

N° d'ordre : 782

THESE

PRESENTEE

DEVANT L'UNIVERSITE DE RENNES I

U.F.R. Structure et Propriétés de la Matière

pour obtenir

le titre de : Docteur de l'Université de Rennes I
Mention: PHYSIQUE

par

Fabien BRETENAKER

**ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DES MODES
PROPRES ET ETATS PROPRES DANS LES LASERS EN
ANNEAU. APPLICATIONS A LA GYROMETRIE ET A LA
DETECTION D'EFFETS PETITS.**

Soutenue le 29 juin 1992 devant la Commission d'Examen :

M.	B. CAGNAC,	Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie	Président
M ^{me}	M. LEDUC,	Directeur de Recherches au C.N.R.S. Ecole Normale Supérieure, Paris	
MM.	A. ASPECT,	Directeur de Recherches au C.N.R.S. Institut d'Optique, Orsay	
	R. FREY,	Directeur de Recherches au C.N.R.S. Ecole Polytechnique, Palaiseau	Examineurs
	G. GRYNBERG,	Directeur de Recherches au C.N.R.S. Ecole Normale Supérieure, Paris	
	J. P. TACHÉ,	Maître de Conférences à l'Université de Rennes I	
	A. LE FLOCH,	Professeur à l'Université de Rennes I	



Année universitaire 1991-1992

UNIVERSITE de RENNES I

U.F.R. SCIENCES et PHILOSOPHIE

DOYENS HONORAIRES

M. BOCLE J.
M. LE MOAL H.
M. MARTIN Y.

PROFESSEURS HONORAIRES

Mlle CHARPENTIER	M. COGNE J.
M. FREYMANN R.	Mlle DURAND
M. ORTIGUES E.	M. FOLLIOU R.
M. PHILIPPOT A.	M. LE BOT J.
M. ROHMER Y.	M. LE MOAL H.
M. SALMON-LEGAGNEUR F.	M. MARTIN Y.
M. VACHER M.	M. RAZET P.
M. VALET P.	
M. VILLERET S.	

MAITRES de CONFERENCES HONORAIRES

Mlle HAMON M.R.

MATHEMATIQUES

Professeurs

M. BAKER M.
M. BERTHELOT P.
M. CALOZ G.
M. CAMUS J.
M. CERVEAU D.
M. CONZE J.P.
M. COSTE M.
M^{me} COSTE-ROY M.F.
M. CROUZEIX M.
M. DESHAYES J.
M. FERRAND D.
M. GIORGIUTTI I.
M. GUERINDON J.
M. GUIVARC'H Y.
M. HENNION H.
M. HOUDEBINE J.
M. LERNER N.
M. MAHE L.
M. MEMIN J.
M. MERRIEN J.
M. METIVIER G.
M. MIGNOT A.
M. MORET-BAILLY L.
M. PERRIN G.
M. PETRITIS D.
M. RAUGI A.
M. TOUGERON J.Cl.
M. TOURNEMINE G.
M. WOLF J. (ENSSAT L.)

Habilités

M. DEMAY D. (IUT L.)

Docteurs d'Etat

M. BOSSARD Y.
M. GRAVEREAUX J.B.
M. TREIBICH A.

INFORMATIQUE

Professeurs

M^{me} ANDRE F.
M. BOSCH P.
(ENSSAT L.)
M. BOUATOUCH K.
M^{me} CORDIER M.O.
M. DIVAY M. (IUT L.)
M. GUYOMARD
(ENSSAT L.)
M. HELARY J.M.
M. HERMAN D.
M. JALBY W.
M. LENFANT J.
M. LERMAN I.
M. LORETTE G.
M. MARIE R.
M. RAOULT J.C.
M. RAYNAL M.
M. SEGUIN J.
(ENSSAT L.)

Habilités

M. SIROUX J. (IUT L.)

Docteurs d'Etat

M^{me} MORIN A.M.
M. TALLUR B.

PHYSIQUE

Professeurs

M. BARON A. (IUT R.)
M. BENIERE F.
M. BERTEL L.
M. BERTAULT M.
M. BIDEAU D.
M. BOISSOLES J.
M. BONNAUD O.
M. BRUN P.
M. CAILLEAU H.
M. COLIN Y (IUT R.)
M. COLLOREC R.
M. CORAZZA M.
(ENSSAT L.)
M. DANIEL J.P.
M. DECAMPS E.A.
M. DUBOST G.
M. DURAND A.
M. ECOLIVET C.
M. FAUCON G.
M. FOUCHE F. (IUT R.)
M. FUCHS J.J.
M. GROSVARD (IUT R.)
M. JEZEQUEL G.
M. JOUBERT P. (IUT L.)
M^{lle} LADO-BORDOWSKY
O.(ENSSAT L.)
M. LANGOUET L.
M. LE DOUCEN R.
M. LE FLOCH A.
M. LE MEN J.F. (IUT L.)
M. LE TRAON A.
M. LEVASSEUR M.
(IUT R.)
M. MALHERBE J.C
(I.U.T. L.)
M. MEINNEL J. (Emérite)
M. NUSIMOVICI M.
M. PINEL J. (IUT L.)
M. RIAUX E. (IUT R.)
M. STEPHAN G.
(ENSSAT L.)
M. TERRET CL.
M. THOMAS G.
M. TROADEC J.P.
M. VEZZOSI G.

Habilités

M. CHARBONNEAU G.
M. COATRIEUX J.L.
M. GIRARD A.
M. MESSENGER J.C.
M. PILET J.C.

Docteurs d'Etat

M. ANDRIAMIRADO
(IUT L.)
M. BALCOU Y.
M. BERNARD D.
M. BESNIER G.
M. BOULIOU A.
M. CHAGNEAU (IUT R.)
M^{me} COUSIN C.
M. CLECH G. (IUT L.)
M. DAUDE A.
M. DEFANCE A.
M. FORTIN B.(IUT R.)
M. GOMET J.C.
M. GOULPEAU L.
M. HAGENE B.
M^{lle} HAGENE M.
M. HOUDEAU J.P.
M. LARVOR M.
M. LE BLOA A. (IUT R.)
M. LE CLEACH (IUT L.)
M. LE COMTE A.
M. LENORMAND J.M.
M. POEY P.
M. PRIOL M.
M. QUEFFELEC J.L.
M. RABACHE P. (IUT L.)
M. RAOULT F. (IUT R.)
M. REBOURS B. (IUT L.)
M. RIHET Y. (IUT L.)
M. SEIGNAC A.
M^{lle} SOLAL
M. TANGUY P.
M. TACHE D.
M. THOUROUDE D.
M. T'KINTde
RODENBEKE A.
(IUT R.)R.)
M^{me} T'KINT de
ROODENBEKE A.
(IUT R.)

CHIMIE

Docteurs d'Université

Professeurs

M. AUFFREDIC J.P.
M. BARIOU B. (IUT R.)
M. BOTREL A. (ENSCR)
M. CAREL Cl.
M. CARO B. (IUT L.)
M. CARRIE R. (Emérite)
M. CHAUFER B.
(IUT R.)
M. DABARD R.
M. DANION D.
M^{me} DANION
née BOUGOT
M. DARCHEN A.
(ENSCR)
M. DIXNEUF P.
M. DORANGE G.
(ENSCR)
M. FOUCAUD A.
M. GRANDJEAN D.
M. GUERIN P. (ENSCR)
M. GUERIN R.
M. GUYADER J.
M. HAMELIN J.
M. LAURENT Y.
M. LE CORRE M.
M. LE GUYADER M.
(IUT R.)
M. LISSILOUR R.
M. LUCAS J.
M. MAUNAYE M.
(ENSCR)
M. MARTIN G. (ENSCR)
M. MOINET Cl.
M. PATIN H. (ENSCR)
M. PLUSQUELLEC D.
(ENSCR)
M. POULAIN M.
M. PRIGENT Y. (IUT R.)
M. ROBERT A.
M. SAILLARD J.Y.
M. SOYER N. (IUT R.)
M. TALLEC A.
M. VERDIER P. (IUT R.)

Docteurs d'Etat et habilités

M^{me} BARS née BEAULIEU
M^{me} BRIARD P.
M. BROCHU R.
M. CAILLET P.
M^{me} CARLIER née
ROLLAND (IUT R.)
M. CORRE F.
M^{me} de COURVILLE née
PICHEVIN A.
M. FAYAT Ch.
M. GADREAU Cl.
M. GAUDE J.
M. GUILLEVIC J.
M. HAZARD R.
M. HERCOUET A.
M. LAPLANCHE A.
(ENSCR)
M^{lle} LARPENT C.
(ENSCR)
M. LEBORGNE G.
M. LE CLOIREC P.
(ENSCR)
M. LE COQ A.
M. LE FLOCH Y.
(ENSCR)
M^{lle} LE PLOUZENNEC M.
M^{lle} LE ROUZIC née
BELLEVRE (ENSCR)
M^{me} LOUER née GAUDIN
M. MARTELLI J.
M. MEYER A.
M. MORVAN J. (ENSCR)
M^{me} PAPILLON née
JEGOU (IUT R.)
M. PERSON H.
M. PICOUAYS B.
M. POCHAT F.
M^{me} POMMERET née
CHASLE (IUTR.)
M. RAOULT Eugène
M. RAPHALEN D.
(ENSCR)
M. RAULET Cl.
M^{me} RIVET
née LE GUELLEC
M. TONNARD F.
(IUT R.)
M. TARDIVEL R.
M. TOUCHARD D.
M^{me} TEXIER née
BOULLET
M^{me} UTJES née LE GALL
M. VENIEN F. (ENSCR)

M. FLOMER D.
M. LE GREL P.
M. PELLON P.

GEOLOGIE

Professeurs

M. ARNDT
M. AUVRAY B.
M. BRUN J.P.
M. CHAUVEL J.J.
M. CHOUKROUNE P.
M. COGNE (Emérite)
M. FOURCADE S.
M. GILET Ph.
M. HAMEURT J.
M. JAHN B.M.
M. LARDEUX H.
M. WILLAIME Ch.

Habilités

M. MARTIN H.

Docteurs d'Etat

M. BLAIS S.
M^{me} ESTEOULE née
 CHOUX
M. HENRY J.L.
M^{me} MORZADEC née
 KERFOURN
M. LAGARDE J.L.
M. LE CORRE Cl.
M. LEFORT J.P.
M. MORZADEC P.
M^{me} OLLIVIER née PIERRE

PHYSIOLOGIE - BIOLOGIE des ORGANISMES et des POPULATIONS

Professeurs

M. BARBIER R.
M. BERNARD Th.
M. CALLEC J.J.
M. CITHAREL J.
M. DAGUZAN J.
M. GAUTIER J.Y.
M. HUON A.
M. LARHER F.
M^{me} LEMOINE C.
M. NENON J.P.
M. TOUFFET J.L.
M. TREHEN P.
M. WEBB D.

Habilités

Docteurs d'Etat

M. BERNARD J.
M. BERTRU G.
M. BRIENS M.
M. CANARD A.
M. CHAUVIN G.
M. CLEMENT B.
M. DENIS Ch.
M^{lle} FORGEARD F.
M. GLOAGUEN J.Cl.
M. GUILLET J.Cl.
M. GUYOMARCH J.Ch.
M^{me} GUYOMARCH née
COUSIN C.
M^{me} HUBERT née
GUERGADY
M. LE GARFF B.
M. MICHEL R.
M^{me} RICHARD M.A. née
YRIS
M^{lle} ROZE F.
M. SAVOURE B.

BIOCHIMIE - BIOLOGIE CELLULAIRE et MOLECULAIRE

Professeurs

M. BLANCO C.
M. BOISSEAU C.
M. DUVAL J.
M. GOURANTON J.
M. JEGO P.
M. JOLY J.M.
M. KERCRET H.
M. LE PENNEC J.P.
M. PHILIPPE M.
M. VALOTAIRE Y.
M. WROBLEWSKI H.

Habilités

M. JEGOU B.

Docteurs d'Etat

M. BOUTRY J.L.
(ENSCR)
M. GOURRET J.P.
M. HAMON Cl.
M. LE GUELLEC R.
M^{me} LE GUELLEC C

PHILOSOPHIE

Professeurs

M. CLAIR A.
M. FOLSCHIED D.
M. NEF F.
M. VETOM.

Habilités

Docteurs d'Etat

PERSONNEL C.N.R.S. - I.N.R.I.A..

Directeurs de Recherche

Habilités

Docteurs d'Etat

MATHEMATIQUES

M. BERTEHLOT P.

INFORMATIQUE

Directeurs de Recherche

Chargés de Recherche

M. ANDRE J.
M. BANTRE M.
M. BEKKERS Y.
M. BENVENISTE A.
M. BOUTHEMY P.
M. DARONDEAU P.
M. HEGRON G.
M. LABIT C.
M. LE GOFF H.
M. LE GUERNIC P.
M. LE PALMEC J.
M. PHILIPPE B.

M. ARNALDI B.
M. CHAROT F.
M. DELYON B.
M^{me} ERHEL J.
M. GAMATIE B.
M. GAUTIER T.
M. GAUTRIN E.
M. HEITZ F.
M. JEGOU Y.
M. LE METAYER D.
M. MOINARD Y.
M^{me} MORIN C.
M. MULLER G.
M. NICOLAS J.
M. PRIOL T.
M. QUINIOU R.
M. RIDOUX O.
M. RUBINO G.
M. SADKANE M.
M. SERICOLA B.
M. SEZNEC A.

CHIMIE

M. CHEVREL R.
M. COEURET (ENSCR)
M. DENIS J.-M.
M. GREE R.(ENSCR)
M. GUILLEMIN J. C.
M. LE GUILLANTON G.
M. LOUER D.
M. MARCHAND R.
M. NOEL H.
M. SERGENT M.
M. SIMONET J.
M. SIMONNEAUX G.
M. VAULTIER M.

M. LAPINTE C.

M^{me} BAUDY née FLOCH
M. DEMERSEMAN B.
M. FONTENEAU G.
M. GUYADER G.
M. HAMON J.-R.
M. LE BOZEC H.
M. MARTIGNY P.
M. MATECKI M.
M. MOREL G.
M. PADIOU J.
M. PENNA O.
M. PERRIN A.
M^{me} PERRIN C.
M. POTE L.
M^{me} RAULT-BERTHELOT

(suite Chimie)

M. B. CARBONI
M. J.C. GUILLEMIN

Docteurs d'Université

M. BONDON A.
M. CHAVANT J.P.
Mlle GUERCHAIS V.
M. MOSSET P. (ENSCR)

PHYSIQUE

M. ROWE G.

M. DANG TRAN Q;
M. SANQUER M.
M. TOUDIC B.

GEOLOGIE

M. BERNARD-GRIFFITHS
M. CAPDEVILA R.
M. COBBOLD P.
M. GAPAIS D.
M. PARIS F.
M. PEUCAT J. J.
M. ROBARDET M.

ANTHROPOLOGIE

M. BRIARD J.

M. MONNIER J.C.

BIOLOGIE CELLULAIRE et GENETIQUE

Mlle GARNIER D.

M. OSBORNE B.

M. CHARBONNEAU M.
M. THIEULAND M.L.
M. THOMAS D.

BIOLOGIE des ORGANISMES

Mme GAUTIER A.
M. GAUTIER J. P.
M. VANCASSEL R.

Mme BAILLOT-DELEPORTE S.
Mme CLOAREC A.

M. DELETTRE Y.
Mlle RIVAULT C.
Mlle EYBERT M.
M. VIDAL J.M.

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Electronique Quantique-Physique des Lasers de l'Université de Rennes I. Je remercie Albert Le Floch et Jean-Paul Taché pour m'y avoir accueilli. Je leur dois les idées qui sont développées ici, les moyens, l'aide et la disponibilité qu'ils ont bien voulu m'accorder pour y parvenir. Leur enthousiasme et leur générosité ont été exemplaires pour moi. Je tiens aussi à remercier Roger Le Naour, Guy Ropars, Yann Le Grand, Jean-Charles Cotteverte, Bruno Lépine, David Jacob, Denis Rouède, Laurent Dutriaux, Olivier Adam et Annie Le Calvez. Ce travail est aussi dans une large mesure le leur. Cette thèse a été entreprise grâce à une collaboration entre le laboratoire et la société SAGEM. Je remercie Alain Deval, Alain Doré, Jean-Pierre Peghaire, Jean-Michel Euverte, Bernard Ruocco-Angari, William Parin, Jean-Pierre Pironaud et Pierre Pourcelot pour avoir été soit les instigateurs soit les acteurs de cette collaboration.

Je tiens à remercier aussi Jean Davit et Jean-Michel Chiquier de la société LASERDOT avec qui nous avons collaboré pour les travaux qui concernent les lasers CO₂.

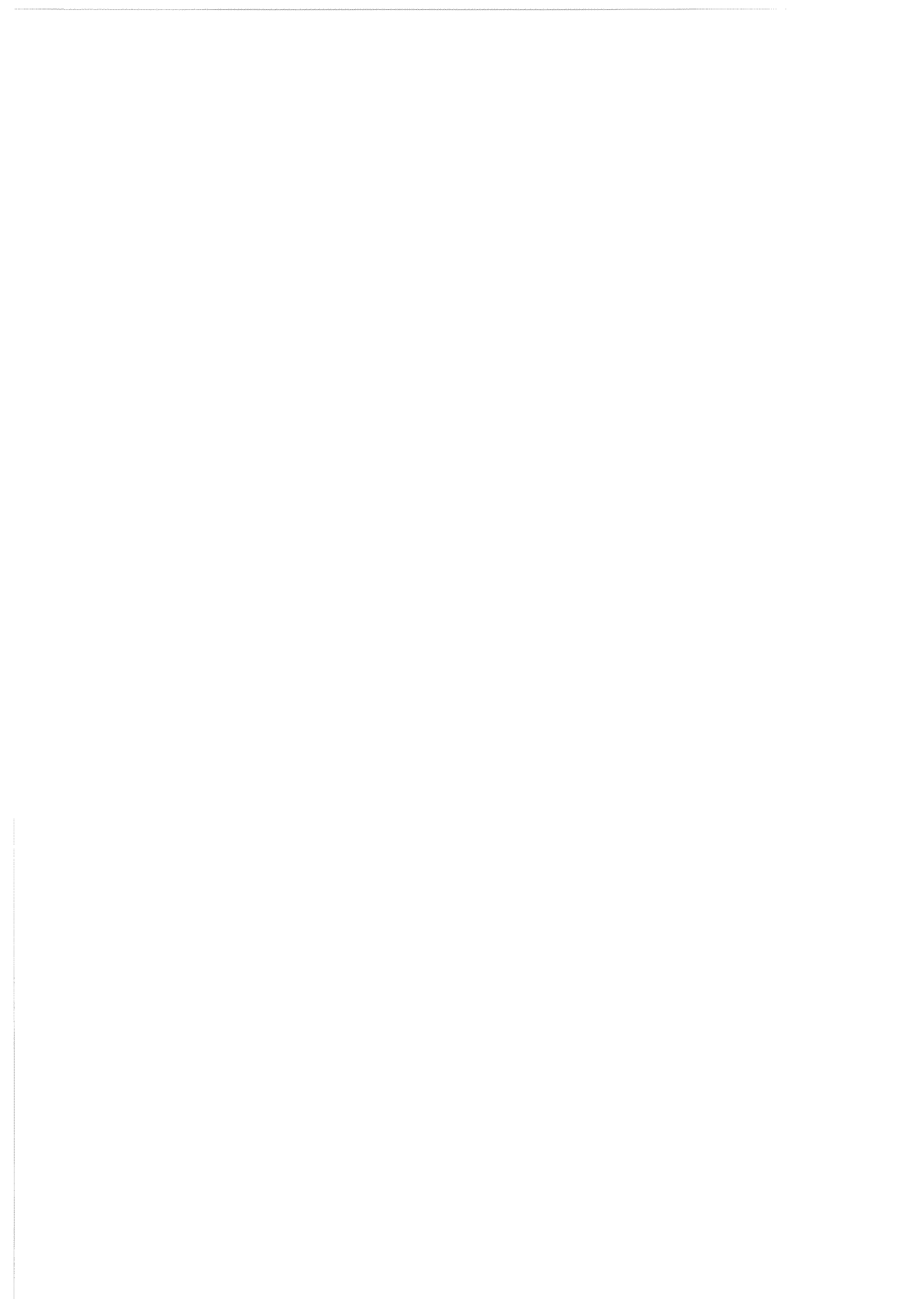
Bernard Cagnac a été à l'origine de ma venue à Rennes. Je le remercie pour ses conseils et pour avoir accepté de présider le jury. Gilbert Grynberg et Jean-Paul Taché ont accepté la tâche ingrate d'être rapporteurs. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude. Je remercie également Michèle Leduc, Alain Aspect et Robert Frey d'avoir accepté de participer à ce jury.

Les travaux de verrerie ont été pour la plupart réalisés par Henri Géhanno. Ceux de mécanique par Jacques Guilloux, Jean-Louis Steinhart, Patrick Guichard, Jacques Sorieux et Jacques Roignant. Claude Deroubaix s'est chargé de l'électronique. Je les en remercie. Je remercie aussi Michèle Halopau, Sylvie Tanguy, Nathalie Raymond et Agnès James pour la frappe des différents manuscrits. Mes remerciements vont aussi à Guy Jézéquel, André Daudé et André Monpert pour leur aide et leurs conseils dans différents domaines.

Avant cette thèse, j'ai suivi le DEA Lasers et Matière commun aux Universités Paris-Sud, Paris-Nord et à l'Ecole Polytechnique. Je tiens ici à remercier tous les enseignants de ce DEA pour la qualité de leur enseignement et plus particulièrement Jacques Bauche pour son dévouement et sa gentillesse envers les étudiants.

Je tiens aussi à remercier les différents organismes qui ont soutenu ces travaux, l'ANRT, la DRET, le Conseil Régional de Bretagne, le FIRTECH et le CNRS. Puisse ce travail les encourager à soutenir les petits groupes universitaires provinciaux et les collaborations scientifiques entre laboratoires publics et industriels!

J'espère enfin que ce travail tiendra lieu de démonstration du fait que l'efficacité de cette collaboration passe par la création de statuts mixtes industrie-recherche publique.



A Michèle.



Wird Europa seine Selbstzerstörung fortsetzen, oder wird es eins werden ?

Man verzeihe mir, wenn ich nicht, wie viele es vielleicht wünschen, sage : die Vernunft wird siegen und baldigst die Oberhand behalten ; morgen, übermorgen werden wir ein vereintes Europa sehen, in dem es keinen Krieg mehr gibt, keine Binnenpolitik und keinen zerstörenden Völkerhaß ; aber doch, ich wage es nicht zu versprechen.

Unsere Generation, die seit einem Vierteljahrhundert im Politischen immer nur Geschehnisse gesehen hat, die *gegen* die Vernunft gerichtet waren, die noch täglich erlebt, wie die notwendigsten Entscheidungen immer verzögert, die wichtigsten Entschlüsse statt in der zwölften Stunde immer erst in der dreizehnten gefaßt werden, unser geprüftes, enttäushtes Geschlecht, das den Irrwitz des Kriegs und der Aberwitz des Nachkriegs gesehen, es hat nicht mehr die kindergläubige Hoffnungskraft auf gesunde, rasche und klare Entscheidungen...

Aber ein wahrhafte Überzeugung braucht nicht die Bestätigung durch die Wirklichkeit, um sich richtig und wahr zu wissen. Und so kann es auch heute schon niemandem verwehrt sein, sich selbst seinen Heimatbrief als Europäer zu schreiben, sich Bürger dieses noch nicht vorhandenen Staates Europa zu nennen, trotz der heute noch bestehenden Grenzen.

Stefan Zweig, 1932

LISTE DES SYMBOLES UTILISES.

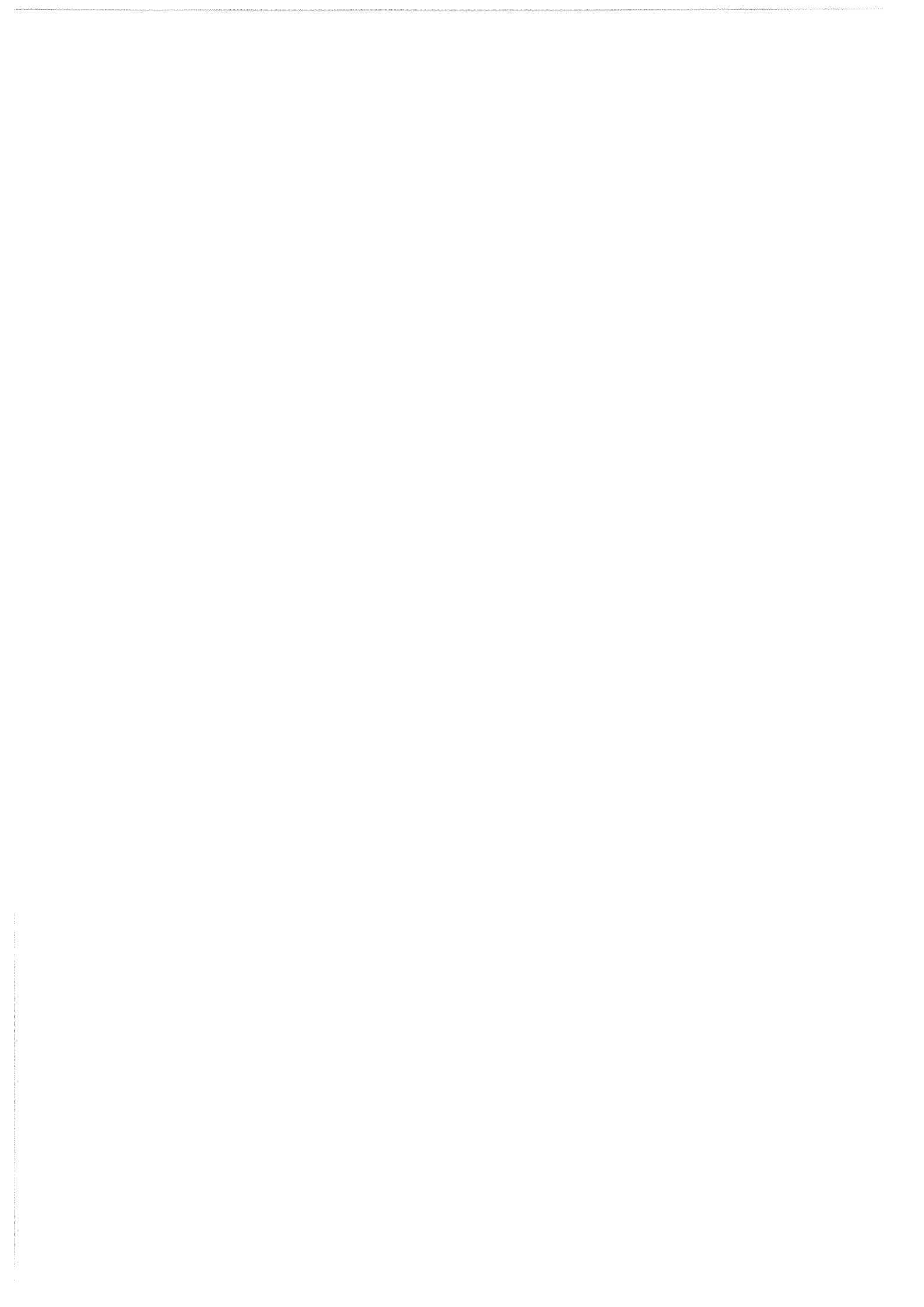
- a: Décalage du diaphragme par rapport au faisceau.
Coefficient de variation anisotrope du gain avec la température.
- a_E, a_M : Pentés des gains TE et TM en fonction du courant.
- A: Aire définie par la cavité.
Facteur de normalisation de l'intensité de sortie.
Matrice de Jones généralisée du diaphragme.
- B: Champ magnétique.
- B_C : Champ magnétique critique.
- B_m : Pertes moyennes.
- B_r : Pertes résonnantes.
- B_z : Composante longitudinale du champ magnétique.
- Biais: Fréquence de battement entre les deux ondes contrepropageantes non dûe à l'effet Sagnac.
- BOTTOM: Indice désignant le faisceau du bas.
- $B(v)$: Pertes résonnantes.
- c: Vitesse de la lumière.
- c.c.: Complexe conjugué.
- C: Constante de couplage.
- CW: Sens horaire ("clockwise").
- CCW: Sens anti-horaire ("counterclockwise").
- \vec{C}, \tilde{C} : Matrices de Jones généralisées 4x4 du cristal biréfringent.
- $C_{cw,i}$: Matrice de Jones généralisée 4x4 du $i^{\text{ème}}$ cristal biréfringent dans le sens CW.
- $C_{ccw,i}$: Matrice de Jones généralisée 4x4 du $i^{\text{ème}}$ cristal biréfringent dans le sens CCW.
- d: Longueur de bras de cavité.
Indice désignant une circulaire droite.
- d' : Demi-longueur de bras de cavité.
- d_1 : Position de lentille.
- d_c : Numérateur de l'intensité de sortie de l'onde stationnaire circulaire.
Longueur critique.
- d_h : Numérateur de l'intensité de sortie de l'onde stationnaire hélicoïdale.
- d_x : Numérateur de l'intensité de sortie de l'onde stationnaire linéaire.
- D: Facteur de Smith de réduction du Lamb dip.
- $D_i(x) = (\gamma_i + ix)^{-1}$: Dénominateur d'énergie.
- D_c : Profondeur du Lamb dip de l'onde stationnaire circulaire.
- D_h : Profondeur du Lamb dip de l'onde stationnaire hélicoïdale.
- D_i : $i^{\text{ème}}$ diaphragme.

