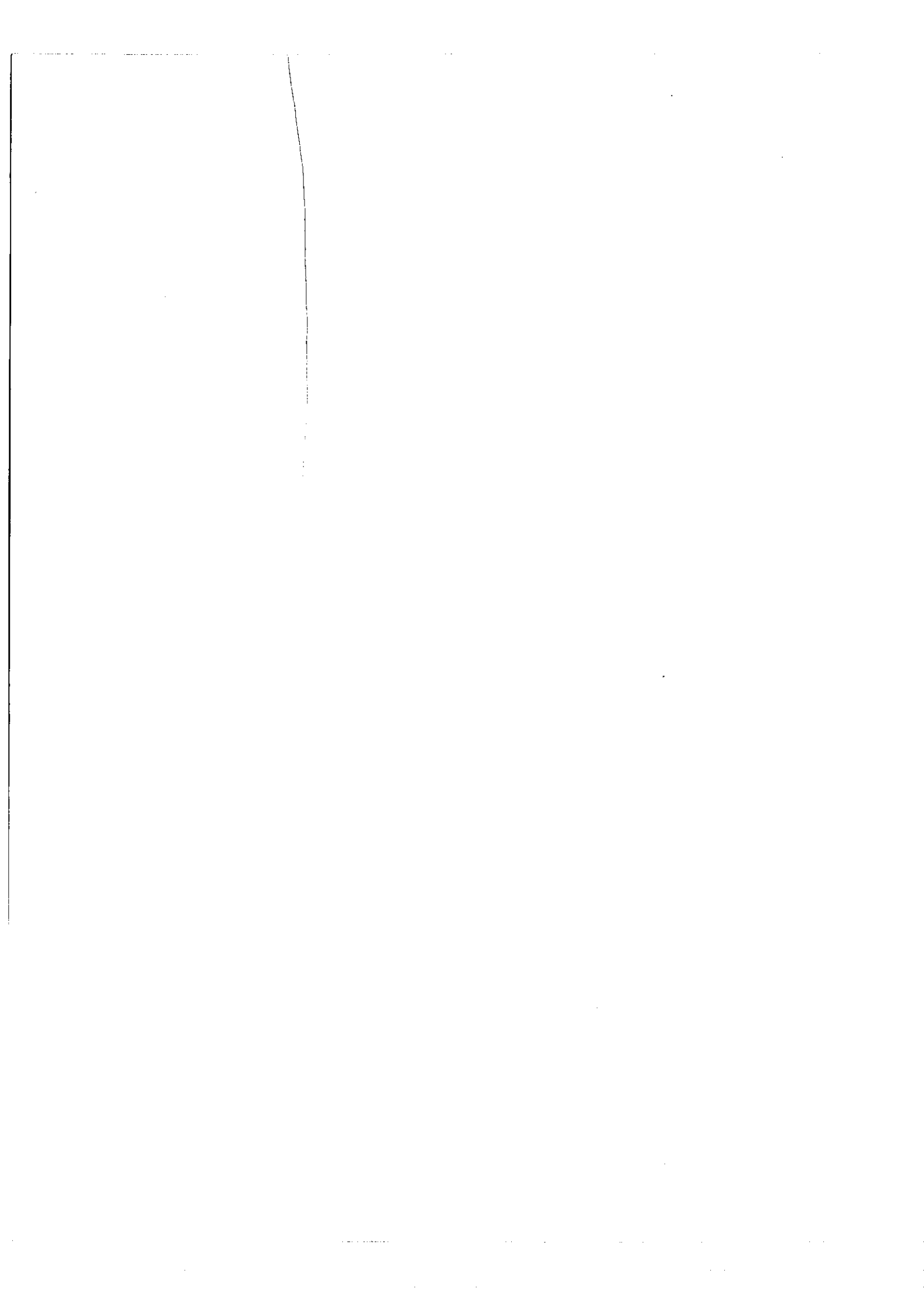
L'onde modulée s'écrira :

$$S' = A_0 \left[ J_0(m'') \sin \pi \frac{\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2}{\lambda_0} + (2 J_1(m'') \cos \pi \frac{\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2}{\lambda_0}) \sin 2\pi \Delta \nu_0 t \right] \sin 2\pi \nu_0 t$$

Lorsque  $(\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2) = 0$  seul le deuxième terme subsiste et le spectre de puissance de l'onde modulée se composera seulement de deux bandes latérales d'intensité  $I_0 J_1^2(m'') \approx I_0 (\pi B l E_p \Delta E)^2$

(fig.1.c). On peut laisser un résidu de porteuse de faible intensité en prenant

$(\delta_0 + \delta_p + \delta_a/2) \ll \lambda_0$  c'est ce qui a été fait et présenté sur l'enregistrement (c) de la figure 26.



-C) Modulation de phase -

a) Le dispositif expérimental est donné au paragraphe (3 B - a) (fig.8) et le fonctionnement de la cellule en (3 B - b).

Considérons la vibration  $S$ , à l'entrée de la cellule, de direction parallèle à celle du champ  $E$ . Lorsque le champ appliqué est un champ alternatif  $\Delta E \sin 2\pi \Delta \nu_0 t$ , la vibration  $S'$  transmise par la cellule s'écrira (relation VII) :

$$S' = A_0 \sin \left[ 2\pi \nu_0 t + 2\pi \frac{2Bl\lambda_0 (E_F + \Delta E \sin 2\pi \Delta \nu_0 t)^2}{3\lambda_0} \right]$$

$$\text{d'où : } S' \approx A_0 \sin \left[ 2\pi \left( \nu_0 t + \frac{2Bl\lambda_0 E_F^2}{3\lambda_0} \right) + 2\pi \frac{4Bl\lambda_0 E_F \Delta E \sin 2\pi \Delta \nu_0 t}{3\lambda_0} \right]$$

Faisons un changement de l'origine des phases de  $2\pi \frac{2bl\lambda_0 E_F^2}{3\lambda_0}$ , nous avons alors :

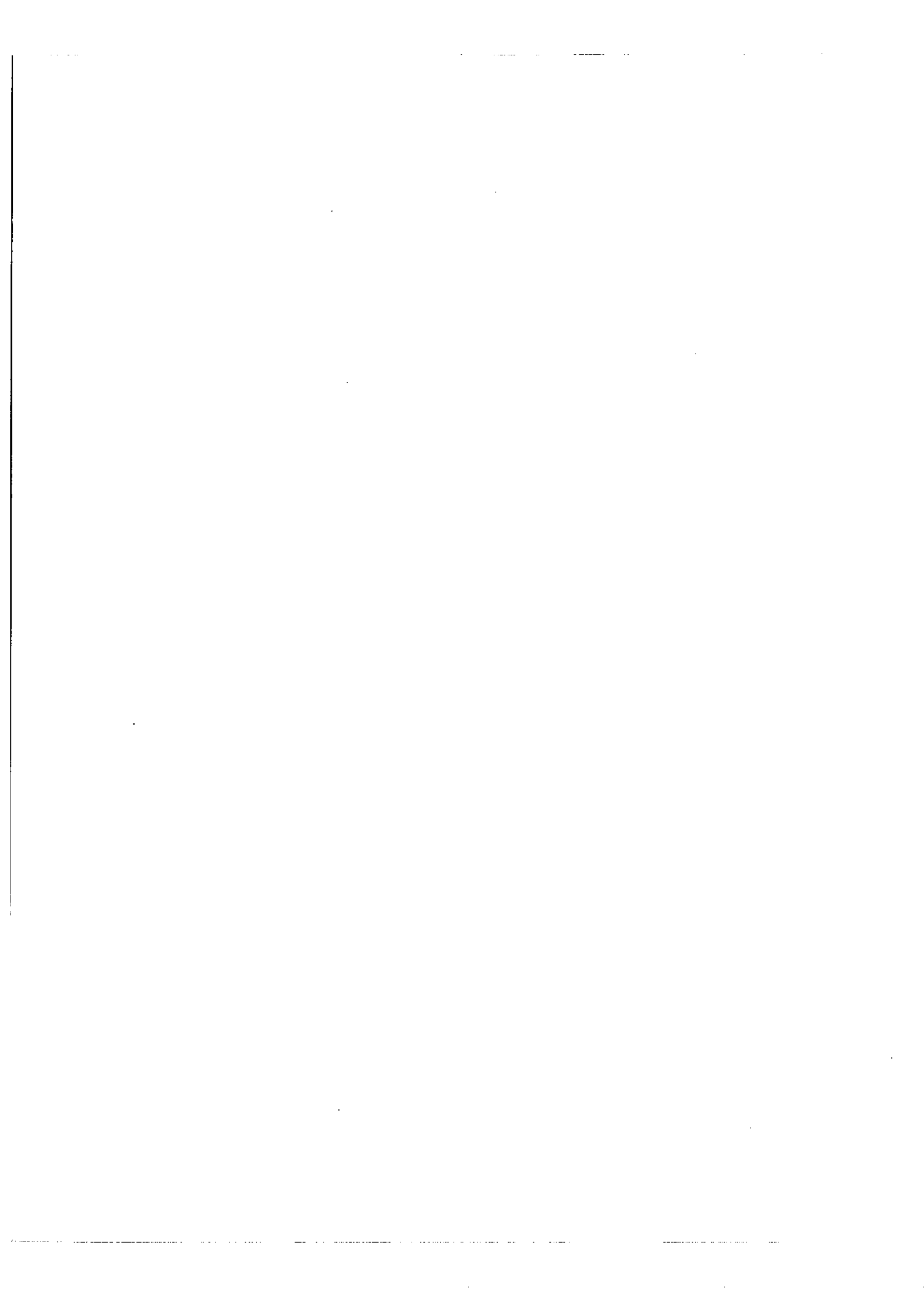
$$S' \approx A_0 \sin \left[ 2\pi \nu_0 t + 2\pi \frac{(4Bl\lambda_0 E_F \Delta E) \sin 2\pi \Delta \nu_0 t}{3\lambda_0} \right]$$

Le même calcul que celui indiqué au paragraphe 5 du CHAPITRE III sur la modulation de phase d'une onde radio donne, en posant  $m_1 = 2\pi \frac{4Bl\lambda_0 E_F \Delta E}{3\lambda_0}$ ,  $m_1$  est un indice de modulation :

$$S' \approx A_0 \left[ J_0(m_1) \sin 2\pi \nu_0 t + (2J_1(m_1) \sin 2\pi \Delta \nu_0 t) \cos 2\pi \nu_0 t \right]$$

Le spectre de puissance de  $S'$  (fig.10) se présente sous la forme d'une porteuse ( $\nu_0$ ) et de deux bandes latérales de fréquence ( $\nu_0 \pm \Delta \nu_0$ ) d'intensité relative :  $\frac{J_1^2(m_1)}{J_0^2(m_1)} \approx \frac{m_1^2}{4}$  en première approximation.

En ne conservant que les termes en  $m^2$ , l'intensité relative des bandes latérales est :  $\frac{m_1^2}{4 - 2m_1^2}$  (IX)



Tout le raisonnement que nous avons fait pour la vibration extraordinaire reste évidemment valable dans le cas d'une vibration ordinaire. L'indice de modulation est dans ce cas  $m_2 = 2\pi \frac{2Bl\lambda_0 E_F \Delta E}{3\lambda_0}$  et l'intensité de la porteuse est alors, en utilisant le même calcul approché,  $(1 - \frac{m_2^2}{2})$  et l'intensité relative des bandes latérales est  $(\frac{m_2^2}{4 - 2m_2^2})$ .

b) Mesure de  $\rho$

Nous voyons que  $m_1$  et  $m_2$  interviennent par leur carré dans les expressions des intensités relatives des bandes latérales. Nous avons vu d'autre part que  $m_1 = 2\pi \frac{4Bl\lambda_0 E_F \Delta E}{3\lambda_0}$  où  $B_e = \frac{2}{3} B$  et  $(n_e - n) = B_e \lambda_0 E^2$  et  $m_2 = 2\pi \frac{2Bl\lambda_0 E_F \Delta E}{3\lambda_0}$  où  $B_o = \frac{1}{3} B$  et  $(n - n_o) = B_o \lambda_0 E^2$ , par conséquent les variations absolues de l'indice  $n$  du liquide,  $(n_e - n)$  et  $(n - n_o)$  interviennent également par leur carré dans les intensités relatives des bandes latérales ; en faisant le rapport de ces dernières, nous retrouverons donc le fait que  $\rho^2 = \left(\frac{n_e - n}{n - n_o}\right) = 4$

En effet, désignons par  $I_1$  cette intensité dans le premier cas, et  $I_2$  dans le deuxième cas :

$$\frac{1}{I_1} = \frac{4 - 2m_1^2}{m_1^2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{I_2} = \frac{4 - 2m_2^2}{m_2^2}$$

D'où

$$\frac{I_1 + 2I_1 I_2}{I_2 + 2I_2 I_1} = 4 \quad (X)$$

Exemple numérique :

Comme dans le cas de modulation d'amplitude, considérons le cas suivant qui correspond aux enregistrements de la figure 27 du chapitre des résultats :





$$E_F = \frac{V_F}{e} = 15.000 \text{ V/cm} \text{ et } \Delta E = \frac{\Delta V}{e} = 2500 \text{ V/cm}, \quad B = 5 \times 10^{-10} \text{ uEPCGS}$$

et  $l = 5 \text{ cm}$ , d'où  $m_1 = 0,78$  et  $m_2 = 0,39$  par suite  $I_1 = 0,22$  et  $I_2 = 0,041$ .

- D) Modulation à bande latérale unique -

Ce mode de modulation que nous n'avons pas réalisé expérimentalement, correspond au fonctionnement de la cellule de Kerr exposé au paragraphe (3 C - b). La lumière polarisée circulairement par un polariseur (P) (fig.I2.a) dont les axes sont à 45° des lignes neutres d'une lame quart d'onde (Q) traverse la cellule de Kerr à 4 plateaux. Soit OX et OY les directions des normales à ces plateaux, E le vecteur représentant le champ résultant tournant, S le vecteur représentant la vibration circulaire à l'entrée de la cellule, tournant avec la vitesse angulaire  $2\pi\nu_0$ . La figure I2.a représente le cas où les sens de rotation de E et S sont opposés.

La cellule de Kerr étant équivalente à une lame demi-onde, à chaque instant la vibration sortante  $S'$  est représentée par un vecteur  $\vec{OS}'$  symétrique de  $\vec{OS}$  par rapport à E (fig.I2.a). Par rapport à l'axe fixe OX, en une seconde,  $\vec{OS}$  aura tourné de l'angle  $(2\pi\nu_0)$ , E de  $(-2\pi\Delta\nu_0)$  et  $\vec{OS}'$  de  $\psi$  telle que :

$$\psi = -2\pi\Delta\nu_0 - (2\pi\nu_0 + 2\pi\Delta\nu_0) = -2\pi(\nu_0 + \Delta\nu_0)$$

$\vec{OS}'$  tournera donc en sens inverse de  $\vec{OS}$  avec la vitesse angulaire  $2\pi(\nu_0 + \Delta\nu_0)$ .

Si la lumière incidente sur la cellule est une vibration circulaire droite de fréquence  $\nu_0$ , la lumière émergente sera une vibration circulaire gauche de fréquence  $(\nu_0 + 2\Delta\nu_0)$ , le déplacement de fréquence est égal au double de la fréquence de modulation  $\Delta\nu_0$ . Il peut évidemment y avoir augmentation

.../...



ou diminution de fréquence suivant les sens relatifs de rotation du champ électrique résultant et de la vibration circulaire. Il y aura augmentation si les deux sens de rotation sont opposés (cas traité), diminution si les deux sens de rotation sont identiques.

Le dispositif de modulation à bande latérale unique que nous venons de voir peut être rapproché de son analogue en radio. En effet, tout comme notre porteuse H.F, la vibration lumineuse circulaire incidente pourrait être décomposée en deux vibrations rectilignes en quadratures de phase  $S_y = \sin 2\pi\nu_0 t$  et  $S_x = \cos 2\pi\nu_0 t$ , de même le champ électrique tournant résulte de deux champs en quadrature. Nous disons maintenant que la lame demi-onde tournante, constituée par la cellule de Kerr, reconstitue le signal modulé désiré  $\left[ \sin 2\pi(\nu_0 + 2\Delta\nu_0)t \right]$ , comme l'ensemble formé par le modulateur équilibré et le sommateur dans le dispositif de modulation à bande latérale unique en radio. La seule différence est que le déplacement des fréquences est le double de la fréquence de modulation. En effet, (fig.I2.b), la lame demi-onde transforme  $S_x$  et  $S_y$  en  $S'_x$  et  $S'_y$  symétriques des précédents par rapport à E. Sur l'axe OY, la vibration émergente a pour composante :

$$Y = S'_x \cos(4\pi\Delta\nu_0 t - \pi/2) + S'_y \cos(\pi - 4\pi\Delta\nu_0 t)$$

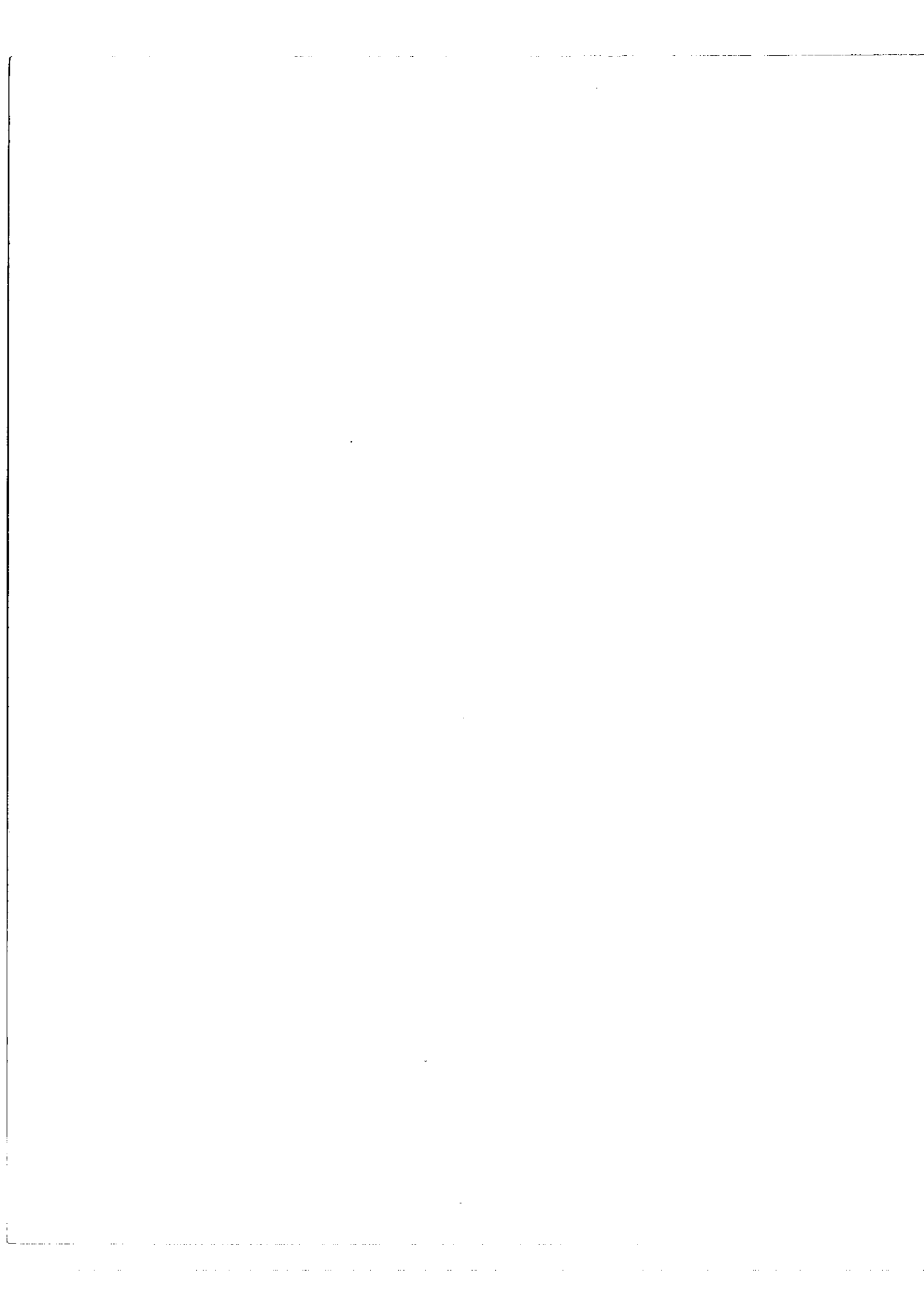
Soit :

$$Y = - \left[ (\cos 2\pi\nu_0 t)(\sin 4\pi\Delta\nu_0 t) + (\sin 4\pi\Delta\nu_0 t)(\cos 2\pi\nu_0 t) \right]$$

$$Y = - \left[ \sin 2\pi(\nu_0 + 2\Delta\nu_0)t \right]$$

Le signe moins tient compte du sens relatif de rotation de la vibration émergente. De même la composante suivant OX s'écrira :

$$X = \left[ \cos 2\pi(\nu_0 + 2\Delta\nu_0)t \right]$$



La vibration émergente est bien une vibration circulaire de sens contraire à celui de la vibration circulaire incidente et sur chaque axe nous avons bien le signal modulé désiré (fig.1.e). Il semble que la plus haute fréquence à laquelle on puisse faire fonctionner la cellule de Kerr soit de l'ordre de  $10^3$  MHz, de déplacement de fréquence réalisable serait alors de l'ordre de  $2.10^3$  MHz, soit  $0,06 \text{ cm}^{-1}$ , c'est-à-dire plusieurs fois supérieur à la largeur des raies d'émission les plus fines que l'on sait produire au laboratoire. Il pourrait évidemment être augmenté en mettant en série plusieurs cellules de Kerr ; on pourrait peut-être appliquer cette technique à la mesure précise de petits écarts de fréquence entre raies.

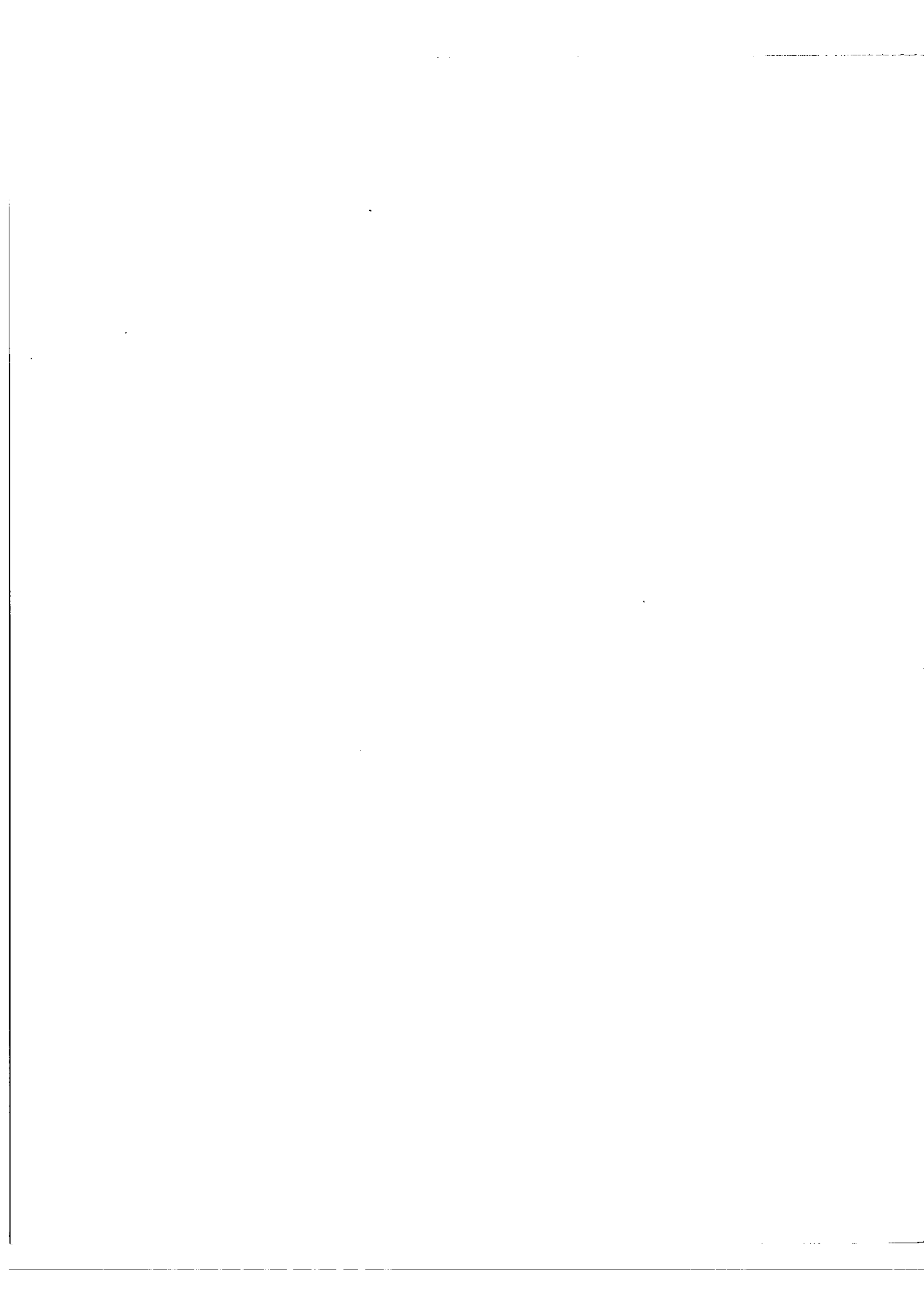
#### 5) EXPERIENCE DE MODULATION D'UNE RAIE OPTIQUE DE VON RUPP -

Une expérience de modulation d'amplitude d'une raie optique en haute fréquence a été décrite par Von Rupp en 1927 [4]. Comme l'auteur ne disposait pas de spectrographe assez puissant pour mettre en évidence le déplacement de fréquence très faible produit par modulation de la raie en émission utilisée, la raie verte du thallium, il a eu l'idée d'utiliser une cuve à absorption contenant de la vapeur de thallium qui absorbe la fréquence de la porteuse et laisse passer les fréquences des bandes latérales, c'est-à-dire qui agit comme filtre coupe-bande très sélectif.

Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure 13. Une lampe à résonance L émet la raie verte du thallium ; la lumière traverse la cellule de Kerr (K), placée entre polariseur (P) et analyseur (A), croisés, puis la cuve à absorption C avant de tomber sur une plaque photographique (Ph). Des résistances permettent de régler les températures de la cuve et de la lampe. Nous proposons l'interprétation suivante de l'expérience dont la discussion donnée par Rupp ne nous paraît pas claire.

.../...





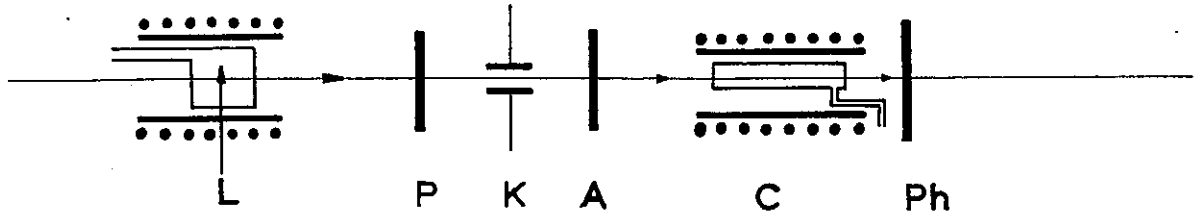
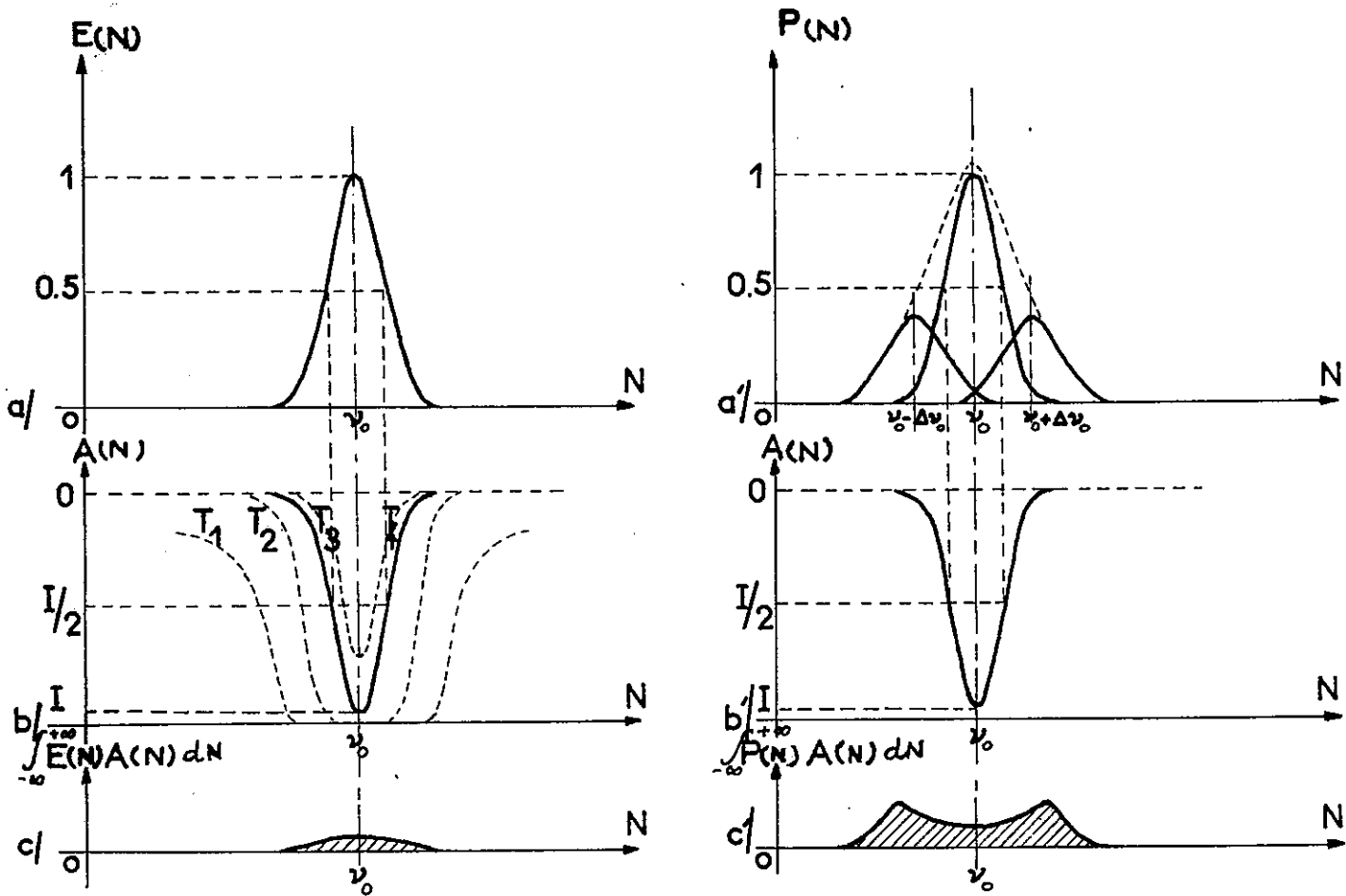


Fig 13



EXPÉRIENCE DE V. RUPP

Fig 14



Soient  $E(N)$  le profil de la raie en émission et  $A(N)$  le coefficient de transmission de la cuve (fig.I4a - I4b), coefficient dépendant de l'épaisseur de la cuve et de la température de vapeur. Le flux  $\Phi$  reçu par la plaque photographique, en l'absence de modulation, est proportionnel à la surface de la courbe  $E(N) A(N)$ , (fig.I4.c) :

$$\Phi \propto \int_{-\infty}^{+\infty} E(N) A(N) dN$$

Lorsque la modulation est établie, le profil de la raie émise est modifié. Nous avons maintenant à l'entrée de la cuve à absorption une vibration dont le spectre de puissance est de la forme (CHAPITRE I - § 2 C) :

$$E(N) = E(N) + \frac{m^2}{4} E(N+\Delta N) + \frac{m^2}{4} E(N-\Delta N) \quad \text{(fig I4a')}$$

où  $m$  est le taux de modulation qui dépend, comme nous l'avons vu, des conditions de fonctionnement de la cellule de Kerr ; le flux reçu par (Ph) est alors proportionnel à (fig.I4.c') :

$$\Phi \propto \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ E(N) + \frac{m^2}{4} E(N+\Delta N) + \frac{m^2}{4} E(N-\Delta N) \right\} A(N) dN$$

D'où une variation de flux :

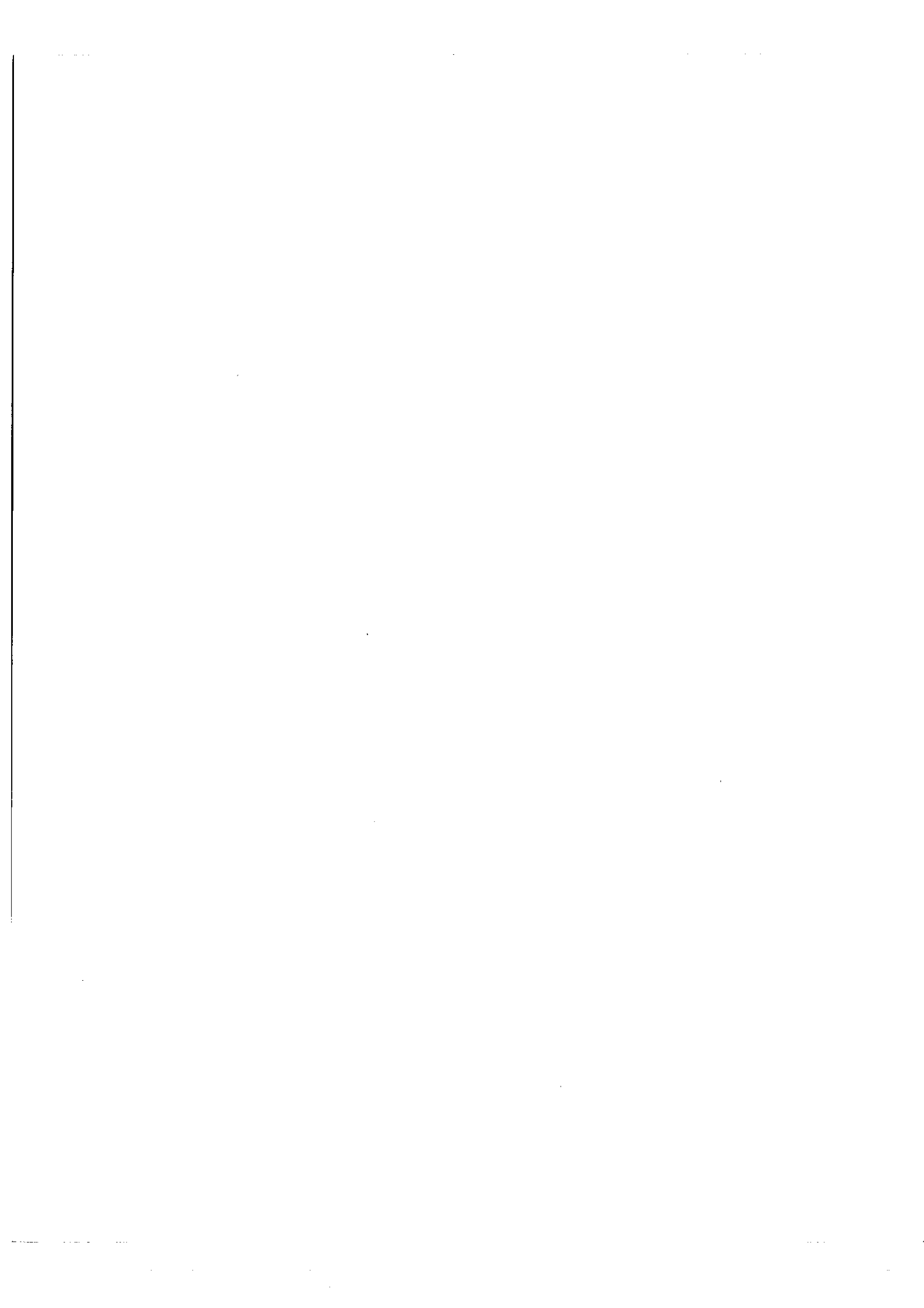
$$d\Phi \propto \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ E(N) + \frac{m^2}{4} E(N+\Delta N) + \frac{m^2}{4} E(N-\Delta N) \right\} A(N) dN - \int_{-\infty}^{+\infty} E(N) A(N) dN$$

Soit :

$$d\Phi \propto \frac{m^2}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} E(N+\Delta N) \cdot A(N) dN + \frac{m^2}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} E(N-\Delta N) \cdot A(N) dN$$

En pratique il y a toujours une augmentation de flux ( $d\Phi > 0$ ), ce que la figure (I4.c) montre par l'augmentation de la courbe  $E(N)$  par rapport à  $A(N)$ .

.../...



La sensibilité maximum est obtenue lorsque les largeurs de  $A(N)$  et  $E(N)$  sont égales, on se placera donc toujours dans ces conditions en ajustant la température de la cuve à absorption. La variation  $d\Phi$  n'est calculable de façon précise que si le profil  $E(N)$  de la raie en émission et le coefficient d'absorption  $A(N)$  sont parfaitement connus, ainsi que les valeurs efficaces des tensions alternatives appliquées sur  $K$ . Or il semble que ces conditions ne soient pas réalisées dans l'expérience de Rupp. Le profil  $E(N)$  n'a pas été établi expérimentalement. L'auteur employait la formule théorique

$E(N) = \int_0^N e^{-\frac{Mc^2}{2kT} \left( \frac{N-\nu_0}{\nu_0} \right)^2}$  il en déduisait les largeurs Doppler à 280° et 480°C, températures pour lesquelles il avait obtenu l'égalité des largeurs de  $E(N)$  et  $A(N)$ .

Ces largeurs sont respectivement  $\delta\nu_1 = 3,3 \times 10^2$  MHz et  $\delta\nu_2 = 3,9 \times 10^2$  MHz, la largeur réelle de  $E(N)$  était certainement de l'ordre de  $12 \cdot 10^2$  MHz, valeur de la plus haute fréquence de modulation utilisée, soit quelques fois  $\delta\nu_2$ , car l'auteur ne réalisait qu'un élargissement par modulation de la raie initiale. Aucune précision n'a été donnée sur  $A(N)$  ; quant aux valeurs efficaces des tensions alternatives utilisées, l'auteur indiquait que les mesures étaient imprécises, du fait que ce sont des mesures en haute fréquence et que les tensions utilisées sont élevées, il n'employait pas de tension continue de polarisation.

En conclusion, dans cette expérience, nous croyons que le spectre de puissance de l'onde modulée n'est déterminée que de façon indirecte et d'une manière imprécise.



## CHAPITRE IV

### PRINCIPE ET REALISATION DE L'EXPERIENCE DE MODULATION

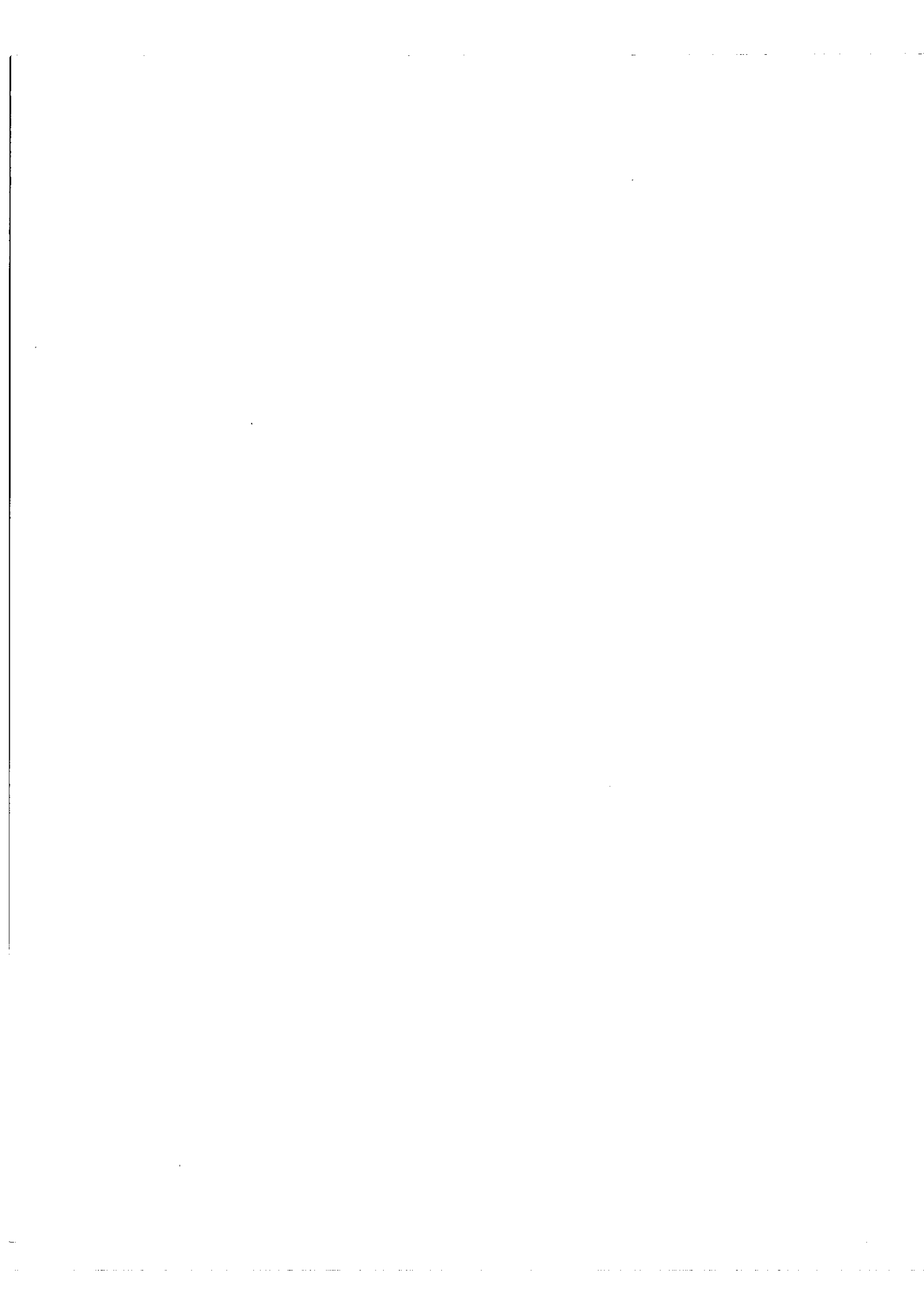
#### INTRODUCTION.-

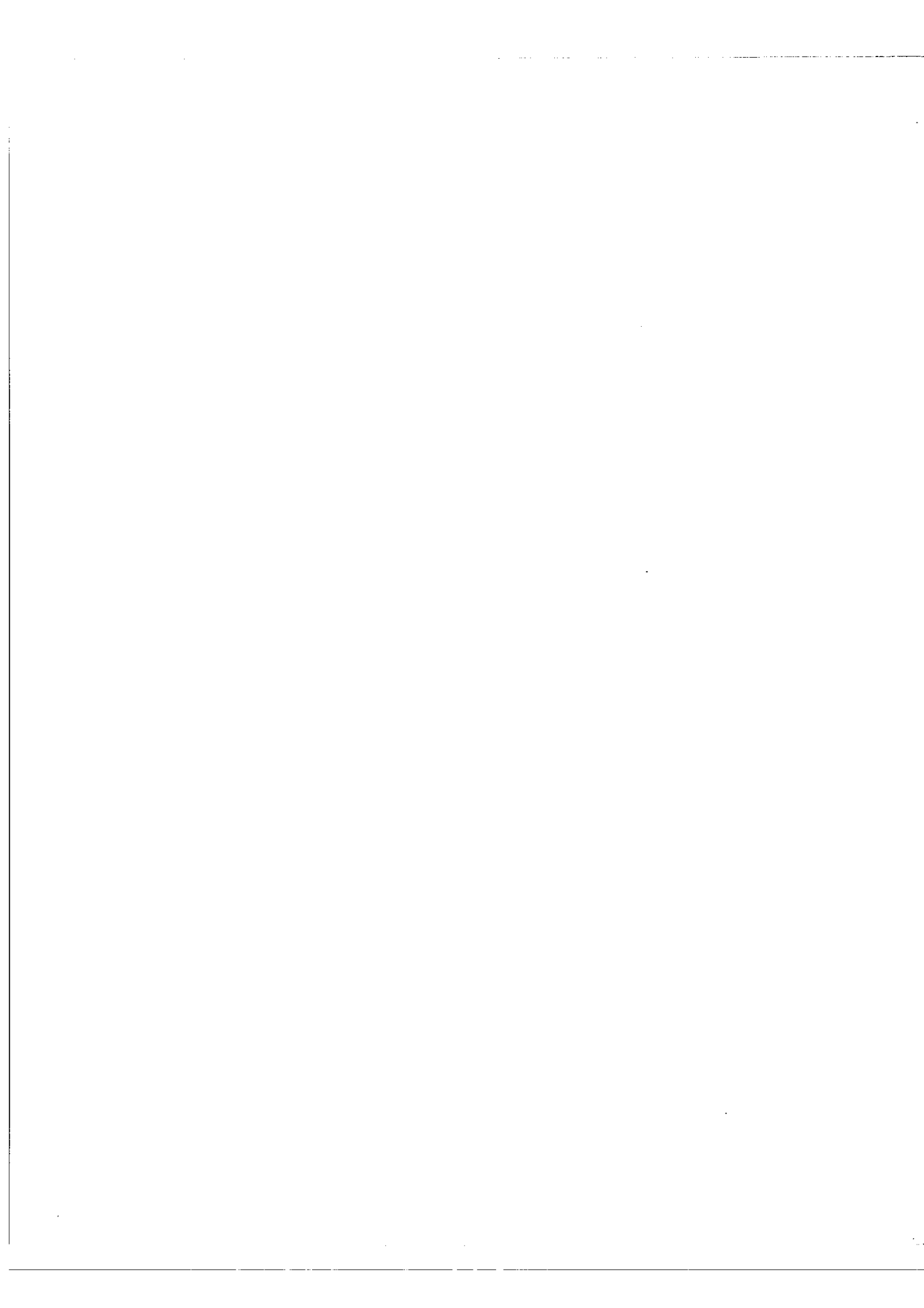
Nous avons vu la difficulté pour mettre en évidence la décomposition, par modulation, de la porteuse, en bandes latérales, lorsque sa largeur  $\delta\nu_0$  est de l'ordre de la fréquence de modulation. Pour remédier à cette difficulté nous avons utilisé des raies fines artificielles produites par un interféromètre à ondes multiples à très grande différence de marche, fonctionnant comme filtre de fréquence, très sélectif, ou encore comme cavité résonante à  $Q$  élevé. Dans l'expérience que nous allons décrire, un premier interféromètre, éclairé par une source, émettant une raie large que l'on peut pratiquement considérer comme spectre continu, transmet un spectre cannelé constitué d'un très grand nombre de raies très fines. La lumière est ensuite modulée par la cellule de Kerr puis analysée par un deuxième interféromètre identique au premier. Comme toutes ces raies sont identiques, équidistantes et subissent la même décomposition, le résultat est finalement le même que si une raie unique avait été utilisée, et l'on dispose de beaucoup plus de lumière.

#### 1) RAPPEL DES PROPRIETES DES INTERFEROMETRES A ONDES MULTIPLES -

La figure 15 donne le montage maintenant classique d'un spectromètre Fabry-Perot, comprenant un étalon F.P. suivi d'un diaphragme isolateur (D) placé dans le plan focal d'une lentille (L) et un récepteur ( $\Gamma$ ).

.../...





34.6

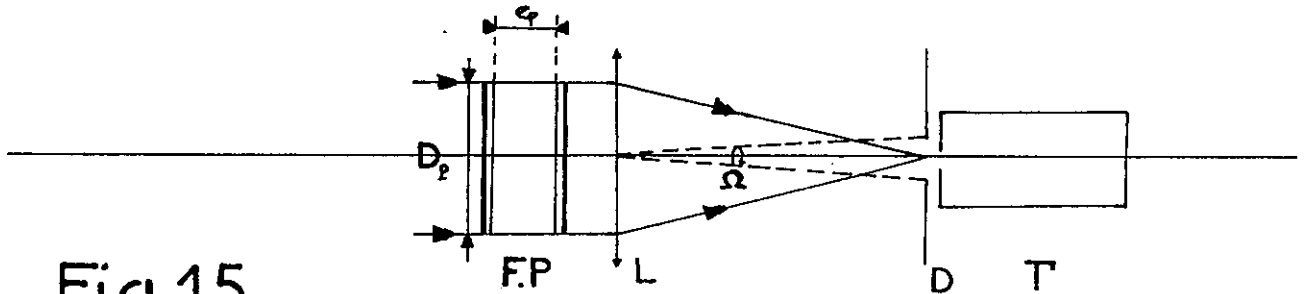
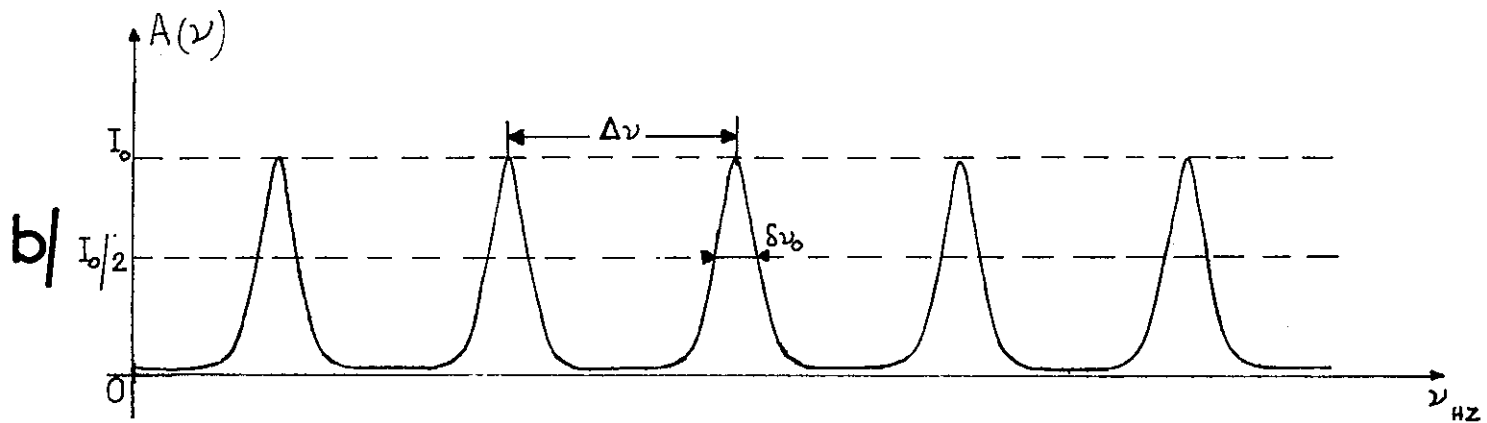
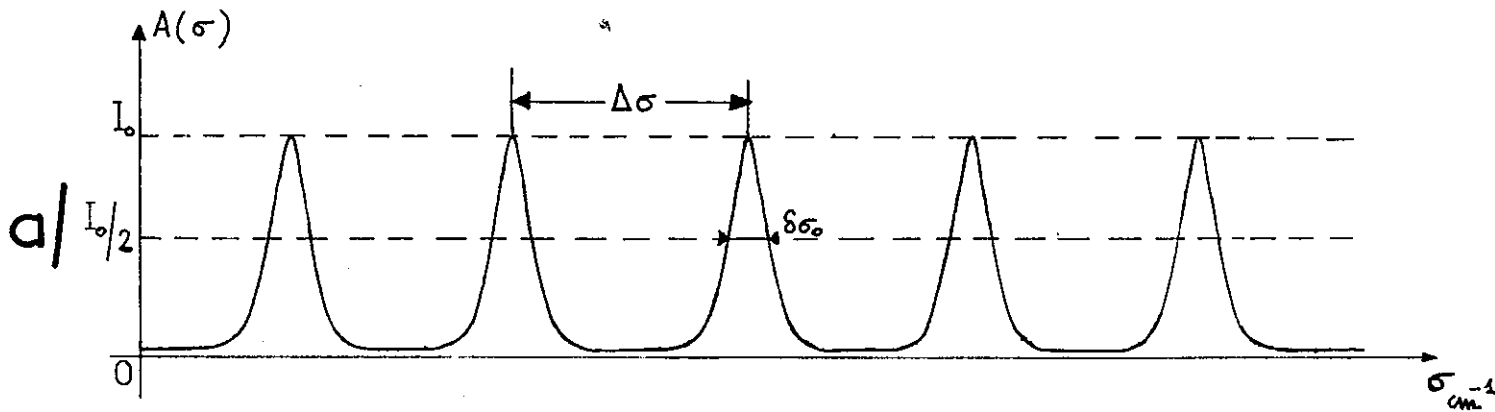


Fig 15

SPECTROMETRE FABRY-PEROT



FONCTION DE TRANSMISSION DU F.P

Fig 16



Supposons l'absorption des lames nulle et considérons d'abord les rayons d'incidence très faible. La fonction de transmission de l'intensité est la fonction d'Airy :

$$A(\sigma) = \frac{1}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2 2\pi e_P \sigma}$$

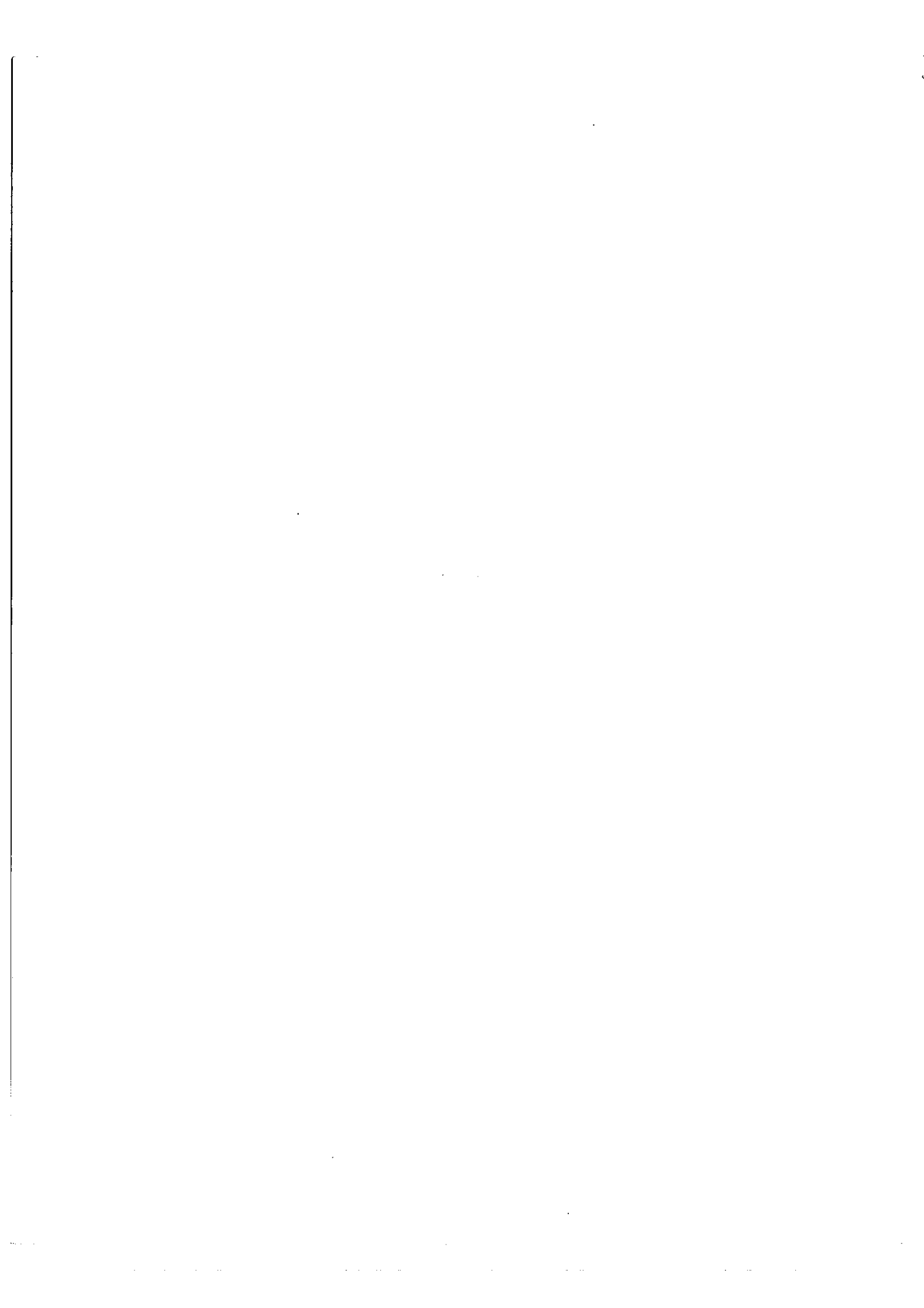
où  $e_P$  est l'épaisseur optique du Fabry-Perot,  $\sigma$  le nombre d'onde et  $r$  le pouvoir réflecteur des lames. Cette fonction est représentée sur la figure I6.a.

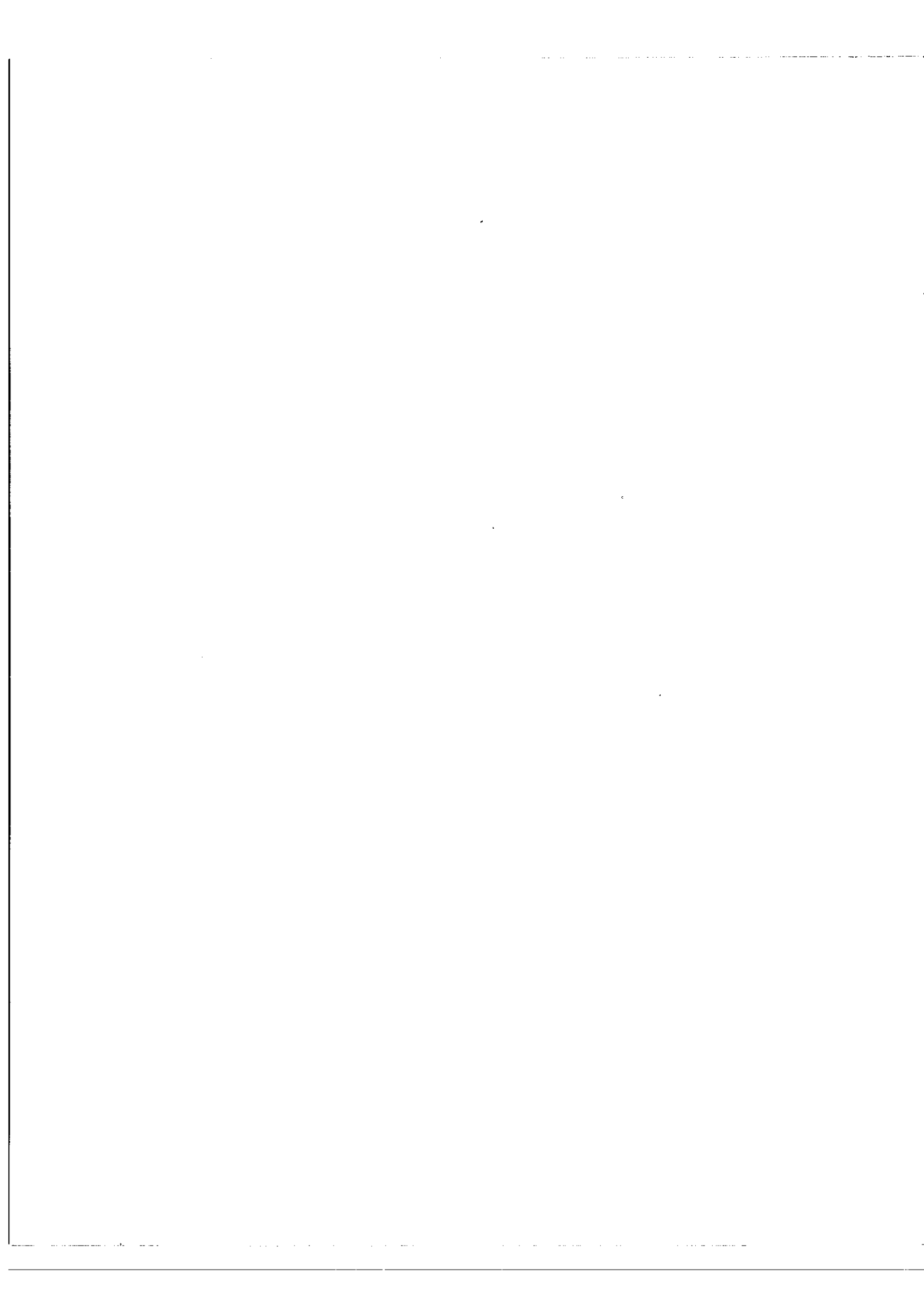
Les quantités intéressantes sont : la largeur  $\delta\sigma_0$  des pics de  $A(\sigma)$ , l'intervalle entre ordres  $\Delta\sigma = \frac{1}{2e}$  et la finesse  $N_R = \frac{\Delta\sigma}{\delta\sigma_0}$ . Le pouvoir de

résolution théorique de l'appareil est  $R_{o.P} = \frac{\sigma}{\delta\sigma_0} = N_R \frac{2e_P}{\lambda}$

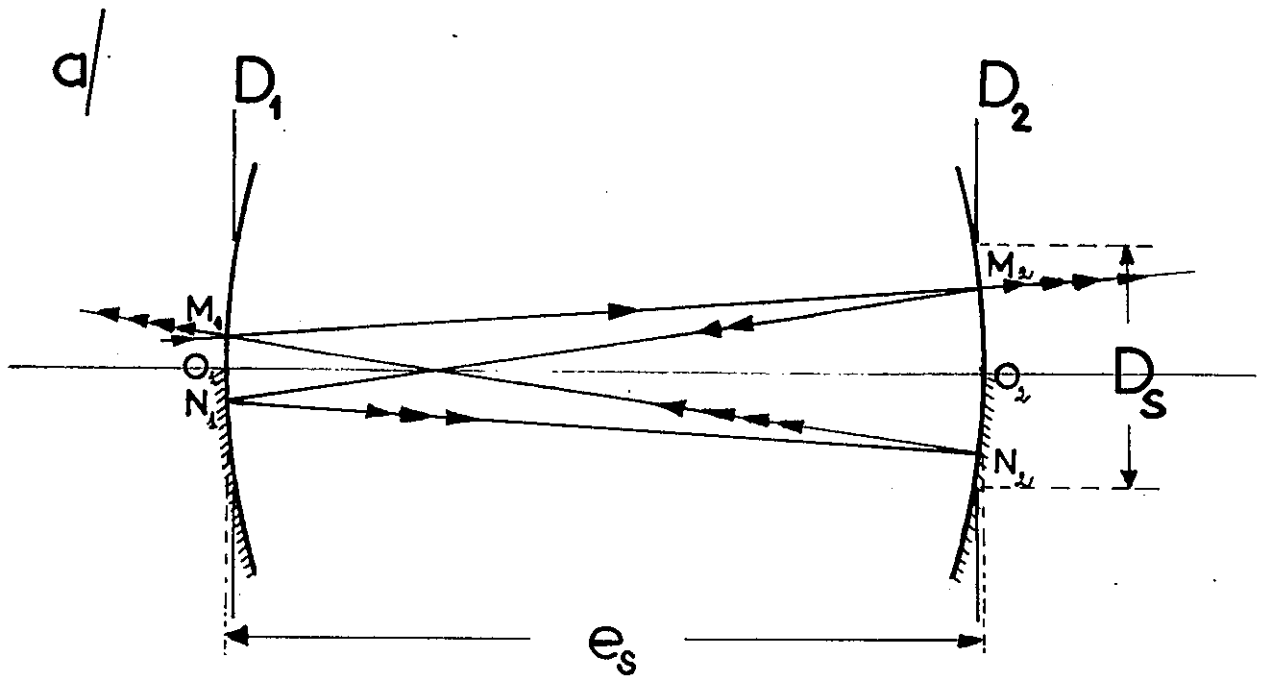
Nous pouvons encore utiliser les fréquences  $\nu = c\sigma$  dans ce cas  $A(\sigma)$  est remplacé par  $A(\nu)$ ,  $\Delta\sigma$  par  $\Delta\nu = \frac{c}{4e_P}$  et  $\delta\nu_0 = \frac{c}{2N_R e_P}$  (fig. I6.b)

Nous avons supposé une incidence faible, condition matérialisée par un diamètre très petit du diaphragme isolateur. Lorsque ce diamètre augmente, c'est-à-dire lorsqu'on utilise des angles d'incidence de plus en plus grands, on montre que la résolution  $R_P$  décroît et que la luminosité  $\mathcal{L}$  du spectromètre tend vers une limite supérieure ; le produit luminosité x résolution ( $\mathcal{L} R_P$ ) passe par un maximum; le pouvoir de résolution du spectromètre vaut alors 7/10 du pouvoir de résolution théorique  $R_{c.P}$ . La variation maximum de la différence de marche tolérée est dans ce cas  $\Delta\delta_P = \frac{\lambda}{N_R}$  ce qui entraîne une valeur de  $\Omega$  telle que  $\Omega R_P = 2\pi$  où  $\Omega$  est l'angle solide du diaphragme isolateur, ou encore une étendue  $U_P = \left(\frac{2\pi}{R_P}\right) S$ , où  $S$  est la surface des lames. L'étendue  $U_P$  est ainsi inversement proportionnelle à  $R_P$ , propriété commune à tous les types de monochromateurs classiques. Dans le problème qui nous occupe, il est intéressant d'allier une très haute résolution à une forte luminosité.

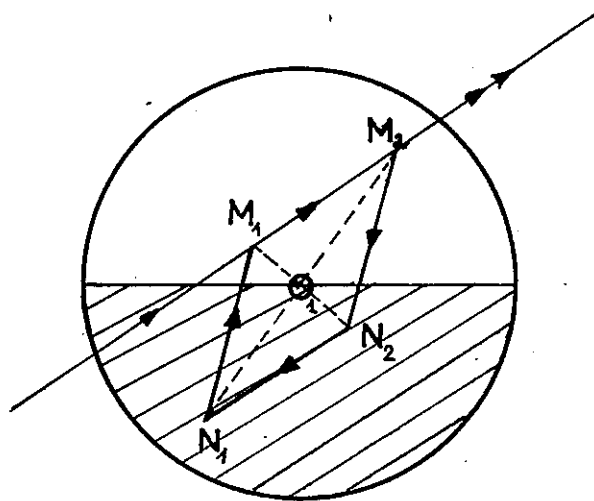




35.6 .



b/



MARCHE DES RAYONS DANS UN F.P.S

Fig 17

ceci est réalisé par le Fabry-Perot sphérique [ 5 ] . C'est un système afocal constitué par deux miroirs concaves identiques centré chacun sur le sommet de l'autre. Les lames, limitées par des diaphragmes circulaires de diamètre  $D_S$  sont totalement réfléchissantes sur une des deux moitiés et semi-transparentes sur l'autre. Un rayon incident unique donne une infinité de rayons sortant confondus et non plus seulement parallèles (fig.I7.a). Dans l'approximation de Gauss la différence de marche  $\delta_S$  entre deux rayons interférant successifs est constante et égale à 4 fois l'épaisseur  $e_S$  de l'étalon, en fait les aberrations interviennent de telle sorte que la différence de marche  $\delta_S$  est donnée par :

$\delta_S = \delta_0 + \Delta_S$  où  $\Delta_S = \rho_1^2 \rho_2^2 \cos 2\theta / e_S^3$  (fig.I7.b),  $\rho_1$  et  $\rho_2$  étant les distances  $O_1 M_1$  et  $O_1 M_2$  ; l'angle  $\theta$  est l'angle des deux plans de section principale passant par  $M_1$  et  $M_2$  . Les rayons les plus aberrants sont caractérisés par  $\rho_1 = \rho_2 = \frac{D_S}{2}$  et  $\cos 2\theta = 1$  , d'où

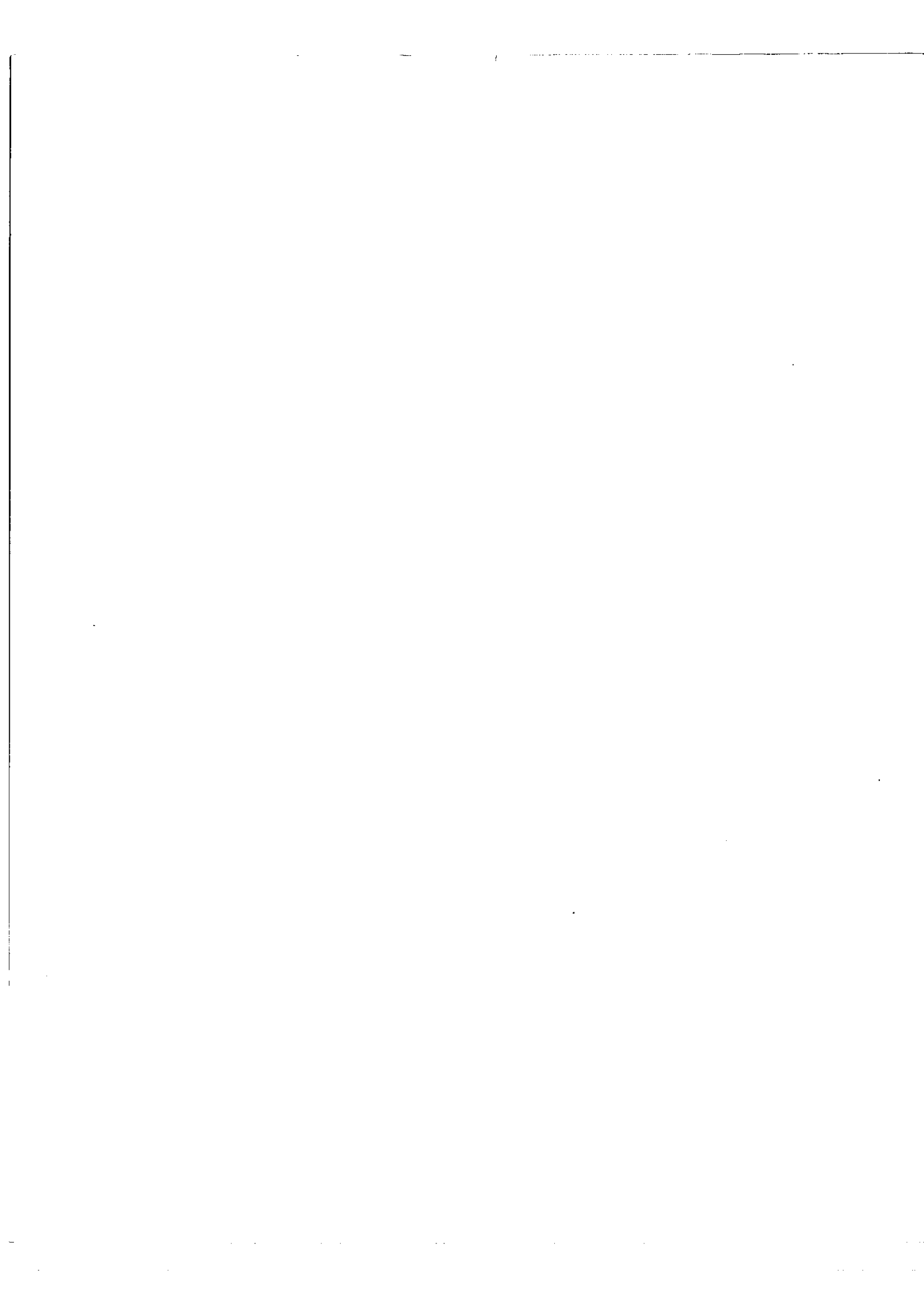
$$\Delta_{S_{max}} = \frac{D_S^4}{16 \cdot e_S^3}$$

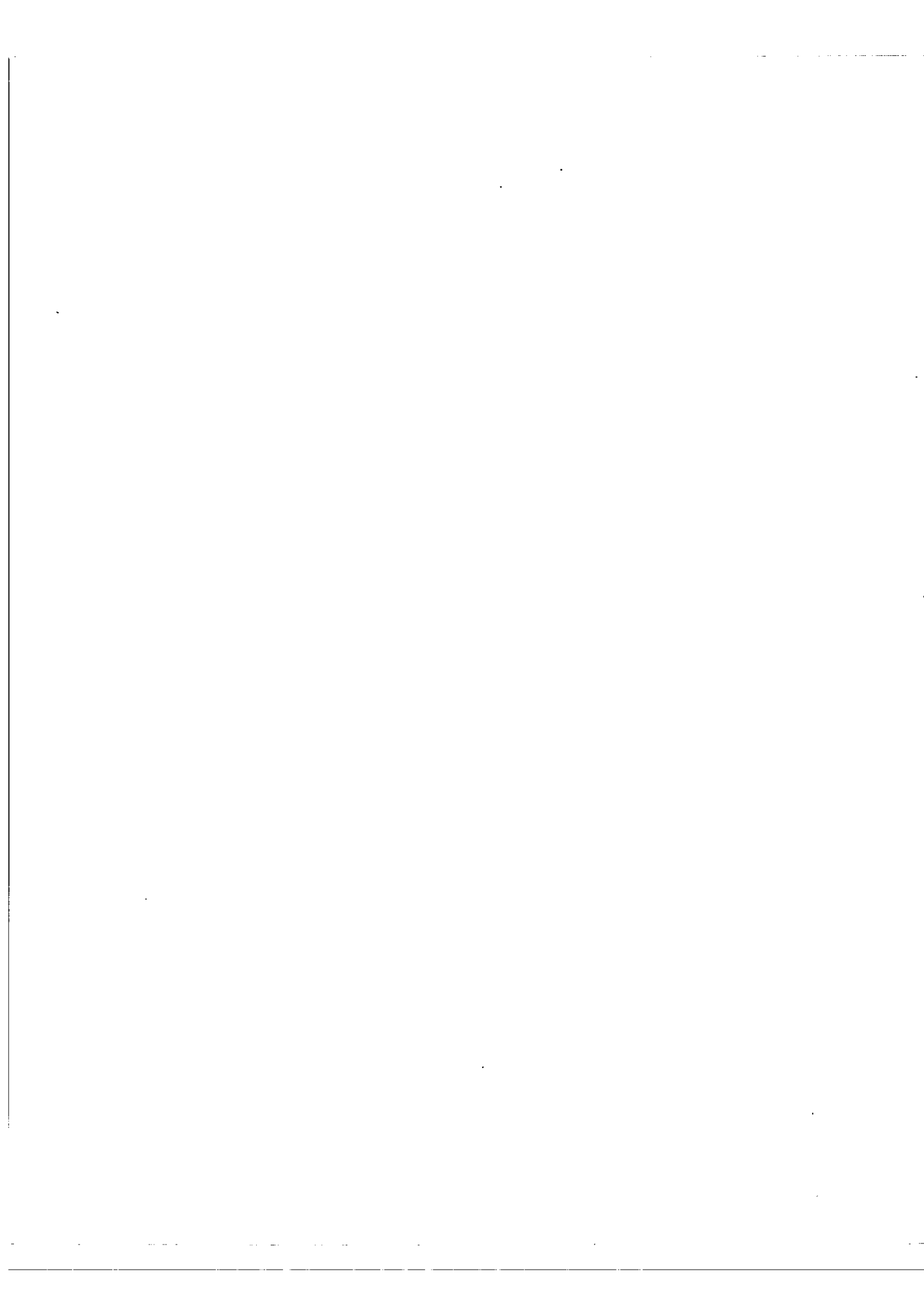
Si on tolère la même perte du pouvoir de résolution  $R_S = 0,7 R_{0S}$  , on montrera qu'il faut prendre

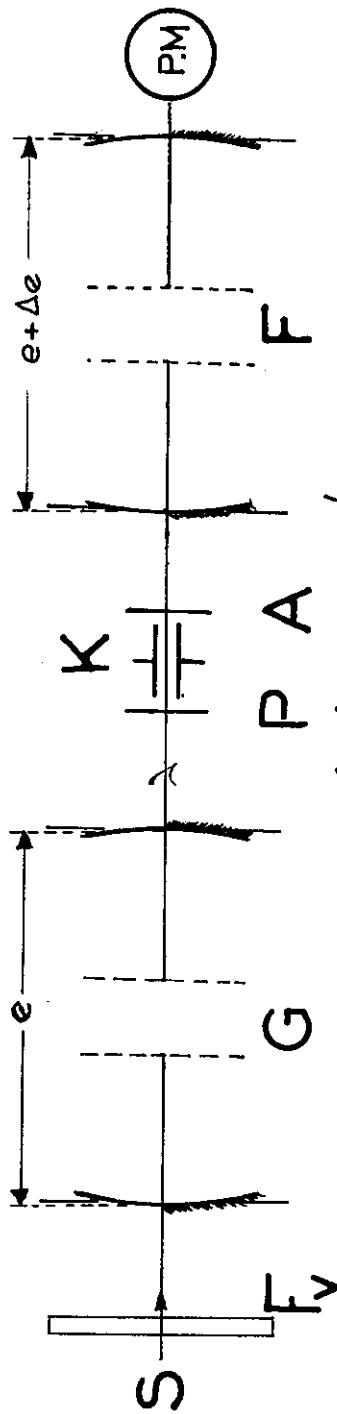
$$\Delta_{S_{max}} = \frac{2 \cdot \lambda}{N_R} \quad \text{ce qui donne} \quad D_S = \left( \frac{32}{N_R} \lambda \cdot e_S^3 \right)^{1/4} .$$

La limite imposée à  $\Delta_S$  entraîne que l'étendue  $U_S$  correspondant à  $D_S$  est proportionnelle à  $R_S$  . On montre que le gain d'étendue  $G = \frac{U_S}{U_P}$  (obtenu en remplaçant un Fabry-Perot/plan de surface  $S$  , d'épaisseur  $e_P$  , de finesse  $N_R$  , de diamètre  $D_P$  par un Fabry-Perot sphérique d'épaisseur  $e_S = e_P/2$  , de finesse  $N_R$  et dont le diamètre  $D_S$  est donné par la formule précédente) est égal à  $2 \left( \frac{e_P}{D_P} \right)^2$  . D'autre part il est à remarquer que dans le cas du F.P.S. , le nombre de photons transmis par seconde, ou encore la puissance transmise, est indépendant de la largeur de bande  $\delta\nu$  cherchée : l'augmentation de  $U_S$  , variant proportionnellement avec  $R_S$  , compense la diminution de  $\delta\nu$  .