- $i^{\text{ème}}$ détecteur.
- D_x : Profondeur du Lamb dip de l'onde stationnaire linéaire.
- Dither: Activation du gyrolaser par un biais mécanique de vitesse angulaire sinusoïdale.
- $D(n)$: Terme de fraction continue en théorie de signal fort.
- e : Indice désignant l'état propre ou le chemin extraordinaire.
- e_1 : Gain pour l'isotope 1.
- e_2 : Gain pour l'isotope 2.
- e_{Δ} : Pertes normalisées pour deux isotopes.
- E_s^2 : Intensité de saturation.
- f : Fréquence.
- $f_{s,t}$: Focale sagittale ou tangentielle.
- f_x, f_y : Coefficients d'autosaturation.
- f_{xy} : Coefficient de saturation croisée.
- $F_{s,p}$: Facteur de normalisation de la lentille de saturation ou de population.
- F_1 : Facteur de premier ordre.
- g : Indice désignant une circulaire gauche.
- \hbar : Constante de Planck divisée par 2π .
- HWP: lame demi-onde.
- i : Angle d'incidence.
- i_c : Angle d'incidence critique.
- i_{rot} : Angle d'incidence du prisme pour obtenir le mécanisme de rotation.
- I_1, I_2 : Intégrales de vitesse.
- I_c : Intensité de sortie de l'onde stationnaire circulaire.
- I_d : Intensité diffractée.
- I_h : Intensité de sortie de l'onde stationnaire hélicoïdale.
- I_x : Intensité de sortie de l'onde stationnaire linéaire.
- J : Moment angulaire total d'un niveau.
- Moment d'inertie de la lame demi-onde tournante.
- \vec{J}, \hat{J} : Matrices de Jones généralisées 4×4 dans un sens et l'autre.
- k : Module du vecteur d'onde.
- K : Nombre d'onde.
- l : Longueur du cristal.
- Indice désignant l'état propre hélicoïdal gauche.
- $l(\rho)$: Matrice de Jones 2×2 d'une lame quart d'onde.
- L : Longueur de la cavité.
- Lorentzienne.
- L_1 : Lorentzienne pour l'isotope 1.
- L_2 : Lorentzienne pour l'isotope 2.

- Lock-in: Zone aveugle.
- M: Facteur de grandissement.
- M_{CW} : Matrice de Jones pour un tour dans la cavité dans le sens CW.
- M_{CCW} : Matrice de Jones pour un tour dans la cavité dans le sens CCW.
- M_i : $i^{\text{ème}}$ miroir.
- n: Indice de réfraction.
- N_0 : Paramètre d'excitation.
- o: Indice désignant l'état propre ou le chemin ordinaire.
- p: Périmètre.
- P: Polarisation du milieu actif.
- \vec{P}, \vec{P}^* : Matrices de Jones généralisées 4x4 du prisme.
- $q_{s,t}$: Rayon de courbure sagittal ou tangentiel du mode.
- Q: Facteur de surtension de la cavité.
- QWP: Lame quart d'onde.
- r: Indice désignant l'état propre hélicoïdal droit.
Angle de réfraction.
- R: Rayon de courbure de miroir.
Rayon de courbure du front d'onde.
- R_e : Rayon de courbure équivalent de miroir.
- R_i : Coefficient de réflexion de la polarisation i.
- RMN: Résonance Magnétique Nucléaire.
- S: Facteur d'échelle de l'effet Sagnac. $S = \frac{4A}{\lambda p}$.
- S, S_i : Sommes de produits d'éléments de matrice de l'hamiltonien dipolaire électrique.
- SQUID: Superconducting QUantum Interference Device.
- TE: Transverse électrique.
- TEM_{00} : Mode gaussien fondamental.
- TM: Transverse magnétique.
- TOP: Indice désignant le faisceau du haut.
- u: Vitesse moyenne des atomes.
Angle entre les vecteurs de Poynting ordinaire et extraordinaire.
- u_1, u_2 : Champs électriques de l'onde incidente sur le diaphragme et diffractée.
- v: Vitesse de l'atome.
- V: Potentiel de Landau.
- V_{ab} : Hamiltonien dipolaire électrique pris entre les niveaux a et b.
- $w_{s,t}$: Rayon sagittal ou tangentiel du mode.
- $w_{0s,t}$: Rayon du mode à la taille ("waist") sagittale ou tangentielle.
- W(v): Distribution de vitesses.

- $Z(\zeta)$: Fonction de dispersion de plasma.
- Zone aveugle: Intervalle de vitesses angulaires mécaniques dans lequel les deux ondes contrepropageantes restent accrochées en fréquence.
- α : Coefficient de gain.
- α_i : Angle entre la polarisation du $i^{\text{ème}}$ état fourchu et l'axe x.
- α_0 : Gain non saturé au centre de raie.
- β : Coefficient d'auto-saturation.
- Angle caractérisant la non-planéité d'une cavité gauche.
- δ : Ecart intermode de la cavité.
- δp : Coefficients de pertes par diffraction résonnantes croisées.
- δB : Facteur d'échelle des pertes par diffraction résonnantes croisées.
- Δ : Décalage isotopique.
- Δp : Anisotropie de pertes.
- Δy : Séparation transverse.
- $\Delta w/w$: Variation relative de rayon de mode.
- Δv : Biais.
- Δv_D : Demi-largeur Doppler à $1/e$.
- $\Delta \phi$: Anisotropie de phase.
- ϵ_o, ϵ_e : Constantes diélectriques ordinaire et extraordinaire.
- ϕ : Diamètre de diaphragme.
- Phase.
- Effet Faraday.
- ϕ_o, ϕ_e : Déphasages ordinaire et extraordinaire.
- $\Phi(z)$: Déphasage de Gouy.
- γ : Largeur homogène ou taux de relaxation des cohérences optiques.
- Unité de champ magnétique: $1 \gamma = 10^{-5} \text{ G} = 10^{-9} \text{ T}$.
- γ_a : Taux de relaxation de la population du niveau a.
- γ_b : Taux de relaxation de la population du niveau b.
- Γ'_{ab} : Taux de relaxation des cohérences optiques.
- $\Gamma'_{a,b}(0)$: Taux de relaxation des populations des niveaux a et b.
- $\Gamma'_{a,b}(2)$: Taux de relaxation des cohérences Zeeman des niveaux a et b.
- η : Degré d'excitation.
- λ : Longueur d'onde.
- λ_0 : Longueur d'onde dans le vide.
- λ_a, λ_b : Taux de pompage des niveaux a et b.
- λ_i : $i^{\text{ème}}$ valeur propre.
- ν : Fréquence optique.
- θ : Angle d'incidence sur les miroirs.

- Angle de divergence du faisceau.
 Coefficient de saturation croisée.
- ρ : Coefficient de "self-pushing".
 Angle que font les lignes neutres d'une lame de phase avec les directions x et y.
 Matrice densité.
- σ : Coefficient de "pulling".
- σ^+, σ^- : Polarisation circulaires.
- Σ_0 : Facteur de normalisation en théorie de signal fort.
- τ : Coefficient de "cross-pushing".
- τ', τ'', τ''' : Délais en théorie des perturbations.
- ω : Pulsation optique.
- ω_{ab} : Pulsation de la transition atomique.
- ω_d : Pulsation du dither.
- ω_0 : Pulsation optique moyenne des deux modes.
- Ω : Vitesse angulaire de rotation.
 Pulsation de résonance de la cavité vide.
- Ω_d : Vitesse angulaire crête du dither.
- ζ : Décalage en fréquence normalisé.
- \wp : Élément de matrice réduit de l'hamiltonien dipolaire électrique.
- $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$: Matrice ABCD de Kogelnik pour les faisceaux gaussiens.
- $\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix}$: Vecteur de Jones du faisceau du bas.
- $\begin{bmatrix} \mathcal{L}_{TE} \\ \mathcal{L}_{TM} \end{bmatrix}$: Vecteur de Jones du faisceau de gauche.
- $\begin{bmatrix} \mathcal{R}_{TE} \\ \mathcal{R}_{TM} \end{bmatrix}$: Vecteur de Jones du faisceau de droite.
- $\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$: Vecteur de Jones du faisceau du haut.



**ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE
DES MODES PROPRES ET ETATS PROPRES
DANS LES LASERS EN ANNEAU.
APPLICATIONS A LA GYROMETRIE
ET A LA DETECTION D'EFFETS PETITS.**

INTRODUCTION GENERALE.	1
I. DYNAMIQUE DES MODES GAUSSIENS ET DIFFRACTION RESONNANTE DANS LES LASERS EN ANNEAU. BIAIS PAR DIFFRACTION. INFLUENCE DE LA DIFFRACTION SUR LA ZONE AVEUGLE.	11
A. Diffraction résonnante dans les cavités à deux miroirs.	14
B. Dynamique des modes gaussiens elliptiques dans les cavités en anneau.	17
<u>1. Prédictions théoriques.</u>	17
<i>a. Formalisme et hypothèses.</i>	17
<i>b. Cavités courtes, longues et critiques dans les plans tangential et sagittal.</i>	22
<i>c. La "cavité complètement critique".</i>	27
<u>2. Expériences.</u>	32
<i>a. Conditions expérimentales.</i>	32
<i>b. Test expérimental du modèle et des premières prédictions.</i>	33
<i>c. Mise en évidence expérimentale de la géométrie complètement critique.</i>	41

C.	Effets de lentille dans les milieux actifs à deux isotopes.	
	Cas du gyrolaser.	46
	<u>1. Théorie.</u>	47
	a. <i>Lentilles de saturation en présence de deux isotopes.</i>	47
	b. <i>Lentilles de population en présence de deux isotopes.</i>	49
	c. <i>Pertes par diffraction dépendant de la fréquence.</i>	49
	<u>2. Expériences.</u>	53
	a. <i>Conditions expérimentales.</i>	53
	b. <i>Expériences avec un seul isotope.</i>	54
	c. <i>Expériences avec deux isotopes.</i>	62
	<u>3. Discussion et conclusion.</u>	67
D.	Biais: non-réciprocité du mécanisme de diffraction résonnante.	70
	<u>1. Modèle théorique.</u>	70
	a. <i>Diffraction d'un faisceau gaussien par un trou décentré.</i>	70
	b. <i>Non-réciprocité de la diffraction résonnante.</i>	74
	<u>2. Expériences.</u>	79
	<u>3. Discussion.</u>	83
E.	Rétrodiffusion, zone aveugle et diffraction résonnante.	85
	<u>1. Dépendance de la zone aveugle avec la fréquence du laser.</u>	85
	<u>2. Diffraction et zone aveugle: Effet Sagnac inverse.</u>	92
F.	Conclusion.	102

II. LEVEE DE LA DEGENERESCENCE TRANSVERSE DES ETATS PROPRES DU LASER.	103
A. Etats propres ordinaire et extraordinaire: contrôle du couplage de deux états propres.	105
B. Modèle des matrices de Jones généralisées spatialement: une extension du modèle spatial vectoriel.	114
1. <u>Formalisme général.</u>	114
2. <u>Etats propres ordinaire et extraordinaire.</u>	119
3. <u>Etats propres fourchus.</u>	122
4. <u>Laser à deux fréquences accordables.</u>	129
C. Vérification expérimentale des prédictions du modèle.	133
1. <u>Etats fourchus.</u>	133
2. <u>Laser à deux fréquences simultanées accordables.</u>	136
D. Application aux résonateurs en anneau.	137
1. <u>Gyrolasers ordinaire et extraordinaire.</u>	137
2. <u>Etats propres hélicoïdaux stationnaires ordinaire et extraordinaire.</u>	142
3. <u>Etats propres fourchus.</u>	147
E. Conclusion.	152

III. DYNAMIQUE ET STABILITE DES ETATS PROPRES DU LASER.	153
A. Stabilité des états propres dans différents types de lasers.	155
1. <u>Prédictions théoriques et résultats quantitatifs pour un laser He-Ne.</u>	157
2. <u>Cas des lasers CO₂.</u>	163
3. <u>Compétition entre modes TE et TM dans les lasers à semiconducteurs.</u>	170
4. <u>Conclusion.</u>	174
B. Effets non-linéaires dépendant de la nature de l'onde stationnaire générée par le milieu actif.	176
1. <u>Conventions et description des ondes stationnaires.</u>	177
2. <u>Prédictions théoriques.</u>	183
3. <u>Résultats expérimentaux.</u>	189
4. <u>Conclusion.</u>	193
C. Echanges de moment cinétique entre l'état propre, la cavité et le milieu actif.	196
1. <u>Echanges d'énergie entre une lame de phase en rotation et un faisceau laser.</u>	196
2. <u>Echanges de moment cinétique dans une cavité laser.</u>	200

D.	Application à l'étude d'un effet petit: le décalage spatial de Goos et Hänchen à la réflexion totale.	203
	<i>1. <u>L'effet Goos-Hänchen dans la dynamique des états propres du laser.</u></i>	204
	<i>2. <u>Mesure directe de l'effet Goos-Hänchen optique.</u></i>	214
	<i>3. <u>Conclusion.</u></i>	222
E.	Magnétométrie laser en champ moyen.	223
F.	Bistabilité et simultanéité vectorielles des états propres hélicoïdaux d'un laser en anneau.	232
	<i>1. <u>Prédictions théoriques.</u></i>	232
	<i>2. <u>Expériences.</u></i>	239
G.	Gyrolaser Zeeman à états propres σ.	247
	<i>1. <u>Principe physique: obtention d'un régime de fonctionnement à deux états propres contrepropageants de même σ. Vérification expérimentale.</u></i>	247
	<i>2. <u>Vers une maquette de gyrolaser sans activation mécanique.</u></i>	258
	CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.	263
	ANNEXE A.	269
	REFERENCES.	275



INTRODUCTION GENERALE.

INTRODUCTION GENERALE.

La description des lasers s'appuie sur plusieurs théories qui en décrivent chacune certains paramètres. Ainsi, les modèles de Fox et Li [1] et la méthode de la matrice ABCD de Kogelnik [2] pour les cavités stables décrivent les caractéristiques géométriques des modes, leurs formes, la dépendance transverse du champ électromagnétique qui existe dans la cavité et les pertes par diffraction des modes de cavité. Les modèles développés par Siegman [3] rendent compte quant à eux de ces modes dans le cas des cavités géométriquement instables. La théorie semi-classique de Lamb [4,5] décrit l'interaction de ces modes de la cavité avec le milieu actif. Elle permet de calculer l'intensité et la fréquence de modes connus a priori. Elle permet aussi d'étudier la compétition entre les modes et des phénomènes dynamiques comme le "mode-locking" (blocage de modes). Enfin, le modèle spatial vectoriel [6-9] permet de tenir compte de façon self-consistante de la répartition dans la cavité de la polarisation du champ électromagnétique et des différents éléments intracavité, qu'ils soient isotropes ou non. Ce modèle permet donc de calculer, pour une cavité donnée, la répartition dans le laser de la polarisation et de l'intensité et la fréquence du rayonnement émis. On voit donc qu'il existe des théories qui permettent de prévoir l'intensité, la fréquence et la polarisation d'un laser donné et d'autres qui vont traiter de ses caractéristiques géométriques, c'est-à-dire du faisceau et de la diffraction. Il n'existe pas encore à l'heure actuelle de théorie permettant de traiter tous ces aspects simultanément. On connaît pourtant maintenant de nombreux effets qui attestent des interactions entre ces différents paramètres. Par exemple, les effets de diffraction résonnante nous montrent que mode gaussien, fréquence et intensité du laser sont étroitement liés [10,11]. On montre en effet que dans un laser à gaz, les effets de lentille dépendants de la fréquence qui existent dans le milieu actif font varier les caractéristiques géométriques du mode de la cavité en fonction de la fréquence qui à leur tour modifient les pertes par diffraction du laser en fonction de la fréquence. Il en résulte des déformations de l'évolution de l'intensité émise en fonction de la fréquence qui ne s'expliquent pas autrement. D'autres effets montrant

ces interactions entre les différents paramètres du laser seront développés ici, le gyrolaser est en effet un domaine de choix pour observer de tels effets.

L'intérêt principal de la navigation inertielle provient, aussi bien dans les domaines militaires que civils, de l'absence d'interactions avec l'extérieur [12]. Cette technique utilise en effet des mesures de rotation et d'accélération pour déterminer la trajectoire suivie. En ce qui concerne les rotations, un de leurs effets observables est l'effet Sagnac. Cet effet, découvert par Sagnac [13] dès le début du siècle, et repris expérimentalement par Michelson [14] et théoriquement par Langevin [15] immédiatement après, montre que la longueur optique d'un chemin fermé n'est pas la même dans un sens et dans l'autre dès que le système est en rotation autour de la normale au plan de l'expérience. Il est curieux de remarquer que Sagnac espérait par cet effet montrer l'existence de l'éther et invalider ainsi la théorie toute récente de la relativité alors qu'en fait, comme l'a montré Langevin [15], cet effet est purement relativiste. Considérons un interféromètre fermé entourant une surface d'aire A . On y injecte, par un moyen approprié, de la lumière dans les deux sens de propagation et on recombine les deux faisceaux qui ont effectué chacun un tour dans chaque sens à la sortie. Alors, si l'interféromètre tourne à la vitesse angulaire Ω , ces deux faisceaux se retrouvent déphasés d'une quantité

$$\Delta\phi = \frac{8\pi A}{c\lambda} \Omega,$$

où c est la vitesse de la lumière et λ la longueur d'onde de la lumière considérée. Pour montrer la petitesse de cet effet, notons que l'expérience que Sagnac réalisa en 1913 ne permit d'obtenir qu'un décalage de frange de 0,035 pour une vitesse de rotation de 120 tours par minute [13], et il fallut à Michelson et Gale [14] un interféromètre rectangulaire fermant une aire de 200000 m² pour mesurer la rotation terrestre en 1925! L'effet Sagnac est donc resté pendant encore quelques décennies une curiosité de laboratoire et il fallut l'apparition du laser dans les années 1960 [16,17] pour le voir donner lieu à des développements industriels [12,18,19]. On essaya alors de l'utiliser dans des dispositifs

résonnants en construisant des lasers en anneau. En effet, dans ce cas, le chemin optique vu par les deux ondes contrepropageantes dans le laser en anneau en rotation n'est plus le même et il en résulte une différence de fréquence qui vaut

$$\Delta\nu = \frac{4A}{\lambda p} \Omega.$$

Pour détecter des rotations de l'ordre de la rotation terrestre ($\Omega \approx 10^\circ/\text{h} = 4,8 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$) avec un laser en anneau carré de 10 cm de côté ($p=0,4 \text{ m}$ et $A=0,01 \text{ m}^2$) fonctionnant à $\lambda=0,633 \text{ }\mu\text{m}$, il faut alors détecter une différence de fréquences de 7 Hz, soit une variation relative de fréquence de l'ordre de quelques 10^{-14} . Quand on sait que les gyroscopes mécaniques détectent des rotations valant $10^{-2}^\circ/\text{h}$, on voit que des variations relatives de fréquence de l'ordre de 10^{-17} devront être isolées! Ces ordres de grandeur astronomiques expliquent en partie les deux décennies de travail qu'il a fallu pour arriver à commercialiser les premiers gyrolasers (puisque c'est le nom qu'on a donné à ces gyromètres laser).

Pouvait-on pourtant a priori imaginer dispositif plus simple que le gyrolaser ? Trois miroirs, une décharge d'hélium-néon et une optique de détection devaient suffir. Malheureusement, dès les premières expériences, de graves difficultés sont apparues [12]. Les principales sont résumées sur la figure 1. La figure 1(a) reproduit la caractéristique de sortie idéale du gyrolaser. La différence de fréquence entre les deux ondes est proportionnelle à la rotation de l'anneau. Le premier problème rencontré est celui de la non-réciprocité du chemin optique. Si les chemins optiques dans les deux sens de propagation ne sont pas identiques même en l'absence de rotation, on a alors ce qu'on appelle un *biais*: la caractéristique est décalée par rapport à la caractéristique idéale [figure 1(b)]. Les variations de ce biais pourront alors être confondues avec des variations de l'effet Sagnac et la mesure sera faussée. Le second problème est un problème de *facteur d'échelle*: on s'est vite aperçu que le coefficient de proportionnalité entre rotation mécanique et différence de fréquence n'est pas celui donné par la formule

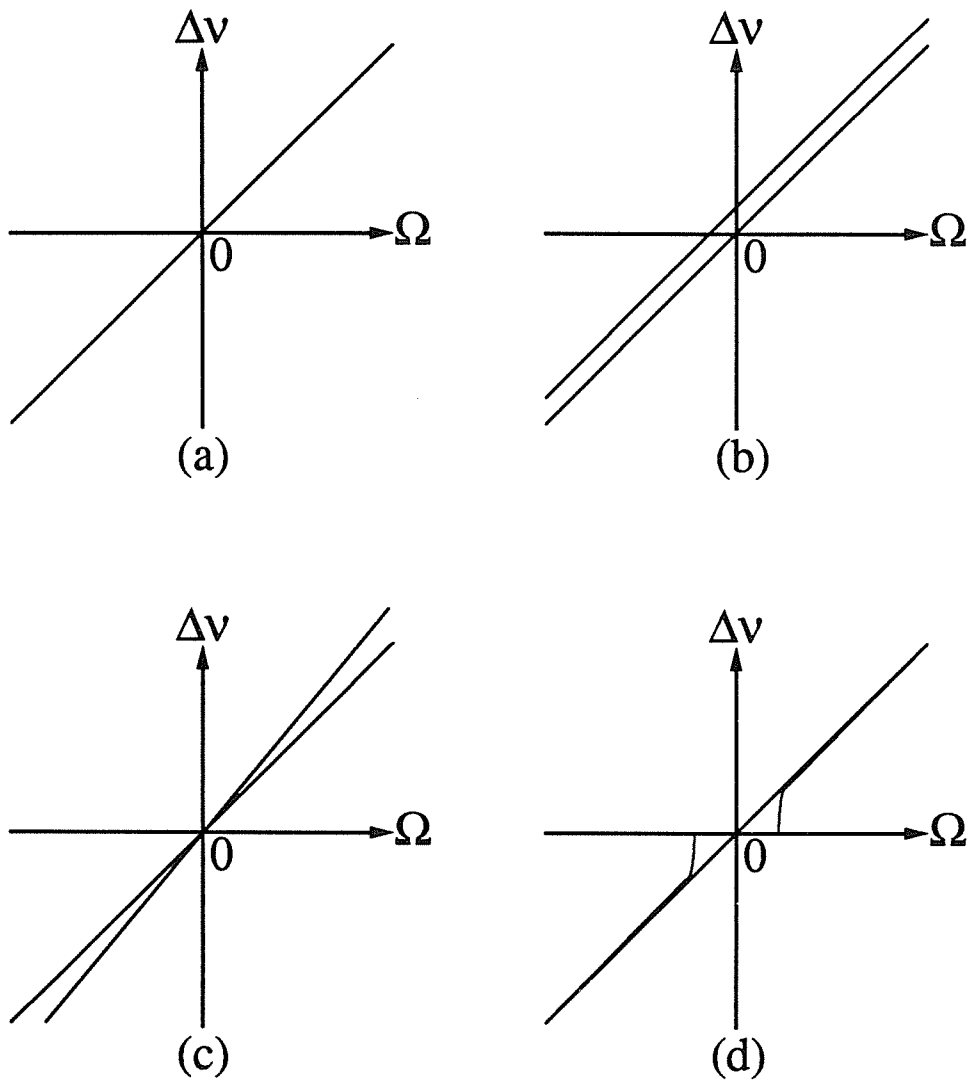


Figure 1: Différence de fréquence entre les deux modes en fonction de la rotation mécanique.
 (a) Gyrolaser idéal.
 (b) En présence d'un biais.
 (c) Erreur de facteur d'échelle.
 (d) Zone aveugle.

de l'effet Sagnac [figure 1(c)] et que dans certains cas la caractéristique peut même devenir non-linéaire. Enfin, le problème le plus difficile à résoudre est celui de la *zone aveugle* ("lock-in"). On s'aperçoit en construisant un laser en anneau que les fréquences des deux modes contrepropageants restent accrochées pour des rotations inférieures à certaine valeur [figure 1(d)]. Le gyrolaser est donc aveugle dans une certaine région autour du zéro et devient inutilisable. Les causes de ces différents problèmes sont les suivantes. Aronowitz a montré qu'une cause de biais pouvait être le flux gazeux dans la décharge qui crée une différence de chemin optique entre les deux ondes par effet Fresnel-Fizeau * [18,20,21]. D'autres mécanismes d'apparition d'un biais liés à la diffraction n'ont encore pas été bien compris à ce jour. La règle empirique, et somme toute logique, qui s'en est dégagée est que pour éliminer le biais il faut construire un gyrolaser *parfaitement symétrique* avec deux décharges symétriques par rapport à un plan de symétrie perpendiculaire au plan de l'anneau, des miroirs de caractéristiques symétriques par rapport à ce plan, un diaphragme placé sur le plan de symétrie, etc. Les phénomènes qui entraînent des problèmes de facteur d'échelle sont pour la plupart dus à la dispersion du milieu actif. En effet, dans un laser He-Ne, les effets linéaires de "pulling" tendent à diminuer l'effet Sagnac et les effets non-linéaires de "pushing" tendent à l'augmenter. Ces effets ont pu être assez bien contrôlés, notamment en asservissant la fréquence d'émission du laser au maximum de puissance et en faisant fonctionner le laser loin au-dessus du seuil. A ce propos, il faut noter que pour faire fonctionner deux modes contrepropageants au maximum de gain d'un laser He-Ne, il faut utiliser un mélange de deux isotopes du néon qui diminue la *constante de couplage* entre ces deux modes, qui sinon sont en couplage fort et ne fonctionnent pas simultanément. La zone aveugle quant à elle est due au couplage entre les deux ondes contrepropageantes. Ce couplage est attribué aux miroirs qui, par leurs imperfections, couplent de la lumière d'une onde dans

* Nous désignons par effet Fresnel-Fizeau l'effet observé par Fizeau dans son expérience d'*entraînement de l'éther*. Il convient de ne pas le confondre avec l'effet Doppler, aussi appelé effet Doppler-Fizeau, qui est une modification de la fréquence apparente de la lumière pour un observateur en translation.

l'autre. Ceci entraîne un accrochage des deux fréquences aux faibles rotations. Pour comprendre ce phénomène physiquement, on peut interpréter l'effet Sagnac en restant dans le référentiel inertiel et en regardant les miroirs tourner [22,23,3]. Quand la rotation est nulle, les deux ondes ont même fréquence et forment des nœuds et des ventres. S'il n'y a pas de zone aveugle, la rotation fait tourner les miroirs dans le référentiel inertiel sans entraîner les nœuds et les ventres qui défilent ainsi dans le référentiel en rotation, formant le battement détecté. Maintenant, s'il y a une imperfection sur un miroir, l'onde stationnaire aura tendance à s'organiser pour laisser un nœud sur cette imperfection, de manière à minimiser les pertes. Alors, une fois l'anneau en rotation, les nœuds et les ventres auront tendance à suivre cette imperfection et seront entraînés par la cavité, n'obéissant plus à l'effet Sagnac. Un des grands objectifs des fabricants de gyrolasers a donc été d'améliorer la qualité des miroirs pour réduire cette zone aveugle. Malgré tous les efforts mis en œuvre, celle-ci reste toujours aujourd'hui de l'ordre de $100^\circ/\text{h}$ pour un gyrolaser de 30 cm de périmètre fonctionnant à 6328 \AA . Or un gyrolaser de classe inertielle doit pouvoir détecter $10^{-2}^\circ/\text{h}$. On voit donc qu'il faut trouver une autre solution pour remédier à cette zone aveugle.

La première solution qui vient à l'esprit est de créer un biais permanent assez important pour que le gyrolaser soit tout le temps hors de la zone aveugle. Ce biais peut par exemple être créé par un rotateur Faraday placé entre deux lames quart d'onde ou bien par une rotation mécanique rapide continue du gyrolaser [12]. Mais les fluctuations de ce biais doivent alors être inférieures aux performances demandées, sous peine d'entacher la mesure d'erreurs rédhibitoires. Ceci signifie qu'il faut que ces biais soient plus stables que $10^{-2}^\circ/\text{h}$, ce qui est illusoire. La solution qui s'est imposée consiste à ajouter à la rotation à mesurer Ω une rotation mécanique sinusoïdale $\Omega_d \cos(\omega_d t)$ en faisant vibrer l'anneau dans son plan. Alors, pour un Ω_d suffisant, le gyrolaser est la plupart du temps hors de la zone aveugle et on parvient à mesurer la quantité Ω . Cette solution pose d'autres problèmes, aussi bien technologiques que fondamentaux. On montre par exemple que cette activation mécanique sinusoïdale ("dither") ne suffit pas à enlever complètement la zone aveugle et qu'il faut en plus bruiteur la quantité Ω_d pour éliminer

totale de la zone aveugle [24]. Ce bruit sur le dither induit une marche aléatoire qui altère les performances à long terme du senseur.

La recherche d'une solution de remplacement sans activation mécanique est donc un sujet de recherche très active. On peut citer les recherches sur les gyrolasers à quatre modes [25]. Dans ce schéma, on n'utilise plus des modes polarisés linéairement comme dans le cas du gyrolaser "classique", mais quatre modes polarisés circulairement. On introduit en effet dans la cavité une anisotropie de phase réciproque qui crée deux états propres polarisés circulairement dans chaque sens. Les deux circulaires droites des deux sens de propagation ont alors même fréquence, différente de celle des deux circulaires gauche. On a donc deux gyrolasers, l'un circulaire droit, l'autre circulaire gauche, mais qui ont encore chacun leur zone aveugle. On introduit alors dans la cavité une rotation Faraday non-réciproque qui biaise ces deux gyrolasers. Mais toute l'astuce est de constater que les deux gyrolasers ont alors des biais égaux et de signes opposés et qu'en additionnant les fréquences de battement des deux gyrolasers on ne garde que l'effet Sagnac en éliminant le biais et ses fluctuations. Cette solution fort astucieuse soulève d'autres problèmes compliqués dont nous aurons l'occasion de reparler. Citons aussi les travaux sur les gyrolasers impulsifs [26,27]. Le principe en est le suivant: on construit un laser en anneau multimode et on le fait fonctionner en régime de modes verrouillés ("mode-locked"). Deux impulsions contrepropageantes s'établissent alors dans l'anneau. En jouant sur les paramètres de la cavité et de l'élément qui crée le mode-locking, on fait en sorte que les deux impulsions se croisent dans le vide, là où aucun élément ne peut coupler de l'énergie de l'une vers l'autre. Il semble qu'on atteigne alors des réductions significatives de la zone aveugle. Signalons aussi les travaux sur les gyrolasers à conjugaison de phase dans lesquels les deux ondes contrepropageantes sont générées par mélange à quatre ondes [28]. Enfin, nous ne pouvons pas parler de gyromètres optiques sans parler du gyromètre à fibre optique [29] qui est un dispositif interférométrique utilisant une boucle de fibre optique. Ce dispositif arrive en stade de développement mais vise des performances plus modestes que celles du gyrolaser.

Le but de ce travail est multiple. Il s'agit tout d'abord d'une étude fondamentale sur les lasers en anneau et sur certaines de leurs caractéristiques de base comme la diffraction, les états propres et le régime de fonctionnement. Il s'agit ensuite d'un travail axé sur les gyrolasers: compréhension d'une part de certains phénomènes restés obscurs dans le gyrolaser classique, notamment ceux liés à la diffraction; recherche d'autre part de nouveaux principes menant à la conception d'un gyrolaser sans zone aveugle. Enfin, ce travail contient des études de certains effets fondamentaux de physique des lasers avec les applications scientifiques et industrielles qui pourraient en découler.

Pour discuter ces différents problèmes, nous adopterons le plan suivant. Le chapitre I est consacré à l'étude des *phénomènes de diffraction résonnante* dans les lasers en anneau. On analysera théoriquement et expérimentalement la dynamique des rayons de mode gaussien dans les lasers en anneau sous l'action des effets de lentille internes au milieu actif. Ceci permettra ensuite d'explorer ces *effets de lentille* dans le cas de milieux actifs à *deux isotopes* tels que celui du gyrolaser. Ces résultats permettront de comprendre plus profondément deux paramètres fondamentaux du gyrolaser: le biais et la zone aveugle.

Pour éviter le couplage entre les modes, on peut aussi imaginer de les *séparer spatialement* dans la cavité. C'est l'idée qui est développée dans le chapitre II. Nous y montrons comment la construction de lasers à *plusieurs axes de propagation* permet de contrôler le *couplage* entre deux états propres. Nous développons ensuite un formalisme qui généralise la théorie spatiale vectorielle au cas de ces lasers et qui permet de prédire puis d'observer de nouveaux types d'états propres dits "*fourchus*" et de construire un *laser à deux fréquences simultanées accordables*. Cette technique est ensuite appliquée au cas du laser en anneau dans lequel nous explorerons les possibilités de gyrolaser.

La théorie spatiale vectorielle permet de calculer les caractéristiques des états propres des lasers. Le chapitre III est consacré à l'étude du *couplage* et de la *stabilité* de ces états propres et notamment, pour les anneaux, à la recherche de situations de *simultanéité* entre les états propres. Nous y étudions d'abord la stabilité des deux états propres polarisés linéairement de divers types de lasers et les conditions à imposer à la

cavité pour contrôler le comportement du laser. Etant amenés à utiliser diverses polarisations, nous nous interrogeons ensuite sur les *interactions non-linéaires* entre les différents types d'*ondes stationnaires* et les atomes et sur les échanges de *moment cinétique* entre les différents composants du laser. La grande sensibilité des états propres nous permet alors d'étudier en optique un effet petit, le *décalage spatial de Goos et Hänchen* pour une seule réflexion totale, puis de construire une maquette de *magnétomètre laser* utilisable dans des conditions où les magnétomètres RMN deviennent aveugles. Finalement, l'étude du couplage et de la stabilité des quatre états propres polarisés circulairement d'un laser en anneau nous amène à proposer une maquette de *gyrolaser sans zone aveugle* beaucoup plus simple a priori que le gyrolaser à quatre modes cité ci-dessus.



**I. DYNAMIQUE DES MODES GAUSSIENS ET
DIFFRACTION RESONNANTE DANS LES LASERS EN
ANNEAU. BIAIS PAR DIFFRACTION. INFLUENCE DE LA
DIFFRACTION SUR LA ZONE AVEUGLE.**

I. DYNAMIQUE DES MODES GAUSSIENS ET DIFFRACTION RESONNANTE DANS LES LASERS EN ANNEAU. BIAIS PAR DIFFRACTION. INFLUENCE DE LA DIFFRACTION SUR LA ZONE AVEUGLE.

Nous avons vu dans l'introduction générale que les performances exigées d'un gyrolaser sont telles que la réciprocity du chemin optique doit être de l'ordre de 10^{-17} . Ceci signifie qu'aucun effet, aussi petit soit-il, ne doit être laissé au hasard. Or, dans tous les articles expérimentaux traitant des lasers en anneau à gaz il apparaît d'assez larges dissymétries dans les profils d'intensité de sortie en fonction de la fréquence [30-32]. Ces effets n'ont, à notre connaissance, jamais été expliqués dans les lasers en anneau. Cependant, on connaît maintenant bien leur origine et on sait les éliminer dans les lasers à cavité de type Fabry-Perot. La détermination des causes de ces dissymétries a été un problème difficile. En effet, divers phénomènes, dus soit à des effets géométriques [33,34] ou atomiques (par exemple collisionnels [35,36]) étaient candidats. Il a finalement été prouvé que ces dissymétries sont essentiellement dues à des effets de lentille dépendants de la fréquence dans le milieu actif qui peuvent modifier les caractéristiques du mode gaussien TEM_{00} [10]. Dans les lasers He-Ne, on sait que deux effets de lentille peuvent prédominer [37]. L'un est dû à l'inhomogénéité transverse de la saturation de l'indice de réfraction du milieu actif par le faisceau gaussien et l'autre à l'inhomogénéité transverse de l'inversion de population, inhérente au mécanisme de pompage dans les tubes à décharge [37]. De tels effets de lentille dépendants de la fréquence, c'est-à-dire résonnants, entraînent des variations résonnantes du rayon* du

* Dans tout ce qui suit, nous désignons par "rayon de mode" ("beam radius") le paramètre w et par "taille de mode" le "waist", c'est-à-dire la partie du mode où le front d'onde est plan. Nous nous permettons, comme dans la littérature anglo-saxonne, de désigner par "taille" le rayon du mode à la taille, c'est-à-dire le paramètre w_0 .

mode gaussien et donc des pertes par diffraction résonnantes. Ces pertes dépendent de la position du diaphragme utilisé pour sélectionner le mode fondamental TEM₀₀ [38]. Pour prédire cette dynamique plutôt complexe des modes gaussiens en fonction de la longueur focale variable de l'effet de lentille, le formalisme des matrices ABCD de Kogelnik [2] a été utilisé et on a montré qu'il convenait parfaitement. Il a notamment permis de prédire l'existence de géométries critiques pour lesquelles le rayon du mode au diaphragme est indépendant de la focale de l'effet de lentille [38,39]. Ceci permet de rendre les pertes par diffraction indépendantes de la fréquence et donc d'obtenir des profils d'intensité de sortie symétriques. Toutes ces prédictions ont été vérifiées expérimentalement, notamment grâce au Lamb dip qui permet de voir facilement les dissymétries. Une mesure directe de la quantité de lumière diffractée par le trou a montré la validité du mécanisme de pertes par diffraction résonnantes [10]. Ces prédictions ont aussi été testées dans le cas d'autres résonances non-linéaires telles que les pics d'absorption saturée intra-cavité [40-42] et aussi dans le cas des lasers multimodes [43]. Les différents effets de lentille, leurs influences sur les pertes par diffraction et leurs conditions de prédominance ont également été explorés [11,37]. L'application de ces concepts au problème de la reproductibilité des standards de fréquence a aussi été considérée et a mené à une amélioration de cette reproductibilité [44].

Il semble alors légitime de se demander ce que peut devenir une telle physique dans le cas du laser en anneau puis quelles sont ses conséquences sur les caractéristiques fondamentales du gyrolaser que sont son biais et sa zone aveugle. Dans le cas du laser en anneau, le problème devient plus compliqué du fait de l'astigmatisme dû à la *rupture de la symétrie de révolution* du résonateur [3,45-48]. Dans une première sous-partie, nous rappelons d'abord les résultats obtenus dans le cas des lasers à cavité de type Fabry-Perot. La seconde sous-partie a pour but, à partir des effets de lentille bien connus grâce aux études résumées dans la partie précédente, d'étudier les variations de rayons de mode dans les lasers en anneau. Nous y développons le formalisme nécessaire à la description de la dynamique des rayons de modes elliptiques dans les lasers en anneau et nous vérifions expérimentalement sa validité. Ceci nous amène à mettre en évidence les

concepts de *géométries critiques tangentielle et sagittale* dans les lasers en anneau. Nous abordons ensuite le problème de l'existence d'une *géométrie complètement critique*, c'est-à-dire critique dans les plans tangentiel et sagittal simultanément. Cependant, pour appliquer ces résultats au cas du gyrolaser, il nous faut explorer ce qui se passe quand le milieu actif est composé de deux isotopes en proportions égales. La troisième sous-partie est donc consacrée à l'étude des effets de lentille et des mécanismes de diffraction résonnante en présence d'un *mélange isotopique*. Une théorie de signal fort [4] est appliquée pour pouvoir rendre compte des résultats expérimentaux. Dans la quatrième sous-partie, nous montrons comment une dissymétrie des pertes par diffraction pour les deux ondes contrepropageantes induit une *non-réciprocité* du mécanisme de diffraction résonnante et donc un biais. Enfin, la dernière sous-partie est consacrée à l'étude de l'influence de ce mécanisme de diffraction résonnante sur la *zone aveugle* du gyrolaser.

A. Diffraction résonnante dans les cavités à deux miroirs.

La cavité à deux miroirs la plus étudiée est celle constituée d'un miroir plan, d'un miroir sphérique et d'une lentille de focale variable. L'étude par la méthode de la matrice ABCD de l'évolution du rayon du mode TEM₀₀ en un point donné de la cavité en fonction de la focale de la lentille a montré que plusieurs comportements sont possibles. Les concepts de cavités courtes et longues pour tel ou tel miroir de la cavité ont été introduits [38,39]. Quand la cavité est courte (respectivement longue), un effet de lentille divergent augmente (respectivement réduit) le rayon du mode sur le miroir considéré. On a également montré que dans certains cas particuliers appelés géométries critiques, le rayon du mode sur le miroir considéré devient indépendant de la focale de la lentille. Pour vérifier ces prédictions expérimentalement, les effets de lentille résonnants dans un milieu actif ³He-²⁰Ne à basse pression ont été utilisés [10]. Deux types d'effets de lentille prédominent dans ce cas [11,35,37]. Le premier est dû à l'inhomogénéité transverse de la saturation de l'indice de réfraction du milieu actif par le faisceau gaussien qui existe dans la cavité [34]. La figure 2(a) représente les courbes de dispersion inhomogènes saturées au centre (trait plein) et sur le bord (trait mixte) du faisceau gaussien en fonction du décalage en fréquence par rapport au centre de la transition. L'effet de lentille induit est alors convergent du côté des basses fréquences et divergent du côté des hautes fréquence de la transition. On peut montrer que l'évolution de la vergence de cet effet de lentille en fonction de la fréquence est similaire à la courbe de dispersion associée à l'élargissement homogène (lorentzien) de la transition [49]. Le second effet de lentille est, au contraire, inhérent à la nature du milieu actif et existe même en l'absence du faisceau gaussien. Il résulte de l'inhomogénéité transverse du gain dans la décharge qui entraîne une inhomogénéité transverse de la dispersion associée à l'élargissement Doppler de la transition [33]. La figure 2(b) montre de telles courbes de dispersion au centre (trait plein) et au bord (trait mixte) de la section du milieu actif. Dans ce cas, l'effet de lentille est divergent du côté des basses fréquences de la transition et convergent du côté des hautes fréquences. Il importe de remarquer que les signes des deux effets de lentille sont

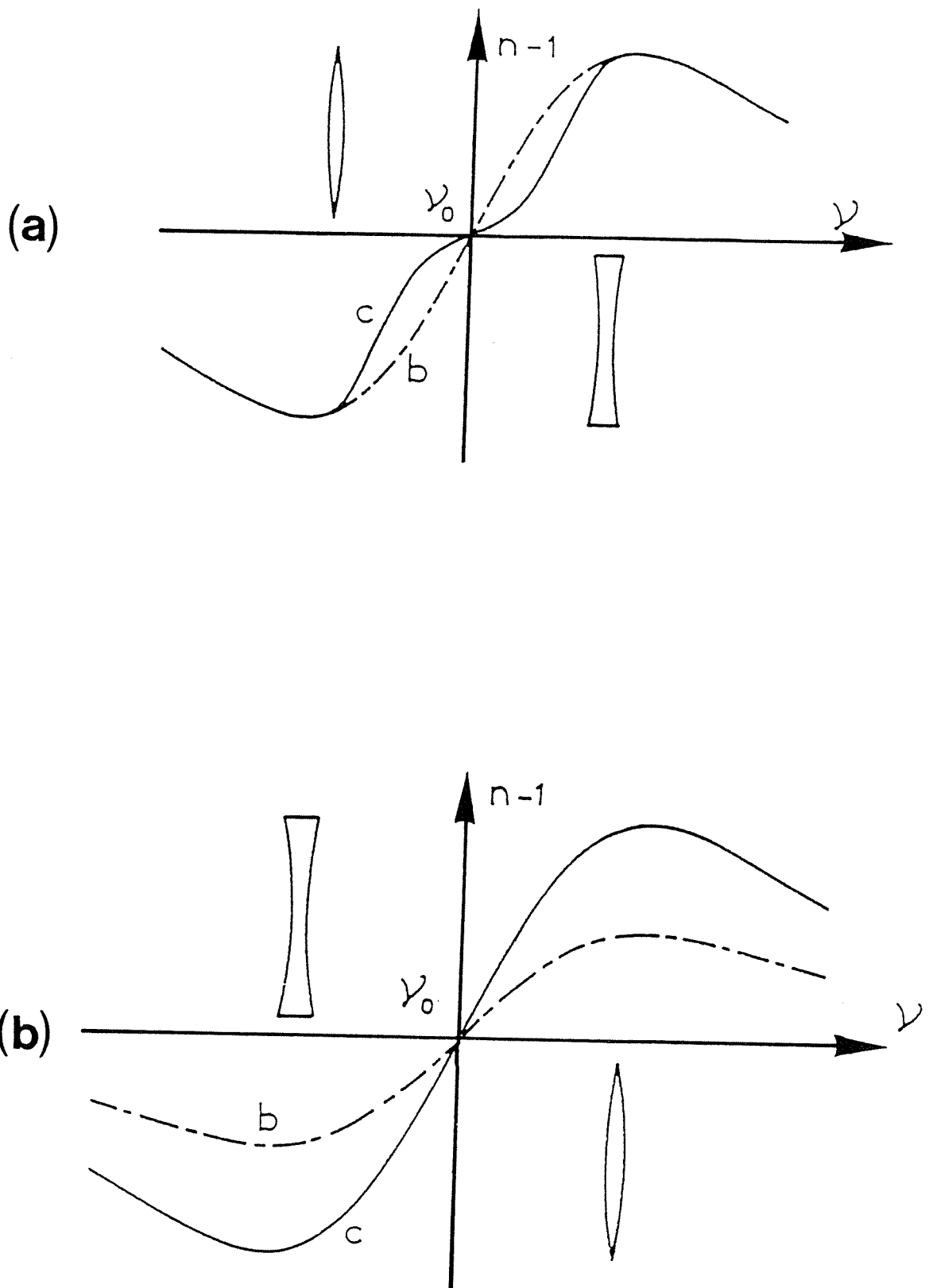


Figure 2: Les différents effets de lentille résonants.

- (a) Effet de lentille dû à l'inhomogénéité transverse de la saturation. Courbes de dispersion au bord (trait pointillé) et au centre (trait plein) du faisceau.
- (b) Effet de lentille dû à l'inhomogénéité transverse de l'inversion de population. Courbes de dispersion au bord (trait pointillé) et au centre (trait plein) du tube.

opposés et que leurs évolutions en fonction de la fréquence sont radicalement différentes: une courbe du type dispersion homogène dans le cas de l'effet de lentille de "saturation" et une courbe de dispersion inhomogène dans le cas de l'effet de lentille de "population".

Les variations de rayon de mode induites par ces effets de lentille modifient les pertes par diffraction qui dépendent à leur tour de la fréquence, c'est-à-dire deviennent "résonnantes". Les conséquences d'un tel mécanisme sur les profils de puissance de sortie du laser en fonction de la fréquence peuvent être vérifiées expérimentalement par la méthode de spectroscopie de la lumière diffractée [10,37]. On collecte alors la lumière diffractée par le diaphragme qui sélectionne le mode TEM₀₀. On peut alors montrer que la dissymétrie observée sur le profil de puissance de la lumière diffractée est l'opposée de celle observée sur le profil de puissance de sortie du laser. Ceci prouve bien que la dissymétrie du profil de puissance de sortie est bien due à une évolution des pertes par diffraction en fonction de la fréquence. Le rapport des deux profils de puissance fournit alors une mesure directe de l'évolution de ces pertes par diffraction en fonction de la fréquence et peut être aisément relié à l'évolution de la vergence de la lentille avec la fréquence. Par cette méthode, il a été montré que les lentilles de population deviennent négligeables devant les lentilles de saturation quand le diamètre du tube à décharge est grand devant le rayon du mode. En effet, dans ce cas, le faisceau gaussien n'est plus sensible au gradient transverse de gain et d'indice non saturés. De plus, pour les tubes plutôt courts utilisés dans la suite, les effets de lentille internes peuvent être traités comme des lentilles minces situées au centre du tube à décharge avec une bonne approximation [11].

B. Dynamique des modes gaussiens elliptiques dans les cavités en anneau.

1. Prédiction théorique.

a. Formalisme et hypothèses.