.../...







SCHEMA DE PRINCIPE DE L'EXPERIENCE DE MODULATION

Fig 18

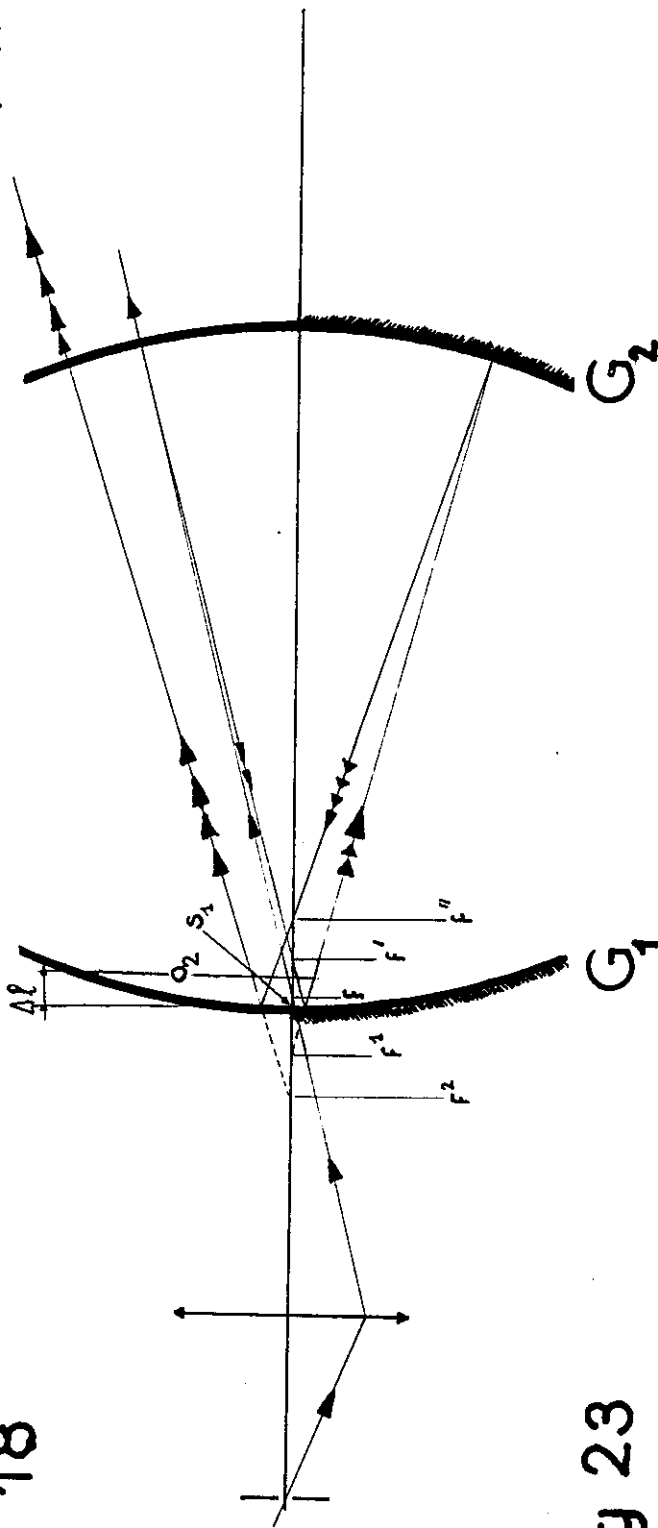


Fig 23



Les étalons sphériques utilisés ont une épaisseur de 265,2 cm, un diamètre de 5,5 cm et une finesse 20 - le diamètre  $D_S$  calculé en utilisant la formule précédente et en prenant  $\lambda = 5461 \text{ \AA}$  (longueur d'onde de la raie verte du mercure utilisée) est de 6,6 cm. Nous avons diaphragmé les lames à un diamètre inférieur à 2 cm de sorte que les aberrations n'interviennent absolument pas.

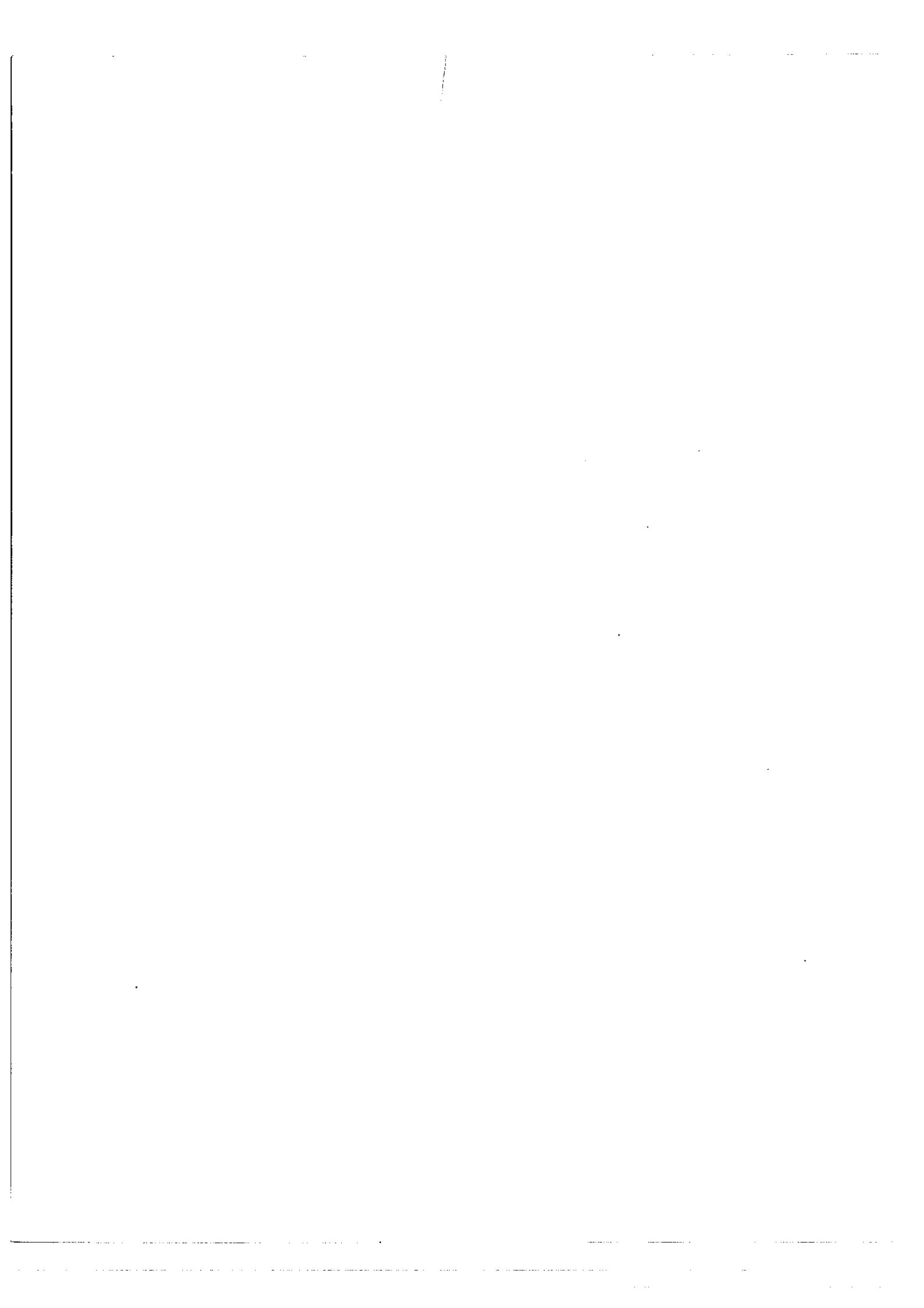
## 2) PRINCIPE DE L'EXPERIENCE.-

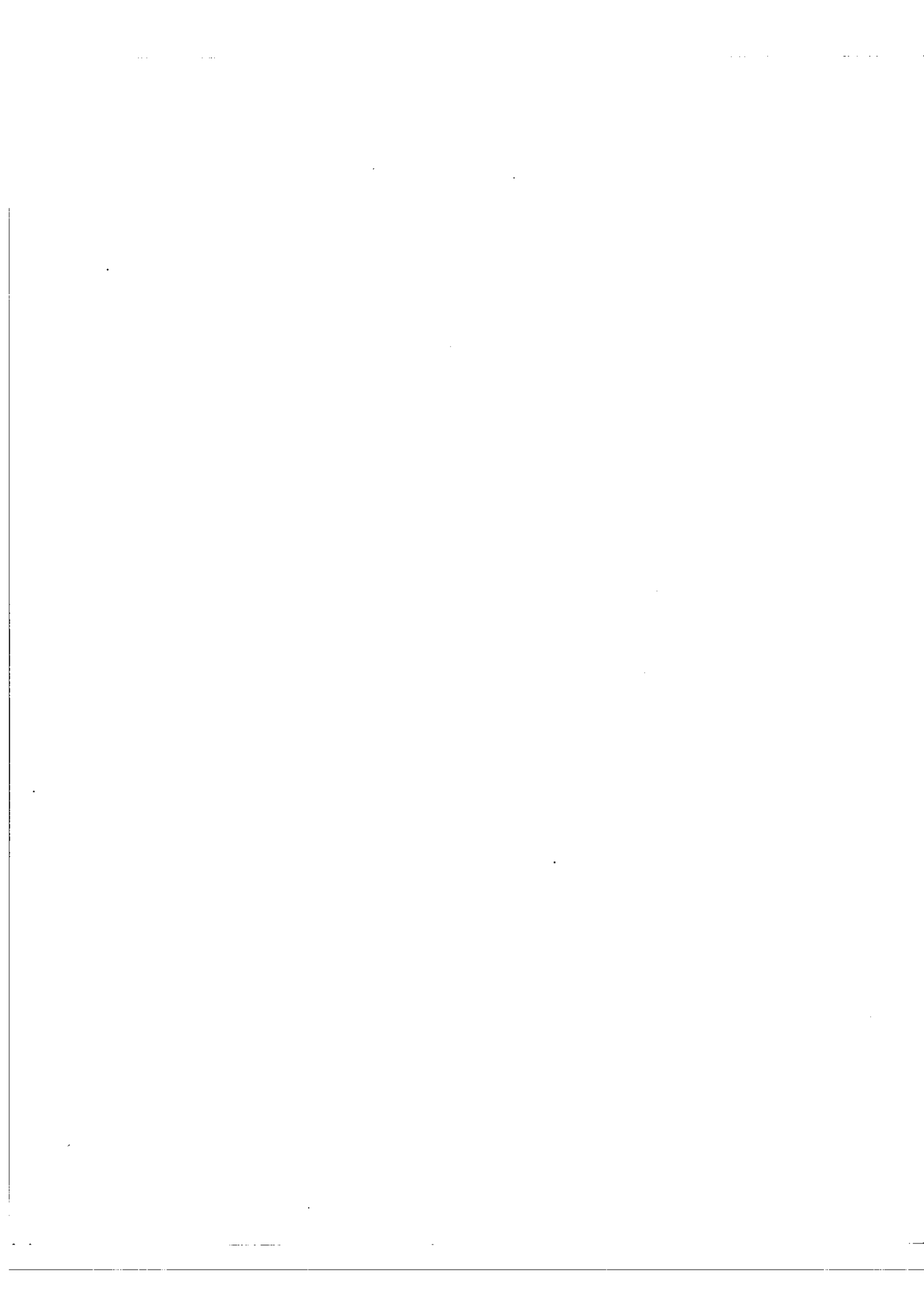
La figure I8 montre le schéma du dispositif. La lumière est émise par une source  $S$ , par exemple une lampe à vapeur de mercure dont on utilise la raie verte de longueur d'onde  $\lambda_0$ , isolée par un filtre  $F_V$ . Elle traverse un premier étalon de F P S, d'épaisseur fixe  $e$  que nous appellerons étalon générateur  $G$  puis la cellule de Kerr  $K$ , placée entre polariseur  $P$  et analyseur  $A$ , et ensuite un deuxième étalon de F P S que nous appellerons étalon analyseur  $F$ , d'épaisseur variable  $(e + \Delta e)$ . Le flux  $\Phi$ , issu de  $F$  est reçu par un photomultiplicateur P.M. Soit  $B(\nu)$  le profil de la raie utilisée, (fig I9 A.a et I9 B.a') profil dont nous avons seulement représenté la partie voisine du sommet, la largeur de la raie étant très grande par rapport à l'intervalle entre ordre des étalons. Soient d'autre part  $A_G(\nu)$ , la fonction de transmission de l'étalon  $G$  (fig. I9 A.b et I9 B.b'),  $\delta\nu_0$  étant la largeur des pics de  $A_G(\nu)$  et  $\Delta\nu$  l'intervalle entre ordres;  $A_F(\nu)$  la fonction de transmission de l'étalon  $F$  (fig. I9 A.d et I9 B.d').

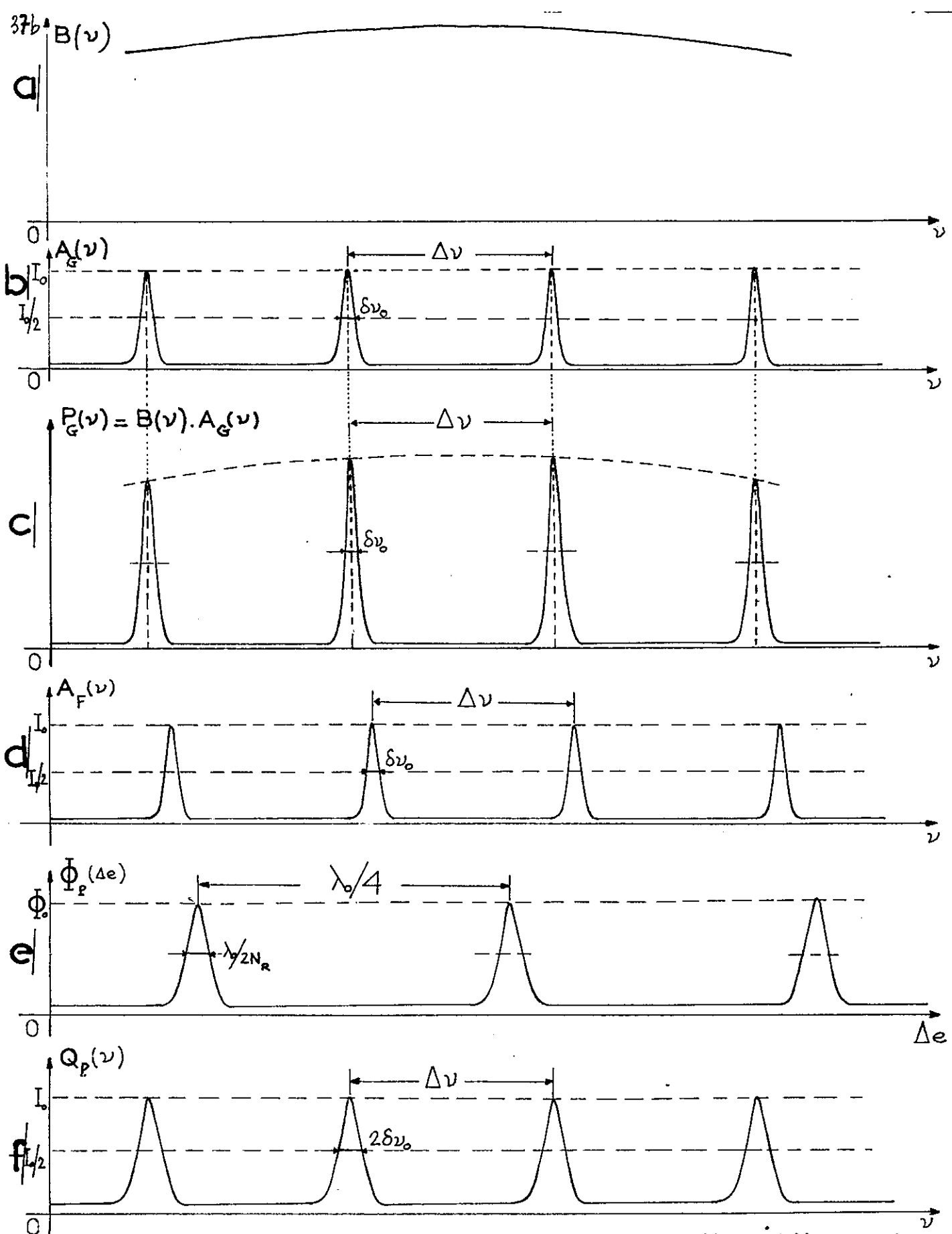
Après  $G$  et à l'entrée de la cellule de Kerr nous avons un spectre défini par  $P_G(\nu) = A_G(\nu) B(\nu)$  (fig. I9 A.c).

Supposons que la cellule  $K$  ne fonctionne pas. A l'entrée de  $F$  nous avons donc ce même spectre  $P_G(\nu)$ . Lorsqu'on fait varier l'épaisseur  $(e + \Delta e)$  de  $F$ , sa fonction de transmission  $A_F(\nu)$  se déplace et balaie  $P_G(\nu)$ , dans ces conditions le photomultiplicateur reçoit un flux  $\Phi_P$ , fonction de la variation  $\Delta e$ ; (fig. I9.e). Ce flux est maximum toutes les fois que les pics

.../...





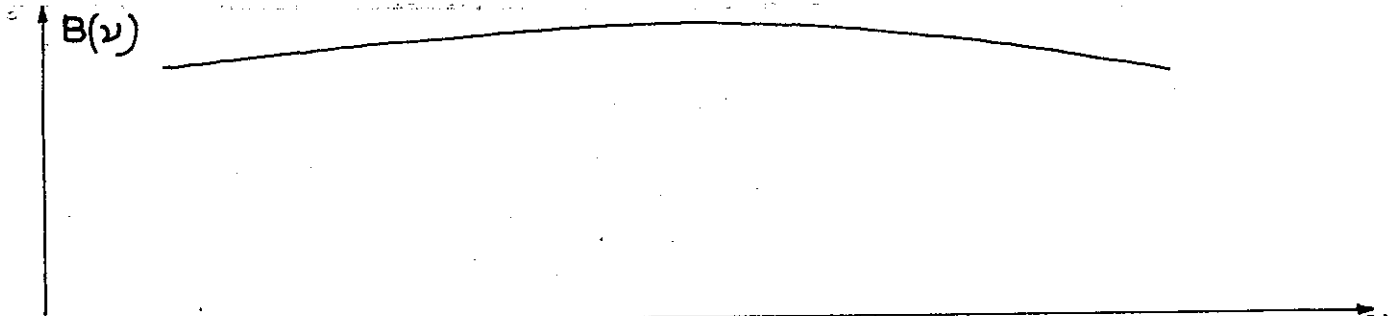


PRODUCTION ET ANALYSE

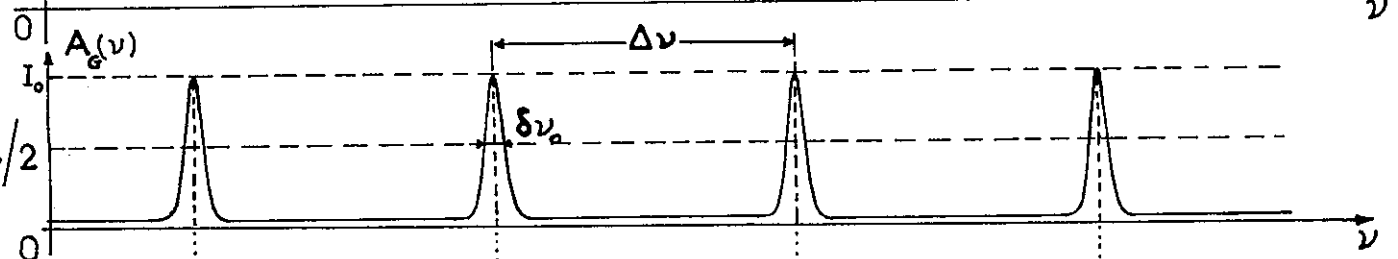
**A/** SANS MODULATION

Fig

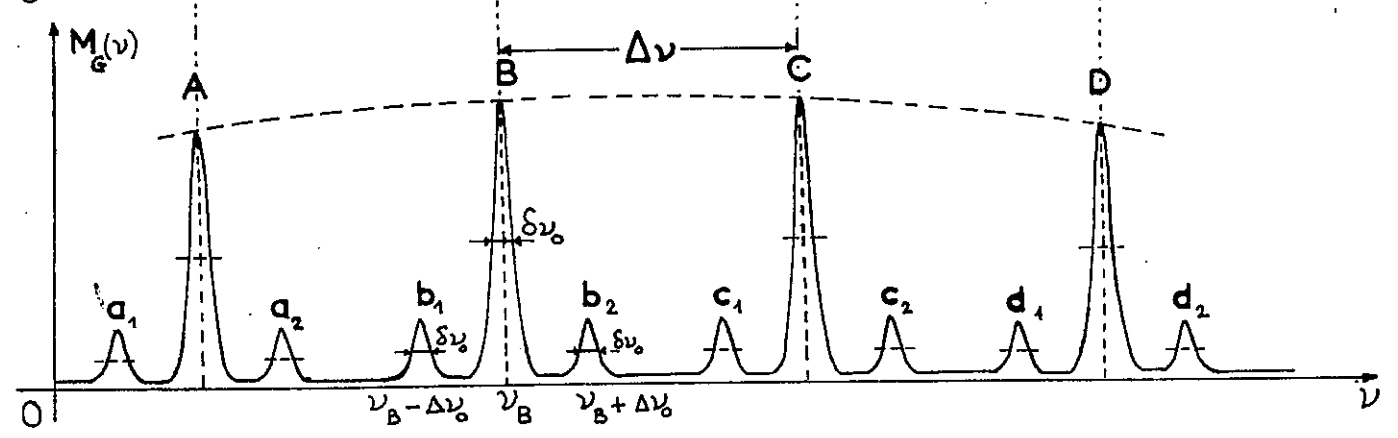
a/



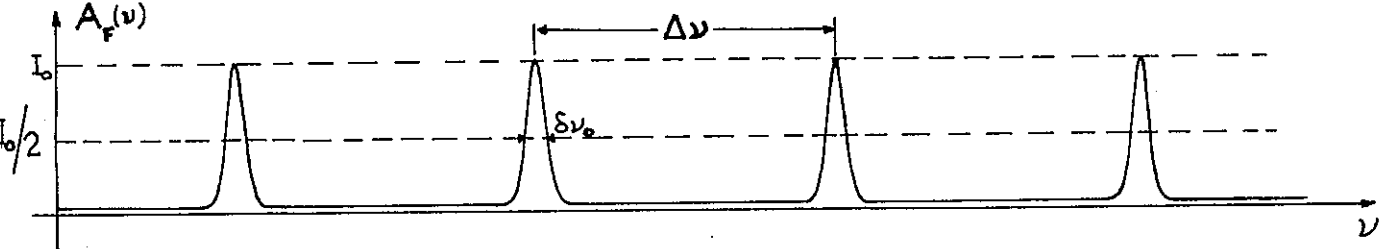
b/



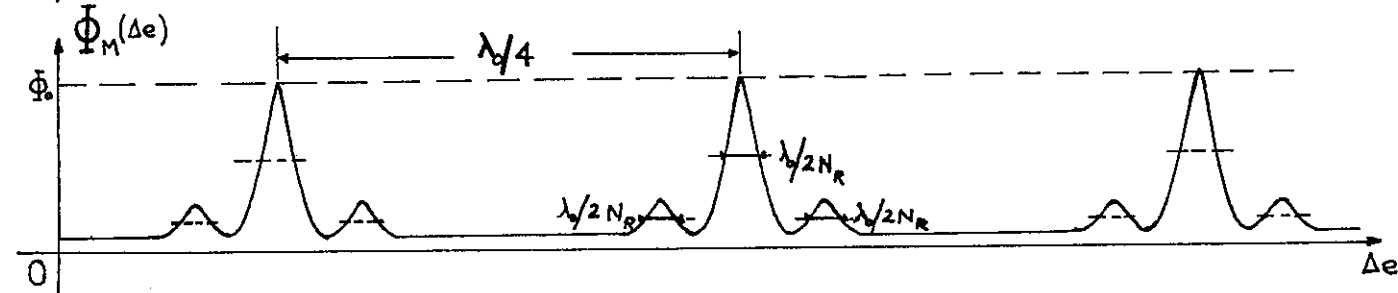
c/



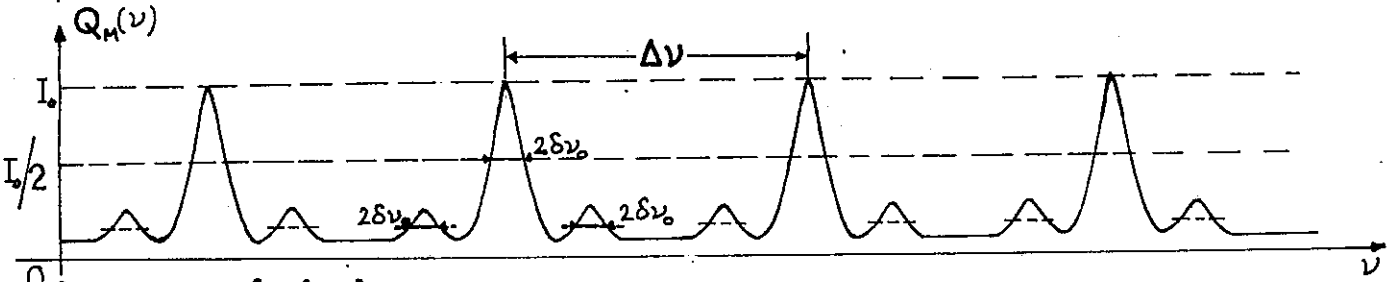
d/



e/



f/



DES RAIES ARTIFICIELLES

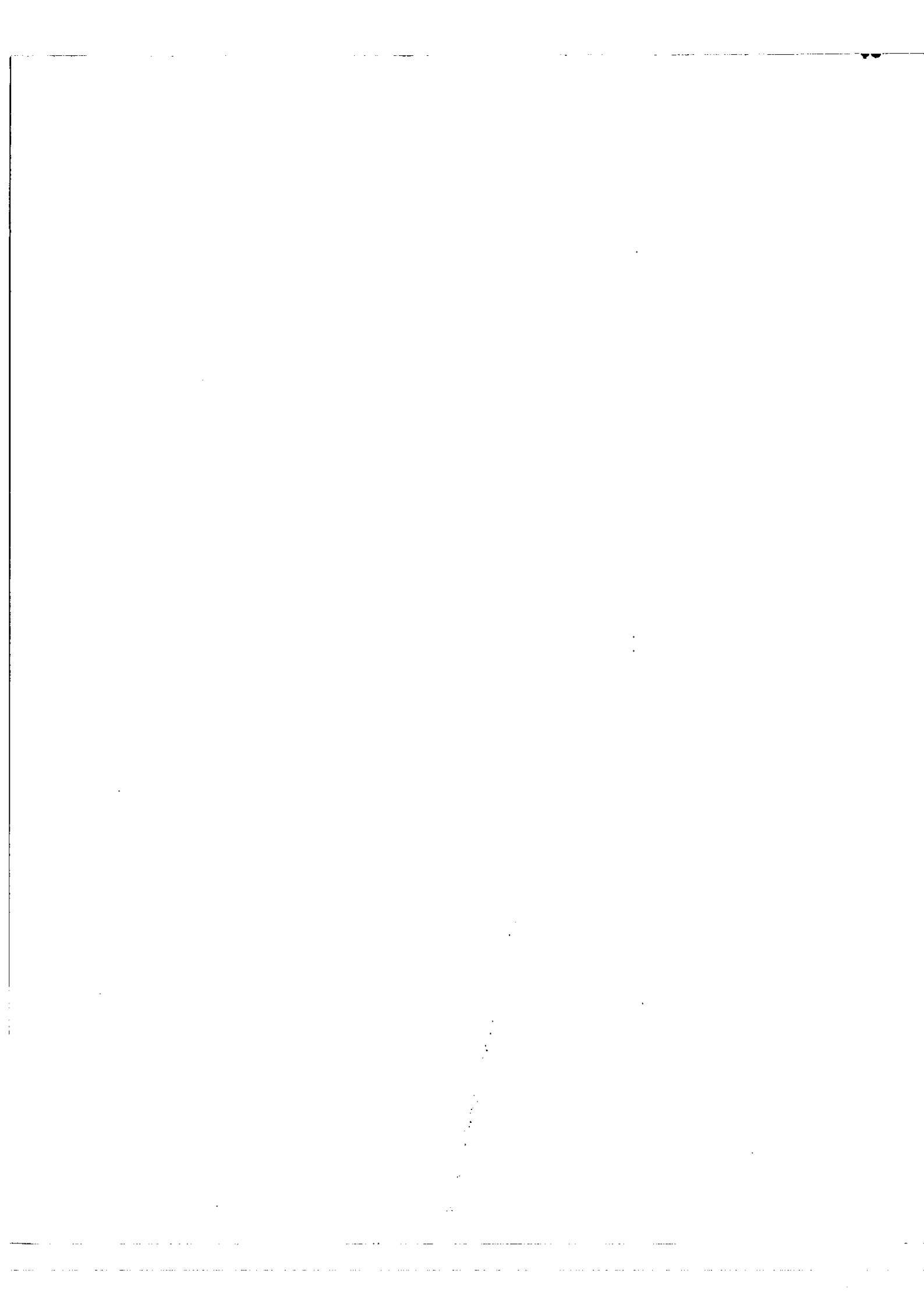
B/ AVEC MODULATION



de transmission des deux étalons coïncident, c'est-à-dire toutes les fois que la variation  $\Delta e = k \frac{\lambda_0}{4}$ . Sa variation  $\Phi_P(\Delta e)$  est encore représentée par une fonction d'Airy dont la finesse est seulement  $N_R/2$ , c'est-à-dire dont les pics ont une largeur  $\lambda_0/2N_R$ . On peut comprendre ceci de deux façons différentes. Utilisant le langage habituel des spectroscopistes nous pouvons dire que  $\Phi_P(\Delta e)$  est la représentation du spectre étudié  $F_G(\nu)$  donnée par l'instrument analyseur dont la fonction d'appareil est  $A_F(\nu)$  et par conséquent déformée par convolution avec  $A_F(\nu)$ , exactement comme (à titre d'exemple), le flux  $\Phi(\alpha)$  tombant sur le récepteur, placé derrière la fente de sortie d'un spectromètre à réseau, et enregistré en fonction de l'angle de rotation  $\alpha$  de ce réseau, constitue une représentation approchée du spectre étudié. Nous appellerons ici  $Q_P(\nu) = F_G(\nu) \star A_F(\nu)$ , cette représentation, (fig. I9.A.f). La courbe représentative est identique à  $\Phi_P(\Delta e)$ . Les fonctions composantes sont des fonctions d'Airy, la fonction composée est encore une fonction d'Airy. D'autre part, les fonctions composantes ont même largeur  $\delta\nu_0$  on montre que dans ce cas la largeur de la fonction composée est exactement le double soit  $2\delta\nu_0$ . La finesse mesurée sur l'enregistrement est donc  $N_R/2$ .

On peut encore interpréter très simplement ce résultat en considérant que l'on produit entre deux étalons d'épaisseur presque égale un système de franges de superposition. On sait en effet que dans ce cas particulier, si les pouvoirs réflecteurs des deux étalons sont les mêmes, la finesse des franges de superposition est la moitié de celle des franges de chaque étalon pris individuellement. Mais lorsqu'on applique la modulation, l'interprétation des résultats obtenus en employant le langage des franges de superposition devient beaucoup moins simple et nous préférons celui de l'analyse des spectres.

.../...





Supposons maintenant que la cellule K fonctionne. Il y a une modulation de la vibration correspondante à  $P_G(\nu)$ . Nous avons après la cellule K et à l'entrée de l'étalon F le spectre dû à la modulation :

$$M_G(\nu) = P_G(\nu) + \frac{m^2}{4} P_G(\nu + \Delta\nu_0) + \frac{m^2}{4} P_G(\nu - \Delta\nu_0)$$

où  $\Delta\nu_0$  est la fréquence de modulation (fig. I9. B.c'). Chaque pic de la fonction  $P_G(\nu)$  de fréquence  $\nu_A, \nu_B, \nu_C \dots$  et numéroté A, B, C ... peut être considéré comme correspondant à une porteuse de fréquence  $\nu_A, \nu_B, \nu_C \dots$ . La modulation appliquée décompose chacune de ces porteuses en 2 bandes latérales.

Pour la porteuse B, par exemple, nous avons les bandes latérales  $b_1, b_2$  de fréquence  $(\nu_B - \Delta\nu_0)$  et  $(\nu_B + \Delta\nu_0)$ . En faisant varier l'épaisseur de F nous réalisons encore le balayage de  $M_G(\nu)$  par  $A_F(\nu)$ . Le photomultiplicateur reçoit le flux  $\Phi_M(\Delta e)$  qui est la représentation de  $M_G(\nu)$  donnée par F, (fig. I9B.e). Nous utilisons encore le raisonnement qui a été fait pour

$P_G(\nu)$ , analysée par  $A_F(\nu)$ , et nous appellerons de même ici

$Q_M(\nu) = M_G(\nu) \star A_F(\nu)$ . La courbe représentative est identique à  $\Phi_M(\Delta e)$ ; les porteuses et les bandes latérales correspondantes ont la largeur de la fonction composée  $2\delta\nu_0$ , de même que dans le cas précédent.

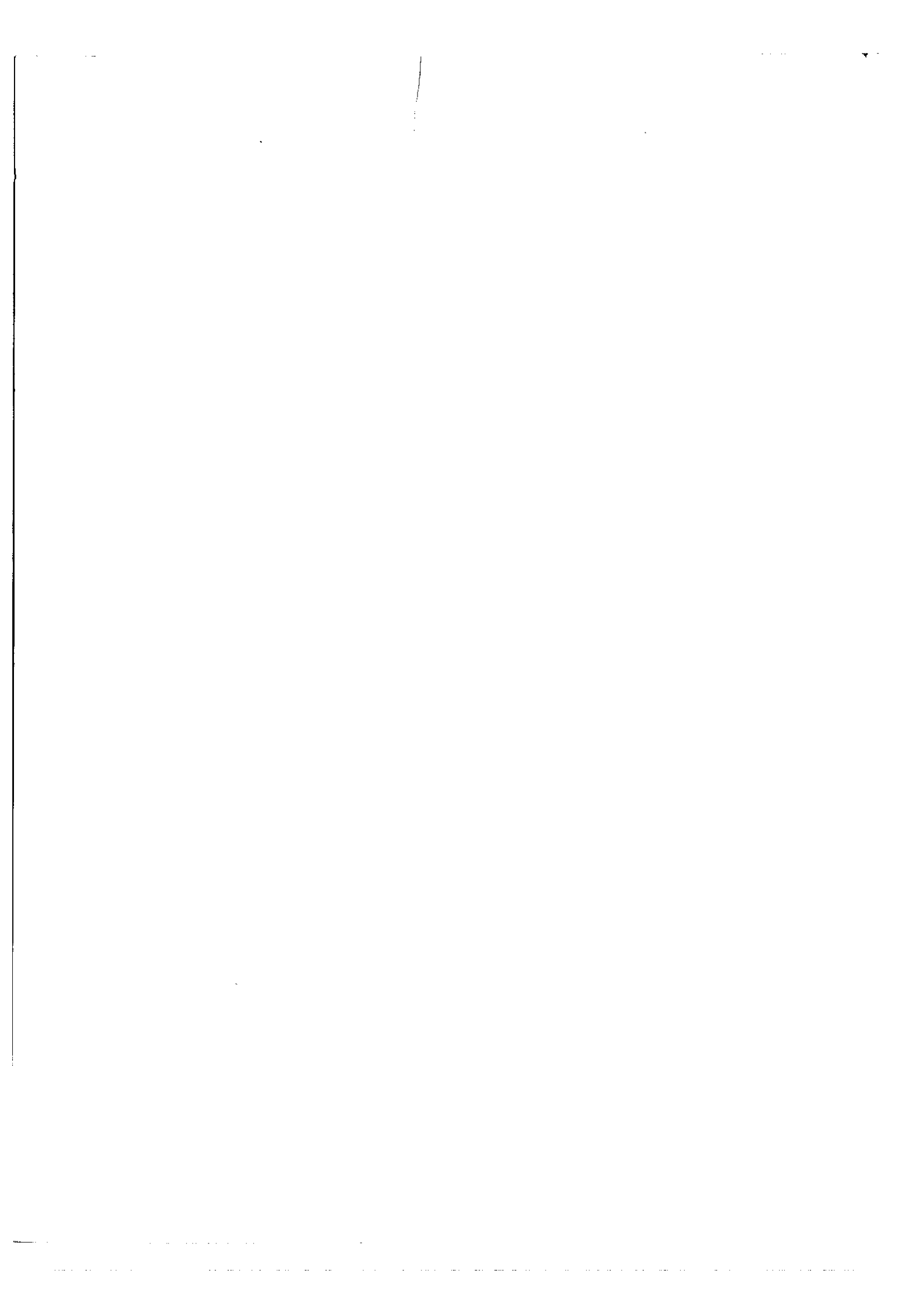
### 3) REALISATION EXPERIMENTALE.-

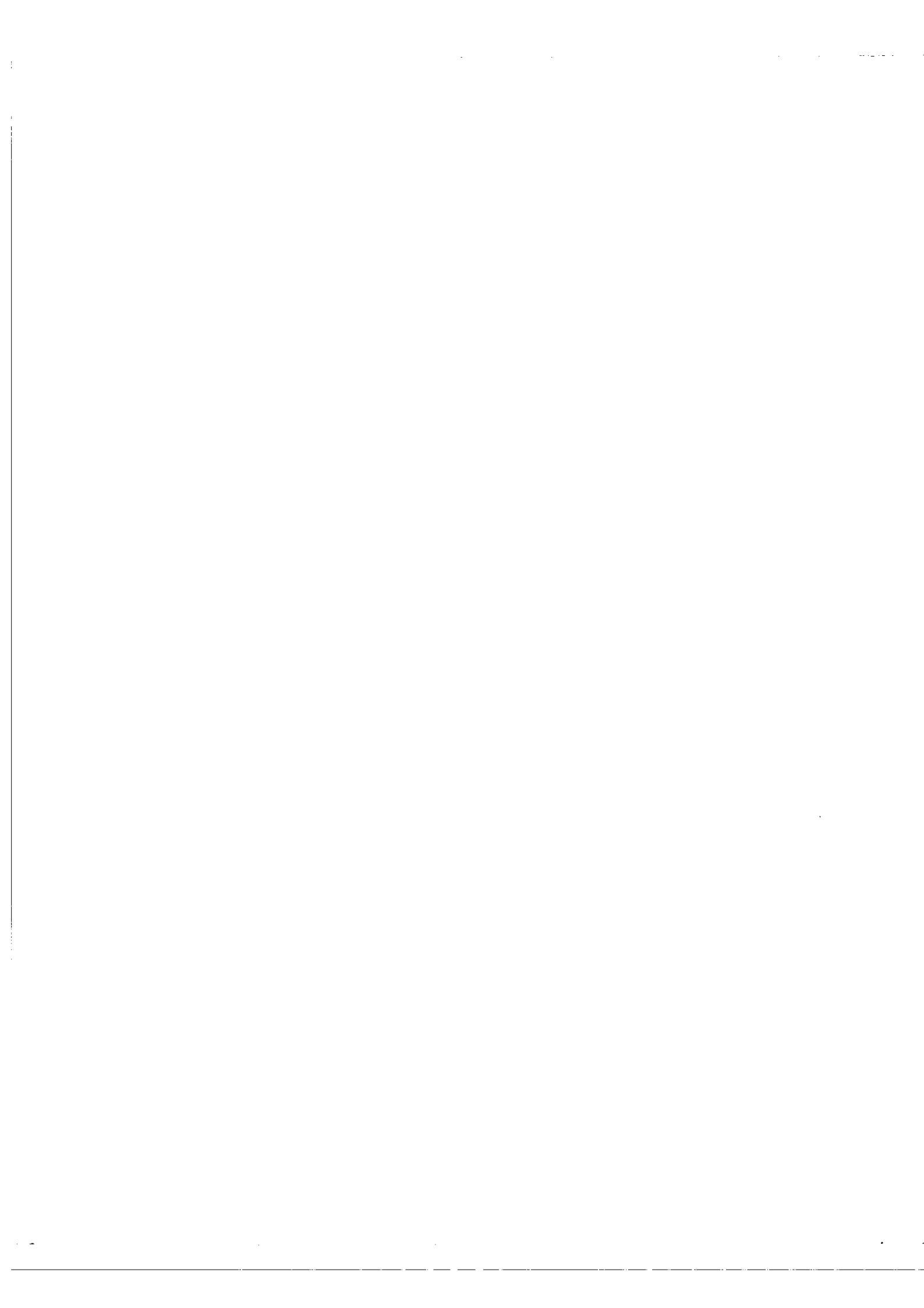
#### - A) Optique

a) La source S est une lampe à vapeur de mercure à très haute pression ; la raie verte du mercure ( $\lambda_0 = 5461 \text{ \AA}$ ) dont la largeur est de l'ordre de  $100 \text{ \AA}$  soit  $325 \text{ cm}^{-1}$  ou encore de l'ordre de  $10^7 \text{ MHz}$  est isolée par un filtre interférentiel  $F_V$ .

b) Les deux étalons F P S sont constitués par 4 lames identiques de rayon de courbure  $R = 265,2 \text{ cm}$  ; de  $1,9 \text{ cm}$  d'épaisseur et de  $5,5 \text{ cm}$  de diamètre.

.../...





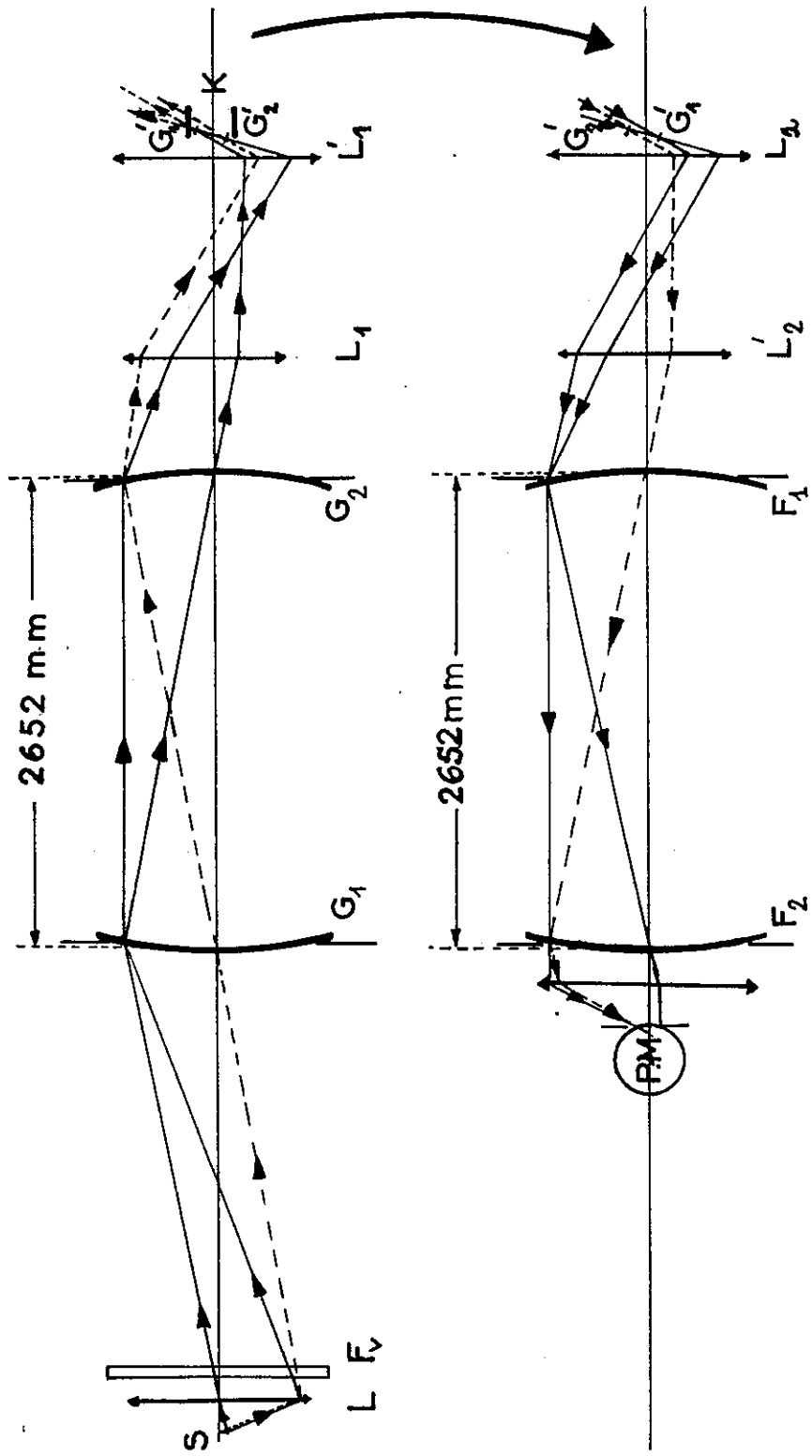


SCHÉMA DU MONTAGE OPTIQUE

Fig 20

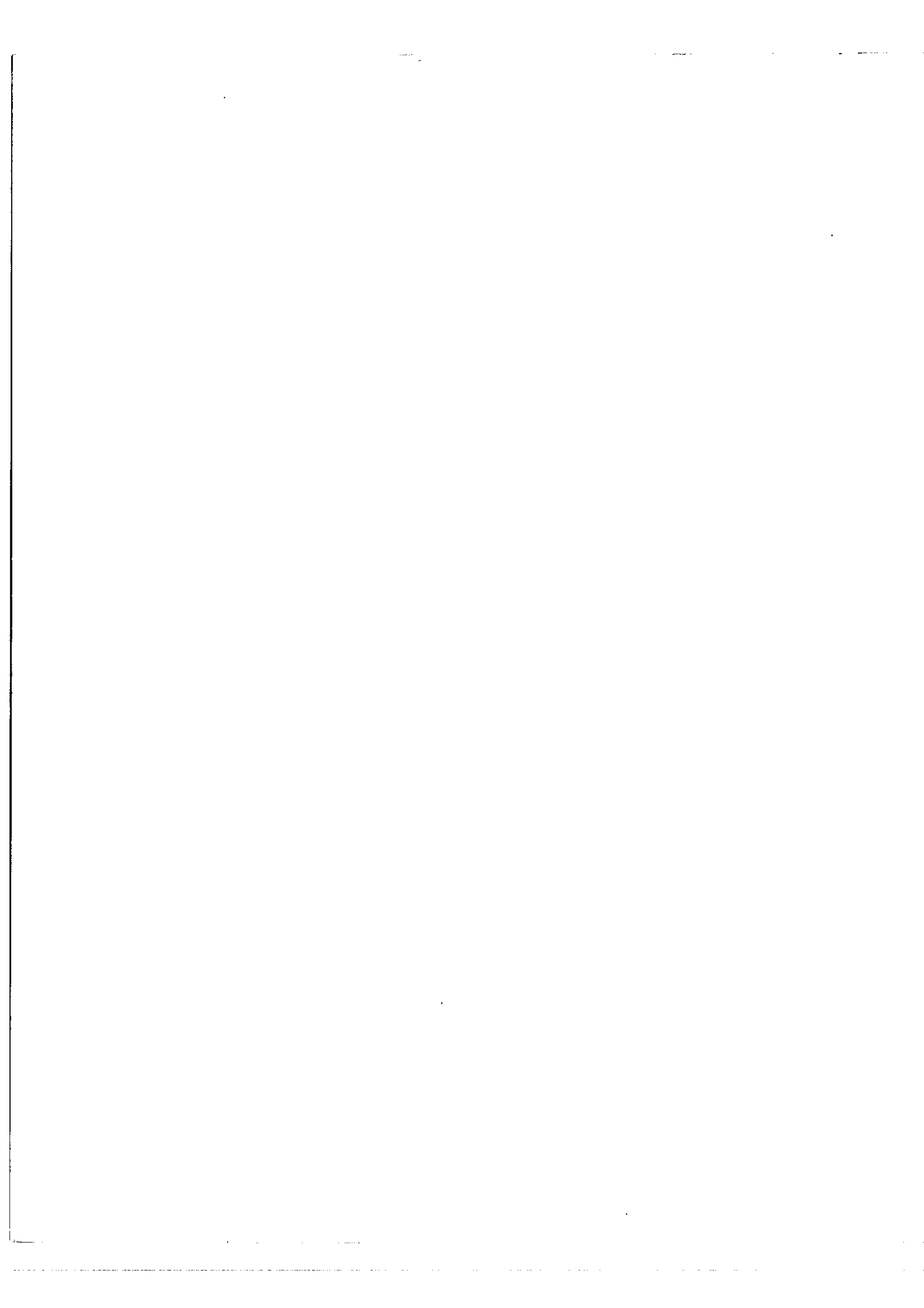
Elles sont recouvertes sur une moitié de 7 couches et sur l'autre de 9 couches de  $SZ_n$  - Cryolithe donnant une finesse réfléchissante voisine de 70. Les lames n'étant pas parfaites, la finesse mesurée sur les enregistrements est sensiblement  $N_E = 10$ , ce qui correspond à une finesse 20 pour chaque étalon pris individuellement. L'intervalle entre ordre  $\Delta\sigma = \frac{1}{4e}$  vaut 0,94 mK ou  $\Delta\nu = 28,2$  MHz d'où  $\delta\sigma_0 = 0,047$  mK ou encore  $\delta\nu_0 = 1,4$  MHz. La raie artificielle ainsi produite a une largeur  $10^7$  fois plus faible que celle de la raie émise par la source. Le nombre de raies artificielles contenues à l'intérieur de la raie utilisée est de l'ordre de  $5 \cdot 10^5$ .

c) Le système de conjugaison optique (fig.20) comporte une première lentille L conjuguant la source S de la lame  $G_1$  (la lentille L étant elle-même conjuguée de la lame  $G_2$  à travers  $G_1$ ), un système afocal  $L_1, L'_1$  de grandissement linéaire 10, conjuguant l'étalon G de la cellule de Kerr (K) (un système de deux miroirs plans inclinés à  $45^\circ$  couplant le faisceau avant et après la cellule de Kerr, que nous ne représentons pas sur la figure), un second système afocal identique au premier  $L_2, L'_2$  conjuguant K de l'étalon F. La source S, la lame  $G_1$ , son image  $G'_1$  dans la cellule de Kerr, et la lame  $F_1$  sont conjugués entre eux. La lentille L, la lame  $G_2$ , son image  $G'_2$  dans la cellule de Kerr, la lame  $F_2$  et la zone photo-sensible du photomultiplicateur (P.M) sont conjugués entre eux.

- B) Montage mécanique -

a) Les lames  $G_1, G_2; F_1, F_2$  sont placées au bout de deux tubes de silice de longueur 260 cm qui sont enfermés dans un cylindre de cuivre de 30 cm de diamètre et de 0,5 cm d'épaisseur, à l'intérieur duquel un vide de l'ordre de 1 mm de mercure est maintenu de façon à éviter les courants de convection.

.../...



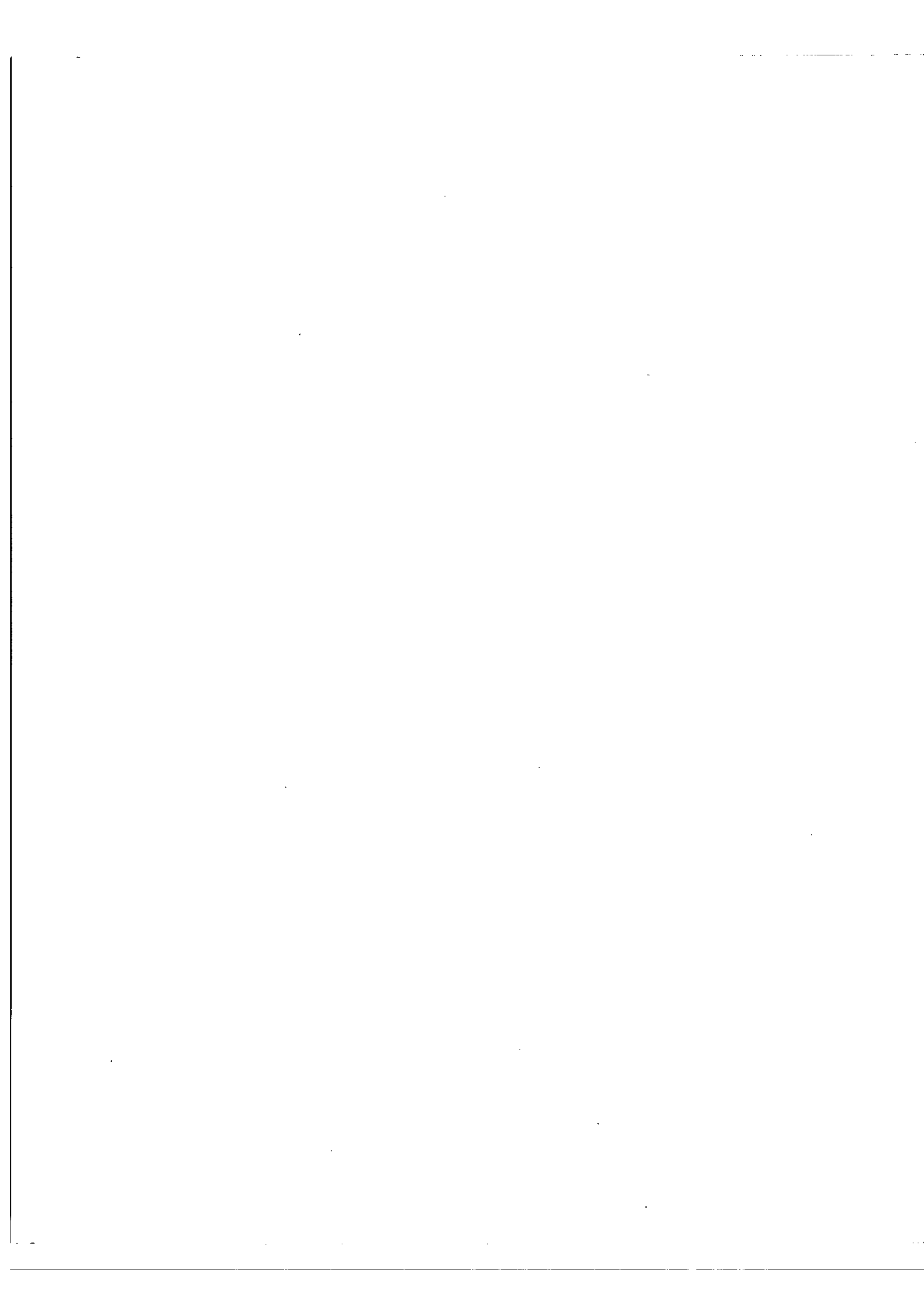
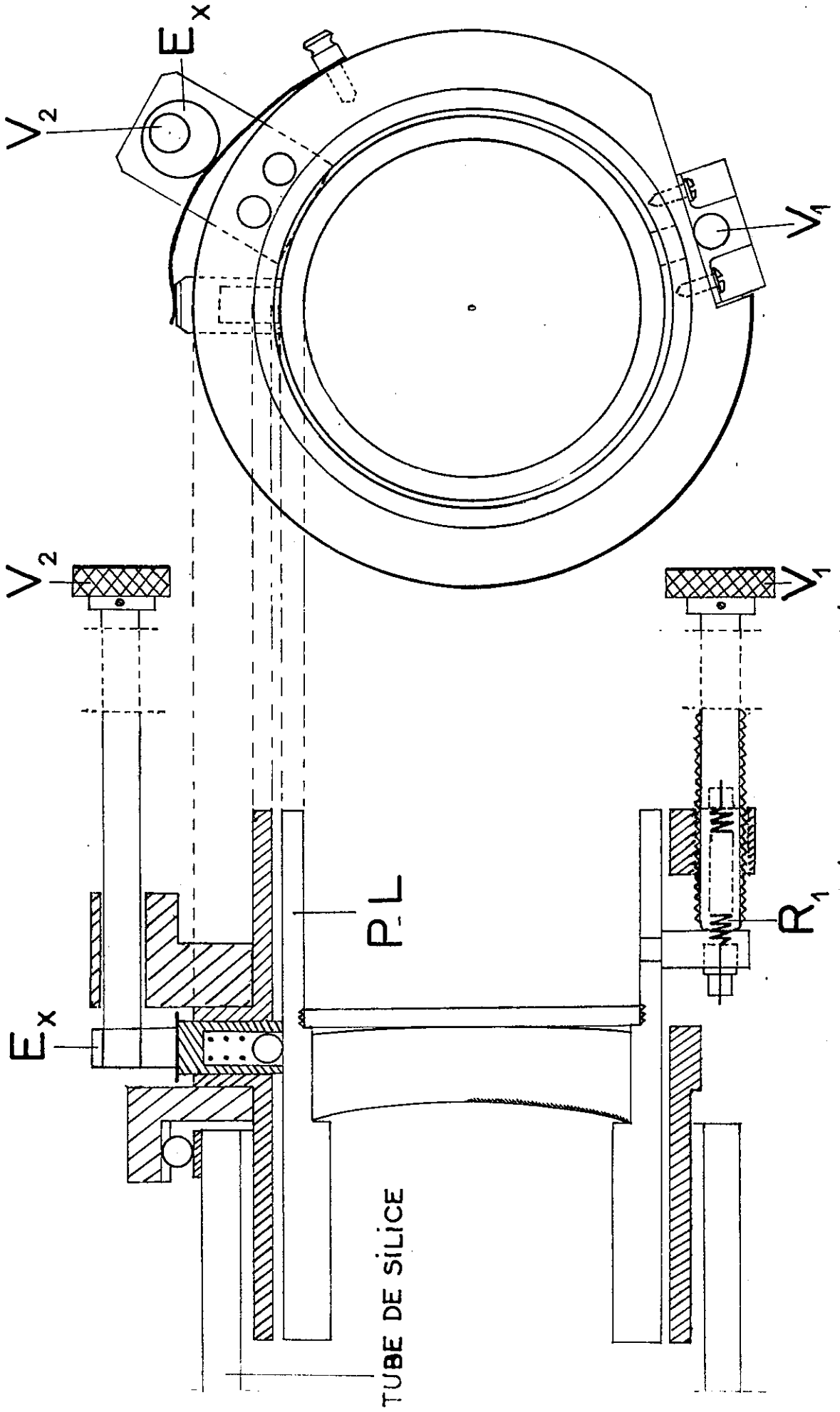


Fig 21



DISPOSITIF DE RÉGLAGE DE L'ÉPAISSEUR



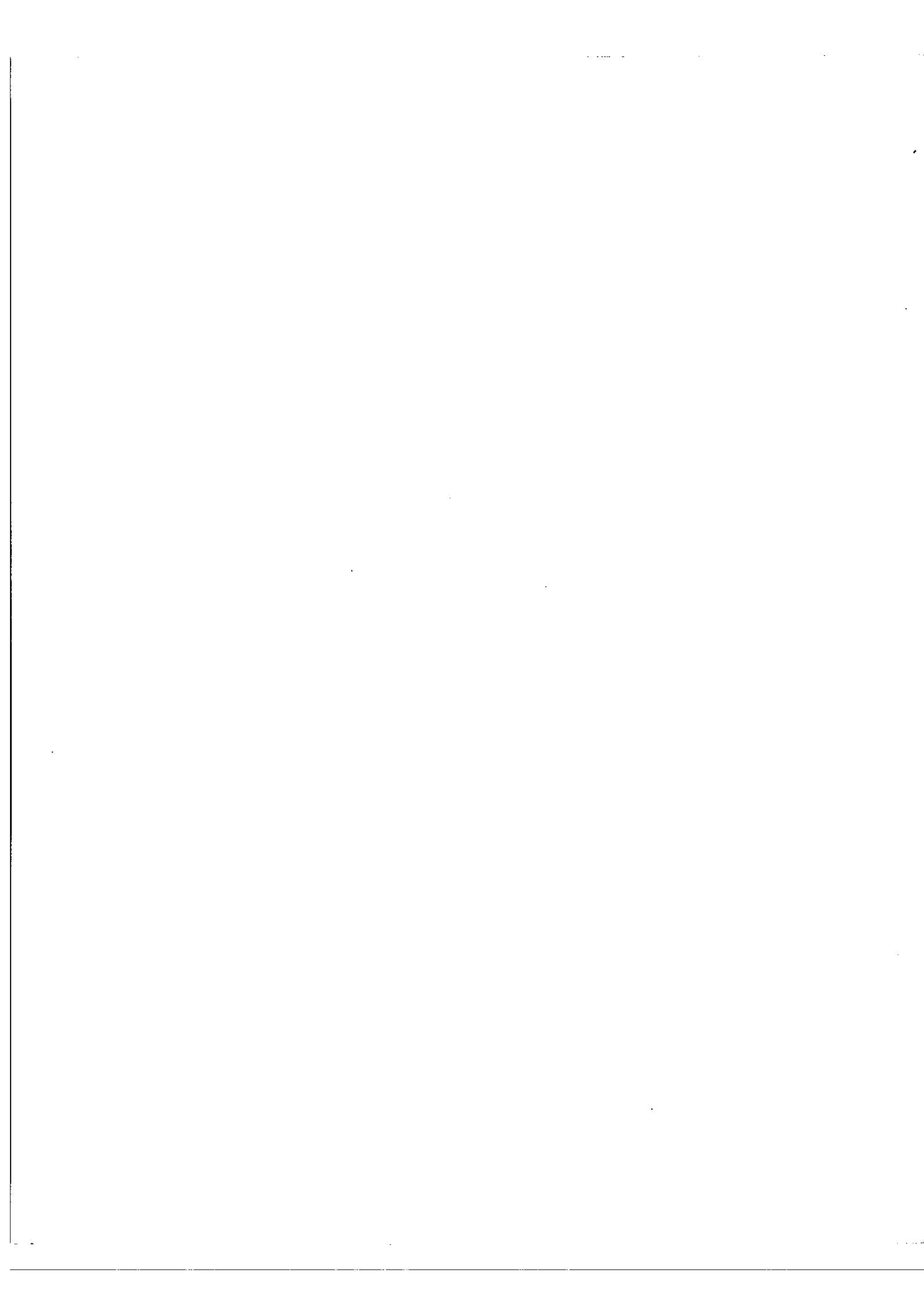
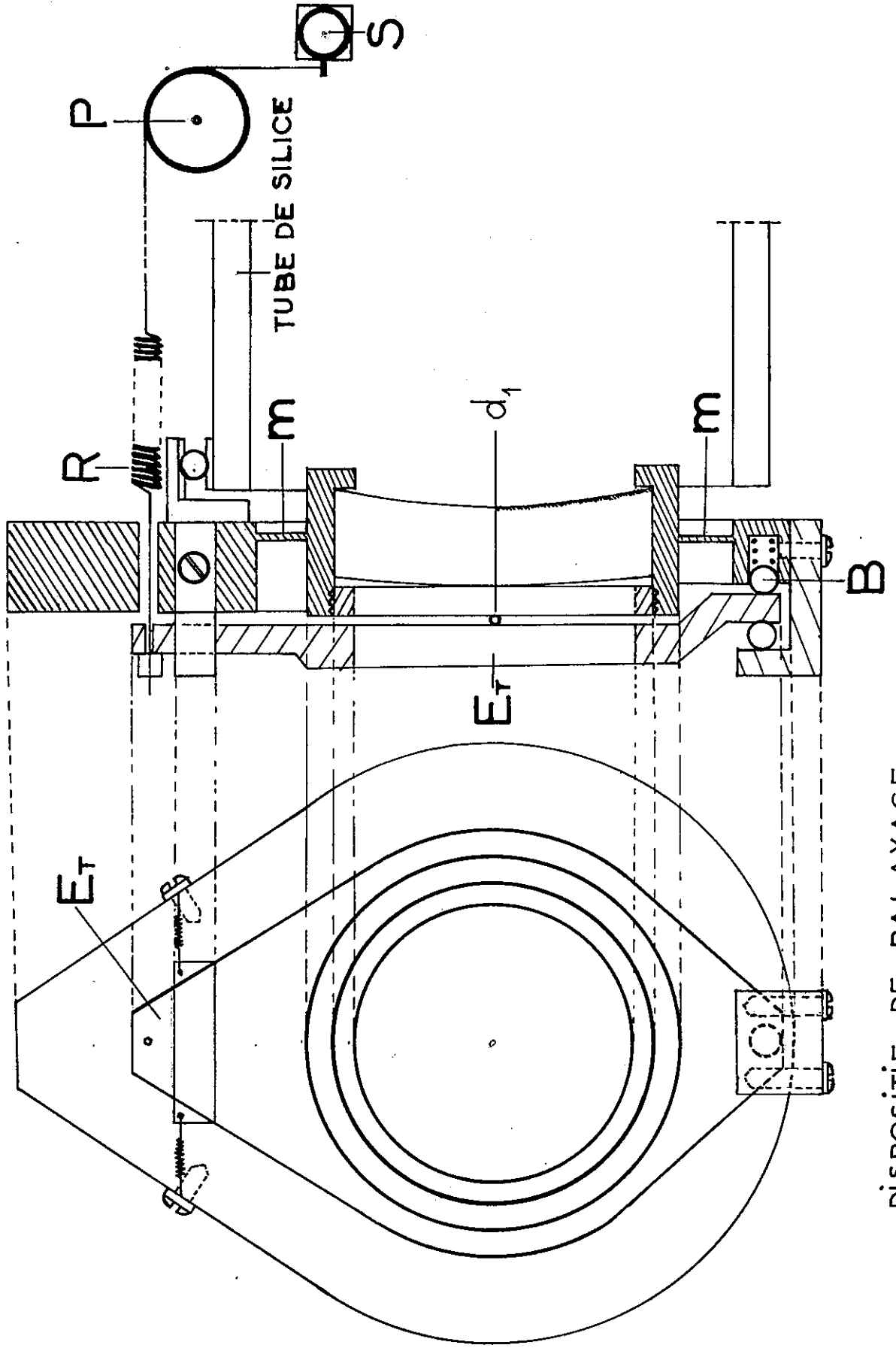


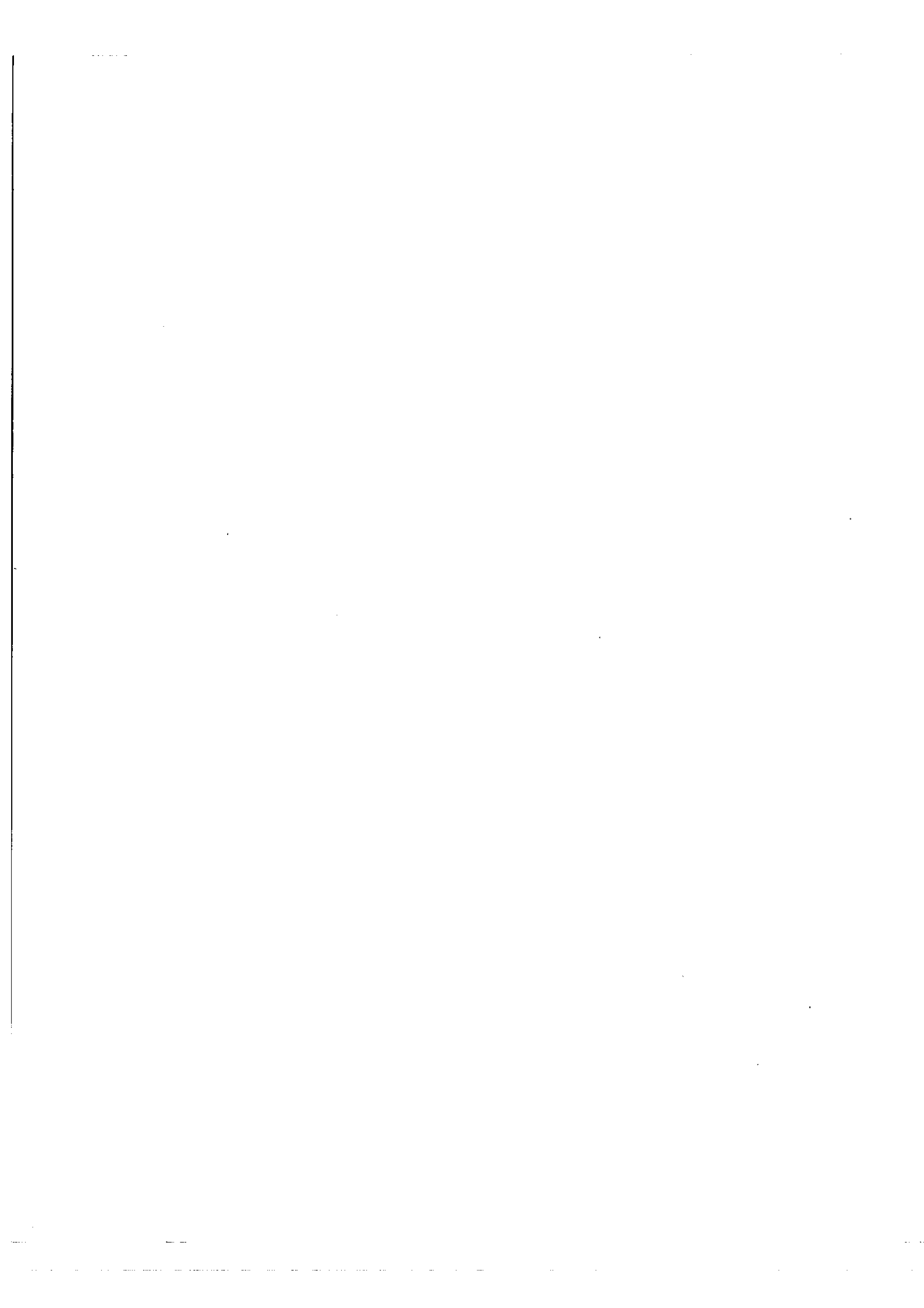
Fig 22



L'ensemble est placé dans une caisse isolée thermiquement.

b) Le réglage d'orientation des axes de  $G_1, G_2$ ;  $F_1, F_2$  est assuré par 3 vis disposées à  $120^\circ$ , faisant partie des porte-lames et reposant par leurs extrémités sur le tube de silice. En les réglant séparément on amène les axes des lames à se coïncider. Le dispositif de réglage de l'épaisseur est donné sur la figure 21. Les lames  $G_2$  et  $F_1$  sont serrées dans des porte-lames (P.L) coulissant à l'intérieur d'un cylindre. Une vis  $V_1$  permet de déplacer le porte-lame dans son logement, des ressorts  $(R_1, R_2)$  maintiennent la pièce mobile appuyée sur l'extrémité de  $V_1$ . Un système de blocage figuré par la vis  $V_2$  et l'excentrique  $E_x$  permet de bloquer le porte-lame dans son logement une fois le réglage réalisé.

c) Le dispositif de balayage est indiqué sur la figure 22. Les lames  $G_1$  et  $F_2$  sont serrées dans des porte-lames comportant une membrane métallique  $m$ . Un étrier  $E_T$  a une extrémité pivotant autour d'une bille (B) et l'autre reliée à un ressort (R) dont l'extrémité libre est attachée à un fil, passant sur une poulie (P) et s'enroulant sur l'axe d'un moteur (S). Cet étrier repose en deux points  $d_1, d_2$  diamétralement opposés sur le porte-lame. Ces deux points sont figurés par les points de contact de deux billes. Lorsque le moteur enroule le fil, il en résulte une variation de la force, dont le support est le fil, appliquée sur le ressort (R). L'étrier qui repose en deux points  $d_1, d_2$  diamétralement opposés transmet une force appliquée au centre de la lame, la membrane fléchit et entraîne le porte-lame vers l'avant. L'épaisseur peut ainsi varier de quelques microns.