La question à laquelle il s'agit de répondre ici est de savoir comment tous les mécanismes décrits dans la partie A vont intervenir dans la dynamique des rayons de mode du laser en anneau. Le faisceau qui se propage dans une telle cavité est astigmatique parce que la symétrie de révolution du résonateur a été brisée. En effet, la réflexion d'un faisceau incident avec un angle θ sur un miroir sphérique de rayon de courbure R est équivalente à un effet de lentille astigmatique de focales $f_s=R/(2 \cos\theta)$ dans le plan sagittal (plan perpendiculaire à l'anneau) et $f_t=(R \cos\theta)/2$ dans le plan tangentiel (plan de l'anneau) [45]. Une solution fondamentale de l'équation de propagation dans un tel résonateur est donnée par [46]

$$E(x,y,z) = E_0 \frac{\sqrt{w_{0s} w_{0t}}}{\sqrt{w_s w_t}} \exp\left\{-i[kz - \Phi(z)] - i \frac{kx^2}{2q_s(z)} - i \frac{ky^2}{2q_t(z)}\right\}, \quad (1)$$

où z est la direction de propagation de la lumière, x est normal au plan de la cavité et y est normal à z dans le plan de la cavité (voir la figure 3). $E(x,y,z)$ est la partie du champ électrique dépendant des coordonnées spatiales; w_{0s} , w_{0t} , w_s , w_t , q_s , q_t et Φ sont les tailles, rayons, rayons de courbure complexes et déphasage de Gouy. Leurs règles de transformation au cours de la propagation du faisceau sont les mêmes que celles des faisceaux à symétrie de révolution habituels sauf que toutes les relations doivent être dérivées séparément dans le plan tangentiel et dans le plan sagittal. Par conséquent, on peut calculer les rayons de mode dans chaque plan indépendamment en utilisant le formalisme de la matrice ABCD de Kogelnik et en remplaçant les miroirs par les lentilles

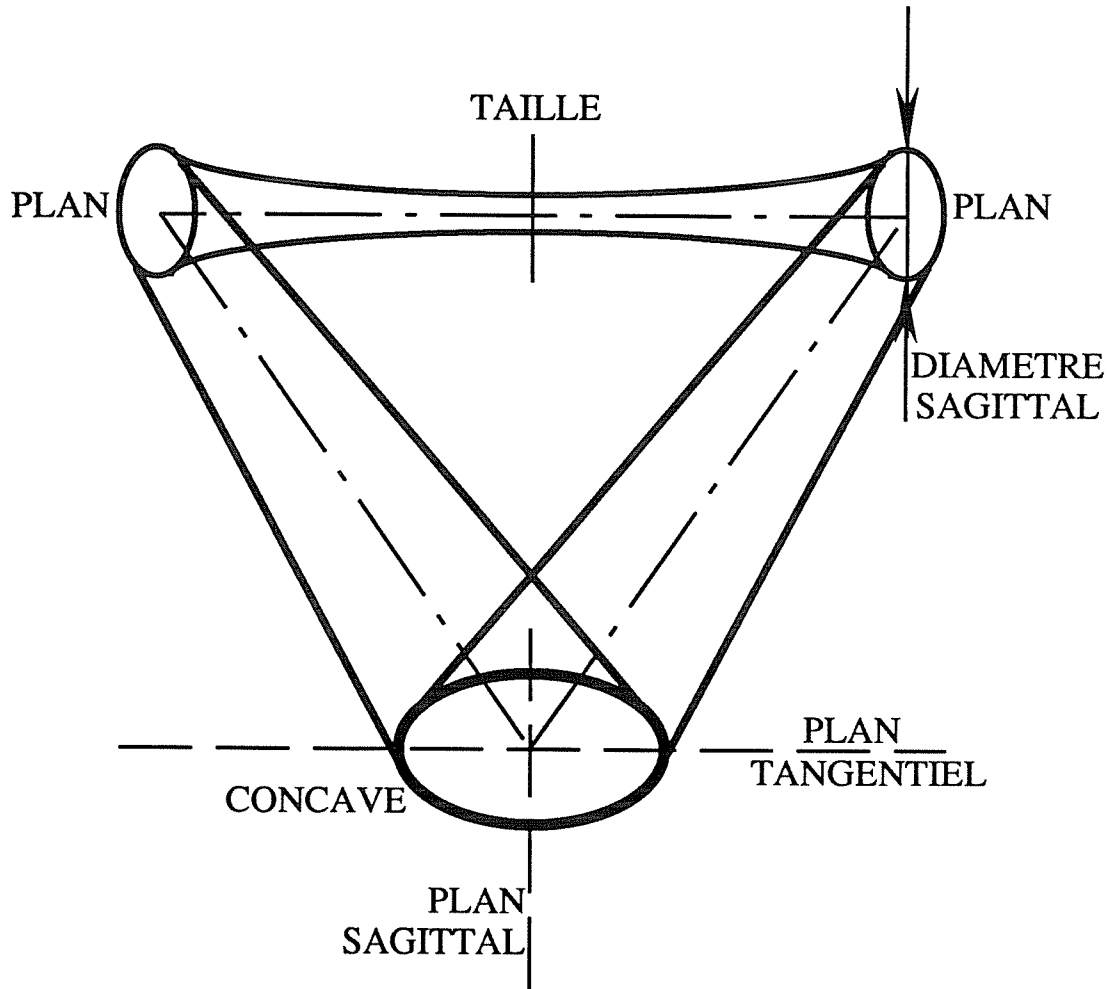


Figure 3: Mode gaussien fondamental astigmatique d'une cavité en anneau.

de focales équivalentes. En conséquence, à partir de maintenant, nous traiterons chaque cavité comme deux cavités indépendantes.

Déterminons maintenant quelles sortes d'effets de lentilles nous aurons à considérer dans notre modèle pour pouvoir prendre en compte plus tard l'influence du milieu actif sur les caractéristiques du mode gaussien elliptique. Tout d'abord, nous supposons dans cette partie que tous les faisceaux sont polarisés linéairement suivant le même axe, de façon à éviter les problèmes d'anisotropies induites [50]. Les effets de lentille dits de population qui sont inhérents à la nature du milieu actif ne sont pas changés dans le cas du laser en anneau alors que les effets de lentille dits de saturation qui sont induits par la présence du faisceau gaussien deviennent *astigmatiques* dans le cas d'un faisceau incident gaussien elliptique. Notre modèle permet de traiter ces lentilles astigmatiques, en leur attribuant des focales différentes dans le plan sagittal et dans le plan tangentiel. Dans cette partie B, nous utiliserons exclusivement des tubes à décharge avec des diamètres intérieurs suffisants pour ne conserver que les effets de lentille de saturation. Cela rendra l'interprétation des dissymétries des profils d'intensité de sortie en fonction de la fréquence non ambiguë. Deux types de cavités vont être ici étudiés, représentés sur la figure 4. Nous les désignerons par "cavité I" (figure 4(a)) et "cavité II" (figure 4(b)). La cavité I contient une seule lentille mince et sera utilisée pour valider les premières prédictions simples dans chaque plan. La cavité II contient deux lentilles minces positionnées de façon symétrique et ressemble à celle utilisée dans la plupart des gyrolasers. Le choix de cavités à trois miroirs est suffisant pour décrire les traits essentiels de la dynamique des rayons de mode dans les lasers en anneau. Néanmoins, notre modèle peut être appliqué à n'importe quel type de cavité plane. Une des particularités de nos deux cavités est que leurs tailles sagittale et tangentielle sont situées au même point (au milieu du bras qui relie les deux miroirs plans). Cette particularité n'enlève rien à la généralité de notre étude.

Procédons à un exemple de calcul de rayon de mode dans le cas de la cavité I, de manière à illustrer le formalisme de la matrice ABCD. Un tel calcul ne présente pas de difficulté particulière. Nous allons cependant voir qu'il peut mener à des conséquences

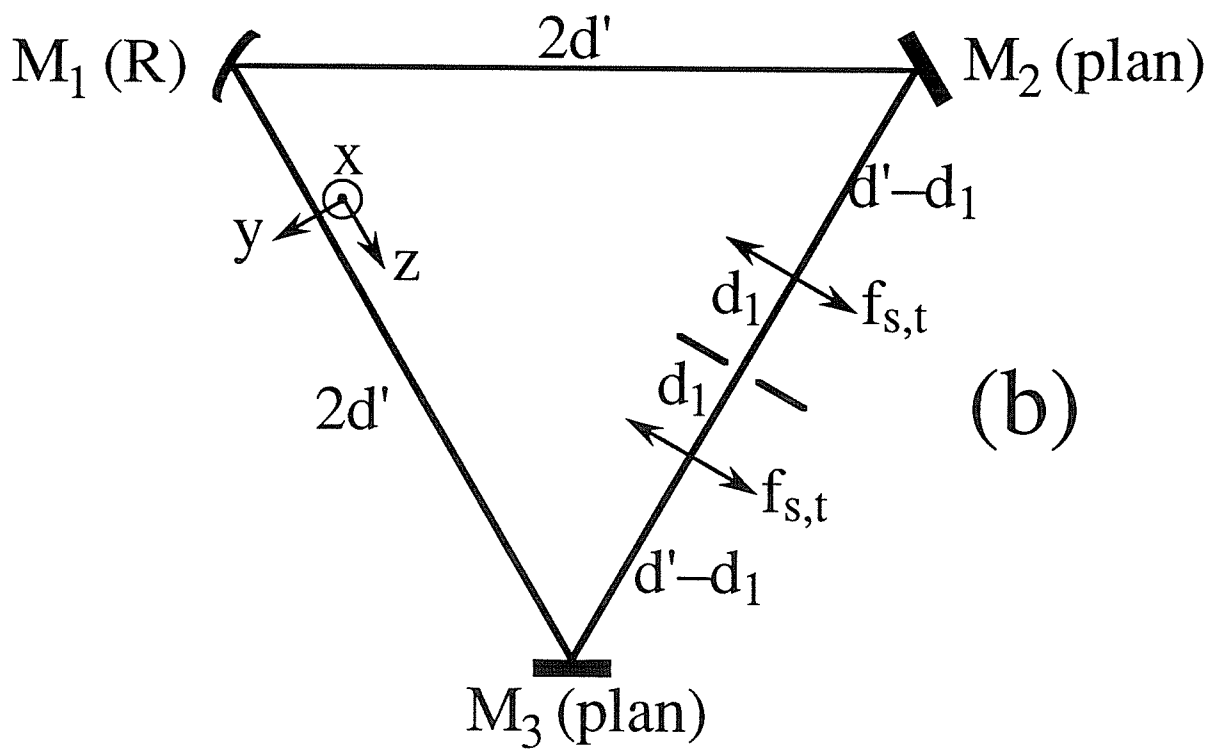
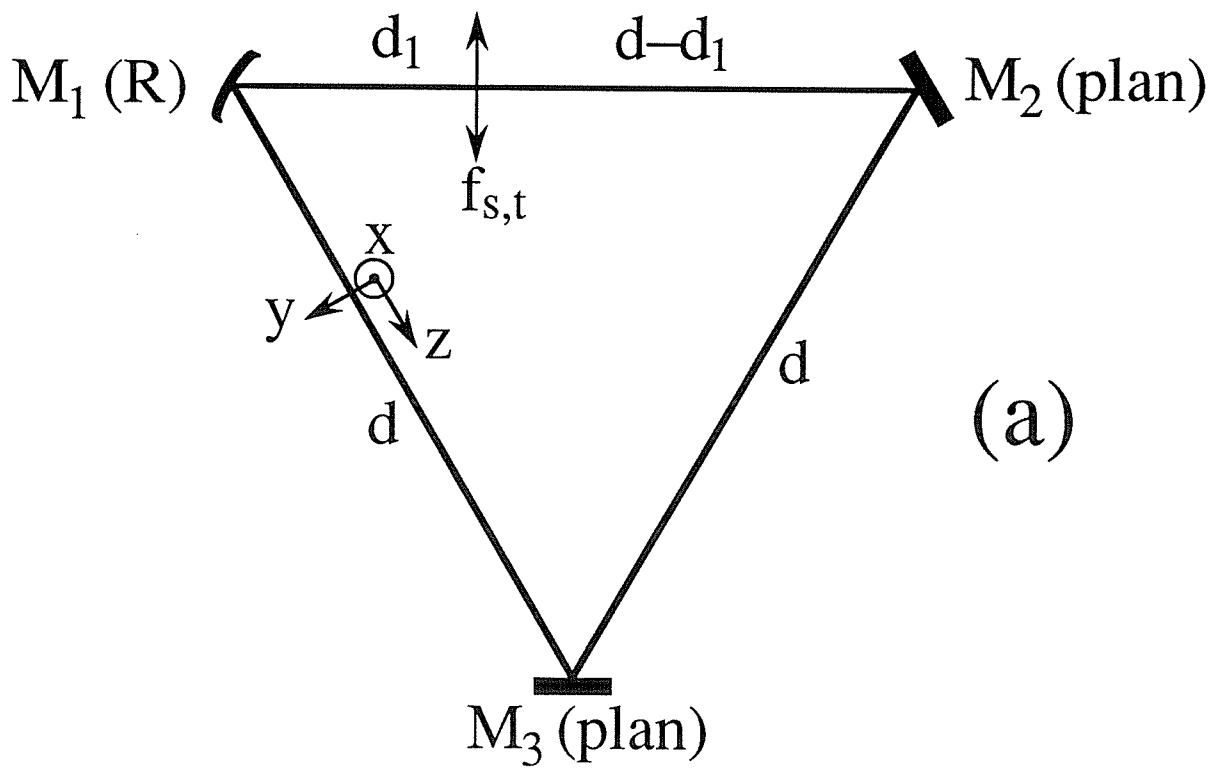


Figure 4: Les deux types de cavité étudiés

surprenantes en ce qui concerne les propriétés géométriques d'un laser en anneau. Pour calculer par exemple le rayon sagittal du mode sur le miroir M_1 (miroir sphérique), nous devons calculer la matrice ABCD pour un tour dans le plan sagittal en partant du plan milieu de la lentille équivalente au miroir sphérique M_1 :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\cos\theta}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d-d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_s} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\cos\theta}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad .(2)$$

On écrit alors que le rayon de courbure complexe sagittal q_s^1 du faisceau sur le miroir M_1 est inchangé après un tour dans la cavité:

$$q_s^1 = \frac{Aq_s^1 + B}{Cq_s^1 + D}, \quad (3)$$

où

$$q_s^1 = \left[\frac{1}{R_s^1} - i \frac{\lambda}{\pi(w_s^1)^2} \right]^{-1}. \quad (4)$$

En séparant les parties réelle et imaginaire de l'équation (3) on obtient le rayon du mode:

$$(w_s^1)^2 = \frac{\lambda}{\pi} \frac{|B|}{\{1 - [(A+D)/2]^2\}^{1/2}}. \quad (5)$$

Un tel exemple montre comment calculer les caractéristiques du faisceau gaussien dans les plans tangentiel et sagittal indépendamment. Nous pouvons déjà en

déduire que le concept de géométrie critique va être introduit dans chaque plan, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

b. Cavités courtes, longues et critiques dans les plans tangential et sagittal.

En utilisant le formalisme développé au paragraphe a, on peut prévoir les variations des rayons des modes par un calcul analytique dans chaque cas de cavité. Néanmoins, un intérêt de la méthode de calcul est qu'elle est facile à transformer en algorithme, ce que nous avons fait.

Considérons d'abord la cavité I de la figure 4(a). Fixons la position de la lentille astigmatique telle que $d_1/d=1/2$. Calculons alors la valeur de la variation relative du rayon tangential (resp. sagittal) du mode $\Delta w_t^1/w_t^1 = [w_t^1(f_t) - w_t^1(\infty)]/w_t^1(\infty)$ (resp. $\Delta w_s^1/w_s^1 = [w_s^1(f_s) - w_s^1(\infty)]/w_s^1(\infty)$) sur le miroir M_1 pour différentes valeurs de f_t (respectivement f_s) et pour $R=0,6m$. Les résultats d'un tel calcul sont présentés sur la figure 5 en fonction de la longueur du bras de cavité d . Appellons d_{ct} (respectivement d_{cs}) la valeur de d pour laquelle les courbes tangentielles (respectivement sagittales) croisent l'axe horizontal pour n'importe quelle grande valeur positive ou négative de f_t (respectivement f_s). La géométrie correspondant à un tel point est appelée géométrie critique tangentielle (respectivement sagittale). Dans ce cas, le rayon tangential (respectivement sagittal) du mode sur M_1 est *indépendant de la focale* f_t (respectivement f_s). Nous pouvons alors définir les concepts de cavité courte ou longue dans chaque plan pour M_1 . Pour $0 < d < d_{ct}$ (respectivement $0 < d < d_{cs}$), la cavité est dite courte dans le plan tangential (respectivement sagittal) pour M_1 . Au contraire, pour $d_{ct} < d$ (respectivement $d_{cs} < d$), la cavité est dite longue dans le plan tangential (respectivement sagittal) pour M_1 . Par conséquent, pour une longueur de bras de cavité plus courte que la longueur de bras critique tangentielle (respectivement sagittale), c'est-à-dire pour une cavité courte, le rayon tangential (respectivement sagittal) du mode sur M_1 augmente pour une lentille divergente et diminue pour une lentille convergente. Au contraire, les variations de rayon

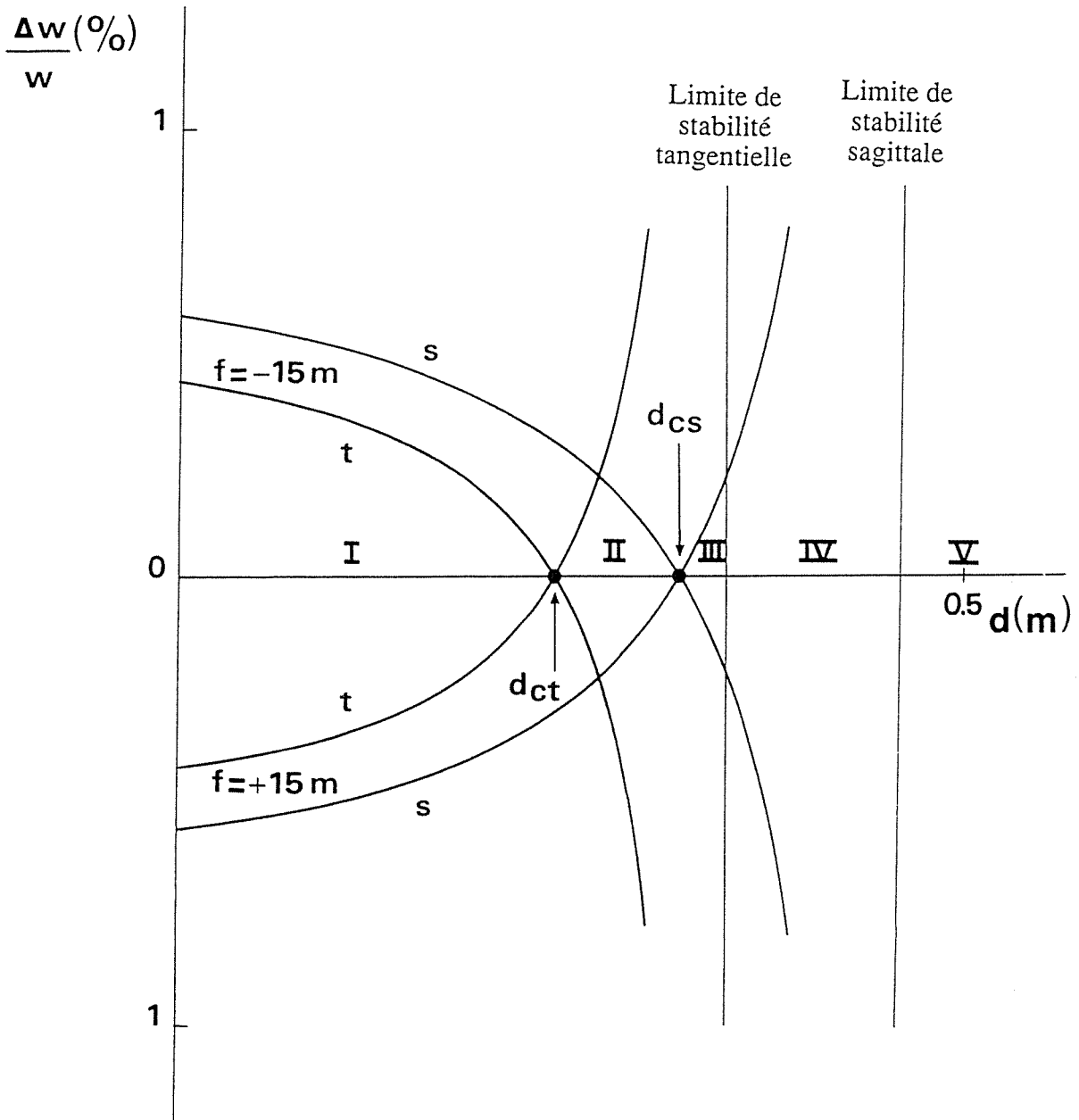


Figure 5: Variations relatives des rayons de mode tangential et sagittal en fonction de la longueur du bras dans le cas de la cavité I sur le *miroir sphérique* avec $R=0,6 m$ et $d_1/d=0,5$ et pour des focales $f_{s,t}=\pm 15 m$. Les courbes obtenues pour d'autres valeurs des focales croisent l'axe aux mêmes points mais ne sont pas reproduites pour des raisons de clarté.

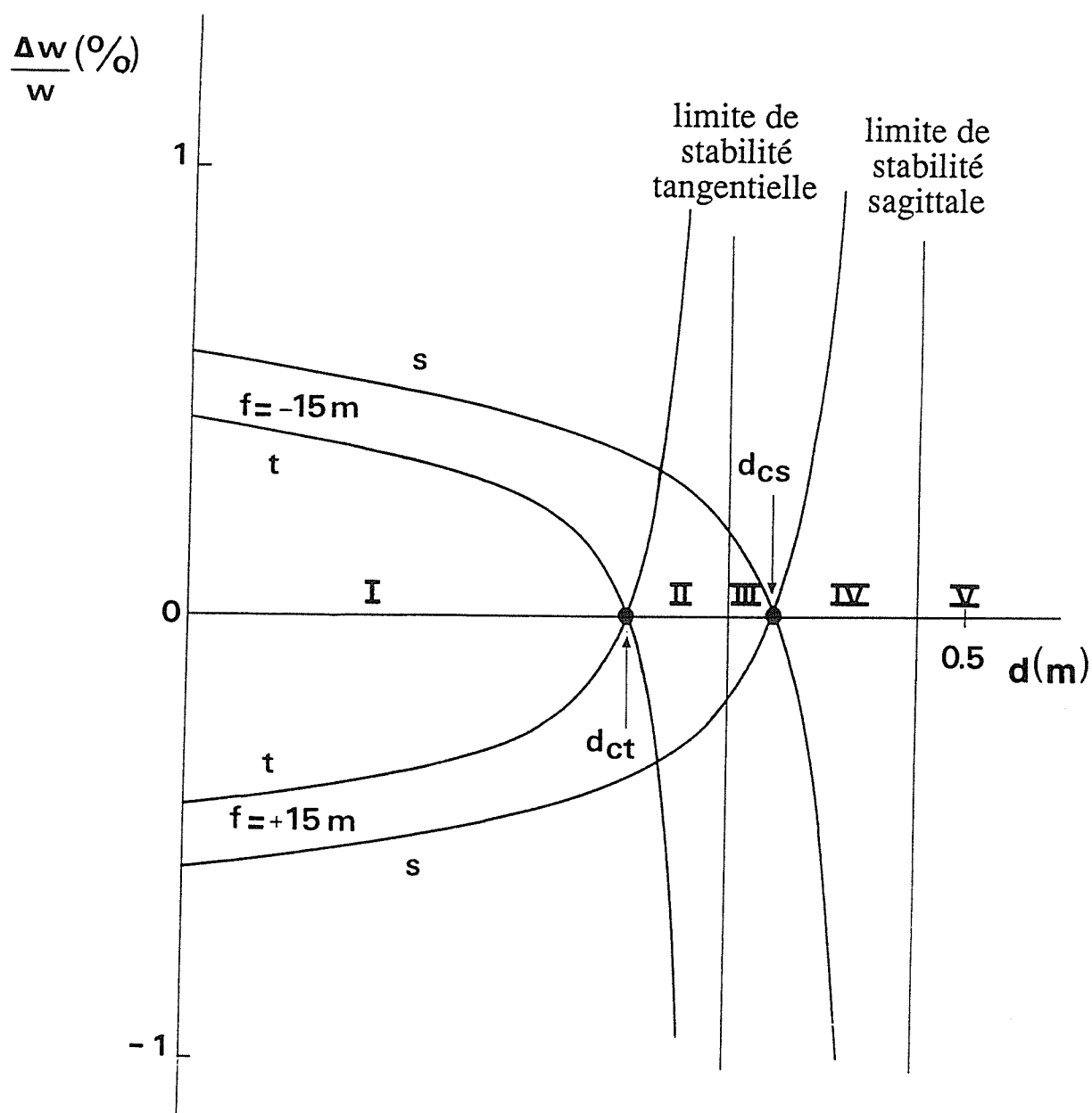


Figure 6: Même figure que la figure 5 pour le *miroir plan* M_2 .

de mode en M_1 sont inversées dans le cas d'une cavité longue. Cinq intervalles apparaissent sur la figure 5, désignés par les nombres sur l'axe horizontal. Dans la région I, le résonateur est court dans les deux plans. Dans la région II, il est court dans le plan sagittal et long dans le plan tangentiel avant de devenir long dans les deux plans dans la région III. Dans les régions IV et V, le résonateur n'est plus stable. En ce point de la discussion, il est important de constater que les concepts de cavité courte ou longue n'ont été définis que relativement à un point de la cavité, comme par exemple le miroir M_1 dans la discussion précédente.

La figure 6 représente les résultats d'un calcul similaire pour les variations relatives des rayons de mode sur le miroir M_2 . Les intervalles qui apparaissent sur l'axe horizontal sont totalement différents de ceux relatifs au miroir M_1 . On peut remarquer qu'un tel résonateur ne peut pas être long dans le plan sagittal pour M_2 sans devenir instable dans le plan tangentiel.

On peut maintenant voir que l'étude des géométries critiques doit être faite indépendamment pour chaque point dans chaque plan. Considérons le calcul des longueurs de bras critiques sagittale et tangentielle d_{cs} et d_{ct} pour le miroir M_1 . Pour obtenir ce résultat, on doit d'abord calculer les rayons sagittal et tangentiel w_s^1 et w_t^1 du mode en M_1 grâce aux équations (2) à (5). Les longueurs critiques d_{cs} et d_{ct} sont alors obtenues en écrivant que $\Delta w^1/w^1=0$ pour n'importe quelle focale $f \gg R$. Comme $f \gg R$, on peut négliger les termes d'ordre supérieur ou égal à f/R , ce qui donne l'équation

$$9d_c^2 - (6d_1 + 3R_e) d_c + 2d_1^2 = 0, \quad (6)$$

où $R_e=R/\cos\theta$ dans le plan sagittal et $R_e=R\cos\theta$ dans le plan tangentiel avec $\theta=30^\circ$. Cette équation nous donne l'évolution des longueurs critiques sagittale et tangentielle en M_1 en fonction de la position relative de la lentille d_1/d , représentée sur la figure 7(a). Le même calcul peut être effectué pour les miroirs M_2 et M_3 , ce qui donne respectivement les équations

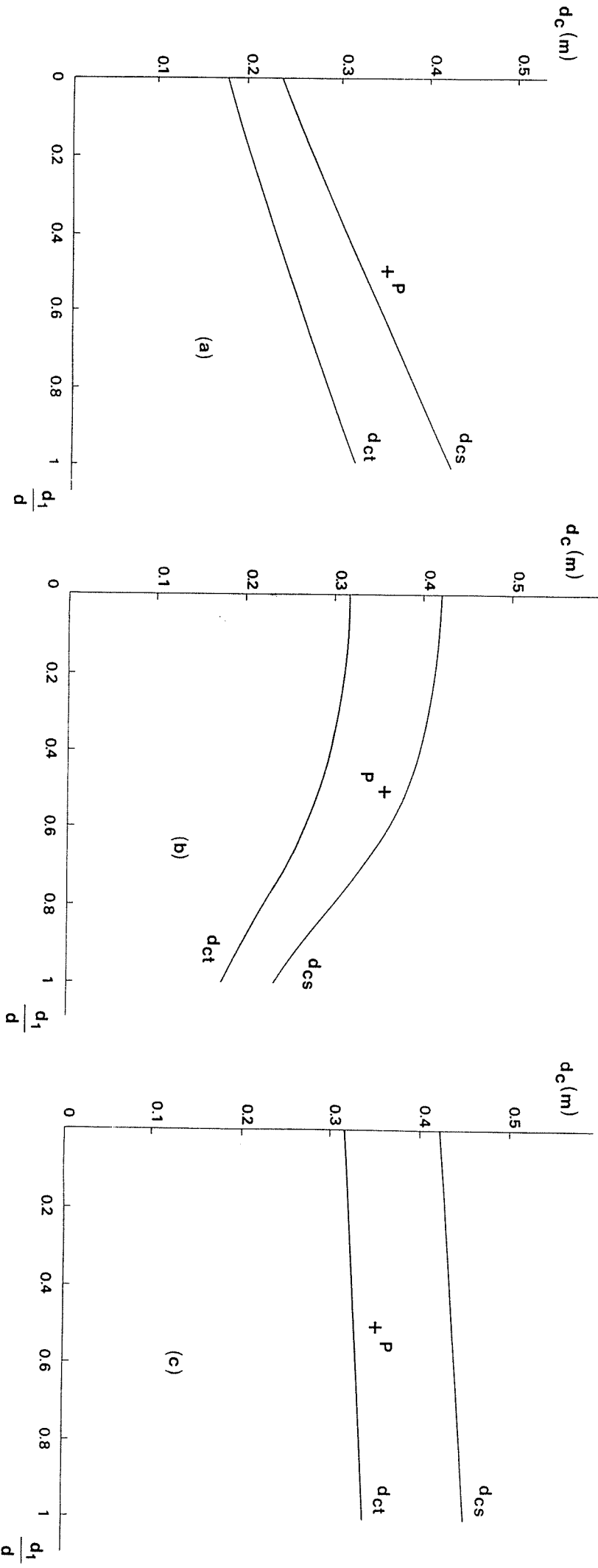


Figure 7: Longueurs critiques de bras de cavité en fonction de la position relative de la lentille (cavité I avec $R=0,6$ m). (a) Miroir M_1 ; (b) Miroir M_2 ; (c) Miroir M_3 .

$$\begin{aligned} & 3(16d_1^2 - 16d_1R_e + 5R_e^2)d_c^2 \\ & - (40d_1^2R_e - 30d_1R_e^2 + 9R_e^3)d_c + 6d_1^2R_e^2 = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

et

$$\begin{aligned} & 3(4d_1^2 - 4d_1R_e + 5R_e^2)d_c^2 \\ & - (16d_1^2R_e - 6d_1R_e^2 + 9R_e^3)d_c + 6d_1^2R_e^2 = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

et les courbes des figures 7(b) et 7(c) respectivement. On peut constater sur la figure 7 que les courbes représentant les géométries critiques sagittale et tangentielle pour un miroir donné sont presque parallèles. Dans ce cas, il est impossible de définir une géométrie qui serait critique dans les deux plans simultanément. Dans ce type de cavité, les dimensions du mode ne peuvent être totalement indépendantes de l'effet de lentille.

c. *La "cavité complètement critique".*

Rappelons que dans le cas de la cavité semi-symétrique à deux miroirs, tant que la lentille est proche du miroir plan, il existe deux géométries critiques pour le miroir plan pour une position de la lentille donnée [39]. La cavité équilatérale II de la figure 4(b) de périmètre $6d'$ est exactement une cavité à deux miroirs dépliée, l'équivalent du miroir plan étant situé là où se trouve le diaphragme, c'est-à-dire à l'endroit où coïncident les tailles sagittale et tangentielle. Que pouvons nous attendre d'une telle géométrie ? Pour une valeur donnée petite de la position relative d_1/d' des lentilles, il y aura *deux* géométries critiques dans chaque plan. On peut par conséquent espérer trouver une géométrie particulière qui serait *critique pour les deux plans en même temps* et appelée "*géométrie complètement critique*". La figure 8 représente l'évolution des variations relatives des rayons de mode sagittal et tangential à l'endroit du diaphragme pour différentes valeurs de f_s et f_t en fonction de d' , avec par exemple, $d_1/d'=0,3$. Ces courbes montrent, comme prévu, l'existence de deux géométries critiques dans chaque plan

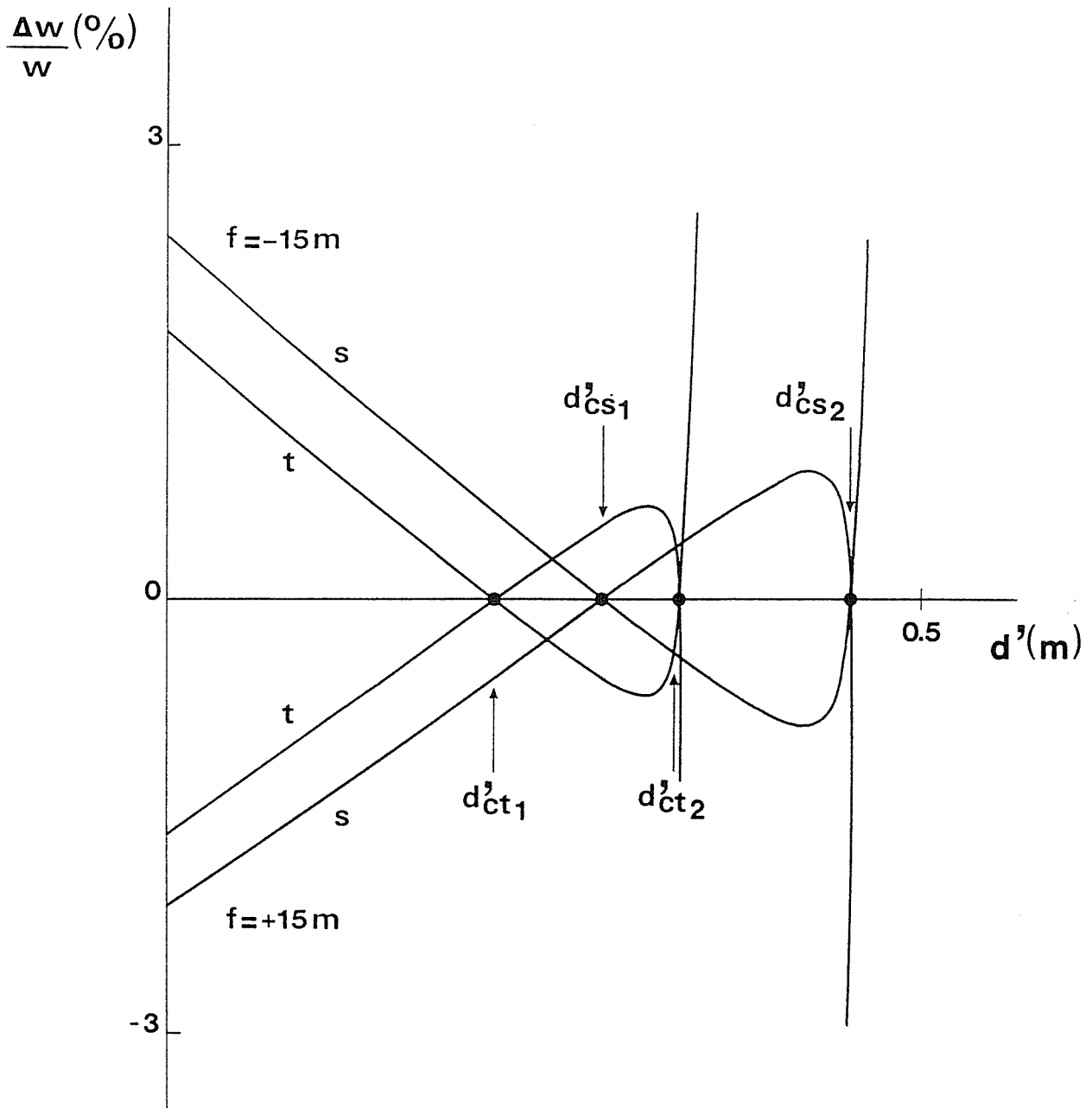


Figure 8: Variations relatives des rayons de mode tangential et sagittal en fonction de la demi-longueur du bras dans le cas de la cavité II à la position du diaphragme avec $d_1/d'=0,3$ et pour des focales $f_{s,t}=\pm 15 m$.

appelées d'_{cs1} , d'_{cs2} , d'_{ct1} et d'_{ct2} . Ces demi-longueurs critiques de bras sont données par l'équation suivante, obtenue de la même façon que les équations (6) à (8)

$$54d'_c{}^3 - 9(4d_1 + 3R_e)d'_c{}^2 + 3(2d_1^2 + 4d_1R_e + R_e^2)d'_c - d_1^2R_e = 0. \quad (9)$$

Leurs évolutions en fonction de la position relative des lentilles sont représentées sur la figure 9. Les deux courbes obtenues forment deux "oreilles" parallèles. Ici, nous distinguerons le cas des cavités qui sont dans ou hors de l'oreille sagittale ou tangentielle. Par exemple, le point N de la figure 10 correspond à une cavité qui est dans les oreilles sagittale et tangentielle, alors que le point L est en dehors des deux oreilles. Quand une cavité est dans l'oreille tangentielle (respectivement sagittale), une lentille divergente fait diminuer le rayon tangential (respectivement sagittal) du mode à sa taille, alors qu'une lentille convergente le fait augmenter. Le point M, c'est-à-dire l'intersection des oreilles sagittale et tangentielle, représente la "géométrie complètement critique" pour laquelle les rayons tangential et sagittal du mode au diaphragme sont simultanément indépendants de l'effet de lentille. On obtient ses caractéristiques en écrivant que l'équation (9) est valable simultanément dans les deux plans, c'est-à-dire simultanément pour $R_e = R \cos \theta$ et $R_e = R / \cos \theta$, et on obtient:

$$\frac{d'}{R} = \frac{7\sqrt{3} + 6\sqrt{2}}{75} \approx 0,27, \quad (10)$$

et

$$\frac{d_1}{R} = \frac{14\sqrt{3} - 13\sqrt{2}}{50} \approx 0,12. \quad (11)$$

Avec $R=1,2\text{m}$, on obtient $d'=0,33\text{ m}$ et $d_1/d'=0,43$. La figure 10 représente l'évolution relative des rayons de mode au diaphragme pour cette valeur particulière $d_1/d'=0,43$ en

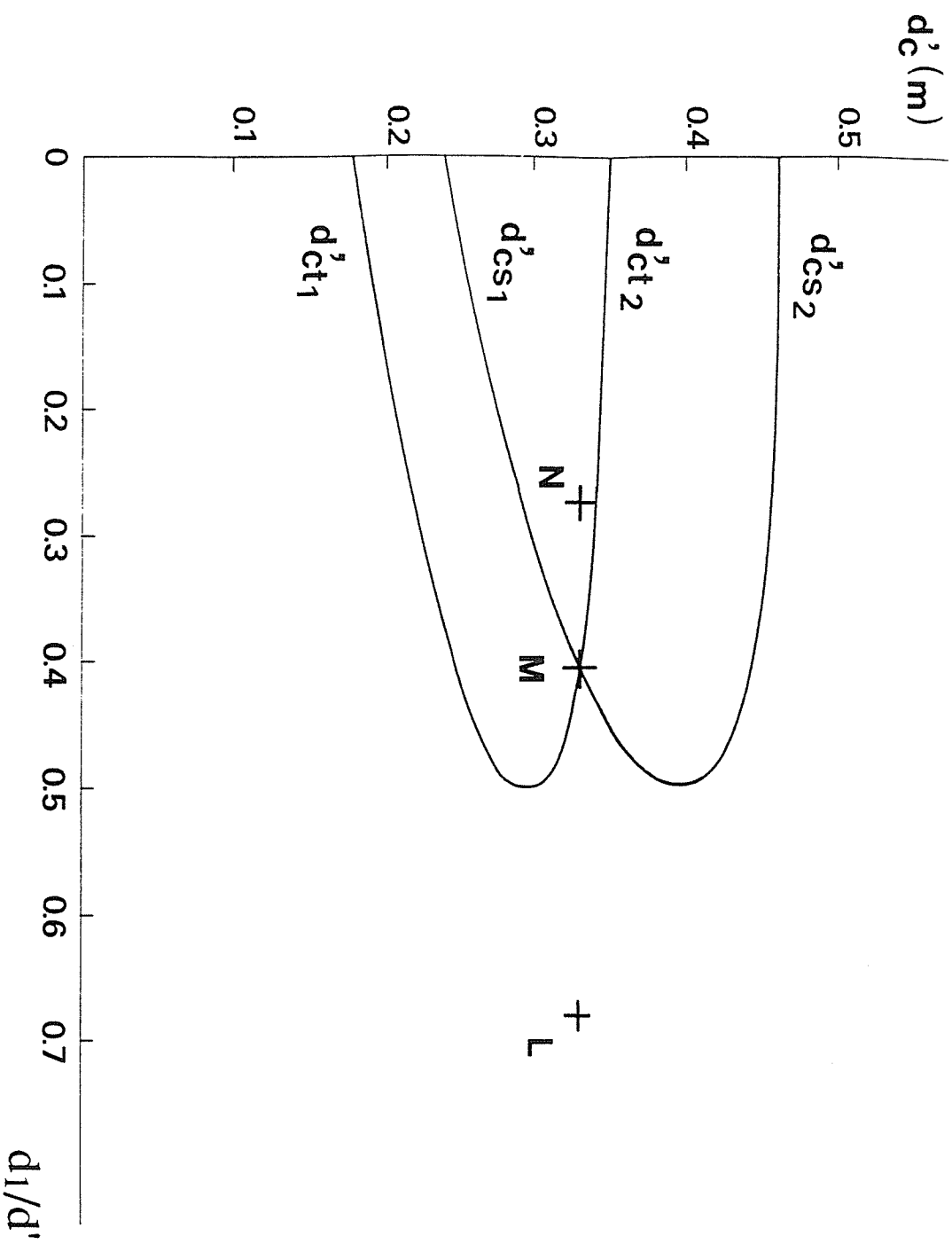


Figure 9: Variations des demi-longueurs de bras critiques tangentielle et sagittales en fonction des positions relatives des lentilles pour la position du diaphragme de la cavité II.

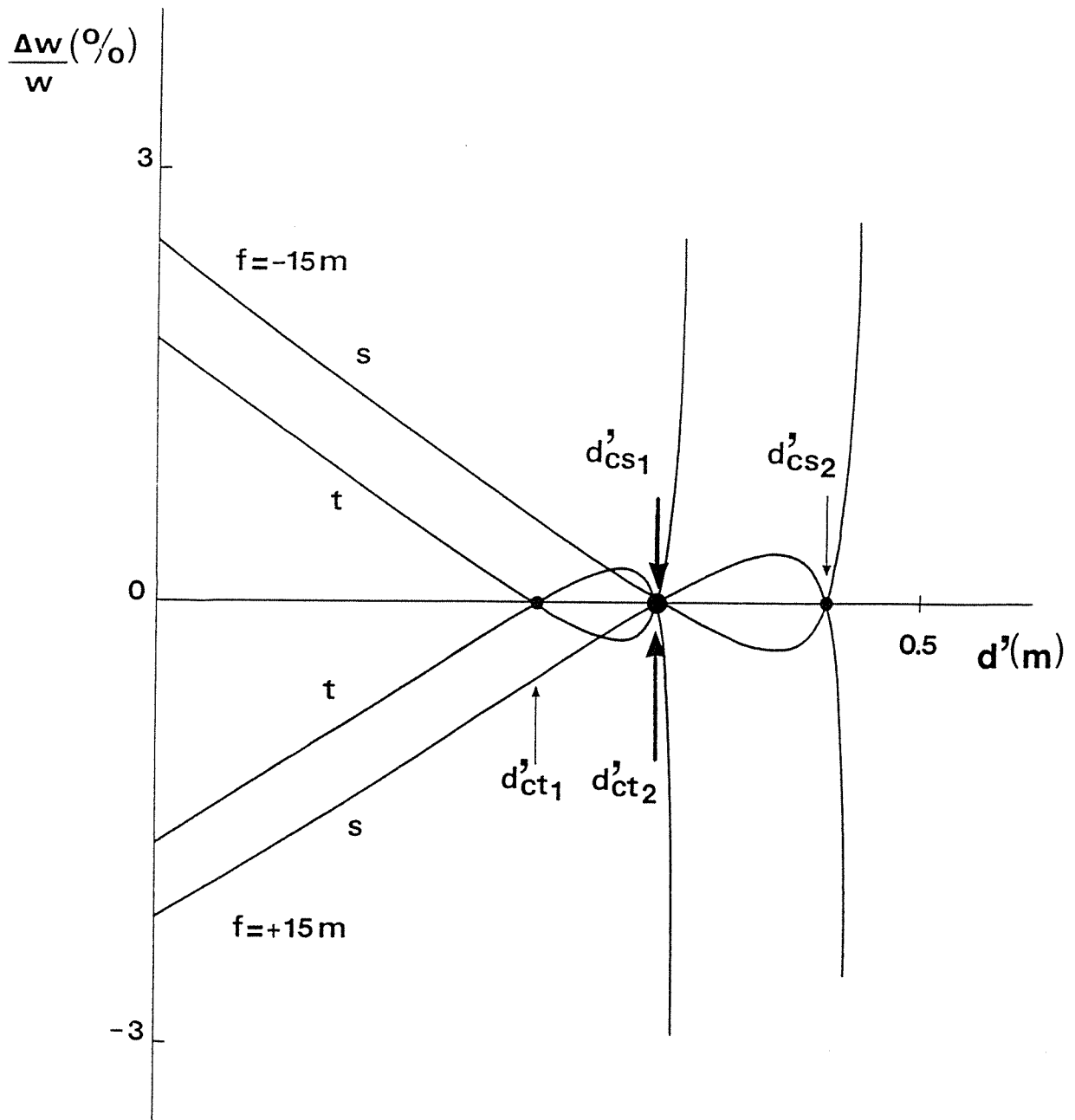


Figure 10: Même figure que la figure 8 avec $d_1/d'=0,43$. Remarquer la "géométrie complètement critique" pour $d'=0,33\text{ m}$.

fonction de d' pour différentes valeurs de f_s et f_t . Comme prévu, précisément pour $d'=0,33$ m, les dimensions de mode sont indépendantes des valeurs de l'effet de lentille.

2. Expériences.

a. Conditions expérimentales.

Pour tester les prédictions théoriques du paragraphe 1, nous utiliserons deux types de cavités, comme dans la figure 4. Dans les deux cas les miroirs plans sont totalement réfléchissants et le miroir sphérique transmet 36% de l'intensité. Les tubes à décharge sont remplis avec un mélange de ^{20}Ne et de ^3He (rapport 1:7) à la pression totale $P=0,5$ Torr. Les lasers oscillent à $\lambda=3,39$ μm . Cette transition à grand gain nous permet d'utiliser des tubes de grands diamètres intérieurs (6,2 mm), rendant les effets de lentille de population négligeables. Ce choix nous permettra d'interpréter les dissymétries observées de façon non ambiguë, nous assurant que l'effet de lentille qui intervient est convergent du côté des basses fréquences et divergent du côté des hautes fréquence de la transition. Cette affirmation sera démontrée par notre première expérience. Les tubes sont fermés avec des fenêtres orientées à l'angle de Brewster, créant une polarisation linéaire située dans le plan de l'anneau. Dans tous les cas, la longueur de la cavité est balayée par une cale piezoélectrique qui permet d'explorer plus d'un écart intermode. Comme il a déjà été observé dans des travaux précédents [30,31], une onde stationnaire s'installe dans l'anneau, sauf quand la fréquence est réglée près du maximum de la courbe de gain, ou des pics de compétition apparaissent.

En utilisant un modèle de Lamb au troisième ordre de perturbation et en faisant l'approximation des grandes largeurs Doppler [4], la puissance de sortie de l'onde stationnaire peut s'écrire

$$I(X) = \frac{A[1 - B(X)\exp(X^2)]}{1 + \frac{DC^2}{C^2 + X^2}}, \quad (12)$$

où A est un coefficient de normalisation, $X=(v-v_0)/\Delta v_D$ est le décalage par rapport au centre de raie normalisé, Δv_D est la demi-largeur Doppler à $1/e$ de la transition, γ est la largeur homogène de la transition, $C=\gamma/\Delta v_D$ est caractéristique de la nature de l'élargissement de la transition et D réduit la profondeur du Lamb dip en raison des relaxations croisées (changements de vitesse par collisions et piégeage radiatif) [51]. $B(X)$ est le rapport des pertes totales, incluant les pertes par diffraction résonnantes, au gain non saturé. Ses variations avec la fréquence sont ici essentiellement reliées à la courbe de dispersion associée à l'élargissement homogène (lorentzien) de la transition, à cause des lentilles de saturation. L'équation (12) sera valide pour la comparaison avec les résultats expérimentaux, sauf pour $X=0$ où la compétition empêche l'onde stationnaire de rester stable.

b. Test expérimental du modèle et des premières prédictions.

Le montage expérimental relatif à la cavité I est schématisé sur la figure 11. Le tube à décharge fait 24 cm de long et est situé au milieu du bras M_1M_2 ($d_1/d=0,5$). La cavité est équilatérale avec $d=0,34$ m. Deux détecteurs sont utilisés pour recueillir les ondes contrepropageantes. Dans cette expérience, le diaphragme est situé près du miroir M_1 , comme le montre la figure 11. Son diamètre ϕ est choisi de manière à ce que $\phi=2,4\max(w_t, w_s)$, où $\max(w_t, w_s)$ est le plus grand des deux rayons de mode, de manière à sélectionner le mode fondamental TEM_{00} sans le déformer. Une fine lame de mica doré est utilisée pour réfléchir la lumière diffractée, qui est envoyée sur le détecteur D_3 . La lumière mesurée par D_3 sur la figure 11 est la lumière diffractée venant de l'onde tournant dans le sens anti-horaire. Une première expérience est réalisée avec $R=1,2$ m. La figure 12 représente dans ce cas les longueurs critiques de bras de cavité pour le miroir M_1 en fonction de la position relative de la lentille. Notre cavité correspond au point P' et doit donc être courte dans les deux plans. Si les lentilles de saturation prédominent, on peut s'attendre à avoir des pertes par diffraction plus importantes du côté hautes

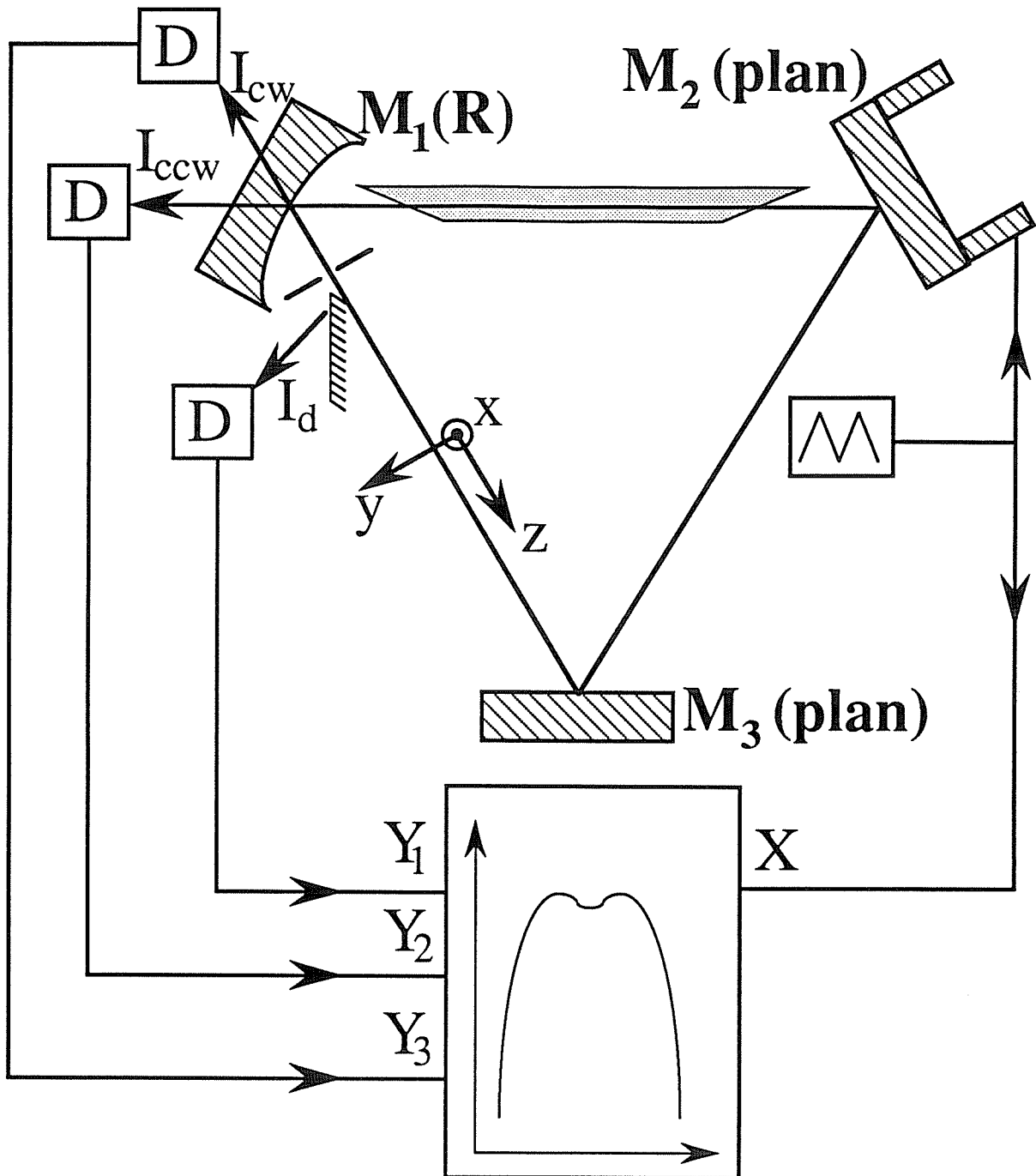


Figure 11: Montage expérimental utilisé pour observer la dynamique des rayons de modes dans les plans sagittal et tangentiel et pour mesurer les pertes par diffraction résonnantes. Cavité I avec $d=0,34$ m et $d_1/d=0,5$.