- C) Réglage et tolérances -

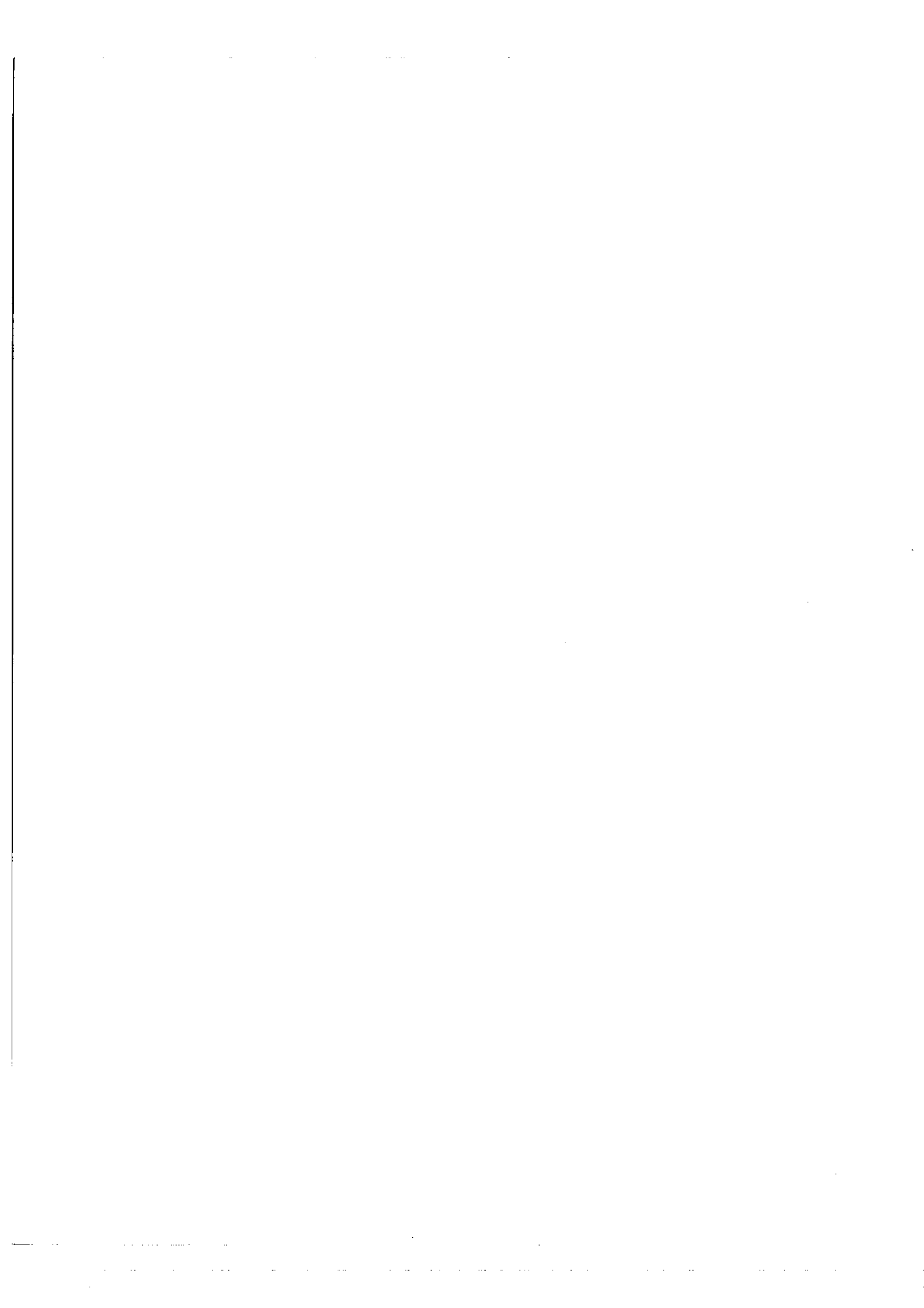
a) Le réglage des étalons G et F se fait comme suit :

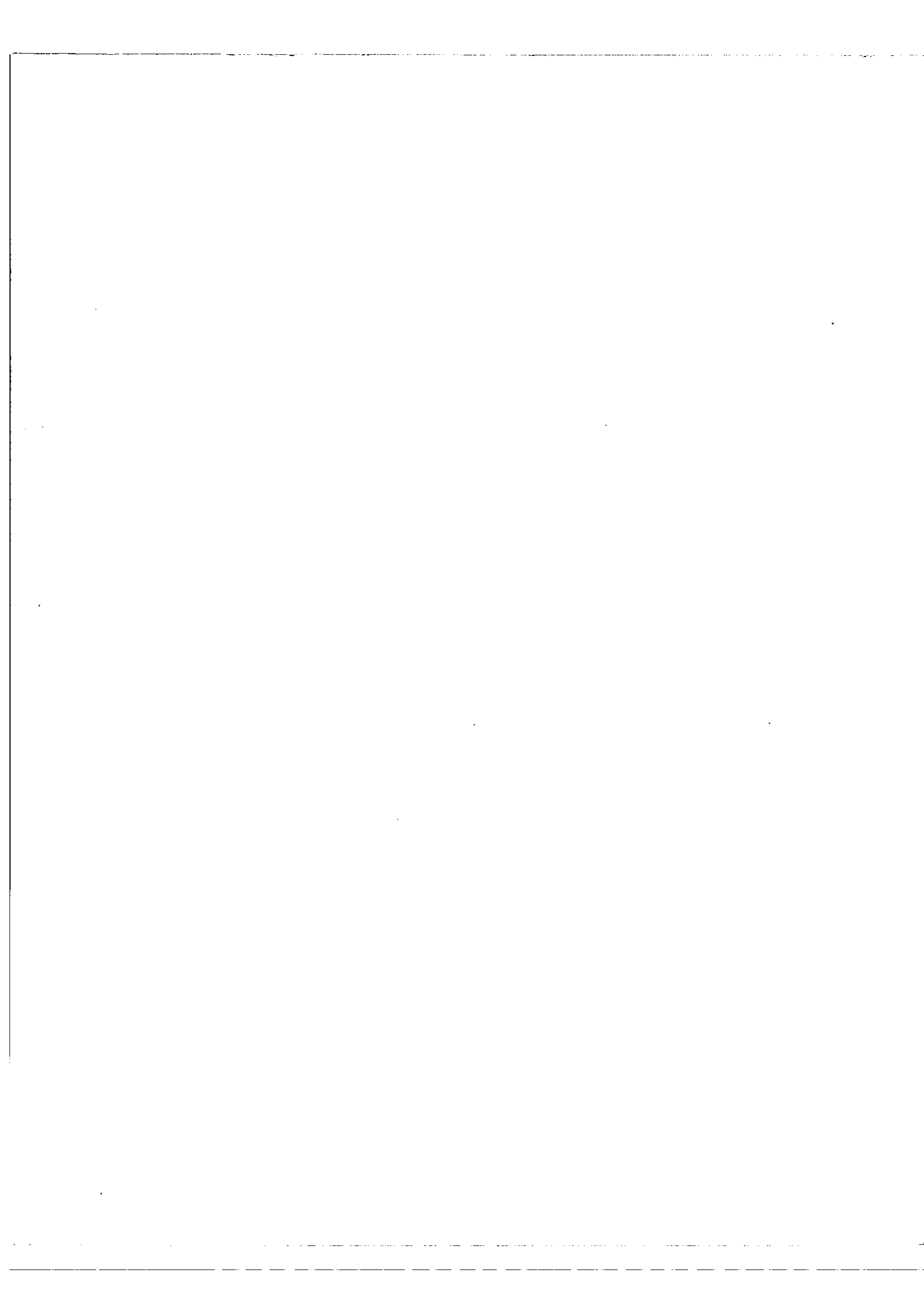
une fois les axes des lames  $G_1$ ,  $G_2$ , amenés en coïncidence, le réglage d'épaisseur de l'étalon G se fait par une méthode dont la figure 23 donne le principe. L'image d'une fente finie est projetée sur la lame  $G_1$  près de son centre, en  $f$ . Si l'étalon n'est pas réglé à son épaisseur exacte ( le centre  $O_2$  de  $G_2$  est par exemple un peu en avant de la lame  $G_1$  ) le système ne sera pas afocal. Dans une première réflexion sur  $G_2$  nous avons en  $f'$  une image de  $f$  ;  $G_1$  donne de  $f'$  une image en  $f''$  qui sera reprise par  $G_2$ , etc ..... Il s'ensuit une suite d'images  $f, f', f'', f'''$  décalées les unes par rapport aux autres de 2 fois la distance  $O_2 S_1 = \Delta l$ ,  $S_1$  étant le sommet de  $G_1$ . Recevons cette suite d'images dans un viseur. Par tâtonnement, en faisant varier l'épaisseur  $e$  de l'étalon, nous pouvons les faire coïncider. Cette coïncidence est obtenue lorsque les images  $f, f', f'', f'''$  elles-mêmes coïncident, c'est-à-dire lorsque l'étalon est réglé à son épaisseur théorique.

On règle l'étalon F par la même méthode. L'ajustage des épaisseurs entre G et F se fait en observant le système de franges de superposition des deux étalons. Elles sont observées dans un spectroscope à prisme. A mesure que la différence entre les épaisseurs des étalons G et F diminue le nombre total de franges observées décroît. Lorsqu'il n'y a plus qu'une ou deux franges, en regardant directement dans l'étalon on voit les teintes de Newton, en utilisant alors le dispositif de balayage, on se place à la teinte plate d'ordre zéro. Les deux étalons ont ainsi exactement la même épaisseur.

b) Il reste à voir l'influence d'une variation de la température du tube de silice sur les épaisseurs des étalons ainsi réglés. Supposons

.../...





42.6

CELLULE DE KERR

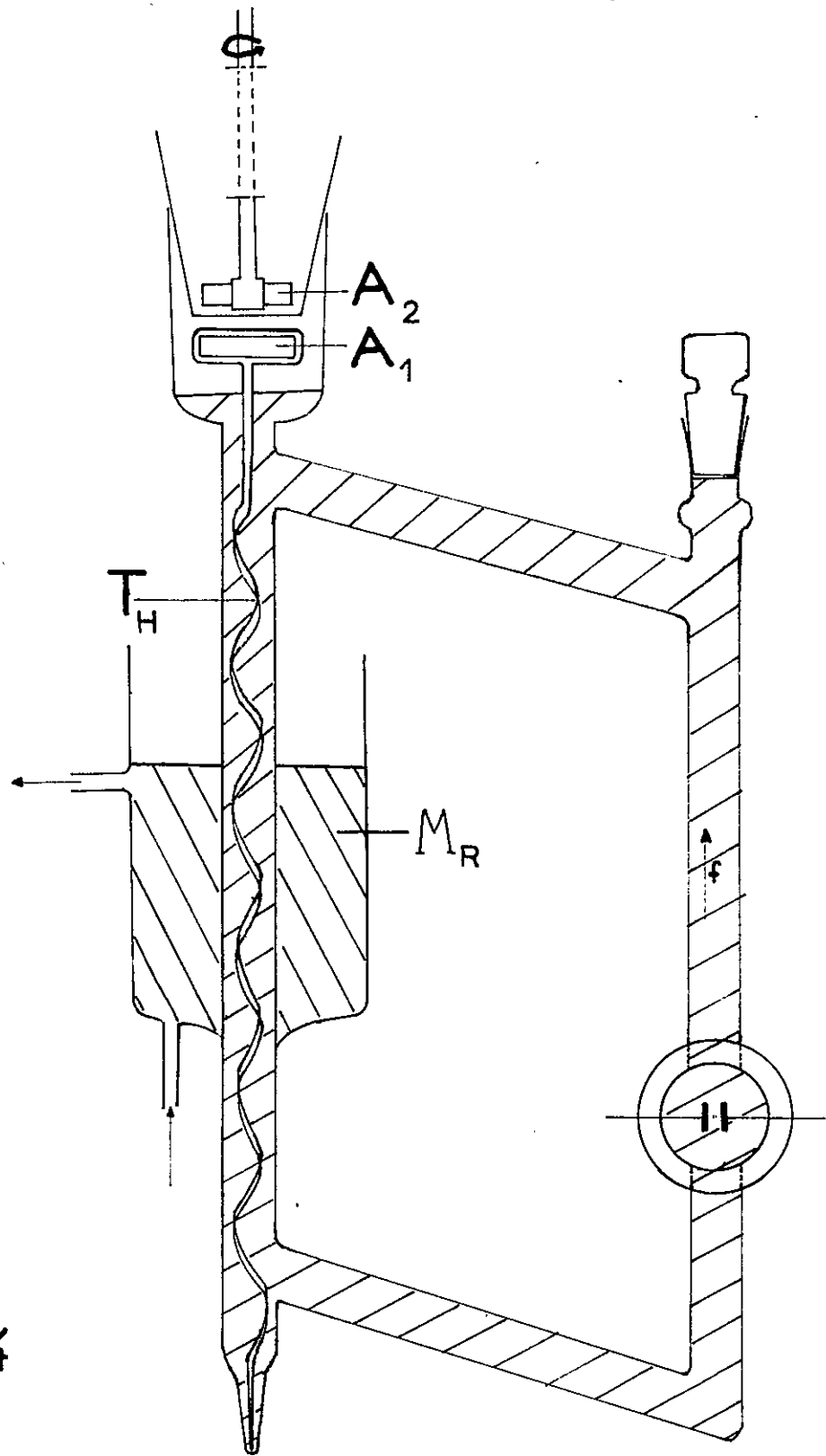


Fig 24



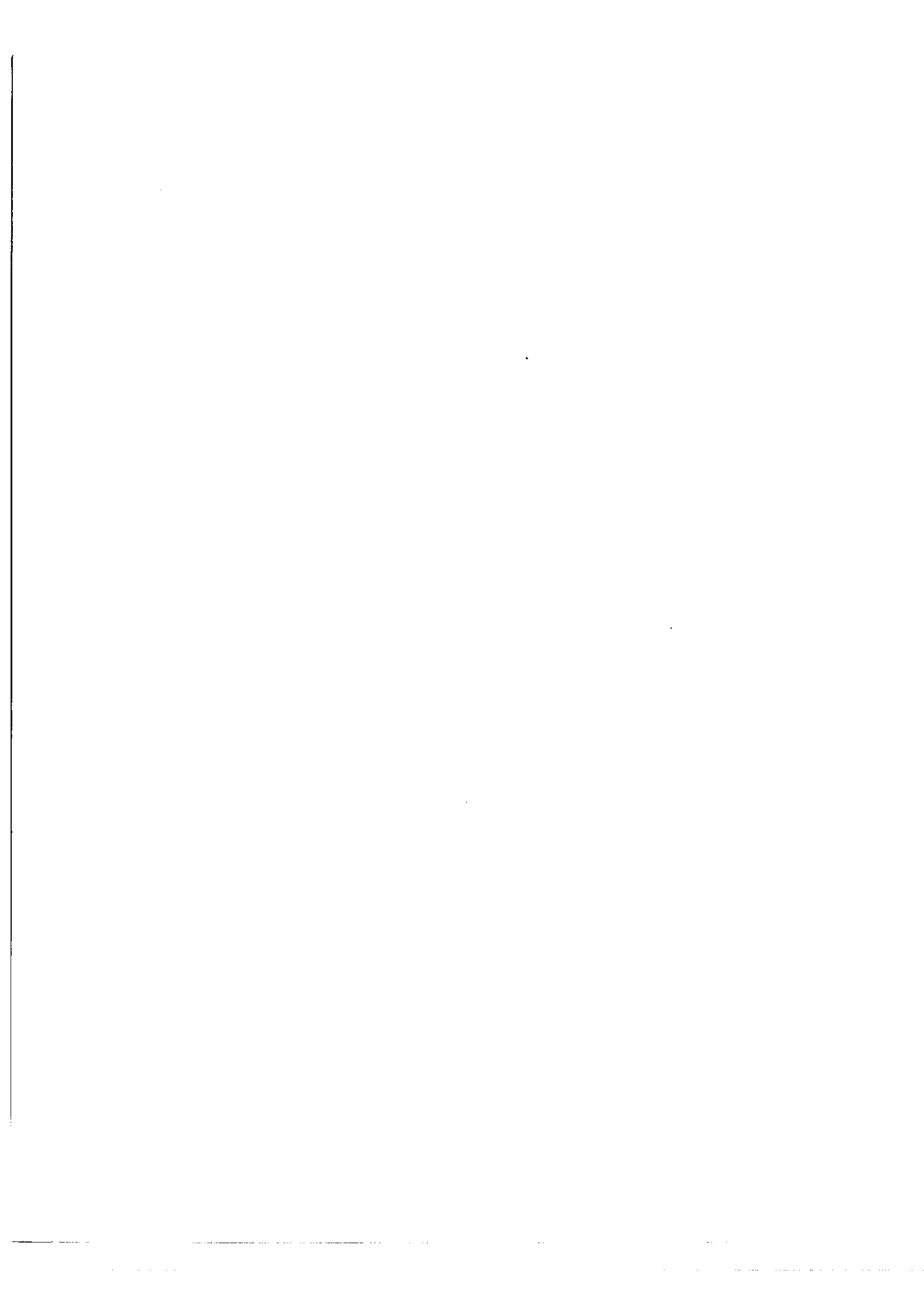
qu'initialement les deux tubes de silice soient à la même température  $T$ . Soit alors  $\Delta T$  la variation de température de l'un des deux tubes. Si  $\alpha$  est le coefficient de dilatation de la silice, la variation  $\Delta T$  entrainera une variation de l'épaisseur  $e$  de l'étalon de :  $\alpha e \Delta T$ . Si on veut que la variation de la différence de marche optique  $\Delta \delta_s$  de deux rayons interférents reste inférieure à  $\frac{\lambda}{N}$  il faudra que :  $\Delta T < \frac{\lambda}{4\alpha Ne}$

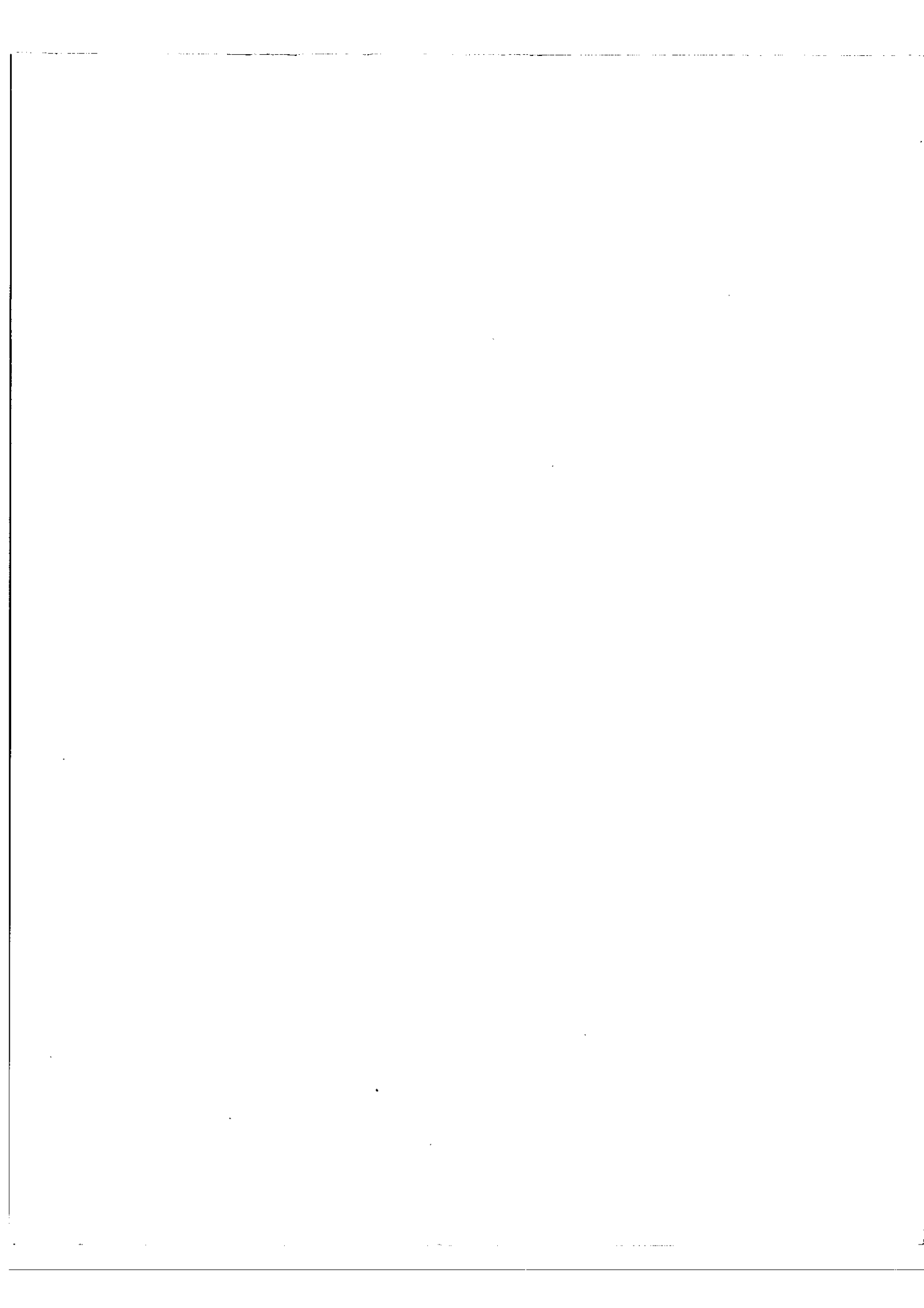
Dans notre cas particulier  $N = 20$  ;  $e = 265,2 \text{ cm}$  ;  $\alpha = 10^{-6}$  et  $\lambda = 5461 \text{ \AA}$  d'où  $\Delta T < 2 \cdot 10^{-3}$ . On peut contrôler la stabilité thermique du dispositif en regardant le système de franges de superposition, réduite à quelques cannelures brillantes ; en 12 heures il n'y a aucun déplacement appréciable.

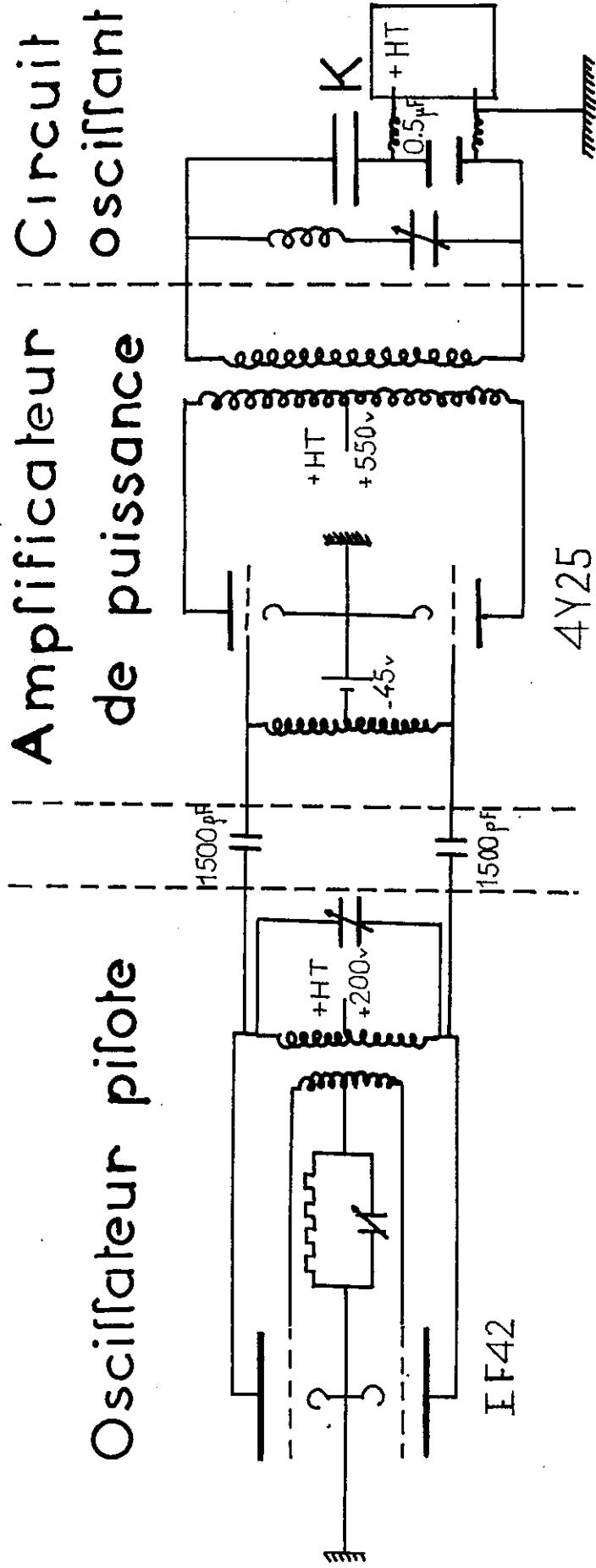
- D) La cellule de Kerr -

a) La cellule de Kerr dont le schéma est donné sur la figure 24 est pourvue d'un système de réfrigération comportant une tige hélicoïdale  $T_H$  pourvue d'un petit aimant  $A_1$  qu'entraîne un autre aimant  $A_2$  fixé à l'axe d'un moteur. L'ensemble fonctionne à la manière d'un moteur synchrone, la tige  $T_H$  en tournant entraîne par exemple le nitrobenzène dans le sens de la flèche  $\curvearrowright$ . Une circulation par eau courant dans le manchon  $M_R$  régularise la température du nitrobenzène.

Les armatures du condensateur ont 5 cm de long sur 0,5 cm de large. Elles sont distantes l'une de l'autre de 0,2 cm. Nous avons mesuré la perte par conductibilité du nitrobenzène pour des tensions continues allant de 0 à 3000 volts. Pour 3000 volts, le courant mesuré est de  $108 \mu \text{ A}$  d'où une puissance consommée de 0,3 watts. Nous avons calculé la perte par hystérésis diélectrique du nitrobenzène, en utilisant la formule  $\frac{P}{W_0} = 2\omega \text{tg } \varphi$  où

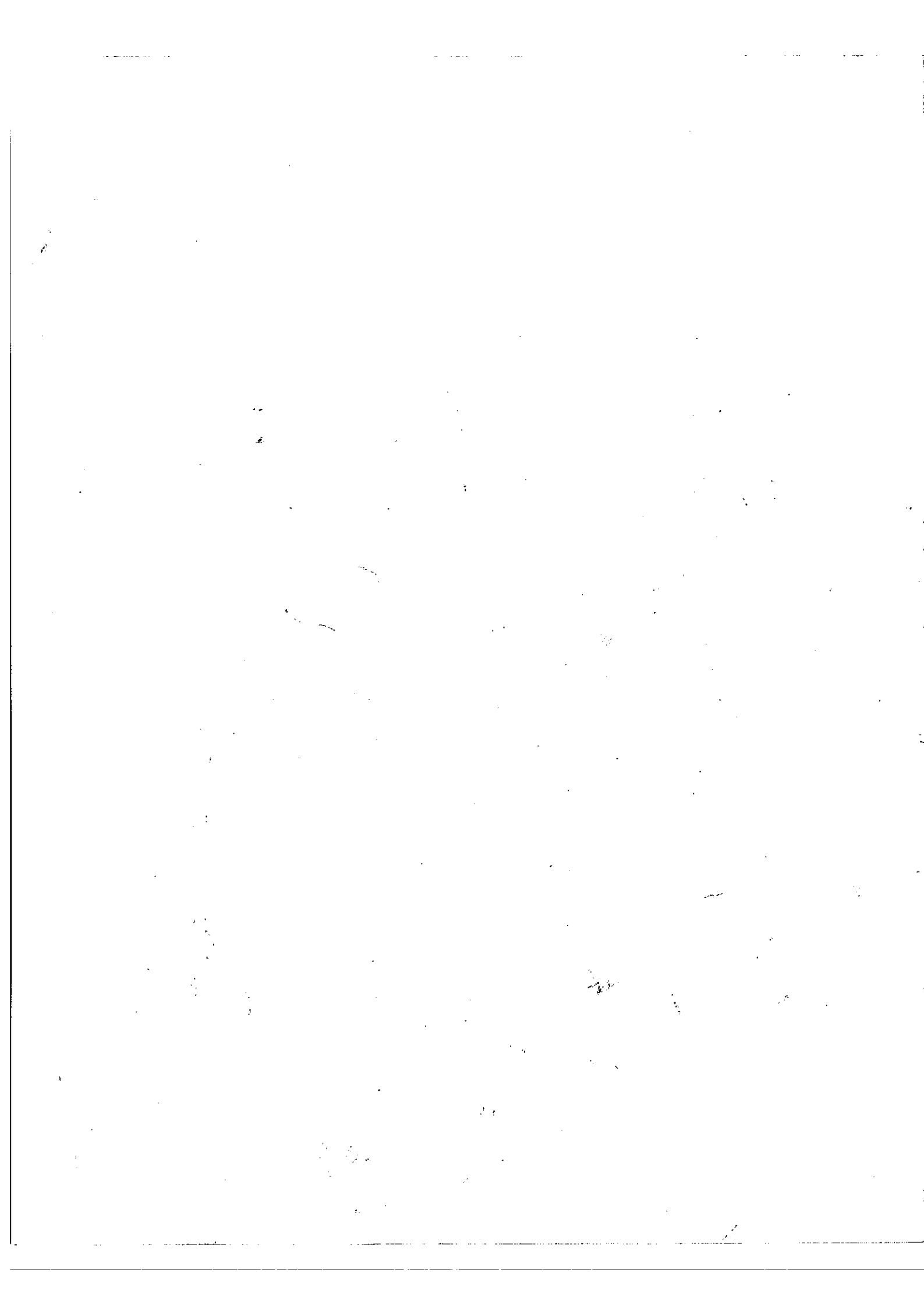






ALIMENTATION DE LA CELLULE DE KERR

Fig 25



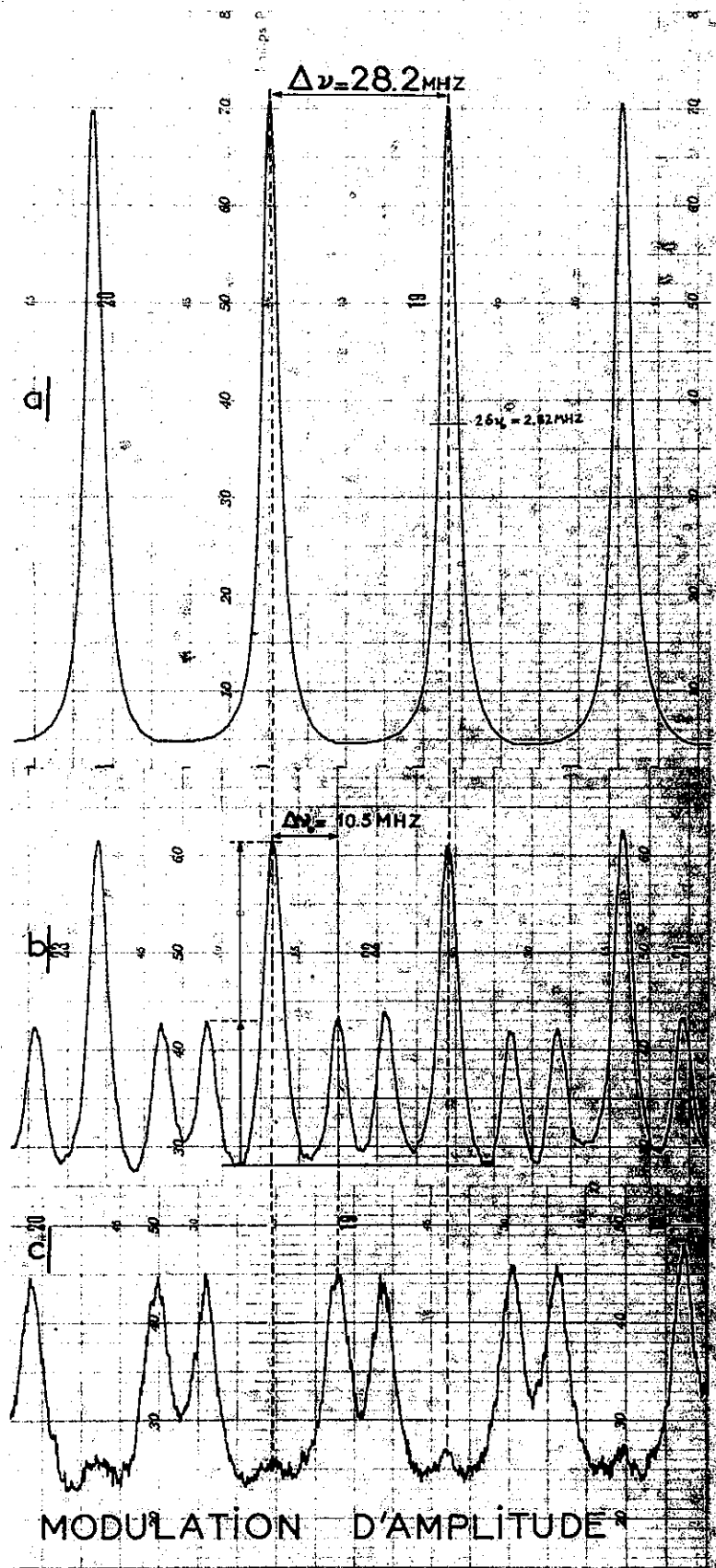


Fig 26

$P$  est la puissance dissipée,  $W_0$  l'énergie moyenne emmagasinée,  $W_0 = \frac{\epsilon E_0^2}{4\pi}$   
 $\omega$  la pulsation du champ électrique  $E$ ,  $E = E_0 \cos \omega t$  et  $\varphi$  l'angle  
de perte du nitrobenzène. Avec  $\epsilon = 34 \text{ ues } \text{cs}$  ;  $\omega = 2\pi \cdot 15 \cdot 10^6$  radians/sec.  
 $E_0 = 2500 \text{ v/cm}$  et  $\tan \varphi = 10^{-2}$  nous avons trouvé  $P = 37 \text{ watts}$ .

b) La figure 25 donne le schéma de l'alimentation en haute fréquence de la cellule de Kerr. Cette alimentation comprend un oscillateur pilote suivi d'un amplificateur de puissance dont la sortie est reliée à un circuit oscillant, comprenant la cellule de Kerr, et que l'on peut accorder sur la fréquence désirée. L'oscillateur utilise un amplificateur push-pull dont la sortie, chargée par un circuit oscillant classique, est couplée à l'entrée par induction mutuelle. L'amplificateur de puissance est lui-même un montage symétrique utilisant deux tubes en push-pull.