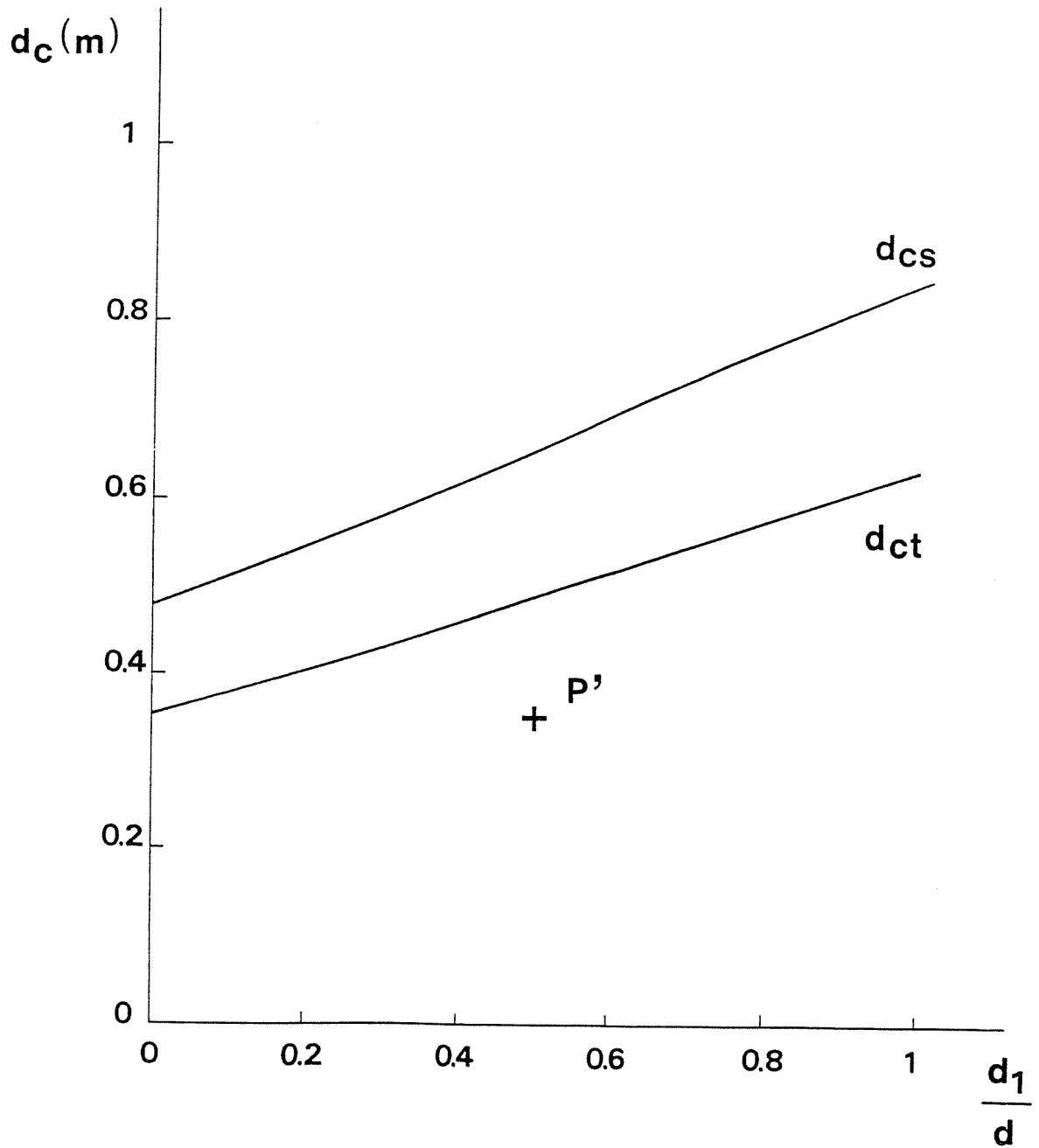


Figure 12: Môme figure que la figure 7(a) avec $R=1,2$ m.

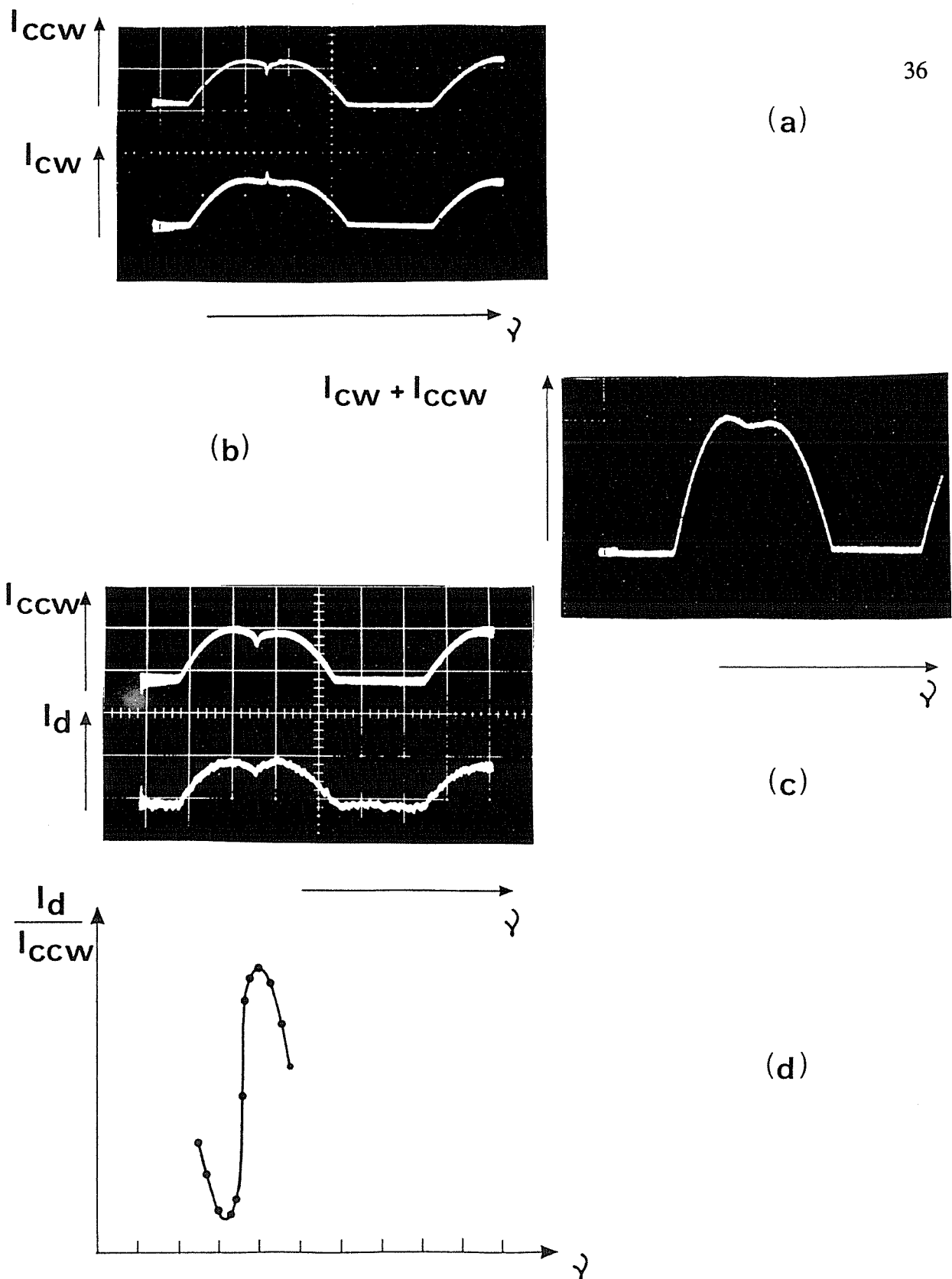


Figure 13: Observations expérimentales de la dynamique des rayons de modes pour une *cavité courte dans les plans tangential et sagittal* (cavité I; miroir M_1 ; $R=1,2$ m; voir le point P' de la figure 12; 50 MHz par division).

- (a) Puissances de sortie des deux ondes contrepropageantes en fonction de la fréquence.
- (b) Puissance de sortie totale en fonction de la fréquence.
- (c) Puissance de sortie de l'onde anti-horaire et puissance diffractée en fonction de la fréquence.
- (d) Variations expérimentales des pertes par diffraction en fonction de la fréquence.

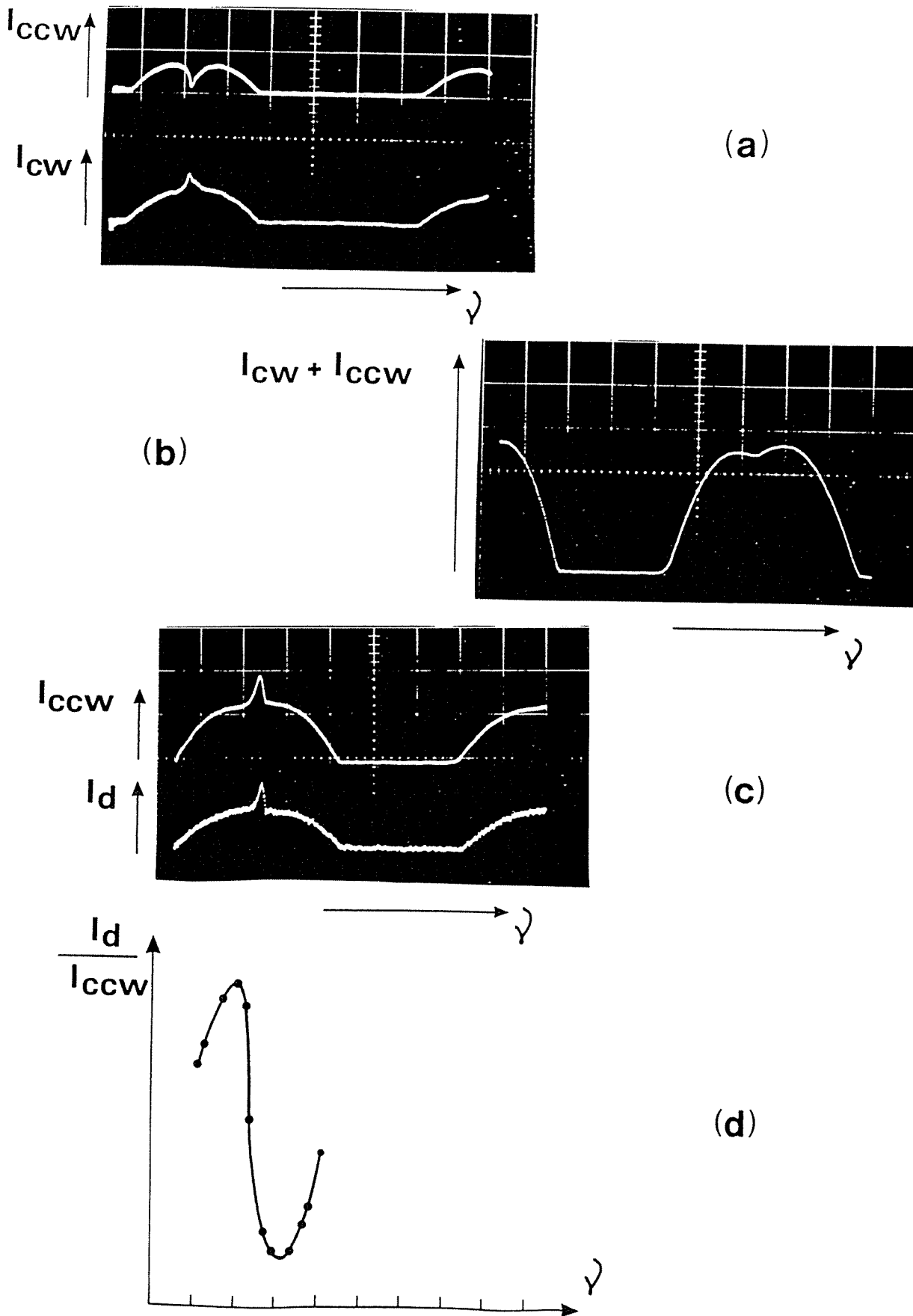


Figure 14: Même figure que la figure 13 pour $R=0,6$ m. La cavité est *longue dans les deux plans* [voir le point P de la figure 7(a); 45 MHz par division].

fréquences que du côté basses fréquences. Les profils de puissance de sortie pour les deux ondes contrepropageantes sont reproduits sur la figure 13(a). Comme prévu, une onde stationnaire existe dans la cavité, sauf au centre de raie où apparaît un pic de compétition [30,31]. La figure 13(b) reproduit la puissance totale de sortie en fonction de la fréquence. Le Lamb dip est bien visible [31]. Comme prévu, la puissance de sortie est plus importante du côté des basses fréquences. La figure 13(c) montre la puissance de sortie antihoraire (CCW : counterclockwise) et la puissance diffractée correspondante en fonction de la fréquence. Il convient de remarquer que *les dissymétries des deux profils sont opposées*. Ceci prouve que les dissymétries observées sont dues au mécanisme de pertes par diffraction résonnantes. Sur la figure 13(d) nous avons tracé le rapport expérimental I_d/I_{CCW} . La forme de courbe de dispersion obtenue, de largeur la largeur homogène de la transition, montre que les lentilles de saturation prédominent, comme prévu. Cette courbe est en effet une mesure directe de l'évolution des pertes par diffraction. Une mesure similaire pour l'onde horaire donne le même résultat.

Une deuxième expérience est alors réalisée avec un autre miroir M_1 , de rayon de courbure $R=0,6$ m cette fois. Le diaphragme, de diamètre toujours adapté au mode $[\phi=2,4\max(w_t, w_s)]$, est encore placé près de M_1 . Dans ce cas, selon la figure 7(a) (point P), la cavité est longue dans les deux plans. Toutes les dissymétries doivent alors s'inverser. Les résultats expérimentaux sont ceux de la figure 14 et montrent comme prévu que la puissance de sortie est maintenant plus importante du côté hautes fréquences. La mesure des pertes par diffraction [figure 14(d)] donne une fois de plus une courbe du type dispersion, mais *inversée par rapport à celle de la figure 13(d)*. Dans une troisième expérience, nous observons les variations de rayons de mode sur le miroir M_2 . On conserve $R=0,6$ m pour le miroir M_1 . Selon la figure 7(b), la cavité est alors longue dans le plan tangentiel et courte dans le plan sagittal. Nous plaçons un grand diaphragme près du miroir M_1 (de diamètre ϕ tel que $\phi > 4w_s$ et $\phi > 4w_t$) et nous nous limitons à des courants de décharge assez faibles pour ne conserver que le mode TEM_{00} . A ce moment de l'expérience, les dissymétries des profils de puissance de sortie sont les mêmes que dans le cas précédent (figure 14: cavité longue). Une fente de diffraction de

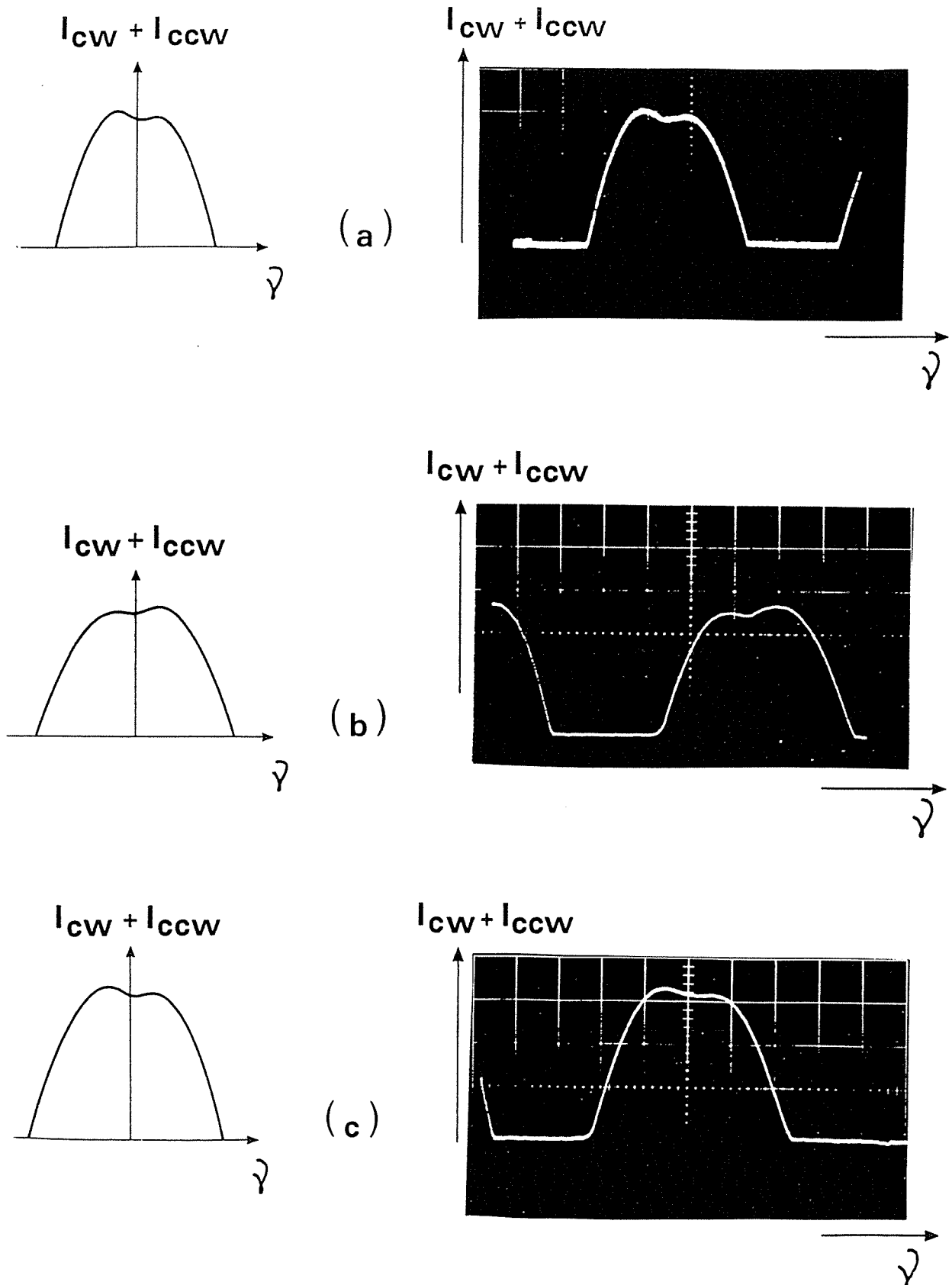


Figure 15: Variations théoriques et expérimentales de la puissance totale de sortie du laser en fonction de la fréquence.

(a) Cavité *courte* (cavité I; miroir M_1 ; $R=1,2$ m).

(b) Cavité *longue* (cavité I; miroir M_1 ; $R=0,6$ m).

(c) Cavité *courte dans le plan sagittal* (cavité I; miroir M_2 ; $R=0,6$ m; diffraction sagittale).

largeur $e \approx 2,4w_s$ est alors placée près du miroir M_2 , parallèle au plan de la cavité, de manière à créer de larges pertes par diffraction dans le plan sagittal près du miroir M_2 . Le profil de puissance totale de sortie est alors celui de la figure 15(c) et montre que, comme prévu, la cavité est courte dans le plan sagittal pour le miroir M_2 . Cette expérience nécessite beaucoup de précautions, et le fait que les dissymétries s'inversent après introduction de la fente montre que les pertes par diffraction sont essentiellement dues à cette fente. En introduisant une fente perpendiculaire au plan de l'anneau, près du miroir M_2 , le profil devient plus haut du côté hautes fréquences, montrant que la cavité est longue dans le plan tangentiel pour le miroir M_2 , comme prévu par la figure 7(b). Comme le montre la figure 7(c), la situation est la même pour M_3 que pour M_2 . Dans toutes ces expériences, la largeur de la fente est soigneusement choisie ($e \approx 2,4w_{s,t}$) de manière à obtenir des pertes par diffraction bien localisées sans déformer le mode propre gaussien elliptique de la cavité. La figure 15 est une comparaison entre ces résultats expérimentaux et les courbes théoriques calculées à partir de l'équation (12). Dans chaque cas, un très bon accord est obtenu, sauf peut-être au centre du profil où (12) n'est plus valable.

Cette première série d'expériences confirme les points suivants de nos hypothèses et prédictions: (i) La méthode de la spectroscopie de la lumière diffractée a montré que les dissymétries des profils de puissance de sortie sont dues au mécanisme de pertes par diffraction résonnantes; (ii) L'effet de lentille qui l'emporte dans nos expériences est dû à l'inhomogénéité transverse de la saturation de l'indice de réfraction. Nous avons réussi à rendre les effets de lentille de population négligeables, ce qui nous permet d'interpréter nos résultats sans ambiguïté; (iii) Les concepts de cavités courte, longue et critique sont séparés en deux parties indépendantes pour le plan tangentiel et le plan sagittal.

c. *Mise en évidence expérimentale de la géométrie complètement critique.*

Cependant, nos expériences ne nous ont pas encore permis de rendre la puissance de sortie totalement indépendante de l'effet de lentille, c'est-à-dire d'obtenir des profils d'intensité de sortie symétriques. Le montage expérimental utilisé pour tester la géométrie complètement critique est représenté sur la figure 16. Le miroir sphérique a un rayon de courbure de 1,2 m et chaque bras de la cavité mesure 66 cm. Deux tubes à décharge longs de 12 cm sont placés symétriquement dans la cavité, à *des distances variables du diaphragme*. Le diamètre ϕ de ce dernier est $\phi=2,1 \text{ mm} \approx 2,4w_{0s} > 2,4w_{0t}$ de manière à sélectionner le mode TEM_{00} . Les géométries correspondant aux points L, M et N de la figure 9 sont explorées. Le même courant de décharge est utilisé dans les deux tubes. La figure 17(a) montre les profils de puissance totale de sortie pour L, M et N pour un degré d'excitation ($\eta \approx 1,25$) dans le domaine de validité du modèle de Lamb au troisième ordre [5].

Point de la figure 7	d_1/d'	Plan sagittal	Plan tangentiel
L	0,68	Hors de l'oreille	Hors de l'oreille
M	0,43	Critique	Critique
N	0,27	Dans l'oreille	Dans l'oreille

Tableau I

Les dissymétries observées sont en accord avec les prédictions théoriques résumées dans le tableau I. En particulier, le profil correspondant au point M est symétrique. La comparaison avec les profils théoriques (figure 17(b)) montre un bon accord. Dans la figure 18(a), le courant de décharge est augmenté pour obtenir $\eta \approx 1,5$. Les dissymétries sont inchangées mais sont plus faciles à observer. Bien qu'un tel degré d'excitation soit hors du domaine de validité du traitement au troisième ordre, un bon accord est encore

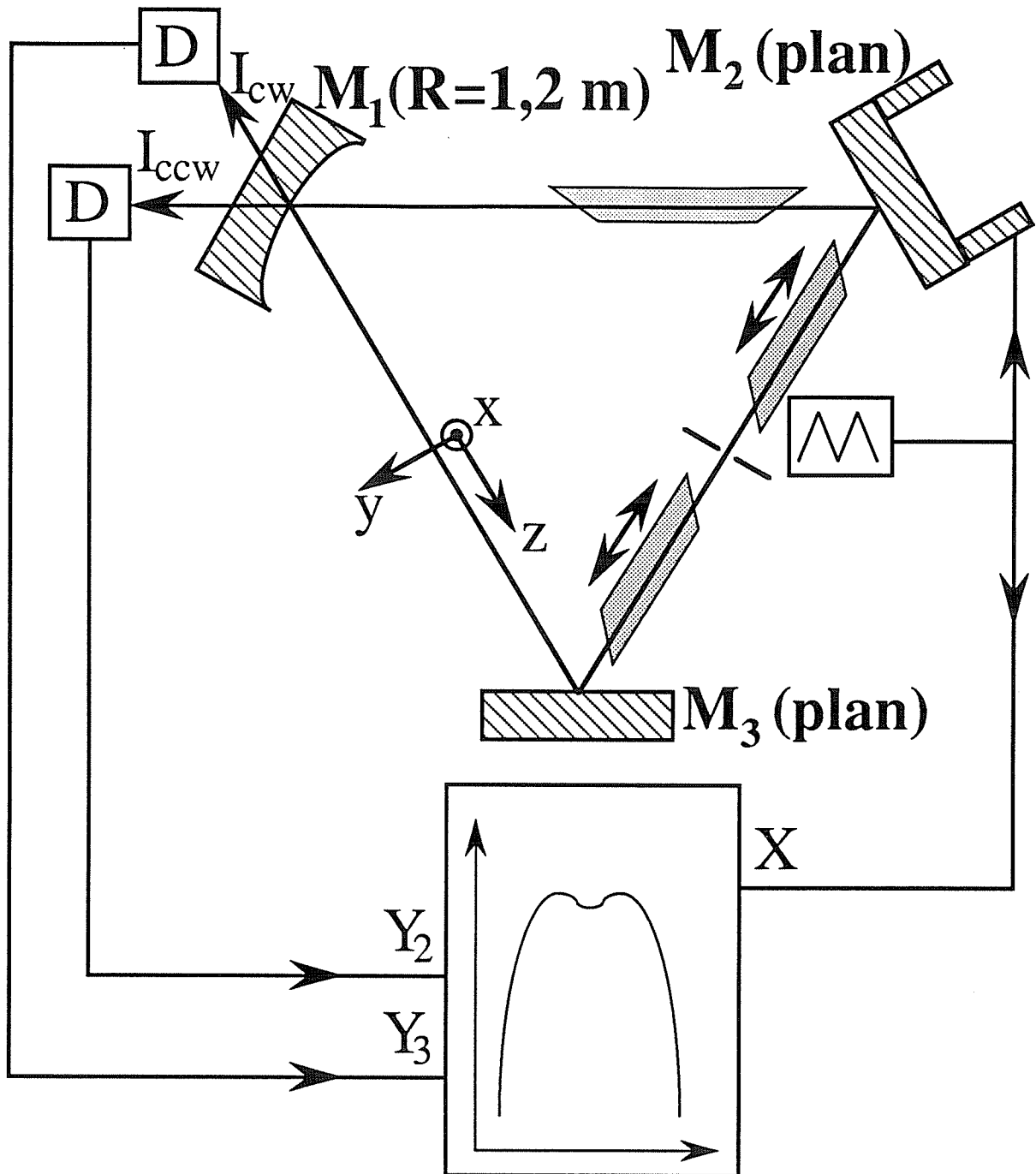
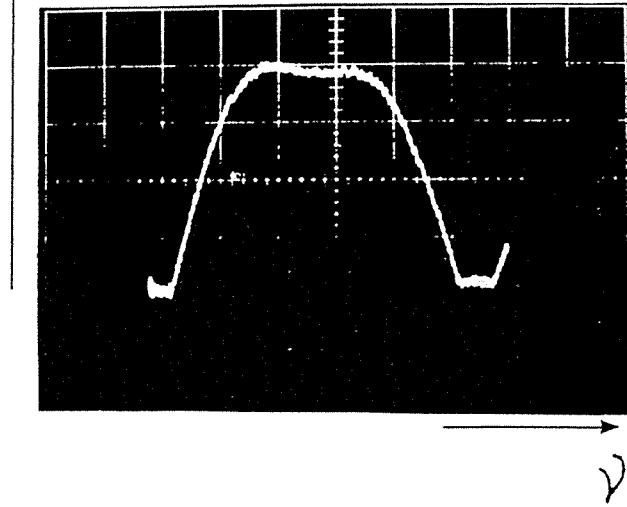


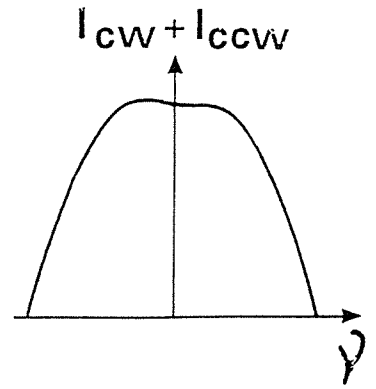
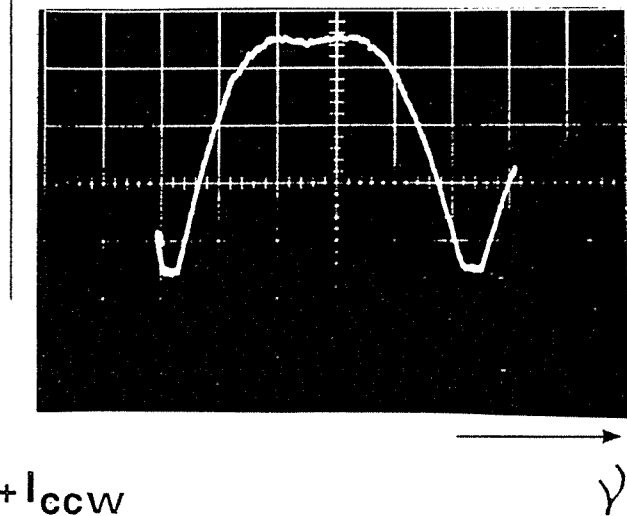
Figure 16: Montage expérimental utilisé pour observer la géométrie complètement critique (cavité II; $d'=0,33 \text{ m}$).