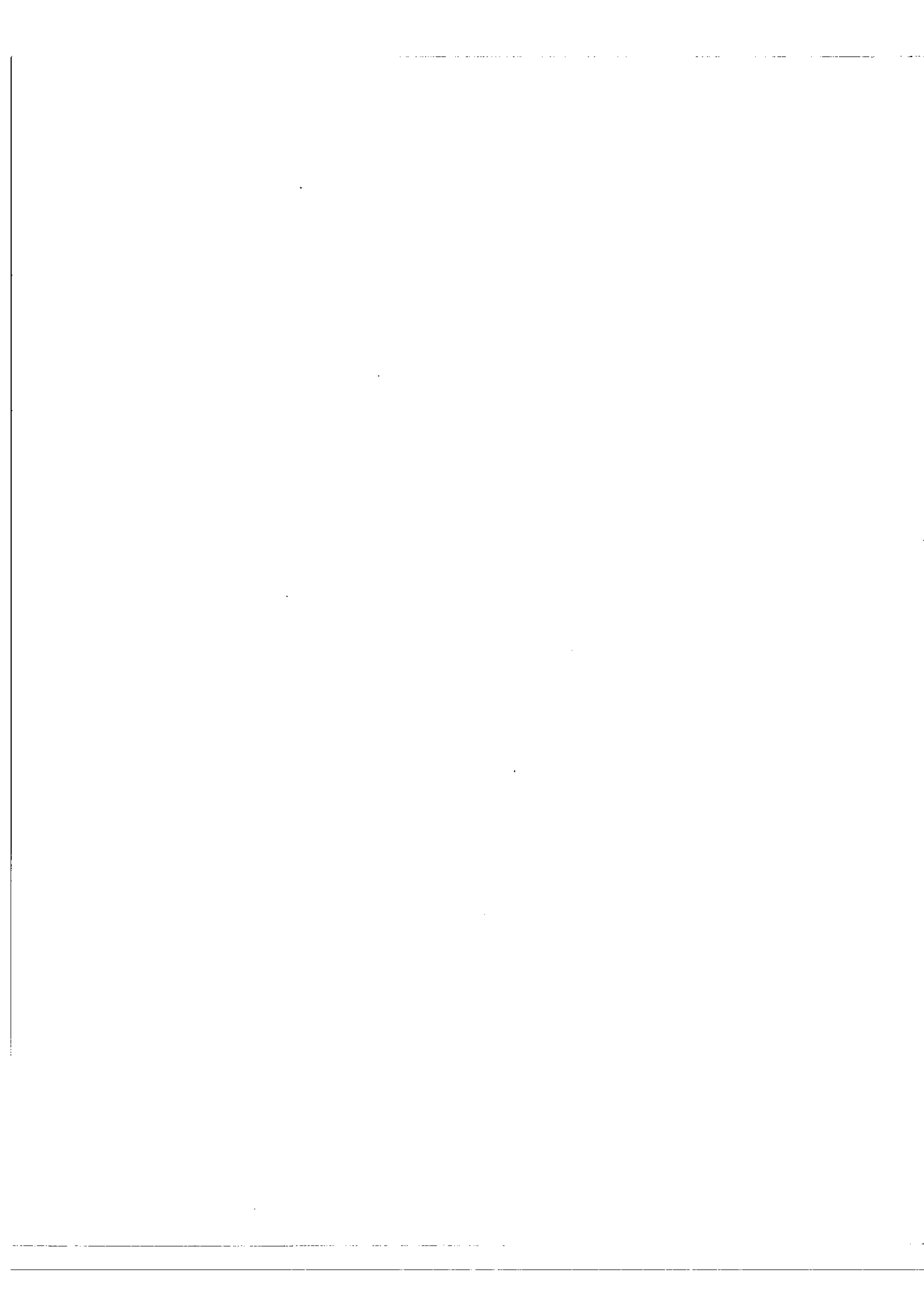
#### 4) RESULTS -

- A) - La figure 26.a est l'enregistrement de 4 ordres consécutifs, sans modulation, l'intervalle entre ordres est 0,94 mK ou encore 28,2 MHz. Les raies enregistrées ont une finesse mesurée  $N_E = 10$ , d'où la finesse 20 pour les raies produites pour chaque étalon pris individuellement. La largeur de la raie produite par chaque étalon est donc de 0,047 mK ou encore  $\delta\nu_0 = 1,41 \text{ MHz}$ .

- La figure 26.b représente le spectre de la modulation d'amplitude de ces raies, à la fréquence de modulation mesurée de 10,5 MHz, c'est-à-dire approximativement le 1/3 de l'intervalle entre ordres de manière à dégager au mieux les bandes latérales. La cellule de Kerr, placée entre polariseur et analyseur croisés et une lame quart-d'onde pour la raie verte du mercure, fonctionne en modulateur approximativement linéaire d'intensité grâce à une tension continue de polarisation de 2500 volts, comme il est indiqué au (§ 3 A. X) du CHAPITRE III. La tension







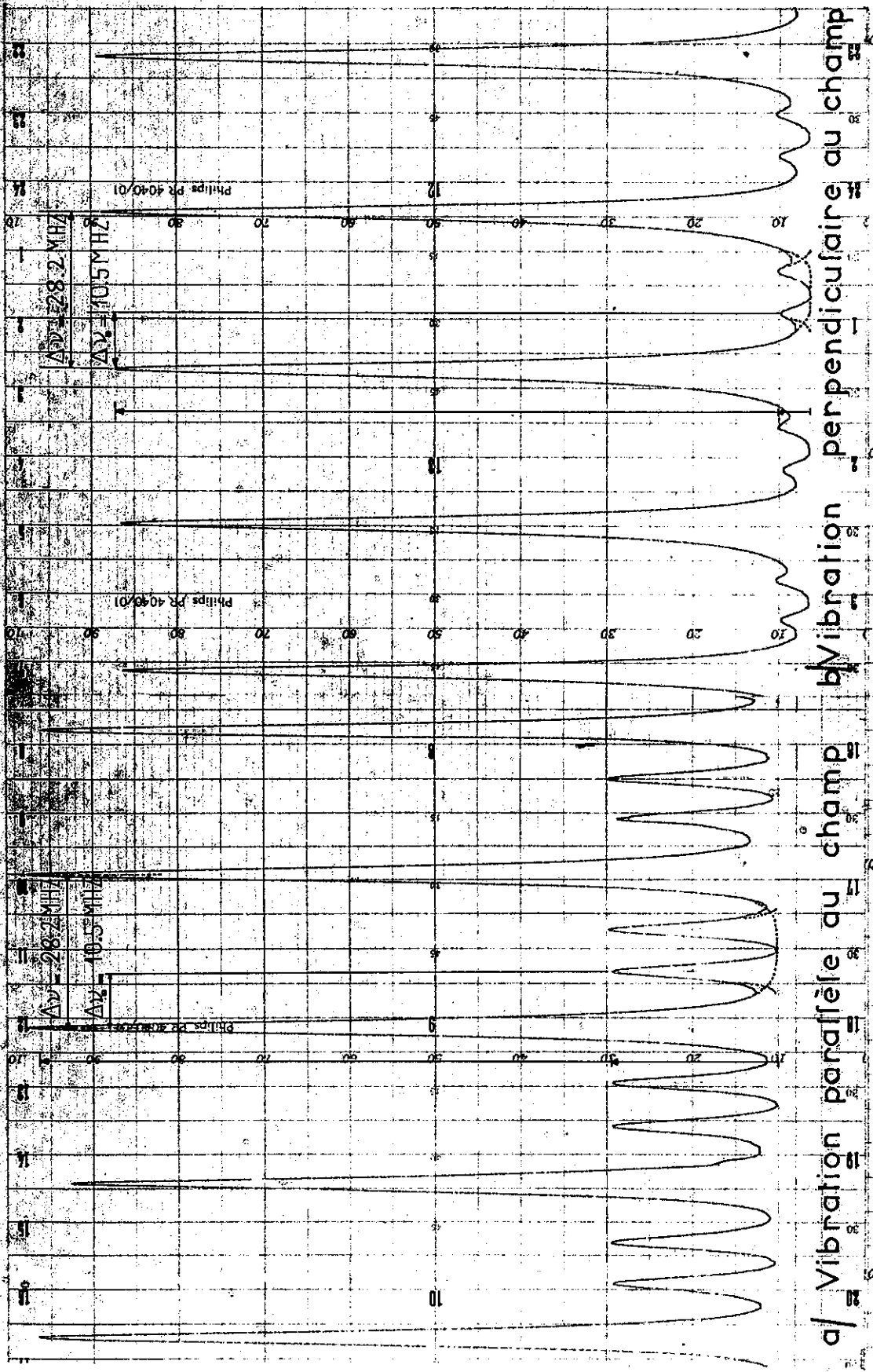


Fig 27

alternative maximum est de 500 volts. Le calcul de l'intensité relative des bandes latérales, d'après la formule VIII (§ 4 A.b - CHAPITRE III) donne pour cette intensité : 0,31.

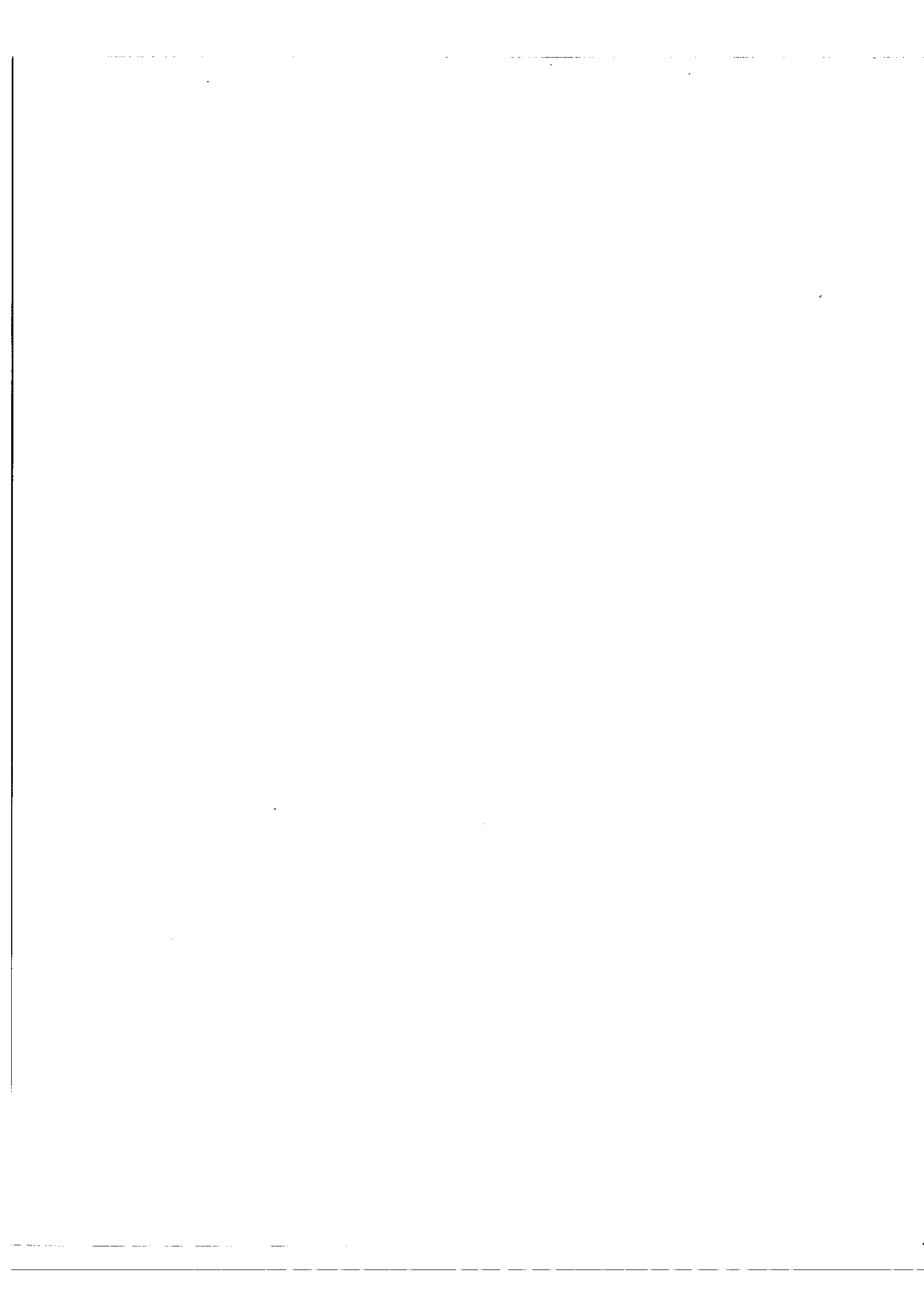
La mesure de celle-ci effectuée sur la courbe A donne : 0,4 .

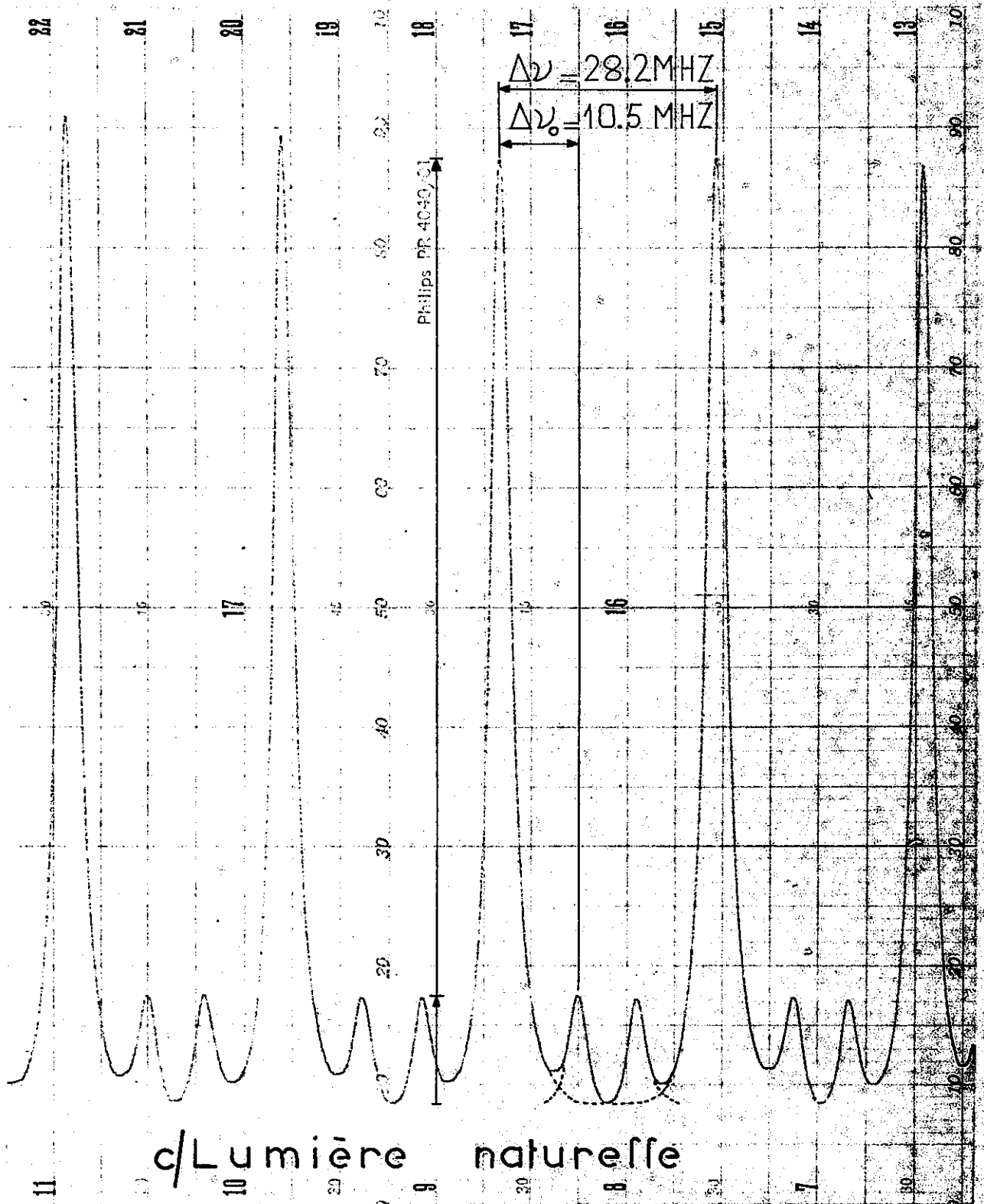
- La figure 26.c représente le spectre de la modulation d'amplitude avec suppression de la porteuse. Le dispositif reste le même, la cellule de Kerr fonctionne en modulateur approximativement linéaire d'amplitude grâce à une tension continue de polarisation de 2000 volts, comme il est indiqué au (§ 3 A.8) du CHAPITRE III. Nous avons en fait laissé un faible résidu de porteuse en utilisant une tension continue de 2100 volts. La porteuse est effectivement à peine visible sur l'enregistrement.

- B) les enregistrements de la figure 27 représentent les spectres de modulation de phase des raies du F P S , à la même fréquence que précédemment (10,5 MHz). La cellule de Kerr, placée après un polariseur (il n'y a plus ni lame quart-d'onde, ni analyseur) fonctionne en déphaseur réglable dans les conditions indiquées au § 3.B b) du CHAPITRE III. On obtient une variation de phase approximativement linéaire en fonction du champ électrique appliqué en utilisant une tension continue de polarisation aussi grande que possible. Nous avons utilisé la tension continue maximum que peut donner notre alimentation, soit 3000 volts. La tension alternative est la même, soit 500 volts.

- La figure 27.a représente le cas de la vibration lumineuse polarisée suivant la direction du champ électrique. Le calcul de l'intensité relative des bandes latérales, d'après la formule IX du § 4.C, CHAPITRE III, donne pour cette intensité 0,22.







c/Lumière naturelle

MODULATION DE PHASE

Fig 27

La valeur mesurée sur la courbe A est 0,22.

- La figure 27.b représente le cas de la vibration lumineuse polarisée suivant la direction perpendiculaire à celle du champ électrique. Le calcul de l'intensité relative des bandes latérales d'après la formule IX (§ 4.C - CHAPITRE III) donne pour cette intensité 0,041.

La valeur mesurée sur la courbe B est 0,04.

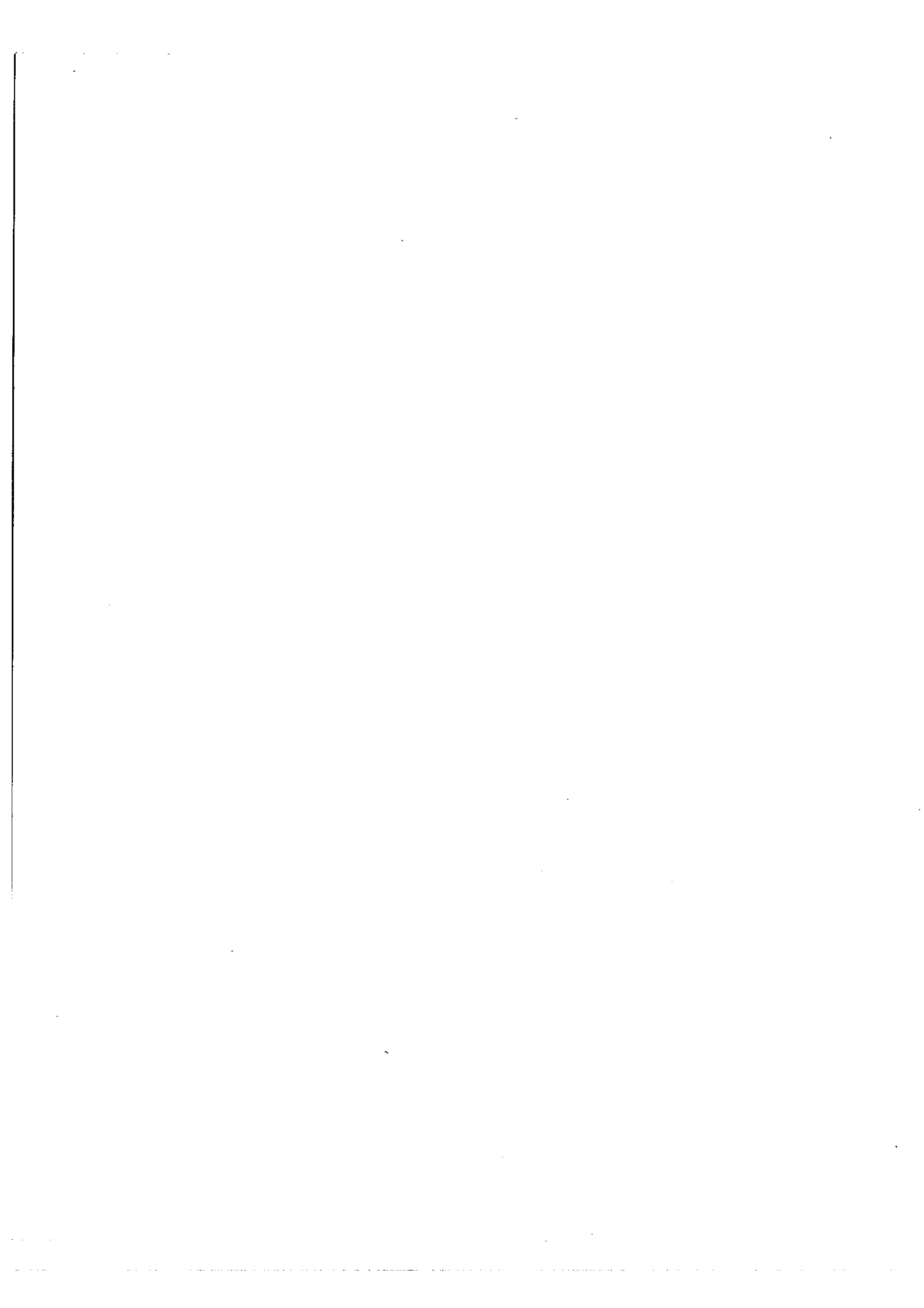
On voit que l'accord est excellent, néanmoins les intensités des bandes latérales sont trop faibles pour permettre des mesures précises. Des valeurs mesurées, on déduirait  $\rho$  d'après la formule X (§ 4.C - CHAPITRE III) :

$$\rho^2 = 4,12 \quad \text{d'où} \quad |\rho| = 2,02$$

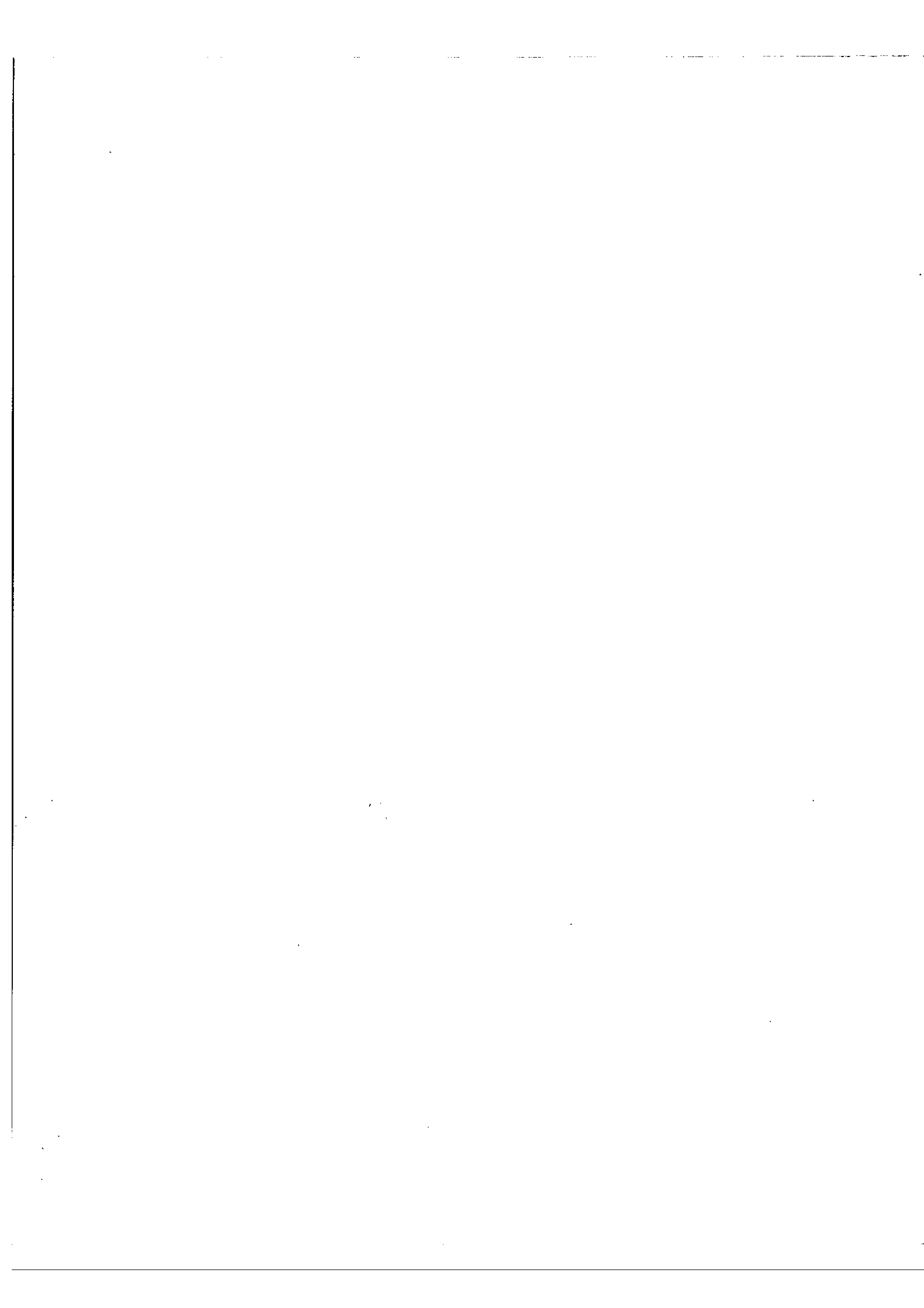
- La figure 27.c représente le cas d'une lumière naturelle. L'intensité relative des bandes latérales dans ce cas doit être la moyenne arithmétique des deux intensités relatives précédentes. En fait il y a une polarisation résiduelle de la lumière à cause des miroirs plans, utilisés pour couder le faisceau lumineux avant et après la cellule de Kerr, de sorte que cette intensité relative n'est pas rigoureusement la moyenne arithmétique des deux précédentes. La valeur mesurée sur la courbe C donne 0,11 alors que la moyenne arithmétique précise est 0,13.

Nous avons vu que les bandes latérales, aux tensions continue et alternative utilisées, sont faibles. Nous avons pensé à faire coïncider les bandes latérales de deux ordres voisins, auquel cas nous aurons une intensité double pour ces bandes latérales, ce qui permettra de faire des mesures plus précises. A cet effet, nous avons changé la fréquence de l'oscillateur de manière à ce que la fréquence de modulation soit égale à la moitié de l'intervalle entre ordres

$$\Delta\nu_0 = \frac{\Delta\nu}{2} = 14,1 \text{ MHz.}$$







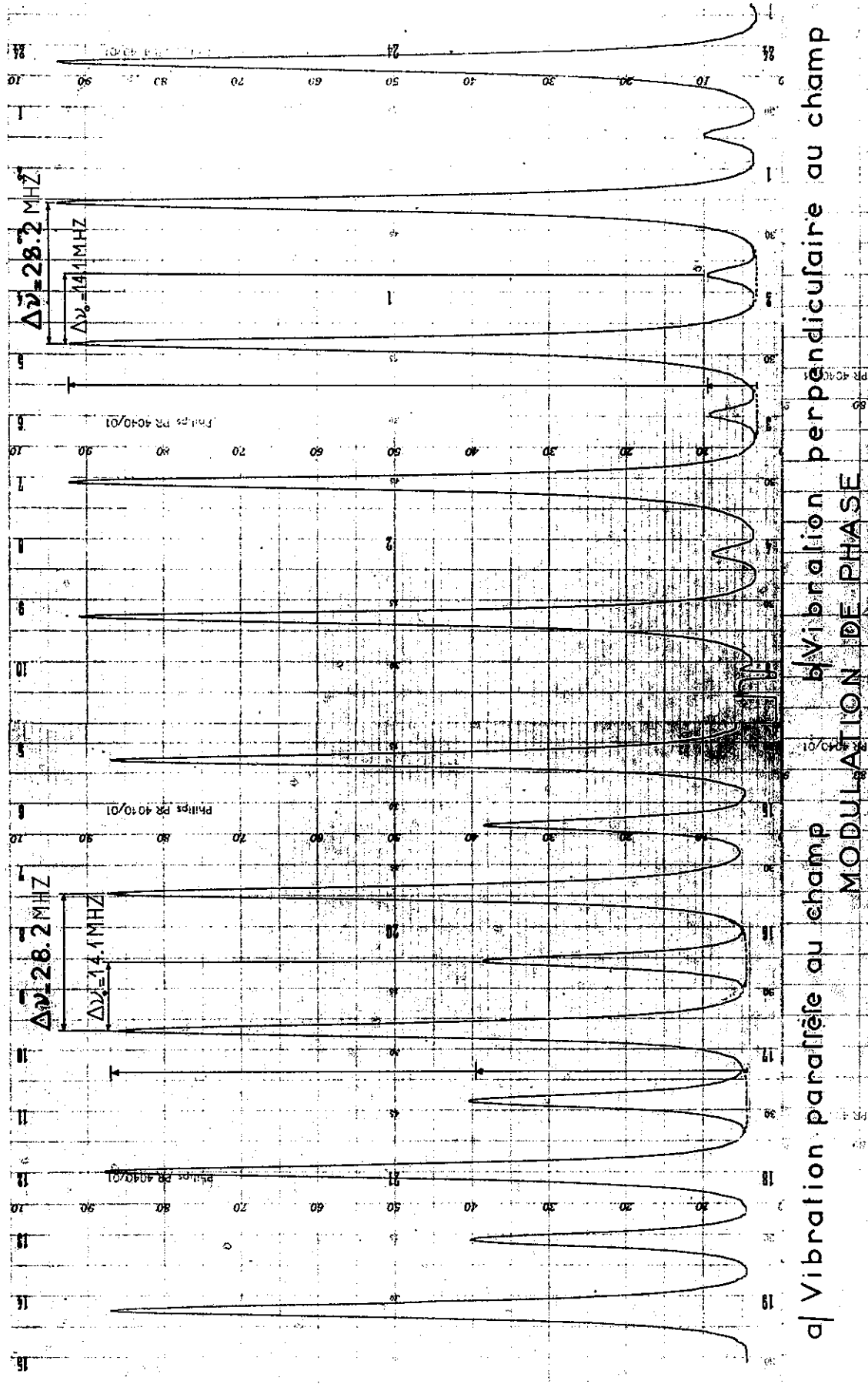


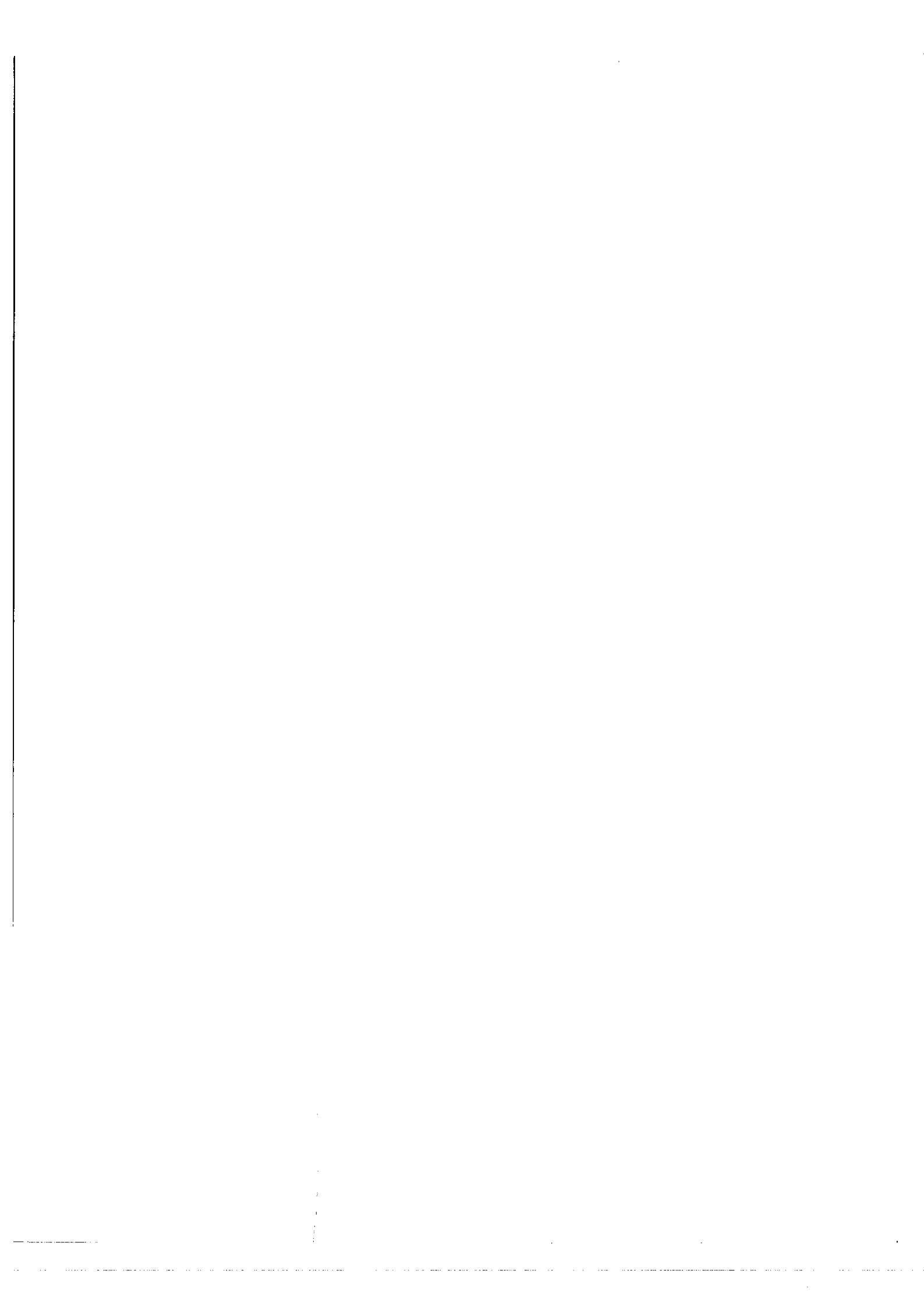
Fig 28

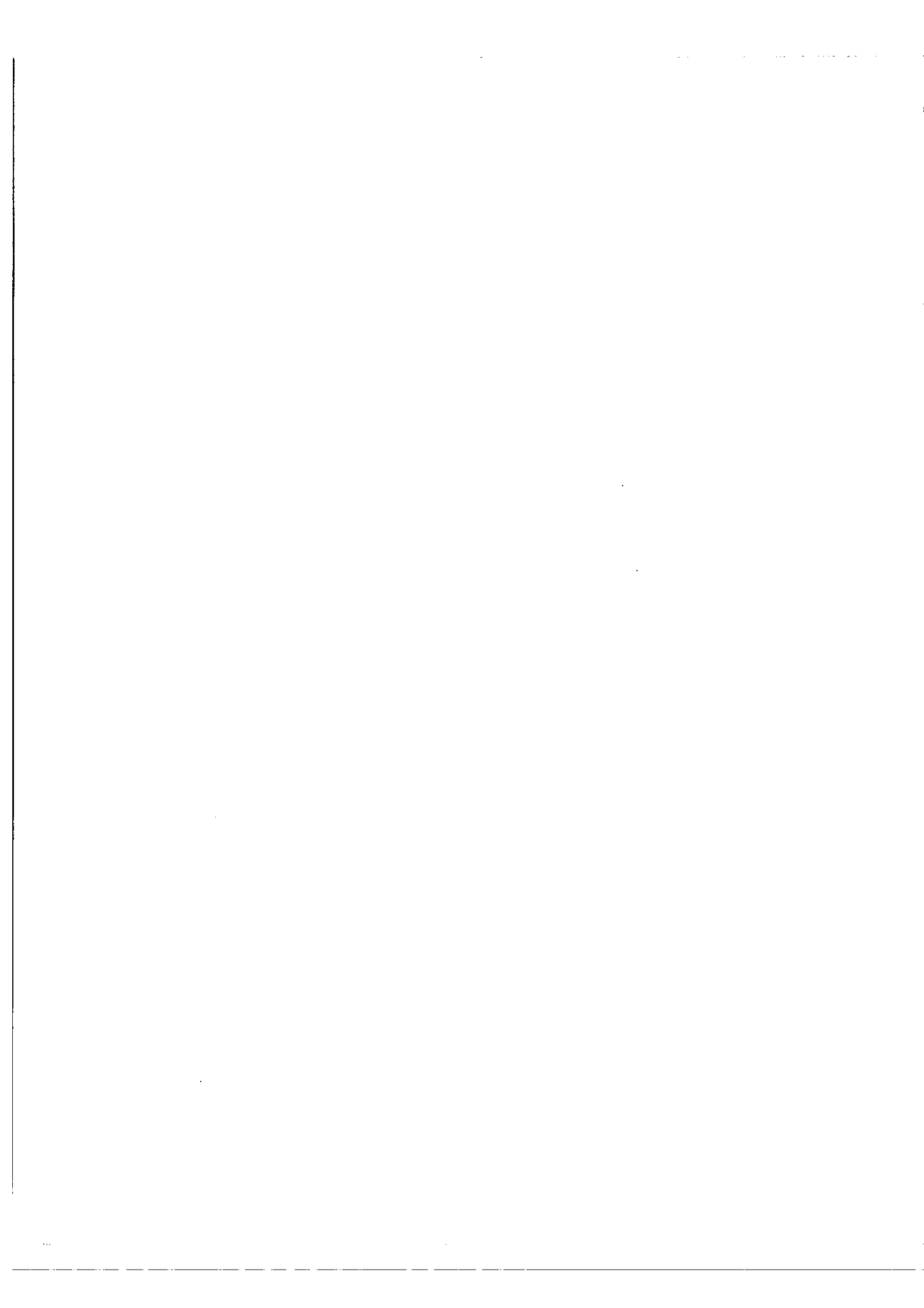
Les figures 28 représentent les spectres de modulation de phase obtenus à cette fréquence.

- La figure 28.a représente le cas de la lumière polarisée suivant la direction du champ électrique. La valeur de l'intensité relative des bandes latérales mesurée sur la courbe A est 0,21.

- La figure 28.b représente le cas de la lumière polarisée suivant la direction perpendiculaire à celle du champ électrique.

La valeur de l'intensité relative des bandes latérales mesurée sur la courbe B est 0,04.





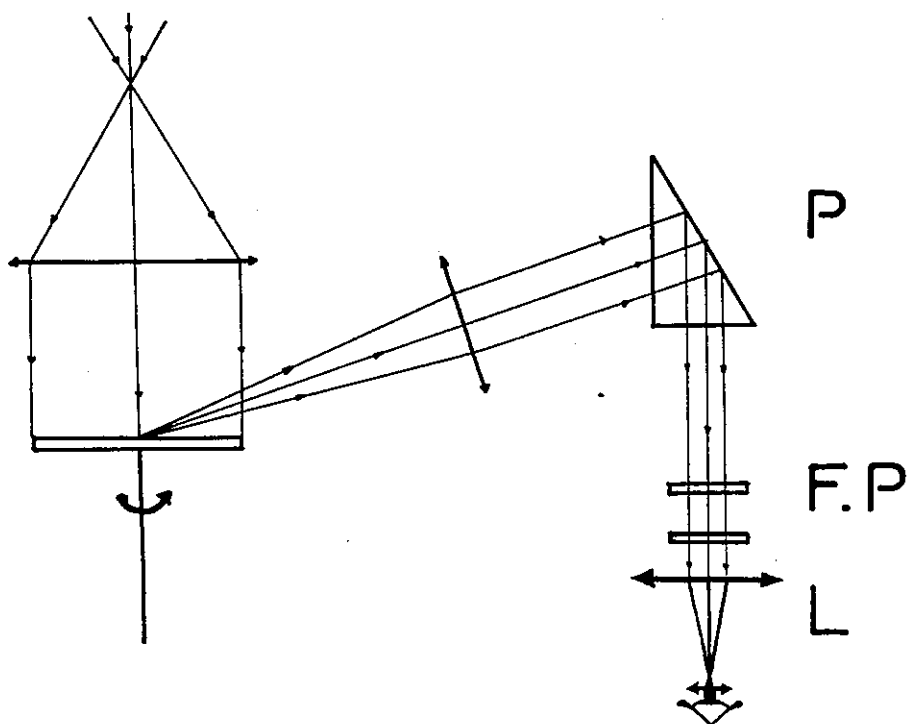


Fig 29. EXPERIENCE DE FABRY ET BUISSON

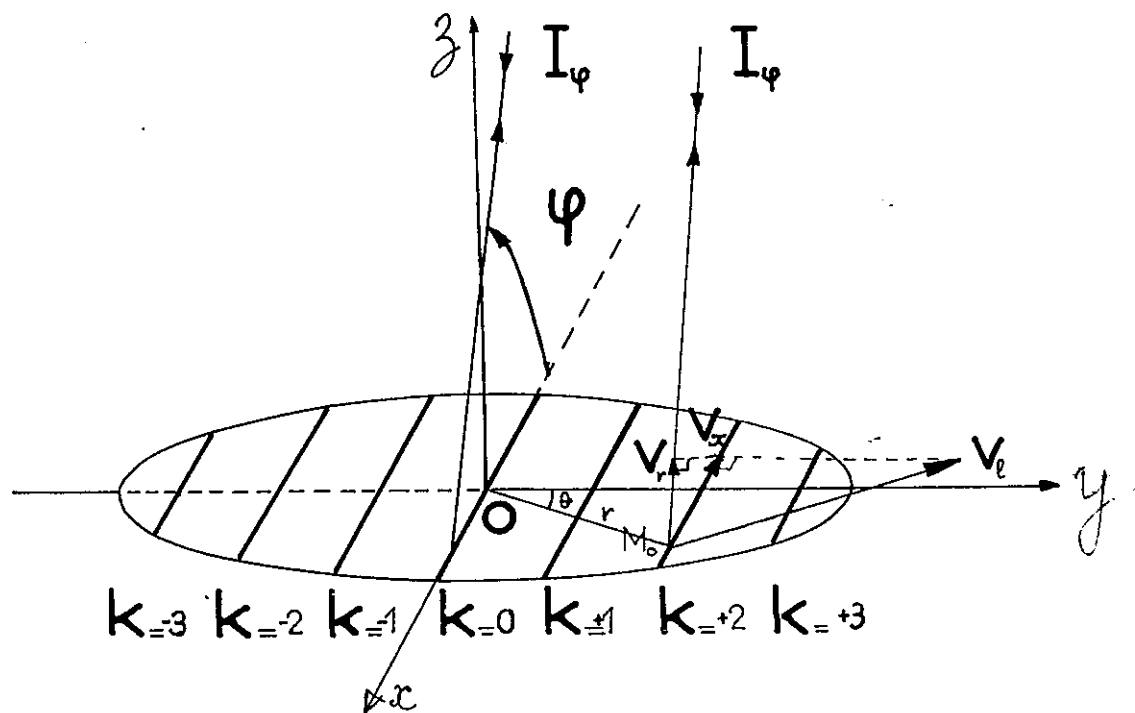


Fig 31

FORMATION DES FRANGES OBSERVEES  
SUR LE DISQUE TOURNANT

C H A P I T R E V

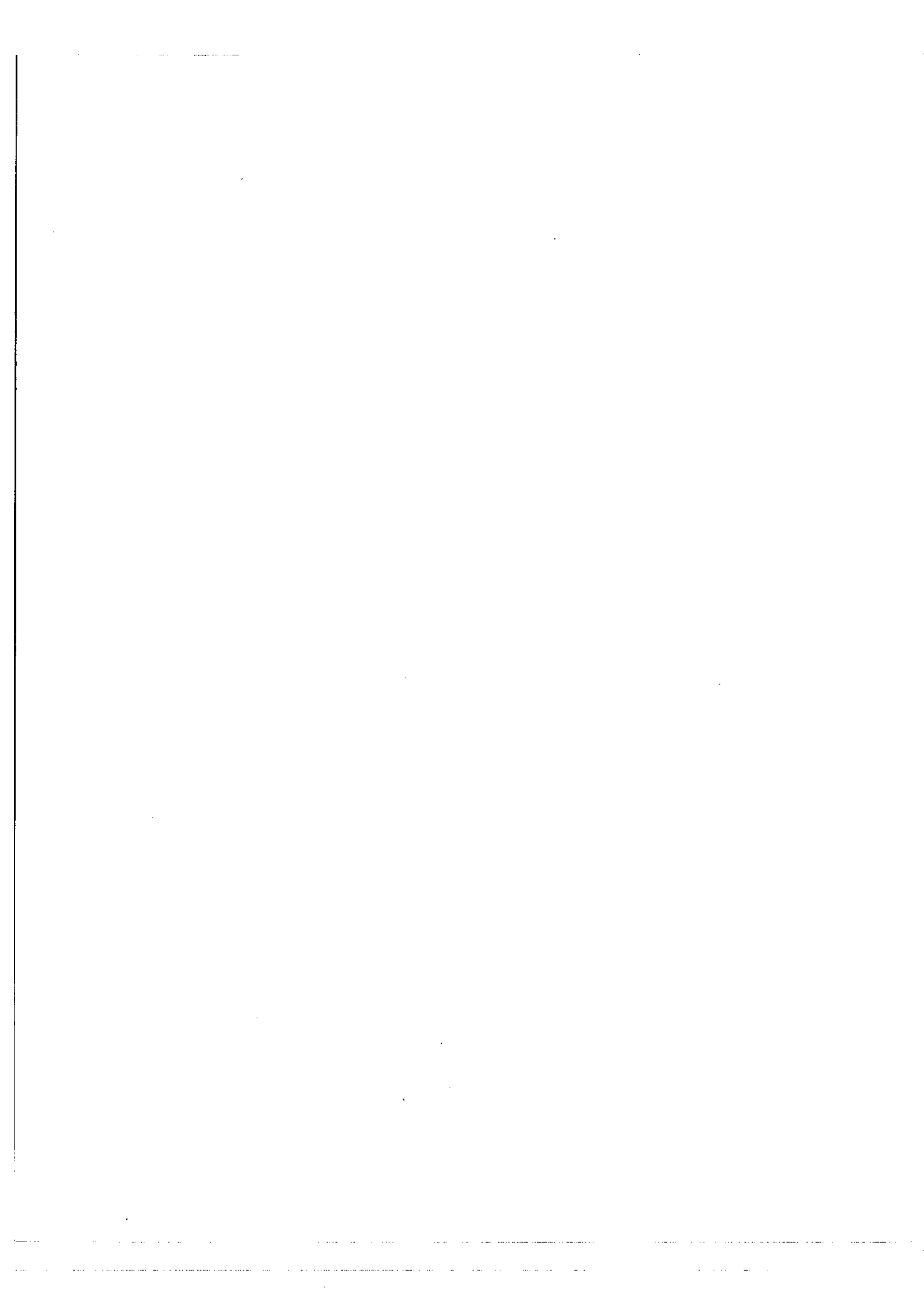
APPLICATION DU FABRY-PEROT SPHERIQUE A LA DETECTION D'UN EFFET DOPPLER - FIZEAU

- A) Nous avons repris, dans son idée, l'expérience de Fabry et Buisson dont nous allons donner un bref rappel et qui permet de vérifier l'effet Döppler-Fizeau à l'échelle des petites vitesses [6].

Leur dispositif expérimental (fig.29) comporte un disque diffusant, tournant autour de son axe vertical et éclairé en lumière monochromatique, sous l'incidence normale ; deux points diamétralement opposés se comporteront donc, pour un observateur examinant le disque obliquement, comme deux points source de vitesse égale en valeur absolue et de signes opposés. Cet observateur voit le disque sous la forme d'une ellipse dont une des extrémités du grand axe s'éloigne de lui tandis que l'autre s'en rapproche. L'écart, produit par effet Döppler-Fizeau, entre les longueurs d'onde des radiations provenant de ces deux points diamétralement opposés, est mis en évidence par l'emploi d'un étalon F.P. Les anneaux et l'image nette du disque sont observés à l'infini au moyen d'une lunette L. Un prisme P à réflexion totale permet de déplacer l'image du disque dans la lunette d'observation. On voit ainsi les anneaux se contracter ou se dilater quand on passe d'un bord à l'autre du disque.

L'épaisseur du F.P est de 6,5 cm ; les raies, verte et violette, d'une lampe à vapeur de mercure sont isolées au moyen de cuves absorbantes. L'ordre d'interférence pour la différence de marche employée de 13 cm est alors 238.000 et 298.300 respectivement. Le disque a un diamètre de 16 cm et tourne à une vitesse

.../...





de 214 tours/sec., ce qui donne une différence des vitesses linéaires des extrémités du même diamètre de 201 m/sec. Soit alors  $\Delta p$  la variation de

l'ordre d'interférence au centre;  $p$  :  $\frac{\Delta p}{p} = \frac{v}{c}$

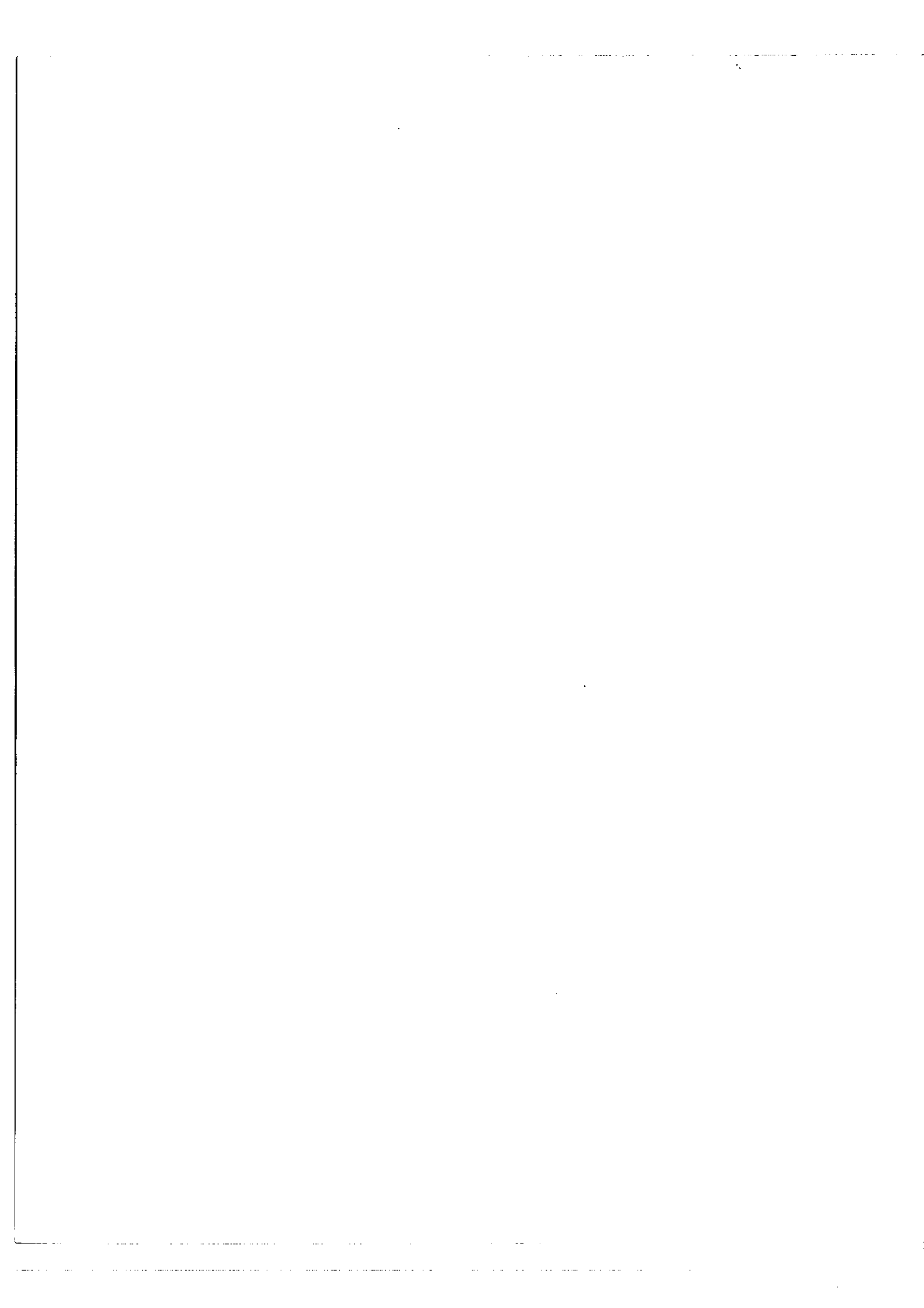
d'où  $\Delta p = 0,16$  et  $0,200$  respectivement

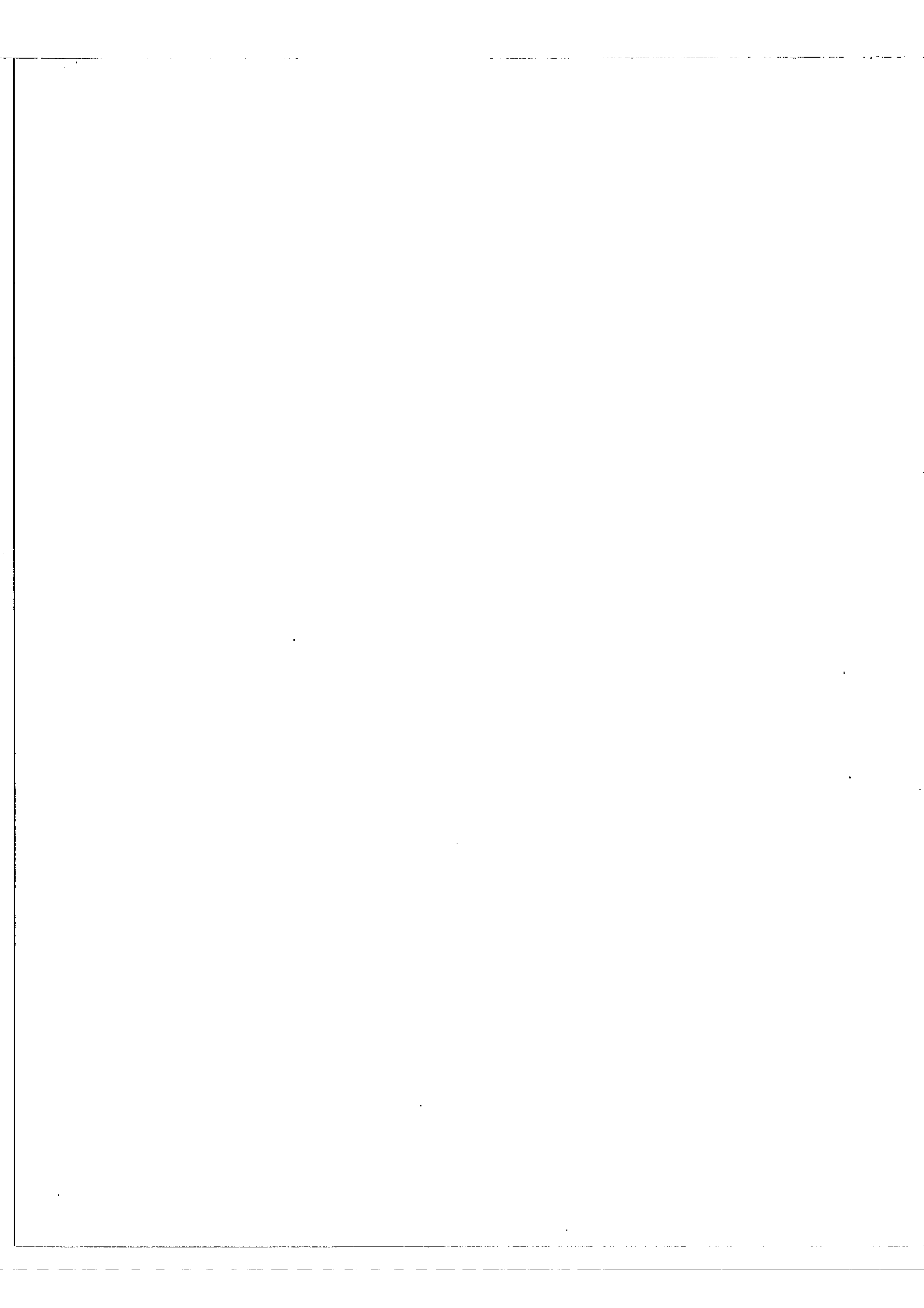
pour la raie verte et la raie violette. La mesure directe effectuée avec la raie violette a donné 0,206, soit une précision de 3% sur  $\Delta p$ . On pourrait augmenter cette précision en utilisant soit un diamètre du disque plus grand, soit une plus grande vitesse de rotation afin d'augmenter la vitesse linéaire du disque ; mais le montage devient alors beaucoup plus délicat en particulier le disque devrait être mis dans le vide ; il semble probable qu'on ne pourrait gagner au plus qu'un facteur de l'ordre de 10 sur la vitesse linéaire.

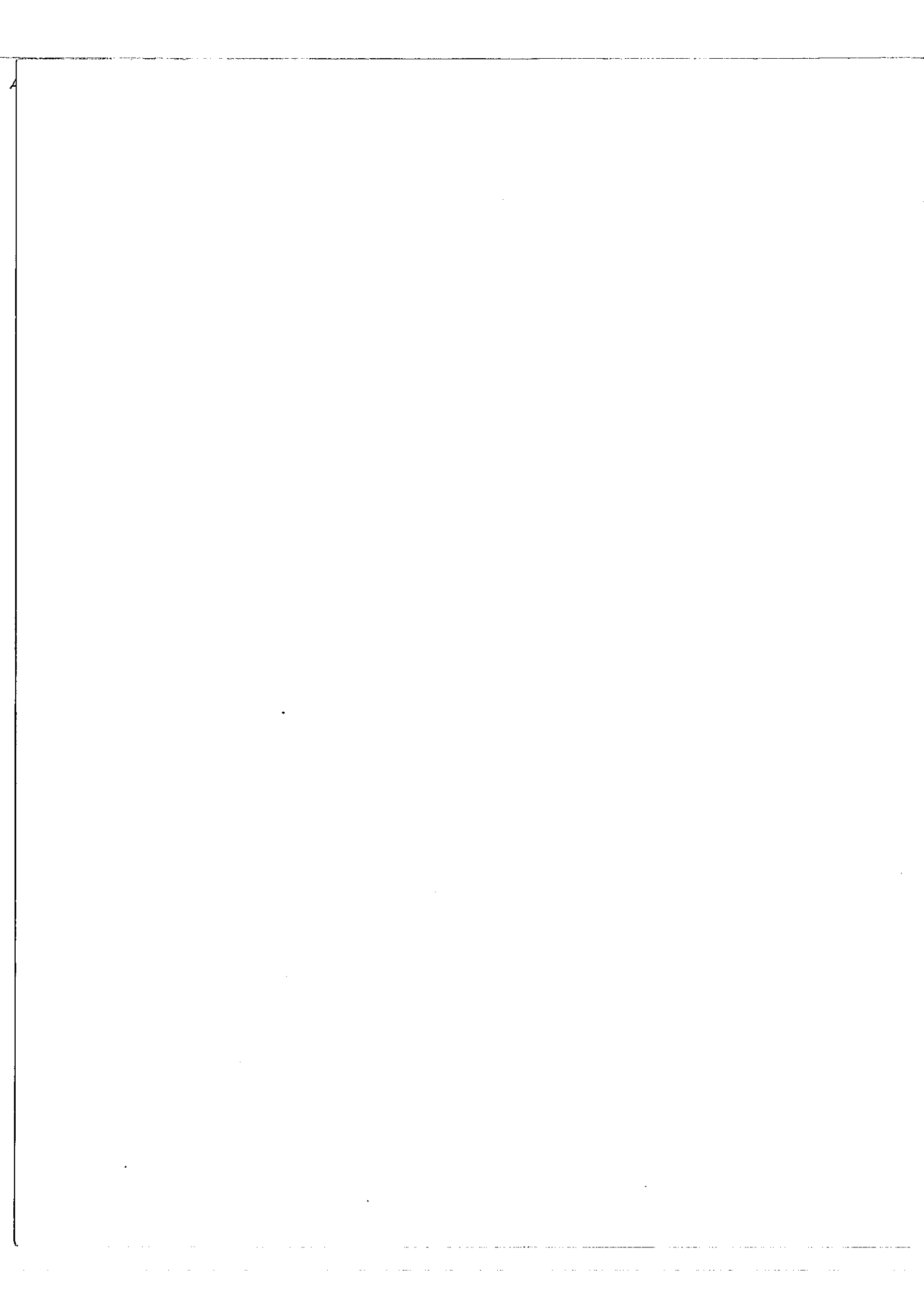
La précision peut encore être augmentée en utilisant une raie plus fine ; dans l'expérience citée, les auteurs n'ont pas précisé les largeurs des raies utilisées : leur lampe est une Cooper-Hewitt, donnant une raie verte de largeur probablement de l'ordre de 50 mK. L'intervalle entre ordres du F.P étant de 77 mK, les franges observées avaient certainement une distribution d'intensité presque sinusoidale d'où une faible précision sur leur pointé. Dans ces conditions il ne sert à rien d'augmenter le pouvoir de résolution du F.P, la précision est essentiellement limitée par la largeur de la raie utilisée. En prenant une lampe Meggers donnant une raie verte de largeur de l'ordre de 25 mK, on pourrait gagner un facteur 2 sur la précision du pointé.

Par contre l'utilisation d'une raie fine artificielle produite par un interféromètre à ondes multiples à très grande différence de marche permet de réaliser un gain très important sur la précision de la mesure. En utilisant les étalons G et F précédents comme générateur et analyseur, nous avons une

.../...



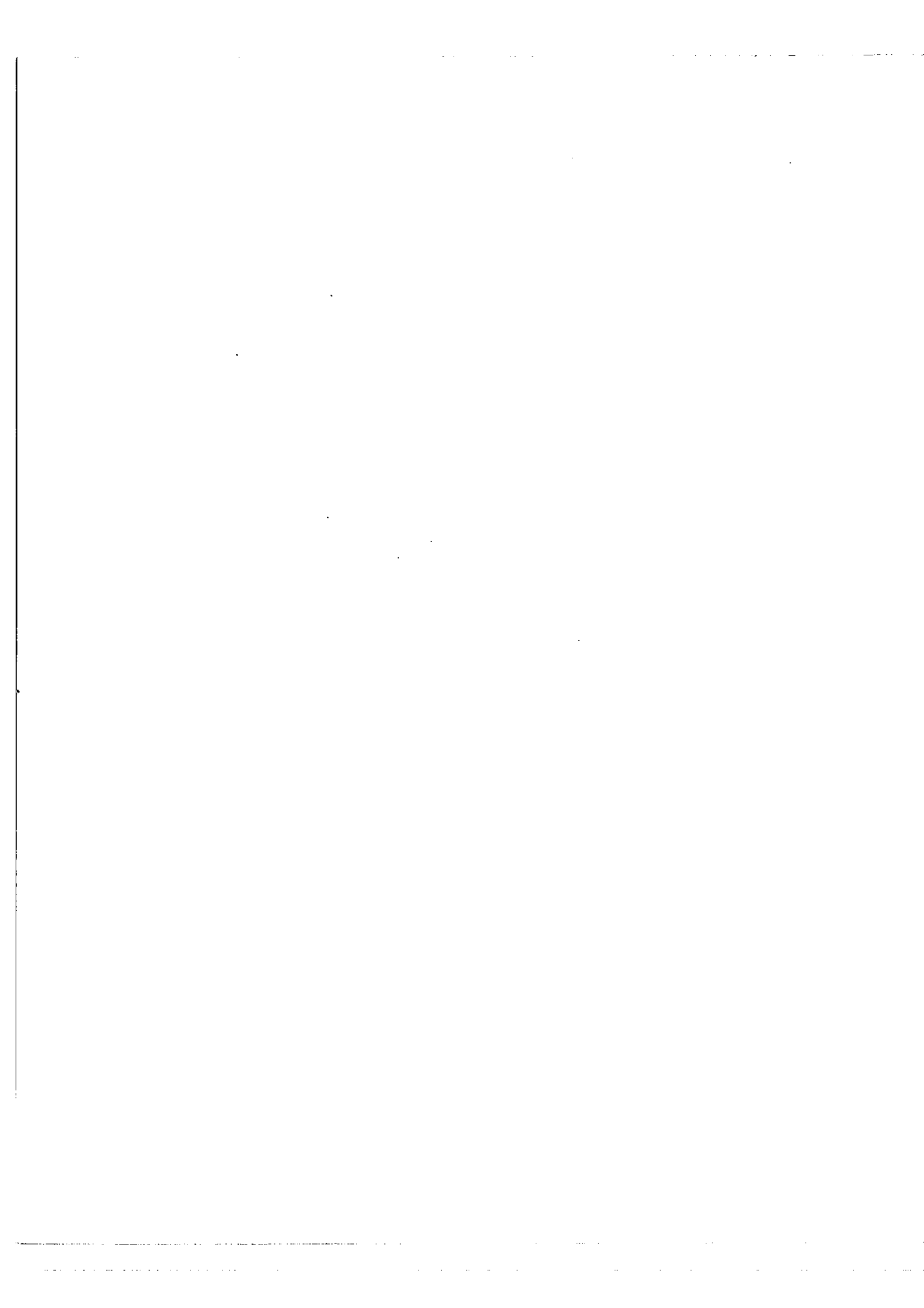


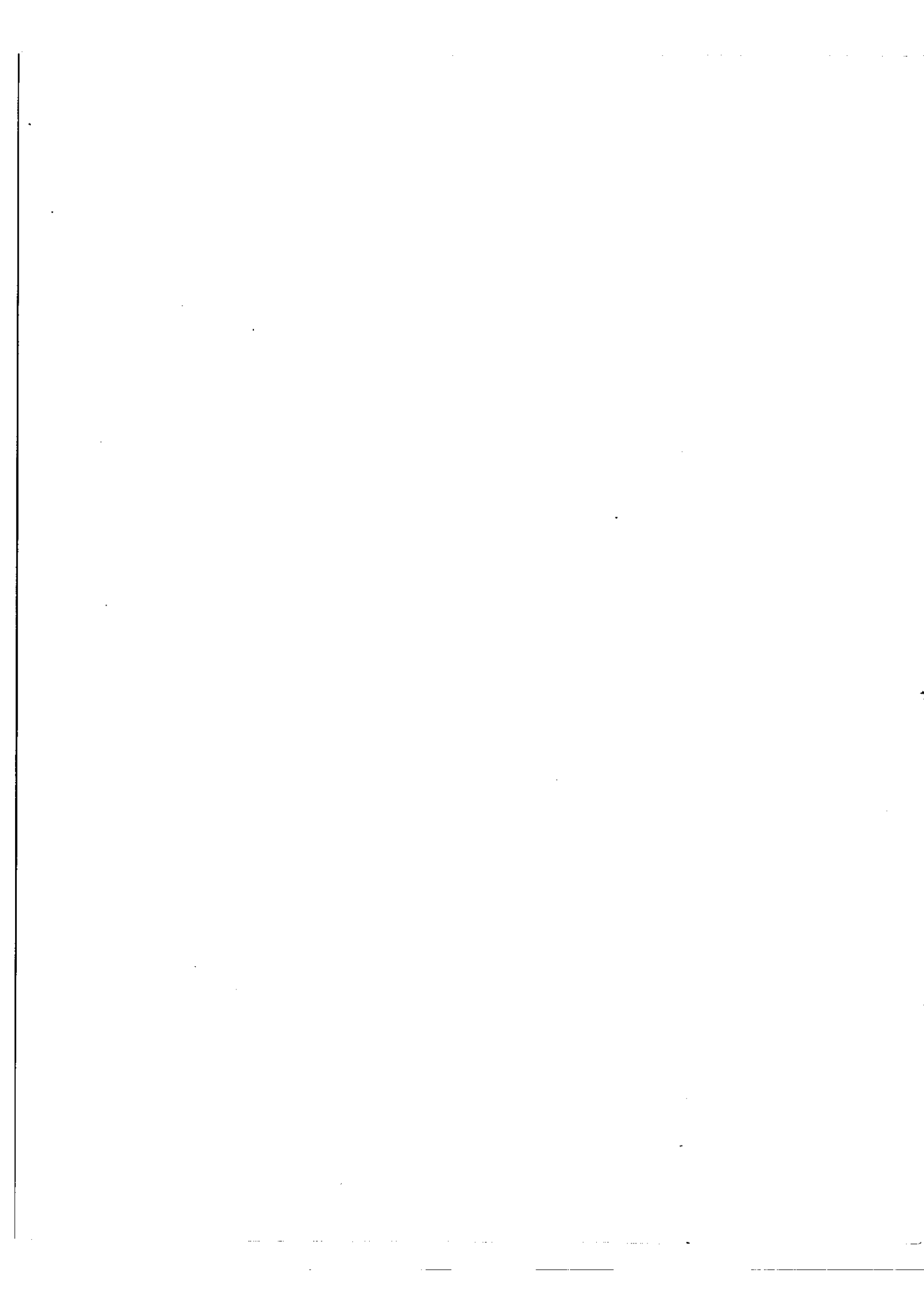


Soit  $\sigma$  le nombre d'onde de la radiation émise par la source. Le point matériel mobile  $M_0$  voit une radiation de nombre d'onde  $\sigma' = \sigma + d\sigma$  où  $d\sigma$  est l'écart produit par effet Doppler,  $d\sigma = \sigma \frac{v_r}{c}$ . L'observateur regardant le point  $M_0$ , considéré comme point source mobile, voit la radiation  $\sigma'' = \sigma' + d\sigma$ . La radiation reçue est ainsi décalée de  $2d\sigma = 2\sigma \frac{y \cos \varphi \cdot \omega}{c}$ .

Considérons maintenant notre dispositif utilisant les étalons G et F. La raie  $B(\sigma)$ , (fig. I9.A.a) émise par la source peut être considérée comme un spectre continu dans lequel l'étalon G découpe des raies très fines. Après l'étalon G nous avons le spectre  $P_G(\sigma) = B(\sigma) A_G(\sigma)$  où  $A_G(\sigma)$  est la fonction de transmission de G (fig. I9.A.b). Lorsque le disque ne tourne pas nous avons le même spectre  $P_G(\sigma)$  à l'entrée de l'étalon F dont la fonction de transmission  $A_F(\sigma)$ , (fig. I9.A.d) est identique à  $A_G(\sigma)$ : la totalité de la lumière est transmise, l'image du disque est vue entièrement éclairée dans le viseur. Lorsque le disque tourne les radiations renvoyées par les points d'ordonnées  $y$  sont décalées de  $2d\sigma = 2\sigma \frac{y \cos \varphi \cdot \omega}{c}$ , correspondant à des spectres cannelés  $P_G(\sigma + 2d\sigma)$ , c'est-à-dire identique à  $P_G(\sigma)$  mais décalés de  $2d\sigma$  sur l'échelle des  $\sigma$ . Pour les points de la droite  $y = 0$  la radiation renvoyée n'est pas décalée,  $P_G(\sigma + 2d\sigma)$  se réduit à  $P_G(\sigma)$ , la totalité de la lumière est transmise, l'observateur voit donc une frange centrale brillante. Pour les points de la droite  $y$  tel que  $2d\sigma = 2\sigma \frac{y \cos \varphi \cdot \omega}{c} = k \Delta\sigma$  où  $k$  est un nombre entier et  $\Delta\sigma$  l'intervalle entre ordre de  $A_F(\sigma)$ , le décalage est tel que la lumière est totalement transmise, l'observateur voit de nouveau une frange brillante. Le phénomène étant symétrique par rapport à la frange centrale, d'ordre 0 ( $k = 0$ ), le disque tournant à une vitesse croissante, l'observateur voit des franges d'ordre  $+ 1$  ( $k = + 1$ ),  $+ 2$  ( $k = + 2$ ), etc. apparaitre successivement au bord du disque et l'interfrange diminuer. Cet interfrange,  $\Delta y$  vaut :

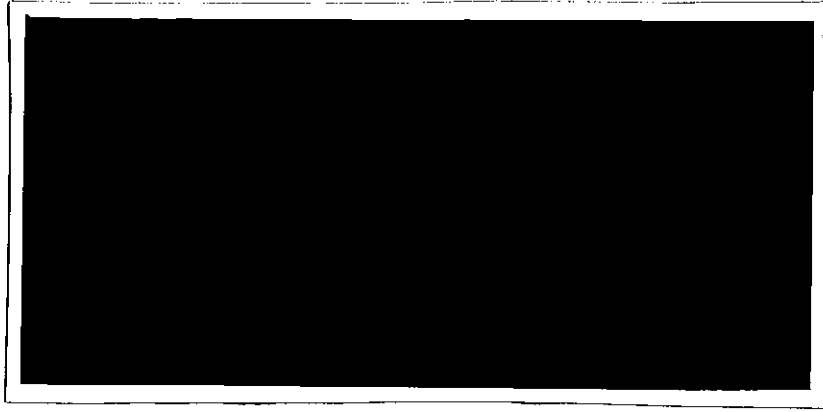
$$\Delta y = \frac{1}{2} \frac{\Delta\sigma}{\sigma} \frac{c}{\omega \cos \varphi}$$





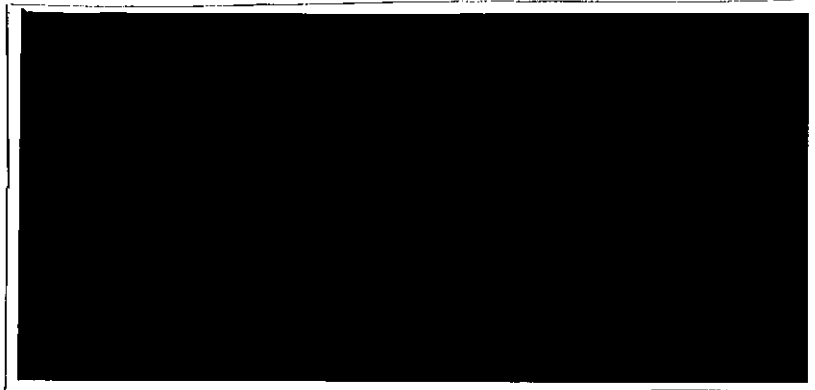
51b

A



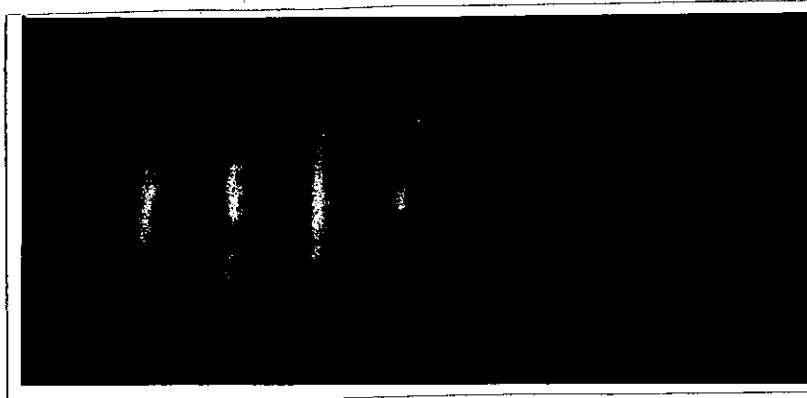
$$V_t = 7,85 \text{ m/s}$$

B



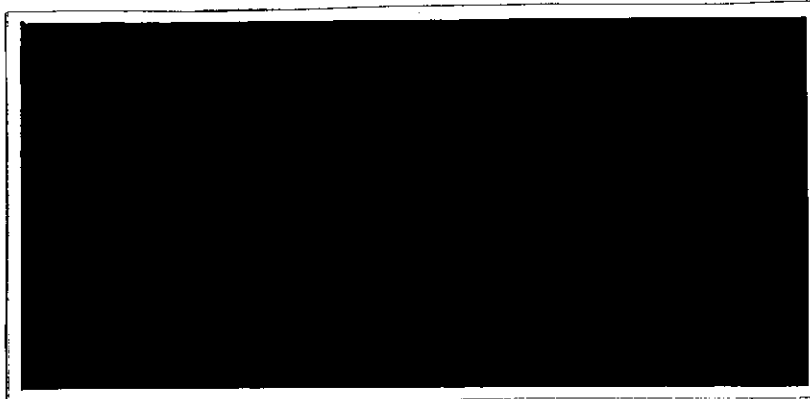
$$V_t = 15,70 \text{ m/s}$$

C



$$V_t = 31,40 \text{ m/s}$$

D



$$V_t = 47,10 \text{ m/s}$$

Fig 32



On peut dire aussi que les franges observées sont des franges de superposition

entre les étalons G et F. La frange centrale, d'ordre 0, est une frange

brillante quelle que soit la longueur d'onde. En opérant en lumière blanche, on

voit des franges colorées, d'ordre  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ , etc... appareil successivement

de part et d'autre de la frange centrale à mesure que la vitesse de rotation du

disque augmente.