$I_{cw} + I_{ccw}$

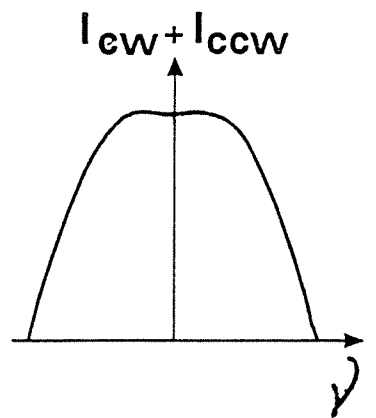
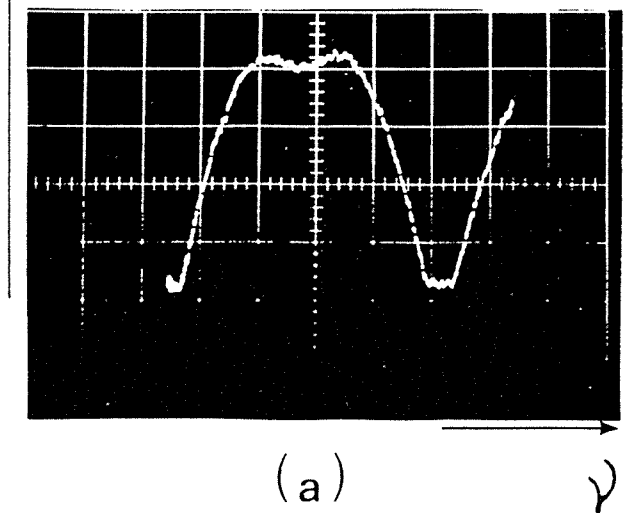
43



L

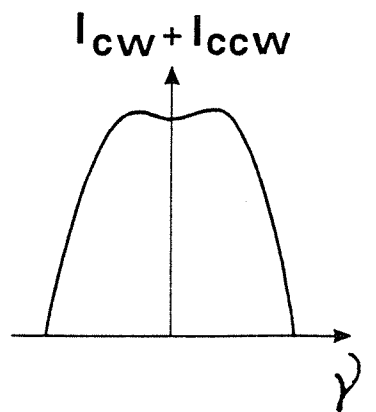
 $I_{cw} + I_{ccw}$ 

M

 $I_{cw} + I_{ccw}$ 

(a)

N



(b)

Figure 17: Puissances de sortie expérimentales (a) et théoriques (b) en fonction de la fréquence pour les trois positions différentes des lentilles L, M et N (voir la figure 9 et le tableau I). Le degré d'excitation vaut $\eta \approx 1,25$. Le point M correspond à la géométrie complètement critique (29 MHz par division).

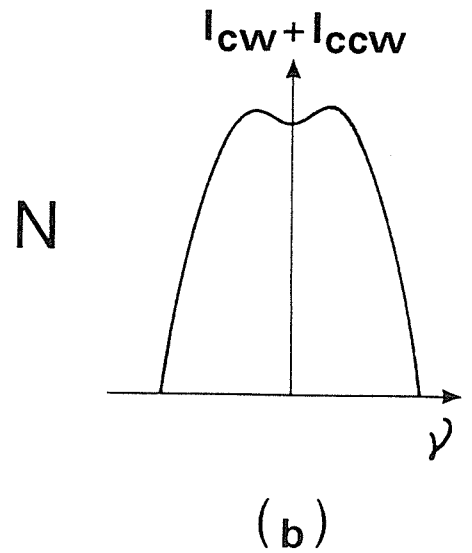
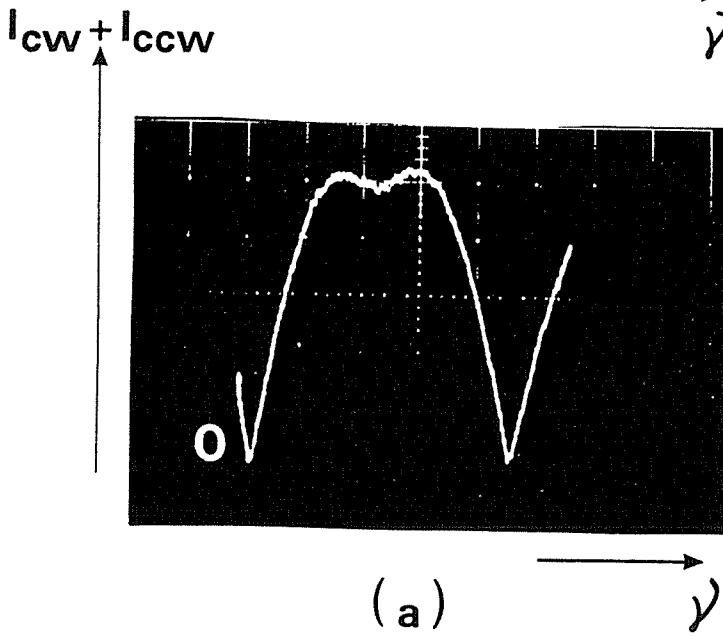
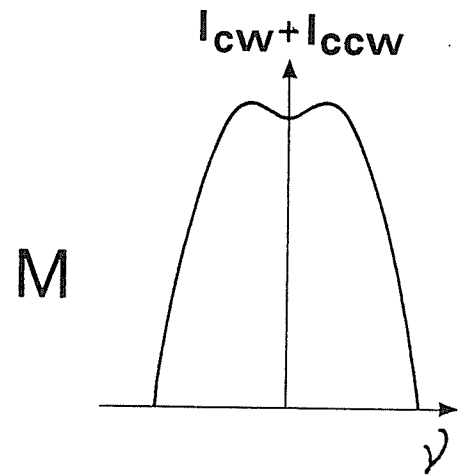
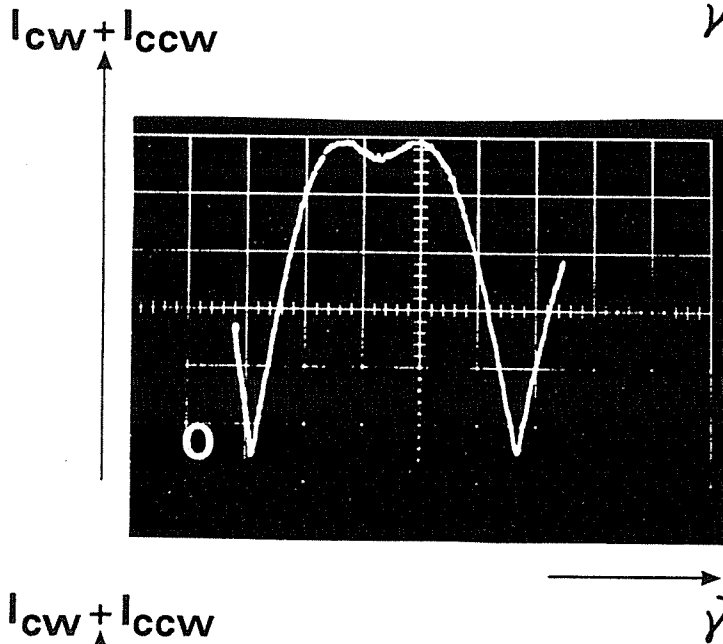
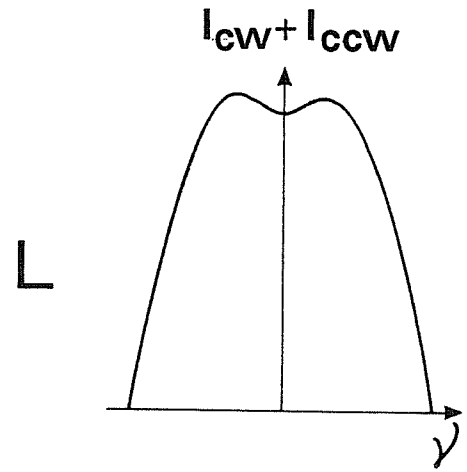
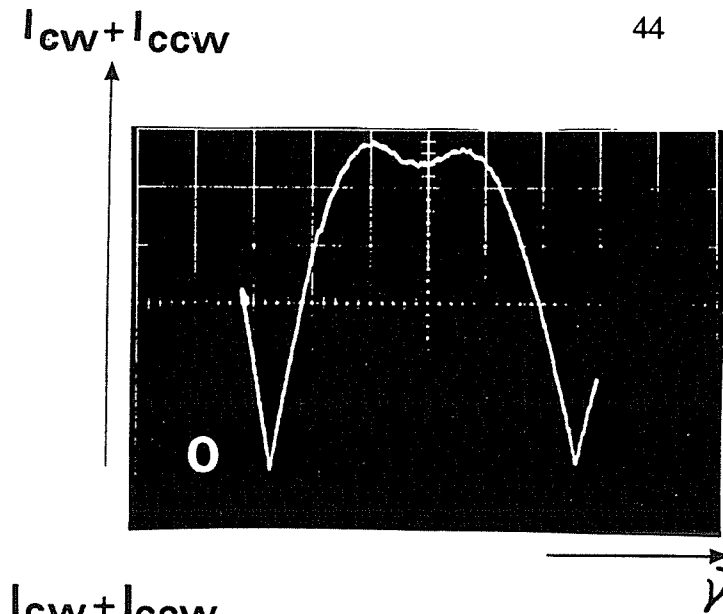


Figure 18: Même figure que la figure 17 avec $\eta \approx 1,5$.

observé avec les courbes théoriques de la figure 18(b). Dans cette expérience, on peut translater progressivement les deux tubes à décharge et voir les dissymétries des profils de puissance de sortie s'inverser peu à peu, confirmant ainsi l'existence de la géométrie complètement critique.

En conclusion, nous avons vu dans cette partie que la dynamique des rayons de mode dans les cavités en anneau doit être discutée de manière identique à celle des cavités linéaires d'une part dans le plan tangentiel et d'autre part dans le plan sagittal. On peut alors définir des géométries critiques sagittales et tangentielles. Il existe de plus une géométrie pour laquelle l'invariance des rayons de mode est satisfaite dans les deux plans simultanément. L'expérience confirme dans chaque cas la validité de ces prédictions.

C. Effets de lentille dans les milieux actifs à deux isotopes.

Cas du gyrolaser.

La partie B nous a permis de montrer, en se limitant à un seul type d'effets de lentille, que les dissymétries observées dans les profils d'intensité de sortie sont bien dues aux variations de pertes par diffraction créées par les variations de rayons de mode en fonction de la fréquence [52]. Nous avons montré que la dynamique des rayons de mode en fonction des effets de lentille pouvait être analysée indépendamment dans les plans sagittal et tangentiel et montré l'existence de cavités courtes, longues et critiques dans chaque plan. Finalement, nous avons isolé une géométrie complètement critique pour laquelle les effets de lentille n'interviennent ni dans un plan ni dans l'autre. Cependant, nous avons vu que la compétition entre les deux ondes contrepropageantes les empêche de fonctionner simultanément au centre de raie. C'est pourquoi on utilise dans les gyrolasers un mélange moitié-moitié de ^{20}Ne et de ^{22}Ne [12,30], ce qui constitue une solution pour réduire le couplage. Il s'impose donc d'étudier les effets de diffraction résonnante dans les lasers à mélange isotopique. D'autre part, en raison de la grande finesse des cavités de gyrolasers, ces dispositifs fonctionnent loin au-dessus du seuil, hors du domaine de validité de l'approximation au troisième ordre de perturbations. Dans ces conditions, une théorie de signal fort est nécessaire pour rendre compte des profils de puissance de sortie [5,53,54]. Par conséquent, le but de cette section est de faire une *étude exhaustive des effets de diffraction résonnante dans les systèmes utilisés*, près ou loin du seuil. Dans le paragraphe 1, nous étudions les effets de lentille possibles dans les milieux actifs à deux isotopes et les mécanismes spécifiques de pertes par diffraction résonnantes qui leur sont associés. Le paragraphe 2 décrit les expériences correspondantes. L'utilisation des raies à 6328 \AA et $3,39 \mu\text{m}$ de l'Hélium-Néon nous permet d'explorer les différents cas envisagés théoriquement suivant les valeurs des constantes atomiques. Enfin, le paragraphe 3 propose une synthèse et peut être considéré comme un guide pour qui veut identifier l'origine et le mécanisme des dissymétries de profils de puissance de sortie rencontrées dans un laser à gaz.

1. Théorie.

a. Lentilles de saturation en présence de deux isotopes.

Comme nous l'avons dit plus haut, l'effet de lentille de saturation est dû à l'inhomogénéité transverse de la saturation de l'indice de réfraction du milieu actif par le faisceau gaussien incident. Par conséquent, la dépendance de sa vergence avec la fréquence aura la forme de la somme des courbes de dispersion homogènes des deux isotopes:

$$\frac{1}{f(\nu)} = -\frac{1}{F_s} \left[\frac{\gamma(\nu - \Delta/2)}{\gamma^2 + (\nu - \Delta/2)^2} + \frac{\gamma(\nu + \Delta/2)}{\gamma^2 + (\nu + \Delta/2)^2} \right], \quad (13)$$

où F_s est un facteur d'échelle, ν est le décalage en fréquence par rapport au milieu des centres de raie des deux isotopes, γ est la largeur homogène et Δ est le décalage isotopique. Nous avons supposé ici que les grandeurs atomiques sont les mêmes pour les deux isotopes et que leurs concentrations sont identiques, comme pour le gyrolaser. Comme dans le cas d'un seul isotope, on peut s'attendre à voir cet effet de lentille l'emporter pour des tubes à décharge de diamètres importants devant le rayon du mode. La forme de la dépendance de la vergence de cet effet de lentille en fonction de la fréquence dépend des valeurs relatives de γ et Δ , comme le montre la figure 17. D'une part, quand $2\gamma < \Delta$, la courbe de la figure 19 a *quatre extrema* et change de signe trois fois. Ceci peut entraîner des évolutions plus compliquées que dans le cas de systèmes à un isotope. Dans le cas où l'écart intermode de la cavité est plus grand que le décalage isotopique Δ , on peut s'attendre à avoir des profils de puissance de sortie avec deux dissymétries inversées pour le centre et les bords du profil. En revanche, quand l'écart intermode de la cavité est plus petit que le décalage isotopique Δ , le laser n'est sensible qu'à la région centrale de la courbe et les profils de puissance de sortie auront des

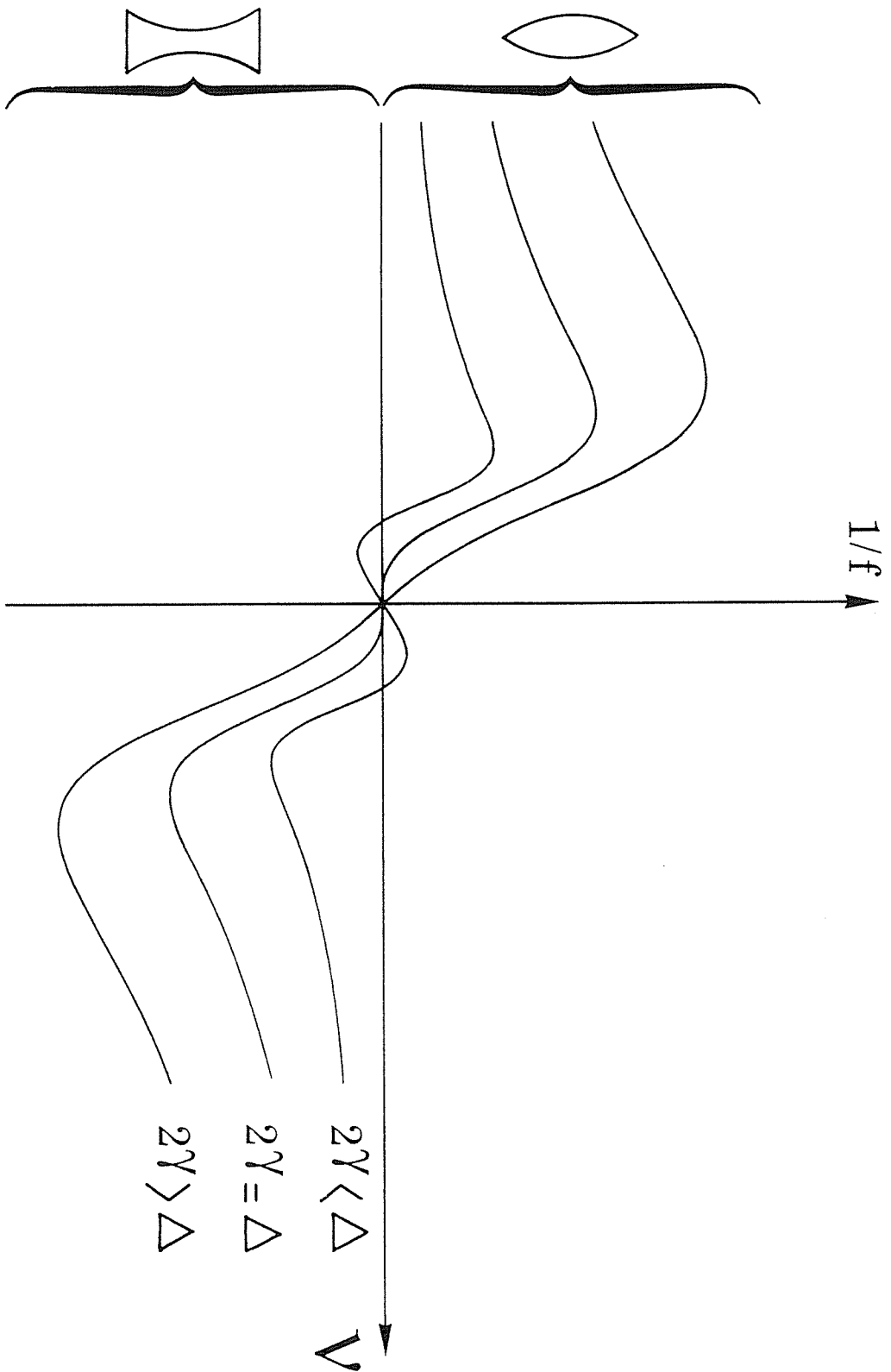


Figure 19: Effet de lentille de saturation dans les lasers à deux isotopes en quantités égales. Evolution de la vergence avec la fréquence pour trois valeurs relatives de la largeur homogène γ et du décalage isotopique Δ . Remarquer la courbe à quatre extrema pour $2\gamma < \Delta$.

dissymétries inversées par rapport au cas à un isotope. D'autre part, quand $2\gamma > \Delta$, la vergence a une évolution similaire à celle du milieu actif à un isotope, c'est-à-dire qu'on est en présence d'une lentille convergente du côté basses fréquences et divergente du côté hautes fréquences. En résumé, trois comportements peuvent apparaître dans le cas des effets de lentille de saturation à deux isotopes, suivant les valeurs de la largeur homogène, du décalage isotopique et de l'écart intermode.

b. Lentilles de population en présence de deux isotopes

L'effet de lentille de population est dû à une inhomogénéité transverse de l'inversion de population. En conséquence, son évolution avec la fréquence est similaire à la somme des courbes de dispersion associées à l'élargissement Doppler de la transition:

$$\frac{1}{f(\nu)} = \frac{1}{F_p} \left\{ \exp\left[-\frac{(\nu - \Delta/2)^2}{\Delta\nu_D^2}\right] \int_0^{\frac{(\nu - \Delta/2)}{\Delta\nu_D}} \exp(t^2) dt + \exp\left[-\frac{(\nu + \Delta/2)^2}{\Delta\nu_D^2}\right] \int_0^{\frac{(\nu + \Delta/2)}{\Delta\nu_D}} \exp(t^2) dt \right\}, \quad (14)$$

où F_p est un facteur d'échelle et $\Delta\nu_D$ est la largeur Doppler. Comme dans le cas des lasers à un isotope, cet effet de lentille sera prédominant dans le cas de tubes à décharge de faibles diamètres intérieurs, quand le faisceau gaussien vient sonder le gradient transverse d'indice induit par la variation du gain. Dans tous les cas envisagés ici, nous avons $\Delta\nu_D > \Delta$. Par conséquent, le signe de l'effet de lentille de population ne sera pas changé par rapport au cas à un isotope: divergent du côté basses fréquences et convergent du côté hautes fréquences.

c. Pertes par diffraction dépendant de la fréquence.

Dans tous les cas, les focales des effets de lentille considérés sont de l'ordre de plusieurs dizaines de mètres et les variations qu'ils induisent sur les rayons de mode n'excèdent pas quelques pourcents [11]. On peut donc écrire que les pertes par diffraction

résonnantes sont une perturbation des pertes totales et varient linéairement avec la vergence de l'effet de lentille. Par conséquent on peut exprimer les pertes totales ainsi:

$$B(\nu) = B_m - B_r/f(\nu), \quad (15)$$

où $B_m=1/\eta$ sont les pertes moyennes, η est le degré d'excitation, B_r est un facteur multiplicatif pour les pertes résonnantes et $f(\nu)$ est donné soit par (13) soit par (14), suivant la nature de l'effet de lentille considéré. Si la cavité est courte, un effet de lentille convergent ($f>0$) diminue les pertes et donc $B_r>0$. Au contraire, il convient de choisir $B_r<0$ pour une cavité longue. Une telle expression est alors introduite dans les formules habituelles pour calculer la puissance de sortie du laser. Dans le cas d'un laser à un isotope et à élargissement inhomogène, on peut écrire, en utilisant un développement au troisième ordre [4]

$$I(\nu) = A \frac{1 - B(\nu)\exp(\nu^2/\Delta\nu_D^2)}{1 + D\gamma^2/(\gamma^2 + \nu^2)}, \quad (16)$$

où A est un facteur d'échelle, ν est le décalage par rapport au centre de raie et D est un facteur de réduction du Lamb dip [51]. Cette expression est valable pour de faibles degrés d'excitation ($\eta<1,3$). Donc, pour décrire le comportement de lasers à de plus hauts degrés d'excitation, une théorie de signal fort doit être utilisée [5,53,54]. Celle-ci fournit une équation implicite pour l'intensité I :

$$B(\nu) = \Sigma_0^{-1} \int_0^\infty \frac{W(\nu) \Sigma(\nu, \nu, I)}{1 + D I \Sigma(\nu, \nu, I)} d\nu, \quad (17)$$

où Σ_0 est un facteur de normalisation et où

$$\Sigma(v, \nu, I) = 2\gamma(2\gamma_a\gamma_b)^{-1/2} \operatorname{Re} \left[\frac{D(1)}{1 + \frac{ID(1)D(2)}{1 + \dots}} \right] \quad (18)$$

contient un développement en fraction continue avec

$$D(n) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \gamma_a \gamma_b \right)^{1/2} \left[(inKv + \gamma_a)^{-1} + (inKv + \gamma_b)^{-1} \right] \quad (19)$$

pour les n pairs et

$$D(n) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \gamma_a \gamma_b \right)^{1/2} \left[(inKv - iv + \gamma)^{-1} + (inKv + iv + \gamma)^{-1} \right] \quad (20)$$

pour les n impairs. Ici γ_a et γ_b sont les largeurs des niveaux de la transition laser et $K=1/\lambda$ est le nombre d'onde. La distribution maxwellienne des vitesses est donnée par

$$W(v) = (\pi^{1/2} u)^{-1} \exp(-v^2/u^2), \quad (21)$$

où $u=\lambda\Delta\nu_D$. Le facteur de normalisation Σ_0 est donné par

$$\Sigma_0 = \int_0^\infty W(v) \Sigma(v, 0, 0) dv. \quad (22)$$

L'équation implicite (17) peut être résolue numériquement par la méthode de Newton-Raphson pour obtenir les profils théoriques d'intensité de sortie en fonction de la fréquence [53]. Dans le cas de mélanges de deux isotopes, les équations correspondantes peuvent être obtenues en utilisant le fait que la polarisation du milieu est la somme des polarisations de chaque isotope. Un modèle au troisième ordre donne alors [55]

$$I(v) = A \frac{e_1 + e_2 - 2e_\Delta B(v)}{e_1(1 + L_1) + e_2(1 + L_2)}, \quad (23)$$

où

$$e_1 = \exp\left[-(v - \Delta/2)^2 / \Delta v_D^2\right], \quad (24)$$

$$e_2 = \exp\left[-(v + \Delta/2)^2 / \Delta v_D^2\right], \quad (25)$$

$$e_\Delta = \exp\left[-\Delta^2 / (2\Delta v_D)^2\right], \quad (26)$$

$$L_1 = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (v - \Delta/2)^2}, \quad (27)$$

$$L_2 = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (v + \Delta/2)^2}, \quad (28)$$

où A est un facteur d'échelle et v est le décalage par rapport à la fréquence moyenne des deux isotopes. Dans le cas d'un laser à deux isotopes et de forts degrés d'excitation, l'équation (17) est remplacée par:

$$B(v) = \Sigma_0^{-1} \left[\int_0^\infty \frac{W(v)\Sigma(v, v-\Delta/2, I)}{1 + D I \Sigma(v, v-\Delta/2, I)} dv + \int_0^\infty \frac{W(v)\Sigma(v, v+\Delta/2, I)}{1 + D I \Sigma(v, v+\Delta/2, I)} dv \right], \quad (29)$$

où le coefficient de normalisation est devenu

$$\Sigma_0 = 2 \int_0^\infty W(v)\Sigma(v, \Delta/2, 0) dv. \quad (30)$$

Quand $\Delta=0$, les équations (29) et (30) sont évidemment équivalentes à (17) et (18).