Dans notre expérience le disque a 5 cm de diamètre, il est recouvert de

toile perlée, diffusant la lumière approximativement dans la direction d'incidence.

Sa vitesse de rotation peut aller jusqu'à 300 tours/seconde. L'angle  $\phi$  est de

17° environ. La figure 32 A, B, C, D montre les systèmes de franges vus sur le

disque à des vitesses de rotation croissantes, mesurées par stroboscope, depuis

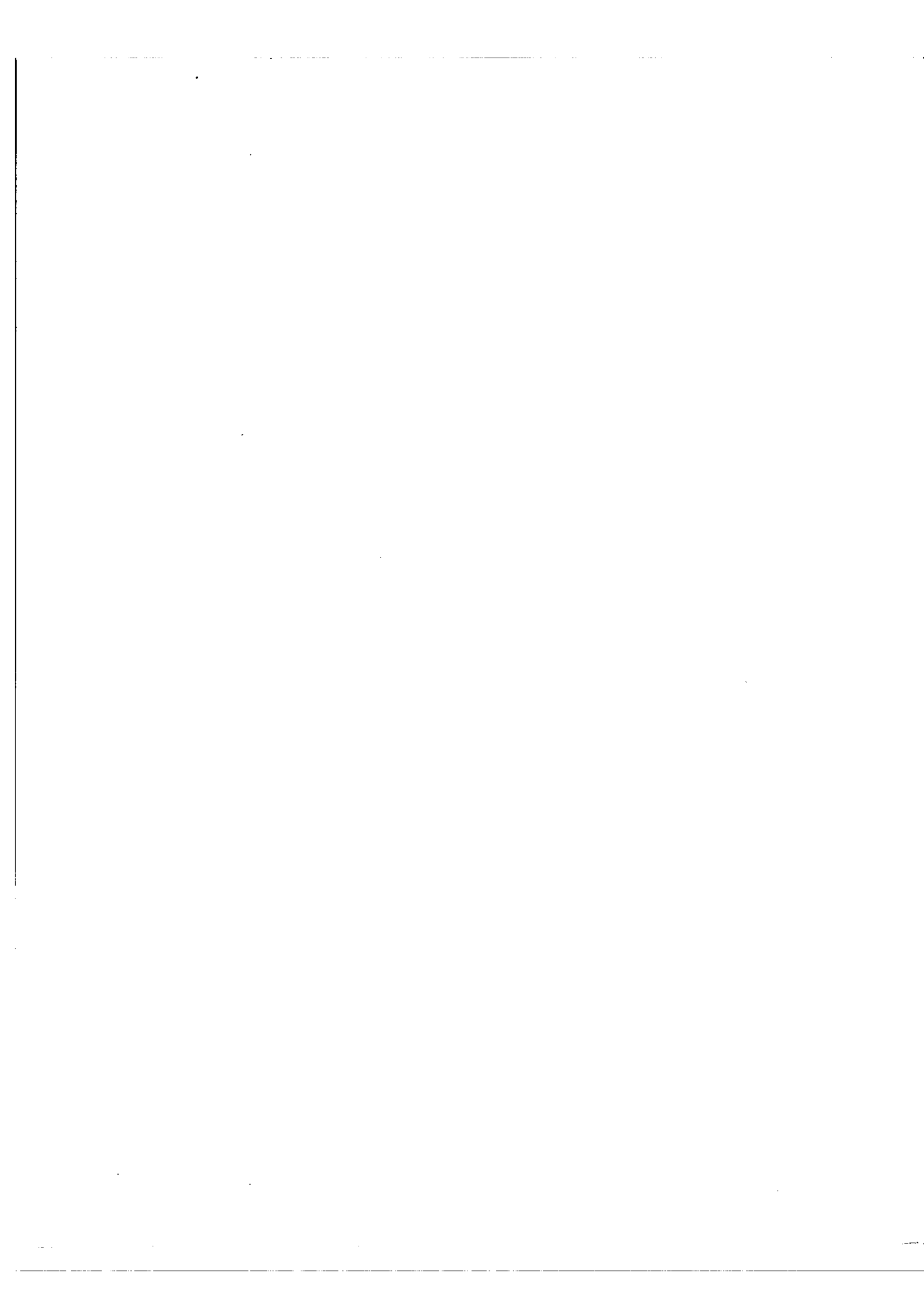
50, 100, 200 jusqu'à 300 tours/seconde respectivement. Le tableau suivant donne

les valeurs correspondantes de la vitesse angulaire  $\omega$ , de la vitesse linéaire

au bord du disque  $V_f$ , de la vitesse radiale  $V_r = V_f \cos \phi$  et de l'inter-

frange  $\Delta y$  :

frange	$\Delta y$ cm	$V_f$ m/sec.	$V_r$ m/sec.	$\omega$ rad/sec.	nombre de franges
A	314	7,85	7,55	2,60	3
B	628	15,70	15,10	1,30	5
C	1256	31,40	30,20	0,65	9
D	1884	47,10	45,30	0,43	13



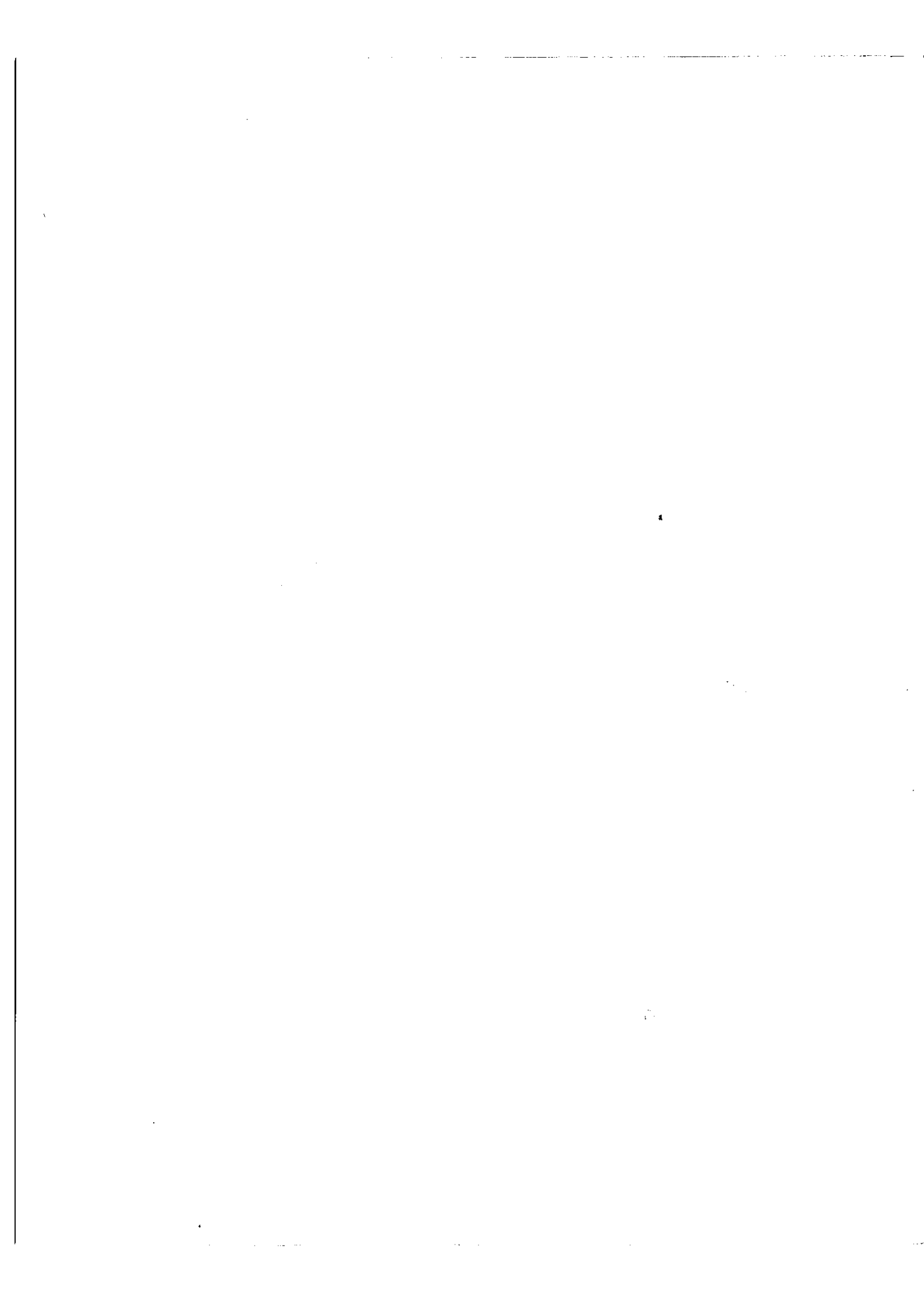
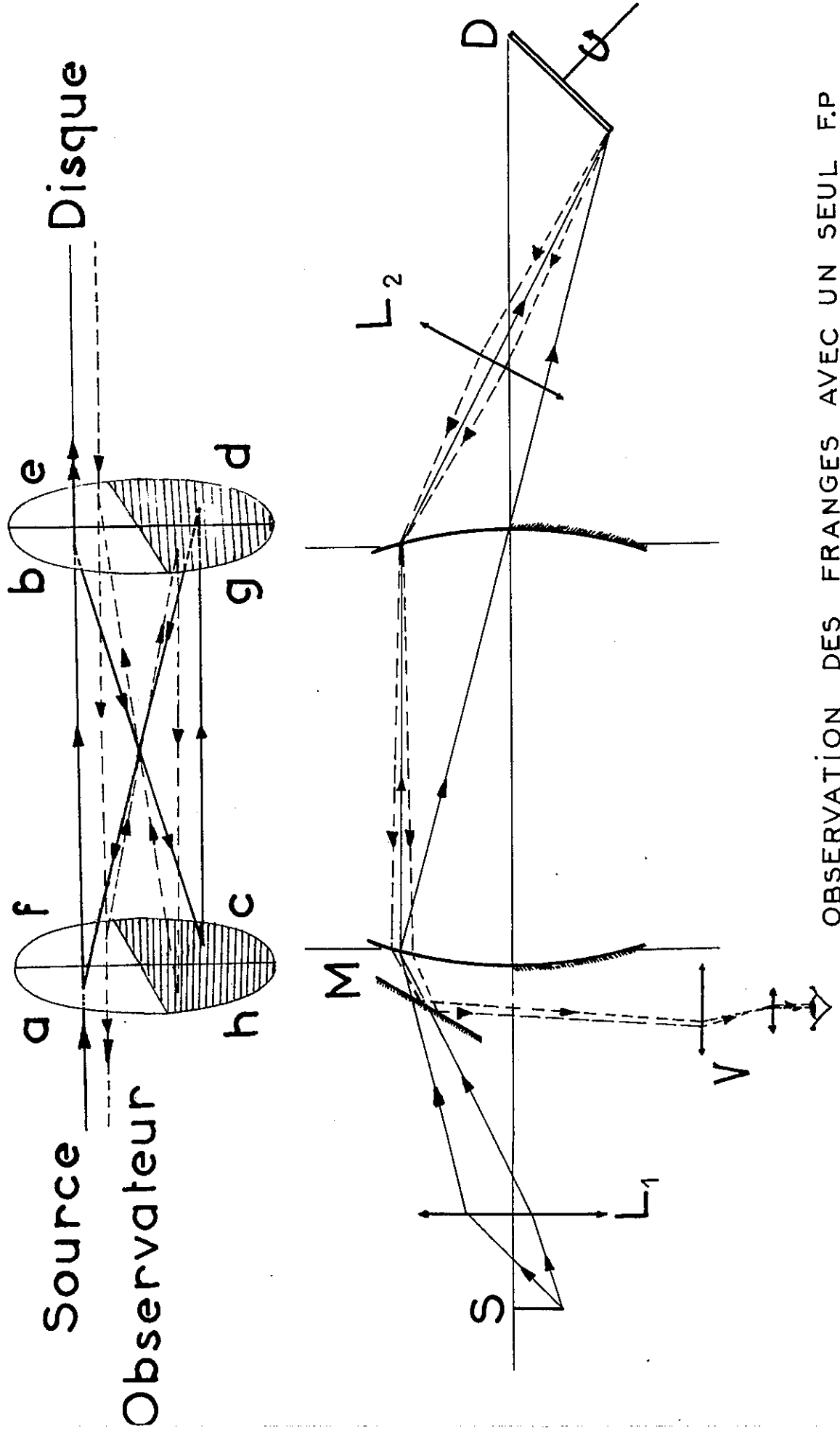
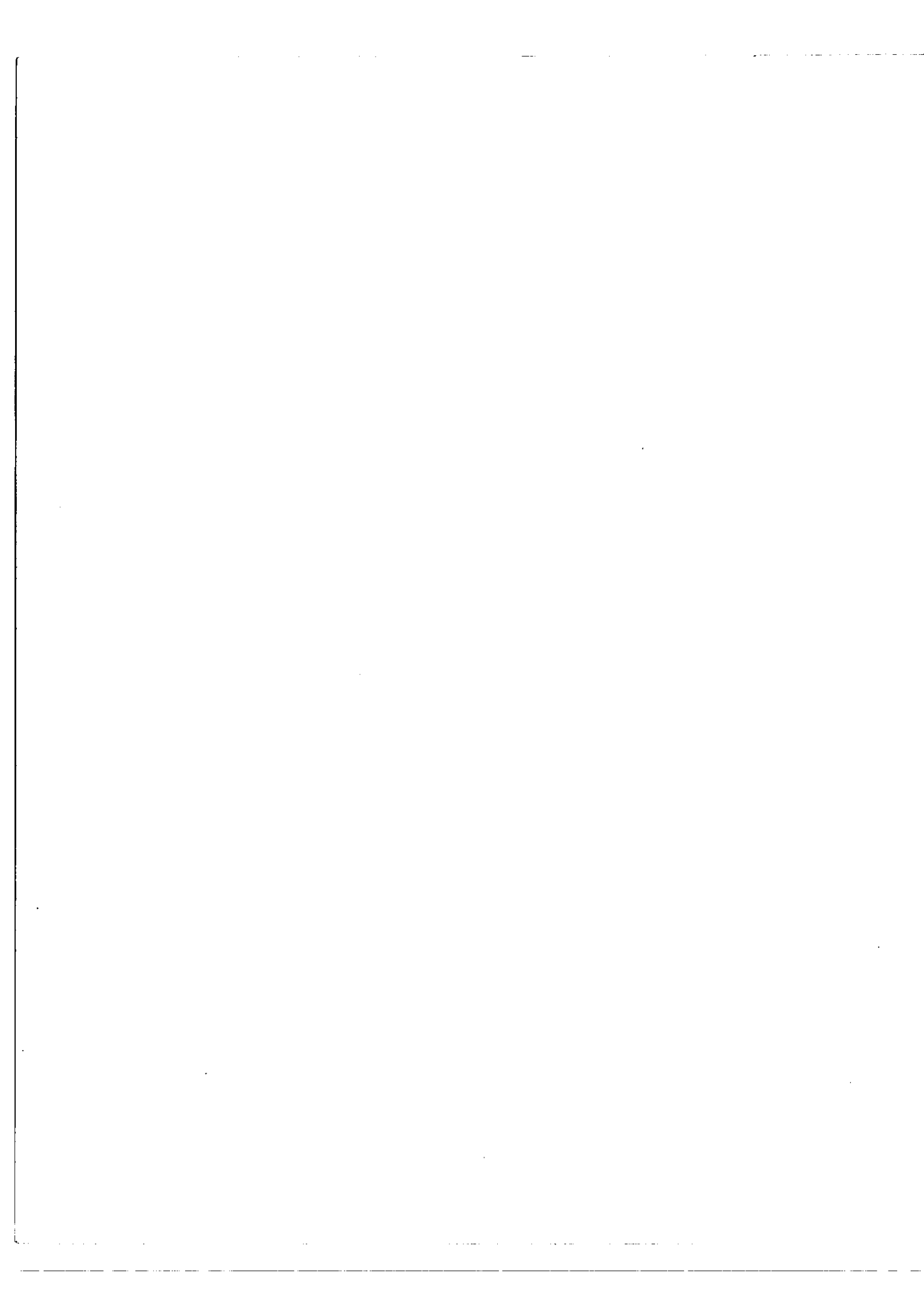


Fig 33



- C) Nous avons fait la même expérience avec un seul F P S , traversé deux fois par la lumière. L'avantage de ce système est son insensibilité aux dérèglages mécanique et thermique. Il est indispensable de séparer complètement le faisceau incident très lumineux du faisceau de lumière, très peu lumineux, diffusé par le disque et traversant le F P S au retour, à cause de la lumière diffusée par l'ensemble des surfaces optiques. A cet effet les quadrants numérotés (a b c d), fig.33, sont utilisés pour le premier passage et les quadrants (e f g h) pour le second. La lumière issue d'une source S et collectée par la lentille  $L_1$  , passe par les quadrants (a b c d) et tombe ensuite sur le disque D. La source, le quadrant a et le disque sont conjugués entre eux. La lumière diffusée par le disque est collectée par la lentille  $L_2$  , située derrière le plan de figure, qui donne du disque une image inscrite sous la forme d'une ellipse dans le quadrant e. Après traversée de l'étalon, la lumière diffusée par le disque est déviée par un miroir-plan M , incliné à  $45^\circ$  et placé derrière le quadrant f, elle pénètre ensuite dans l'oeil de l'observateur. Le disque, le quadrant e et l'oeil de l'observateur sont conjugués entre eux. L'inconvénient principal de ce dispositif est une baisse considérable de la luminosité des franges. En effet, on peut montrer que l'étendue du faisceau qui éclaire le disque est sensiblement divisée par 8 , donc l'éclairement du disque baisse dans la même proportion. D'autre part, l'étendue du faisceau diffusé par le disque et transmis à l'oeil de l'observateur est également divisée par 8 ; si l'on suppose que dans les deux expériences le viseur est choisi de telle façon que les dimensions de l'image rétinienne sont les mêmes, l'éclairement de cette image est finalement divisé par 64. Les franges sont néanmoins visibles avec une source très brillante, un arc au zirconium par exemple.



- D) L'expérience de Fabry et Buisson a été proposée par ses auteurs pour mesurer la vitesse de la lumière, l'idée a été reprise de nos jours, par exemple, par Grivet [ 7 ] . Notre expérience peut aussi servir à la mesure de cette vitesse ; nous allons voir quelle est la précision à laquelle on peut s'attendre. De la relation écrite pour  $\Delta y$  , nous déduisons  $c = e \frac{\sigma}{\Delta \sigma} \omega \Delta y \cos \varphi$  où  $\Delta \sigma = \frac{1}{4e}$  . Soit :  $c = 8 \frac{e}{\lambda} \omega \cdot \Delta y \cdot \cos \varphi$  . En pratique, pour accroître la précision de la mesure, on mesurera la distance  $Y$  séparant les deux franges extrêmes, (fig.34), d'ordre  $-k$  et  $+k$ , d'où  $\Delta y = \frac{Y}{2k}$  et

$c = 4 \frac{e}{\lambda} \frac{\omega \cdot Y \cos \varphi}{k}$  . L'erreur relative sur  $c$  est :

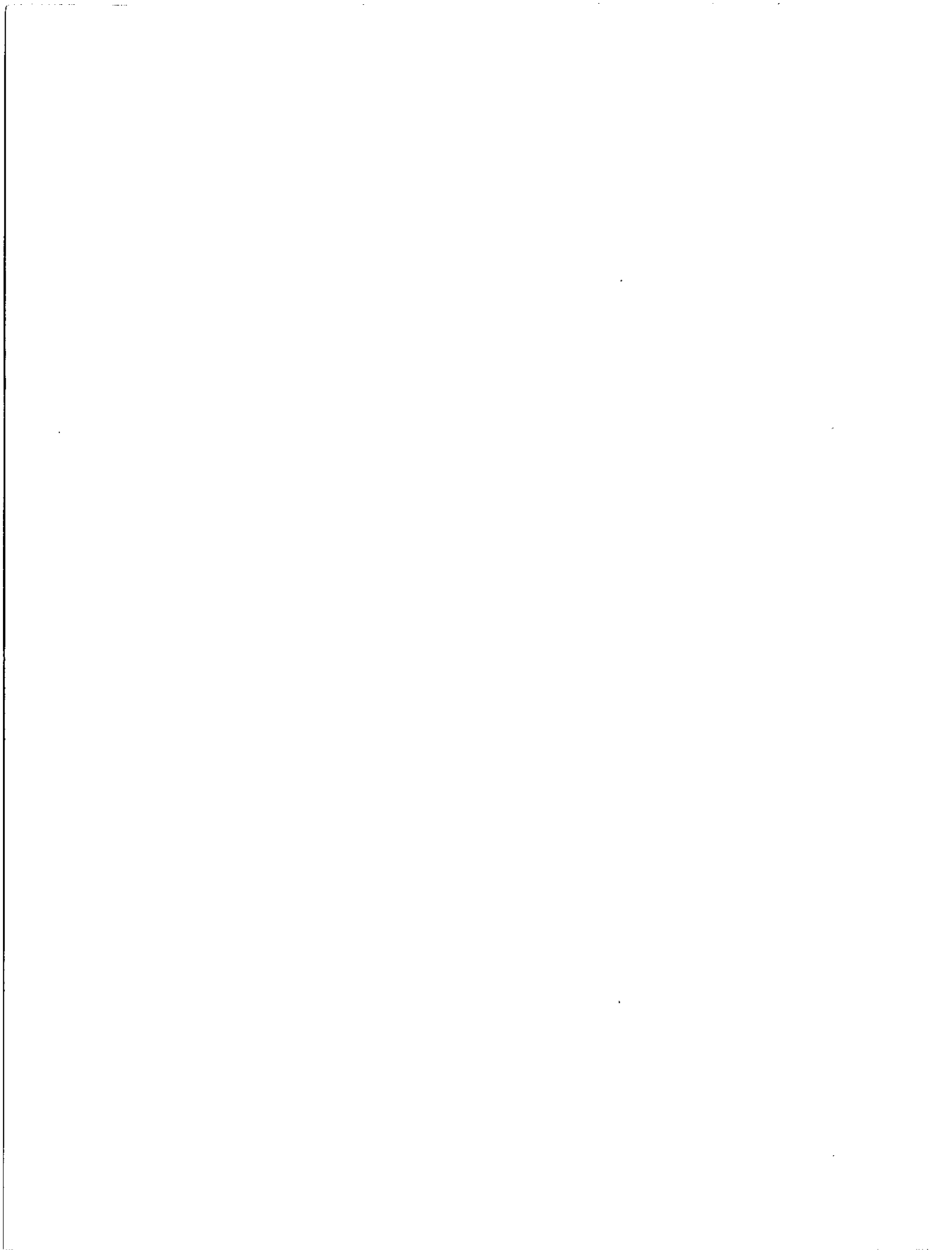
$$\left| \frac{\delta c}{c} \right| = \left| \frac{\delta e}{e} \right| + \left| \frac{\delta \lambda}{\lambda} \right| + \left| \frac{\delta \omega}{\omega} \right| + \left| \frac{\delta Y}{Y} \right| + \left| \sin \varphi \frac{\delta \varphi}{\varphi} \right|$$

La précision de la mesure de  $c$  est essentiellement limitée par celles obtenues pour  $Y$  et  $\varphi$  . La mesure de  $Y$  comporte deux pointés de frange ; soit  $\delta Y/2$  l'erreur absolue sur chaque pointé. Cette erreur sera une fraction  $1/p$  de la largeur d'une raie, donc  $\frac{\delta Y}{2} = \frac{\Delta y}{N_E p}$  où  $N_E$  est la finesse des raies enregistrées, finalement  $\delta Y = \frac{2 \Delta y}{N_E p}$  , d'où

$$\frac{\delta Y}{Y} = \frac{2 \Delta y}{N_E p} \times \frac{1}{2 k \Delta y} = \frac{1}{N_E p k}$$

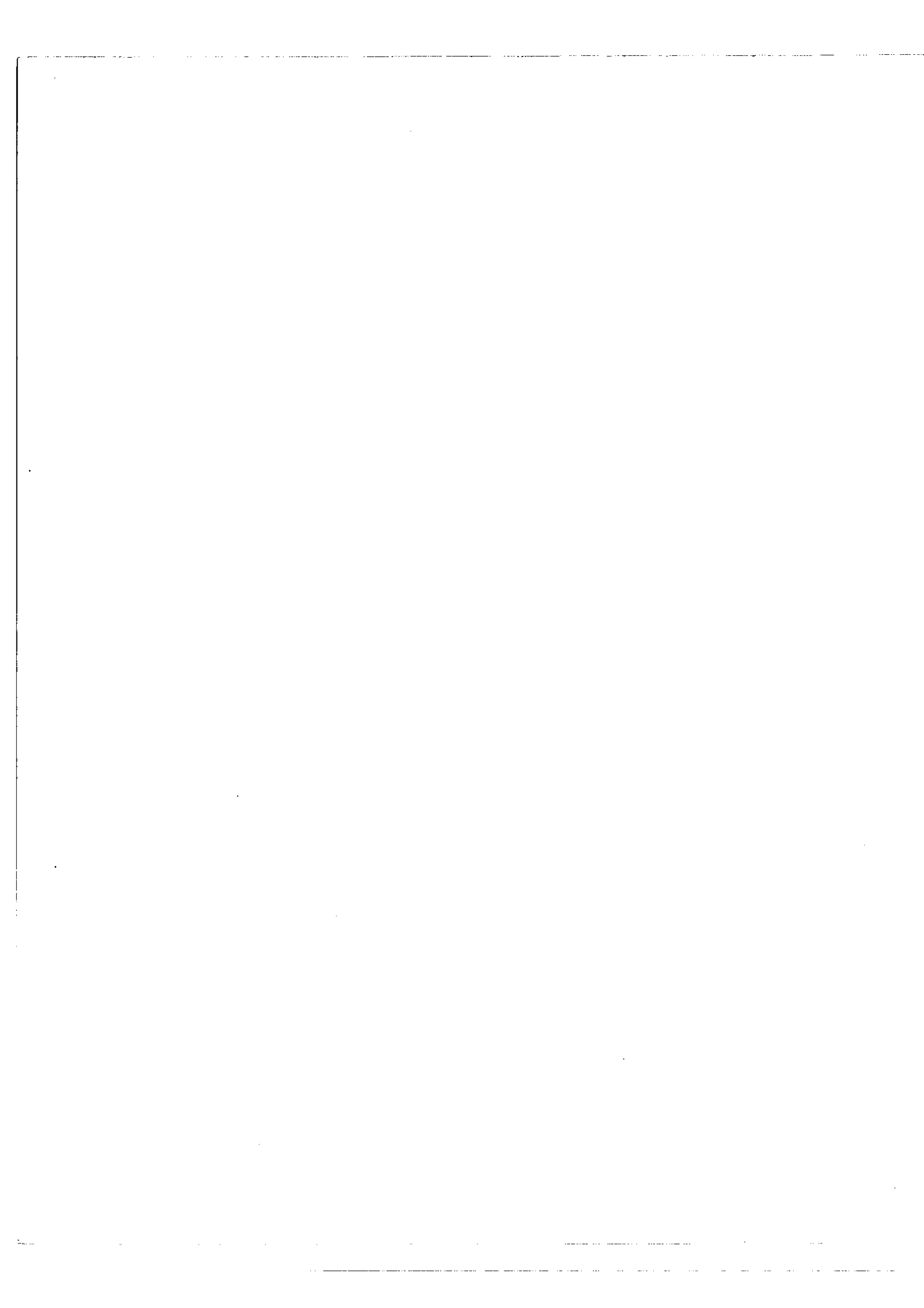
Estimons la précision possible dans une mesure de ce genre. Imaginons que l'on utilise un F P S de 25 mètres de long, c'est-à-dire 10 fois plus épais que les nôtres, ayant la même finesse enregistrée  $N_E = 10$  et un disque tel que la vitesse linéaire au bord soit de 100 m/sec. (vitesse utilisée dans l'expérience

.../...





de Fabry et Buisson et deux fois plus grande que notre vitesse maximum), on observera environ 200 franges ( $k = 100$ ). En supposant le pointé fait au dixième de la largeur d'une frange ( $p = 10$ ), l'erreur relative faite sur  $Y \pm \frac{\delta Y}{Y} = \frac{1}{N_E p k} = 10^{-4}$ . L'erreur provenant de  $\psi$ ,  $\left| \sin \psi \frac{\delta \psi}{\psi} \right|$ , est plus difficile à estimer ; en effet, les faisceaux incident et diffusé ont une étendue finie : les directions d'incidence et d'observation sont mal définies et par suite la valeur même de l'angle  $\psi$ , ce qui entraîne un élargissement des franges observées donc une précision moindre sur leur pointé. Notons toutefois que l'erreur provenant de  $\psi$  dépend aussi de  $\sin \psi$ , il y aura donc avantage à employer un angle  $\psi$  petit. Afin de rapprocher des conditions idéales, nous proposons un montage différent du nôtre. Le disque beaucoup plus grand serait éclairé par un faisceau presque parallèle en deux petites zones diamétralement opposées, puisque seules les franges extrêmes nous intéressent. Il y aura une baisse de luminosité des franges et il y aura avantage à employer un système de détection plus sensible, on remplacera la plaque photographique par un photomultiplicateur. Dans ces conditions on pourrait sans doute augmenter considérablement à la fois le nombre de franges et la précision de leur pointé.



## C O N C L U S I O N

Nos expériences ont consisté à :

- produire des raies artificielles, de largeur de l'ordre du MHz, en utilisant un interféromètre à ondes multiples, le Fabry-Perot sphérique;
- moduler des raies à une fréquence de l'ordre de 10 à 15 MHz, en utilisant comme modulateur, la cellule de Kerr ;
- analyser le spectre de l'onde modulée, en utilisant un second interféromètre, identique au premier et fonctionnant comme un spectromètre Fabry-Perot classique, mettant ainsi en évidence les spectres correspondant aux modes de modulation bien connus en radio:modulation d'amplitude, modulation d'amplitude avec suppression de la porteuse, modulation de phase.

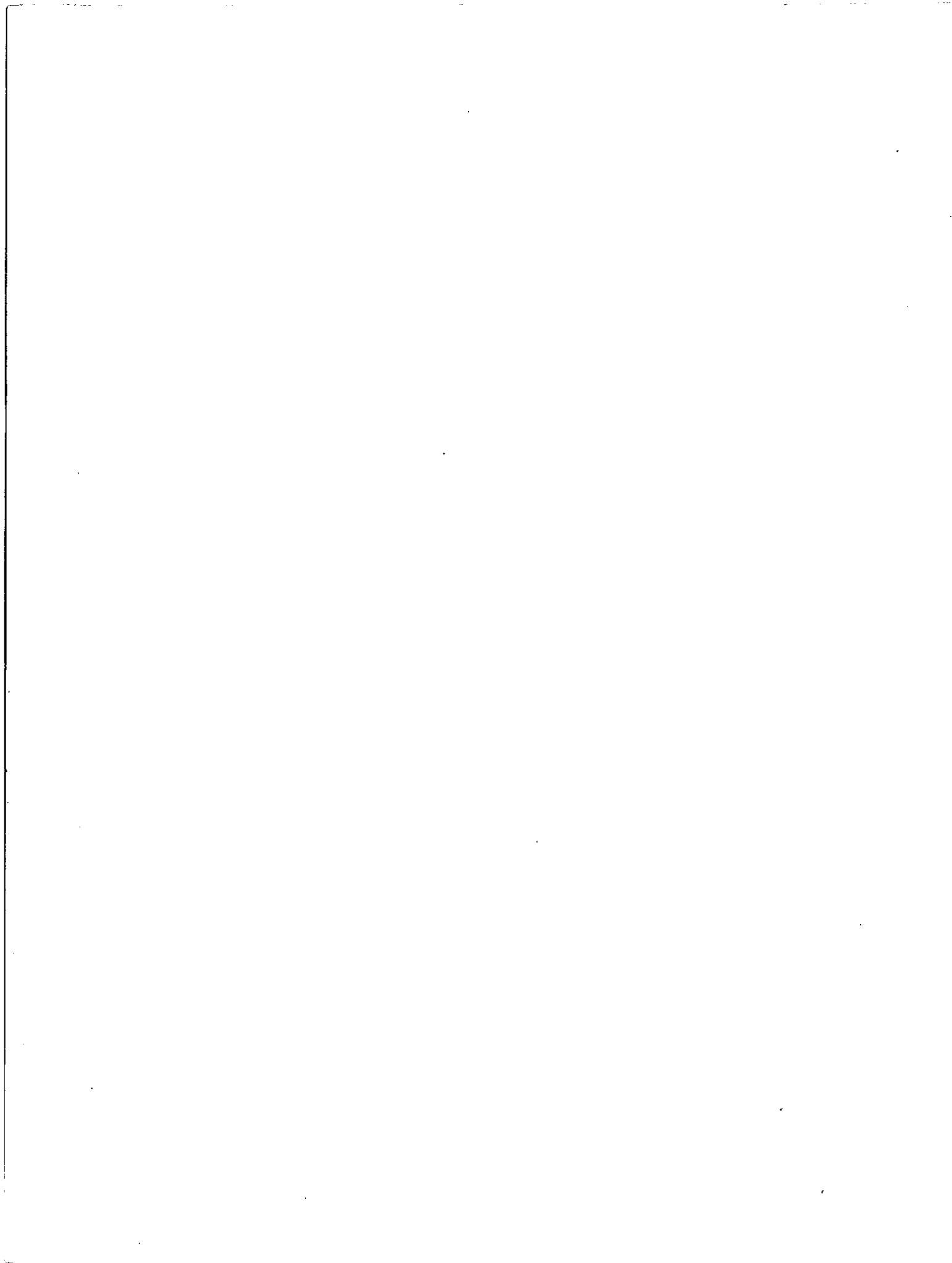
Les mesures faites sur les enregistrements, pour déterminer la position et l'intensité relative des bandes latérales dans ces différents cas donnent des valeurs en accord satisfaisant avec celles calculées.

En terminant, je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur JACQUINOT qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire.

Je remercie P.CONNES, mon Directeur de thèse, qui m'a guidé pas à pas dans la réalisation de l'expérience.

Je remercie J.PINARD qui a pris une part importante dans ce travail et qui m'a fait profiter de toute son expérience en électronique.

Je remercie également tous ceux du laboratoire qui m'ont aidé dans cette tâche.



- B I B L I O G R A P H I E -

---

- [1] M. PAUTHENIER - Jour. Phys. et Rad. - 1921 - 2 - p.183
- [2] AVCO Manuf. Co  
LAWRENCE (Mass) - Nat. N° 4632 - 1958 - p.362
- [3] J. A H U L L - Inst. Radio Engrs. Nation  
Conv. Rec. - 5 - 1958 - p.228
- [4] Von E. RUFF - Zeitschrift fur Physik - 47 - 1928 - p.72
- [5] P. CONNES - Jour. Phys. et Rad. - 1958 - 19 - p.262
- [6] H. BUISSON & Ch. FABRY - Jour. Phys. Théo et  
App. - 7 - 1919 - p.299  
Comptes-rendus des Séances  
de l'Académie des Sciences - 1914 - 158 - p.1498
- [7] P. GRIVET - Rev. Gén. Elec. - 5 - 1958 - 67 - p.285
-