2. Expériences.

a. Conditions expérimentales.

Comme nous l'avons déjà laissé entendre plus haut, l'utilisation de seulement deux transitions du laser He-Ne va nous permettre d'explorer tous les différents cas prévus au paragraphe 1. D'une part, la transition $3,39 \mu\text{m}$ présente une largeur Doppler $\Delta\nu_D=175 \text{ MHz}$, un décalage isotopique $\Delta=85 \text{ MHz}$ entre le ^{20}Ne et le ^{22}Ne et une largeur homogène γ comprise entre 25 et 90 MHz pour des pressions de gaz totales entre 0,5 et 1,5 Torr [56,57]. L'intervalle spectral libre typique pour un laser He-Ne monomode à $3,39 \mu\text{m}$ est $\delta\approx 300 \text{ MHz}$. Par conséquent, suivant la pression du gaz, cette transition permet d'explorer deux cas. A faibles pressions, nous sommes dans la situation où $2\gamma<\Delta<\delta$ pour laquelle les pertes par diffraction présentent quatre extrema dans le cas de l'effet de lentille de saturation. A plus hautes pressions, nous sommes dans le cas où $\Delta<2\gamma<\delta$ pour lequel l'effet de lentille de saturation a un comportement habituel avec deux extrema (voir la figure 19). D'autre part, la transition à 6328 \AA de l'He-Ne a une largeur Doppler $\Delta\nu_D=1000 \text{ MHz}$, un décalage isotopique $\Delta=875 \text{ MHz}$ et une largeur homogène γ comprise entre 100 et 300 MHz pour les pressions de gaz habituelles [58,59]. L'écart intermode typique d'un tel laser monomode est $\delta\approx 800 \text{ MHz}$. Par conséquent, cette transition correspond au dernier cas $2\gamma<\delta<\Delta$ pour lequel l'effet de lentille de saturation a un comportement opposé par rapport au cas à un seul isotope.

Dans tous les cas, les vérifications expérimentales des prédictions du paragraphe 1 sont fournies par l'observation des dissymétries des profils de puissance de sortie en fonction de la fréquence. Les résultats sont vérifiés en passant d'une cavité courte à une cavité longue. Si l'expérience se passe bien, les dissymétries doivent alors s'inverser. Par conséquent, nous utilisons des résonateurs semi-symétriques à deux miroirs calculés de manière à ce que la cavité soit courte quand le diaphragme est situé près du miroir plan et longue quand le diaphragme est situé près du miroir sphérique [39]. Dans ce cas, passer d'une cavité courte à une cavité longue devient particulièrement

simple. Pour sélectionner le seul mode TEM_{00} sans le déformer, le diamètre ϕ du diaphragme doit être choisi soigneusement en fonction du rayon w du mode à l'endroit considéré [60]. Ainsi, nous choisissons $\phi=2,4 w$ à $\lambda=3,39 \mu\text{m}$ et $\phi=4,5 w$ à $\lambda=6328 \text{ \AA}$ [61,62]. Pour balayer la fréquence du laser, le miroir plan est monté sur un transducteur piezoélectrique. Dans tous les cas, le tube à décharge est fermé par des fenêtres de Brewster pour sélectionner une polarisation linéaire.

b. Expériences avec un seul isotope.

Le problème des dissymétries des profils de puissance de sortie dans les lasers à un isotope a déjà été traité ailleurs dans le cas des lasers à deux miroirs [10,11,37-39] et ci-dessus dans le cas des résonateurs en anneau [52]. Néanmoins, nos premières expériences vont nous permettre de vérifier que nos dissymétries sont en accord avec les résultats précédents. De plus, nous allons en profiter pour explorer le comportement d'un laser à un seul isotope fonctionnant loin au-dessus du seuil et le rôle de la pression totale de gaz dans la compétition entre lentilles de saturation et lentilles de population.

Considérons d'abord un laser $^3\text{He}-^{20}\text{Ne}$ semi-symétrique long de 47 cm fonctionnant à $3,39 \mu\text{m}$. La pression de gaz totale est $P=0,5 \text{ Torr}$ et le miroir sphérique a un rayon de courbure $R=0,6 \text{ m}$ et transmet 36 % de l'intensité incidente. Le miroir plan est totalement réfléchissant. Nous utilisons un tube à décharge long de 19 cm et de diamètre intérieur égal à 6,2 mm. Un tel diamètre intérieur nous assure que les effets de lentille de saturation domineront. Pour un degré d'excitation relativement faible ($\eta=1,3$), les profils de puissance de sortie sont ceux des figures 20(a) et 20(d) pour les cavités courte (diaphragme près du miroir plan) et longue (diaphragme près du miroir sphérique) respectivement. Comme prévu, le profil de la figure 20(a) est plus haut du côté basses fréquences et le profil de la figure 20(d) est plus haut du côté hautes fréquences. Les profils théoriques calculés au troisième ordre à partir de l'équation (16) avec $\gamma=25 \text{ MHz}$ sont reproduits sur les figures 20(b) et 20(e) et sont en excellent accord avec les résultats

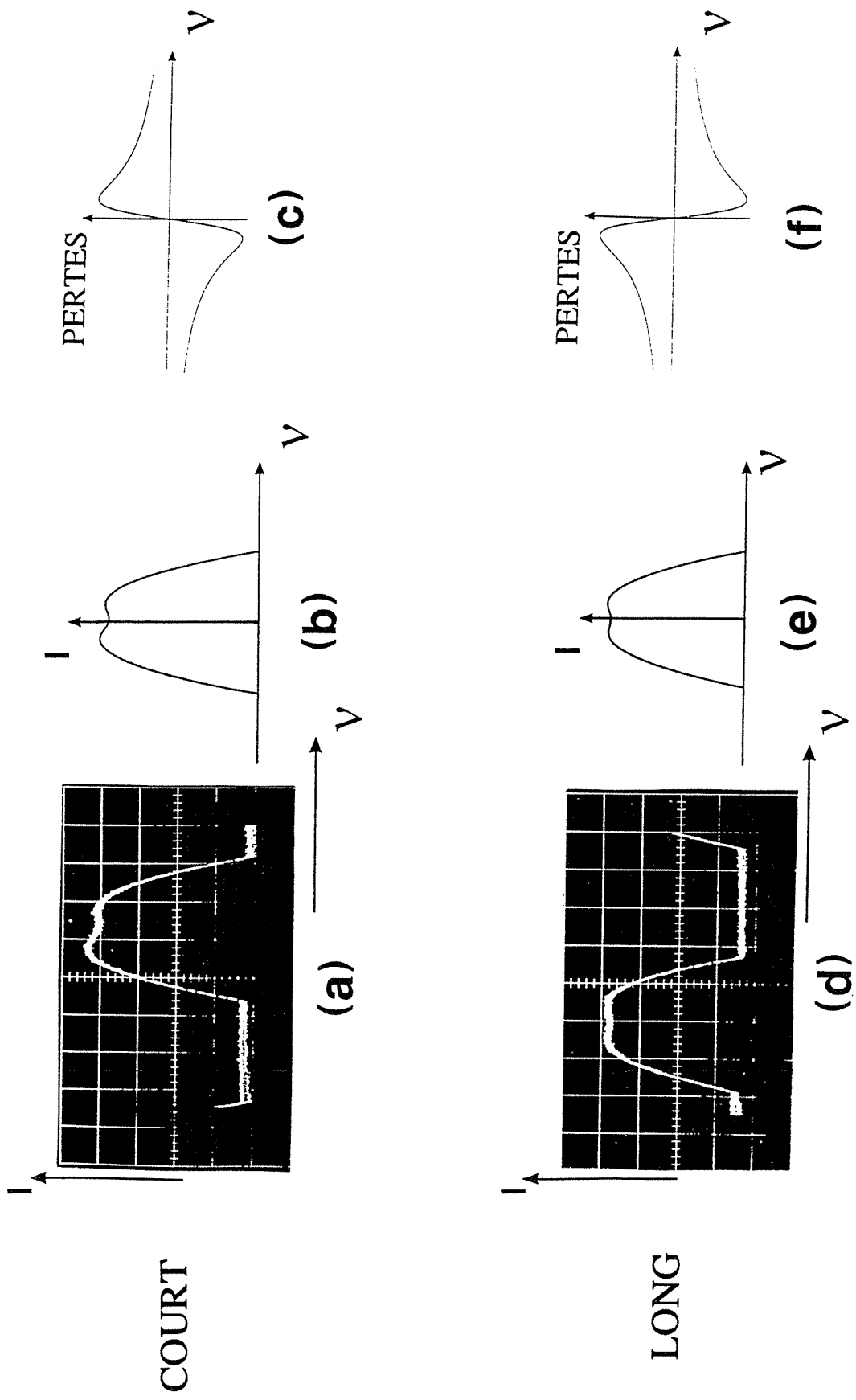


Figure 20: Profils expérimentaux de puissance dans le cas d'un laser à un isotope à $3,39 \mu m$ pour une cavité courte (a) puis longue (d) ($\eta \approx 1,3$; 49 MHz par division; $P=0,5$ Torr). Les profils théoriques correspondants (b) et (e) sont calculés au troisième ordre. (c),(f): variations correspondantes des pertes par diffraction.

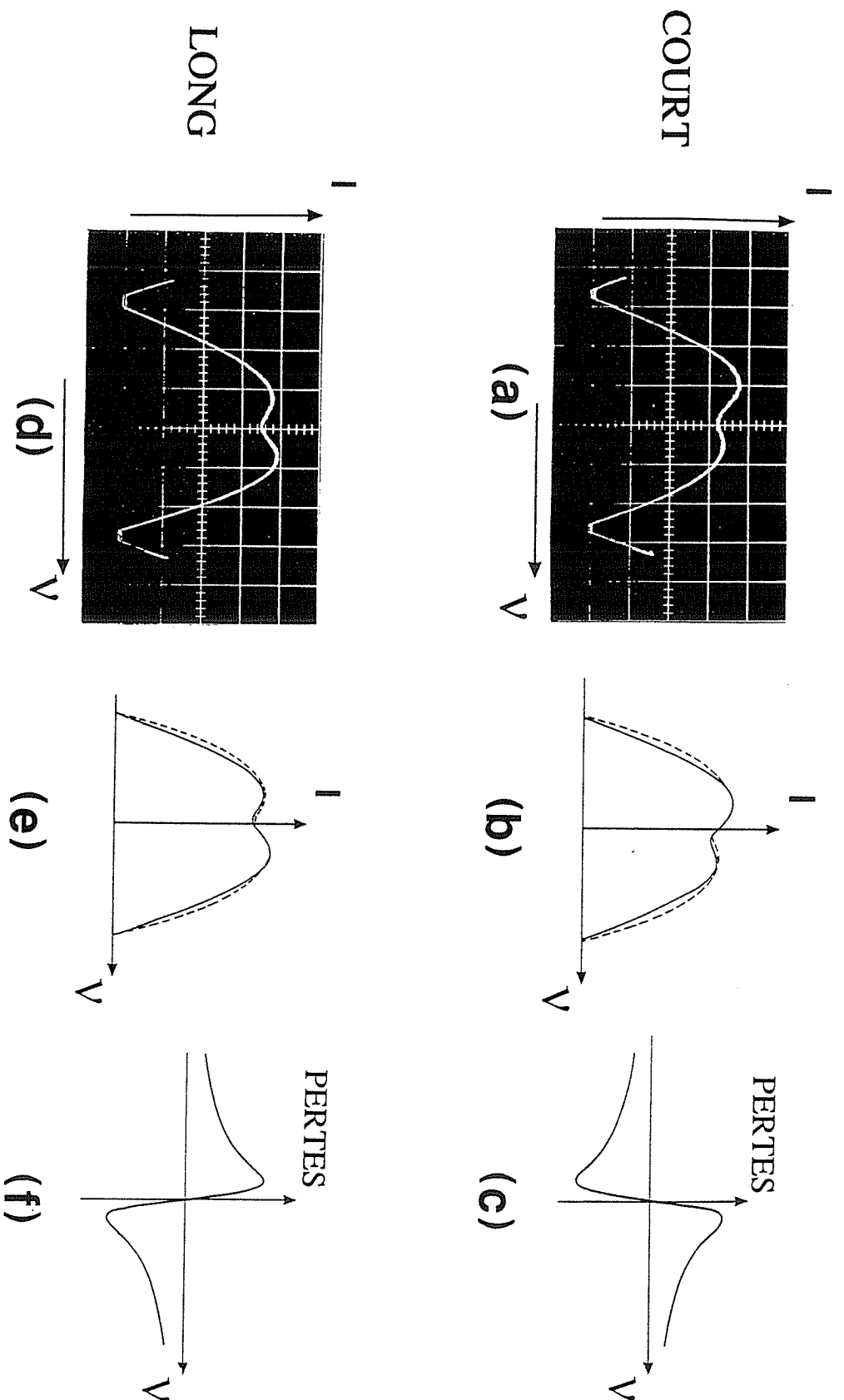


Figure 21: Même figure que la figure 20 pour de plus forts degrés d'excitation ($\eta \approx 2,1$; 53 MHz par division; $P=0,5$ Torr). Les profils théoriques (b) et (e) sont calculés avec une théorie de signal fort. Ceux calculés au troisième ordre sont reproduits en trait pointillé.

expérimentaux. Les figures 20(c) et 20(f) montrent les évolutions respectives des pertes en fonction de la fréquence. Les mêmes prédictions sont-elles toujours valables dans le cas d'un fonctionnement loin au-dessus du seuil ? La réponse est reproduite sur la figure 21, qui est la même que la figure 18 pour un degré d'excitation plus élevé ($\eta=2,1$). Les figures 21(a) et 21(d) montrent que les mêmes dissymétries apparaissent. Les profils théoriques des figures 21(b) et 21(e) sont calculés à partir de la solution exacte (17) avec $\gamma_a=8$ MHz et $\gamma_b=29$ MHz et sont en bon accord avec les profils expérimentaux. Ainsi, les pertes par diffraction résonnantes [figures 21(c) et 21(f)] peuvent toujours être traitées en utilisant les formules perturbatives des équations (13) et (14) avec $\Delta=0$. Le calcul au troisième ordre donne les profils représentés en trait pointillé sur les figures 21(b) et 21(e) qui sont en désaccord avec les courbes expérimentales et qui montrent qu'un traitement non perturbatif est nécessaire.

Considérons maintenant un laser $^3\text{He}-^{20}\text{Ne}$ semi-symétrique long de 19 cm et fonctionnant à 6328 Å. La pression totale de gaz est $P=1,5$ Torr. Le miroir sphérique a un rayon de courbure $R=0,2$ m et transmet 1 % de l'intensité incidente. Le miroir plan est totalement réfléchissant. Le tube à décharge est long de 14 cm et est situé au milieu de la cavité. Son diamètre intérieur est de 2,1 mm. Comme les rayons de mode sont alors $w_0=94$ μm sur le miroir plan et $w_R=419$ μm sur le miroir sphérique, nous pouvons ici aussi prédire que les effets de lentille de saturation vont prédominer. La cavité est courte quand le diaphragme (diamètre 0,5 mm) est situé près du miroir plan et longue quand le diaphragme (diamètre 1,9 mm) est situé près du miroir sphérique [39]. Ces prédictions sont confirmées par les profils expérimentaux des figures 22(a) et 22(d) respectivement. Le saut d'intensité quand le laser passe au-dessus du seuil est dû à un effet de bistabilité dynamique qui apparaît dans les cavités de grande finesse. Cet effet a déjà été souvent observé [30,59,63] et interprété récemment comme un "retard à la bifurcation" [64]. Quoiqu'il en soit, cet effet n'atteint pas notre interprétation des dissymétries observées. Ici, comme le degré d'excitation est assez faible ($\eta=1,15$), nous pouvons utiliser l'équation (16) pour calculer les profils théoriques correspondants. Avec $\gamma=100$ MHz, on obtient les profils des figures 22(b) et 22(e) qui sont en très bon accord avec les résultats

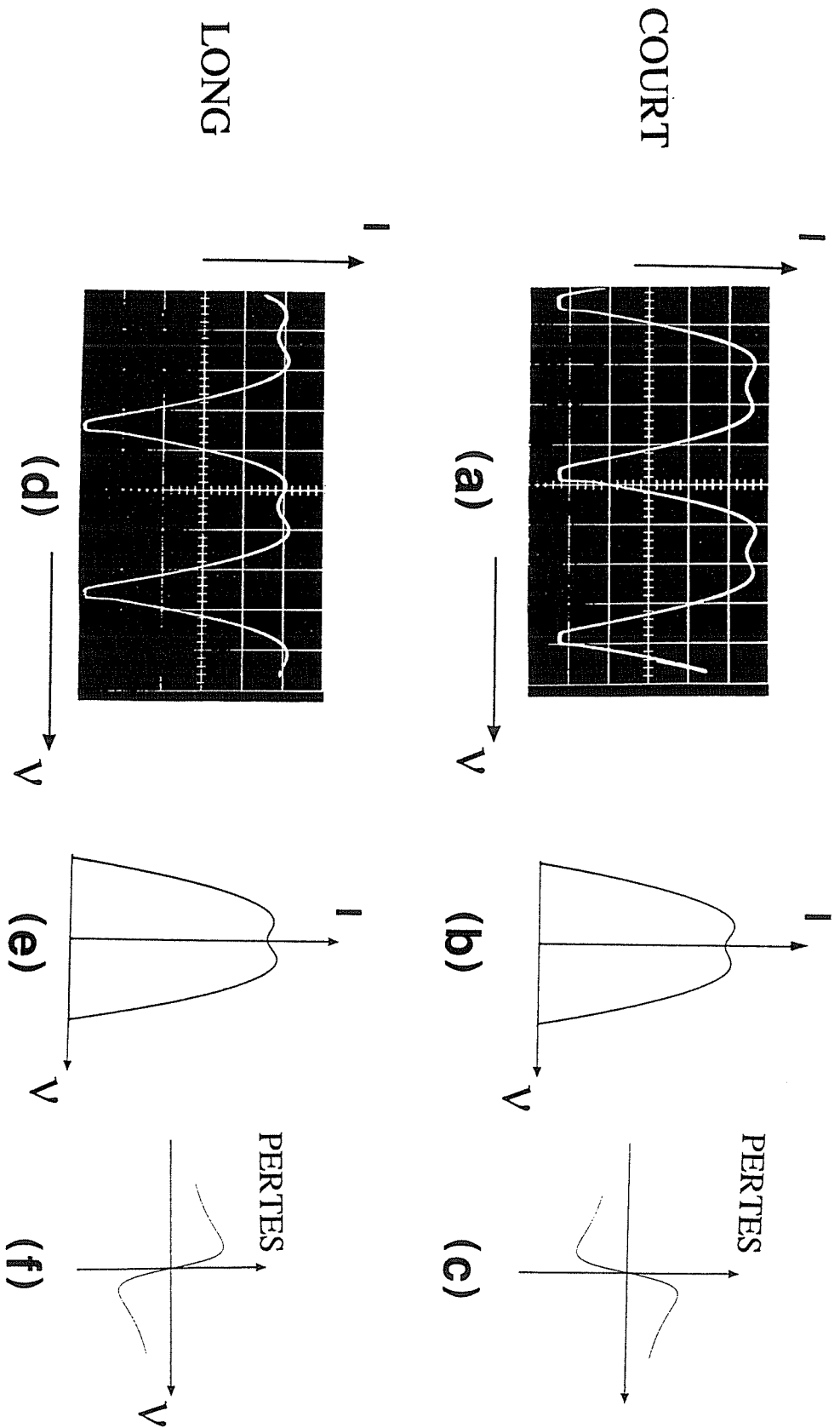


Figure 22: Même figure que la figure 20 pour un laser à un isotope à 6328 Å et de faibles degrés d'excitation ($\eta=1, 15; 185$ MHz par division; $P=1, 5$ Torr).

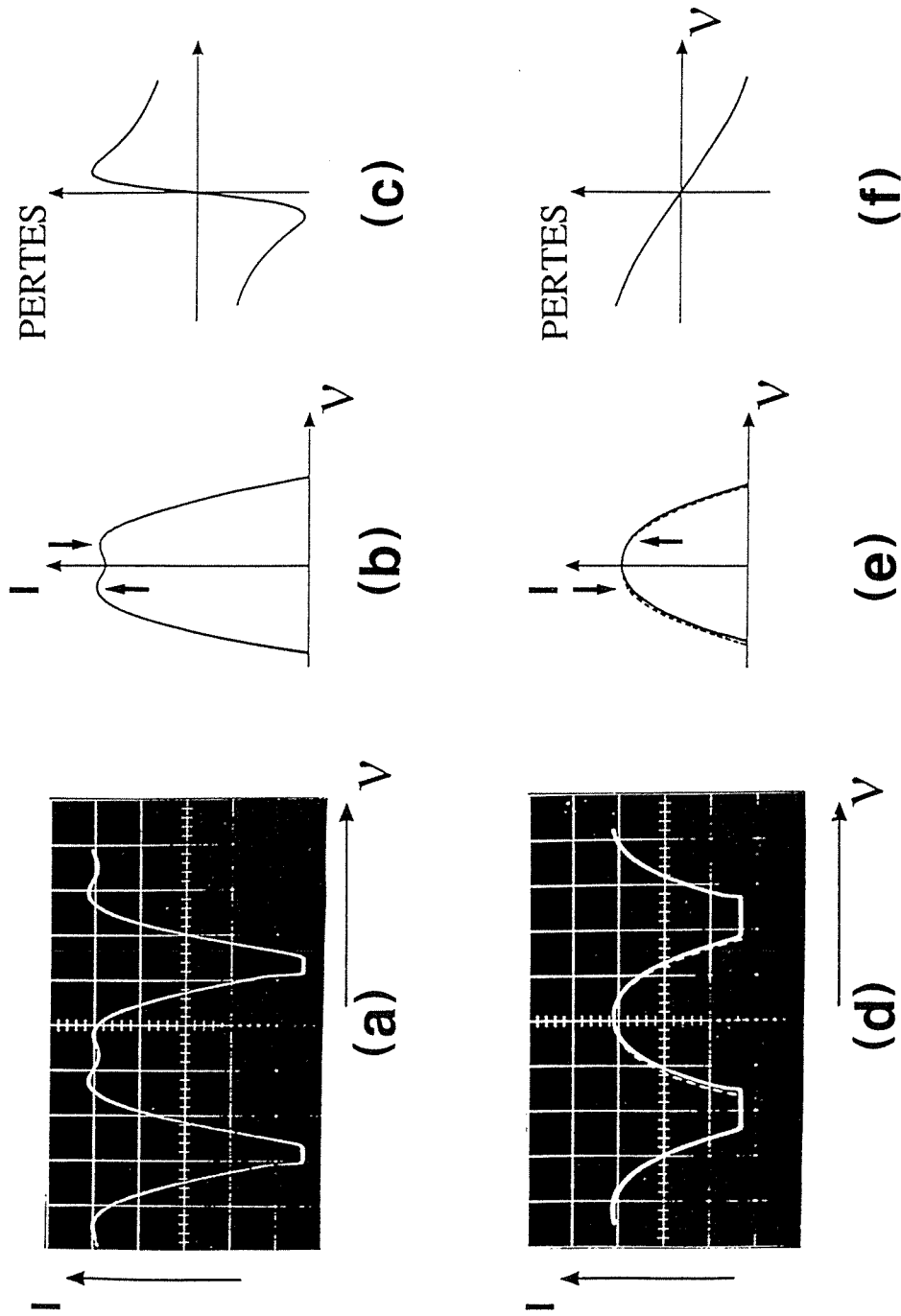


Figure 23: Profils expérimentaux de puissance de sortie dans le cas d'un laser court à un isotope à 6328 \AA aux faibles pressions [(a) $P=1,5$ Torr; lentilles de saturation] puis aux fortes pressions [(d) $P=4$ Torr; lentilles de population]. (b), (e): profils théoriques correspondants calculés au troisième ordre. Le trait pointillé de la figure (e) est le profil théorique symétrique correspondant. (c), (f): profils de pertes par diffraction résonnantes correspondants.

expérimentaux. L'utilisation de l'équation (13) avec $\Delta=0$ pour calculer les pertes résonnantes [voir les figures 22(c) et 22(f)] permet de conclure que les effets de lentille de saturation prédominent bien comme prévu. Changeons maintenant le rayon de courbure du miroir sphérique pour prendre $R=0,3$ m. Nous plaçons le diaphragme (diamètre 1,3mm) près du miroir sphérique. Dans ce cas, la cavité est courte. Nous utilisons un tube à décharge de diamètre intérieur égal à 1,3 mm. Dans ce cas, on ne peut pas prédire quel effet de lentille va l'emporter. Dans une première expérience, nous remplissons notre tube avec un mélange 5:1 ^3He - ^{20}Ne à la pression totale $P=1,5$ Torr. Le profil expérimental correspondant est celui de la figure 23(a) et présente un maximum du côté des basses fréquences. Ceci indique que les effets de lentille de saturation sont prédominants, ce qui est confirmé par le parfait accord avec la courbe théorique de la figure 23(b) calculée avec les pertes résonnantes données par les équations (13) et (15) avec $\Delta=0$ et $\gamma=100$ MHz. Ainsi, dans ce cas, l'effet de lentille prédominant est l'effet de lentille de saturation donné par (13) avec les pertes par diffraction résonnantes correspondantes représentées sur la figure 23(c). Augmentons maintenant la pression totale dans le tube à décharge en le remplissant avec un mélange ^3He - ^{20}Ne 7:1 à la pression totale $P=4$ Torr. A cause de l'élargissement collisionnel de la transition la largeur homogène augmente et le Lamb dip disparaît, comme le montre la figure 23(d). De plus, la dissymétrie du profil s'inverse: la puissance de sortie est plus grande du côté des hautes fréquences. Sur la figure 23(d), le profil expérimental symétrique calculé avec $B_r = 0$ dans les équations (15) et (16) est représenté en trait pointillé. Les effets de lentille de population sont maintenant devenus prédominants, comme le confirme l'accord avec le profil théorique en trait plein de la figure 23(e) calculé à partir de (14) et (16) avec $\gamma=300$ MHz. Finalement, l'évolution des pertes par diffraction en fonction de la fréquence est représentée sur la figure 23(f). Ce phénomène s'explique comme suit. L'augmentation de la largeur homogène γ induit un étalement de la saturation de l'indice de réfraction et décroît l'effet des lentilles de saturation, alors que les lentilles de population restent inchangées. Nous proposons ce mécanisme comme explication des dissymétries observées à Rochester dans la figure 7 de la référence 65 obtenues avec un laser ^3He -

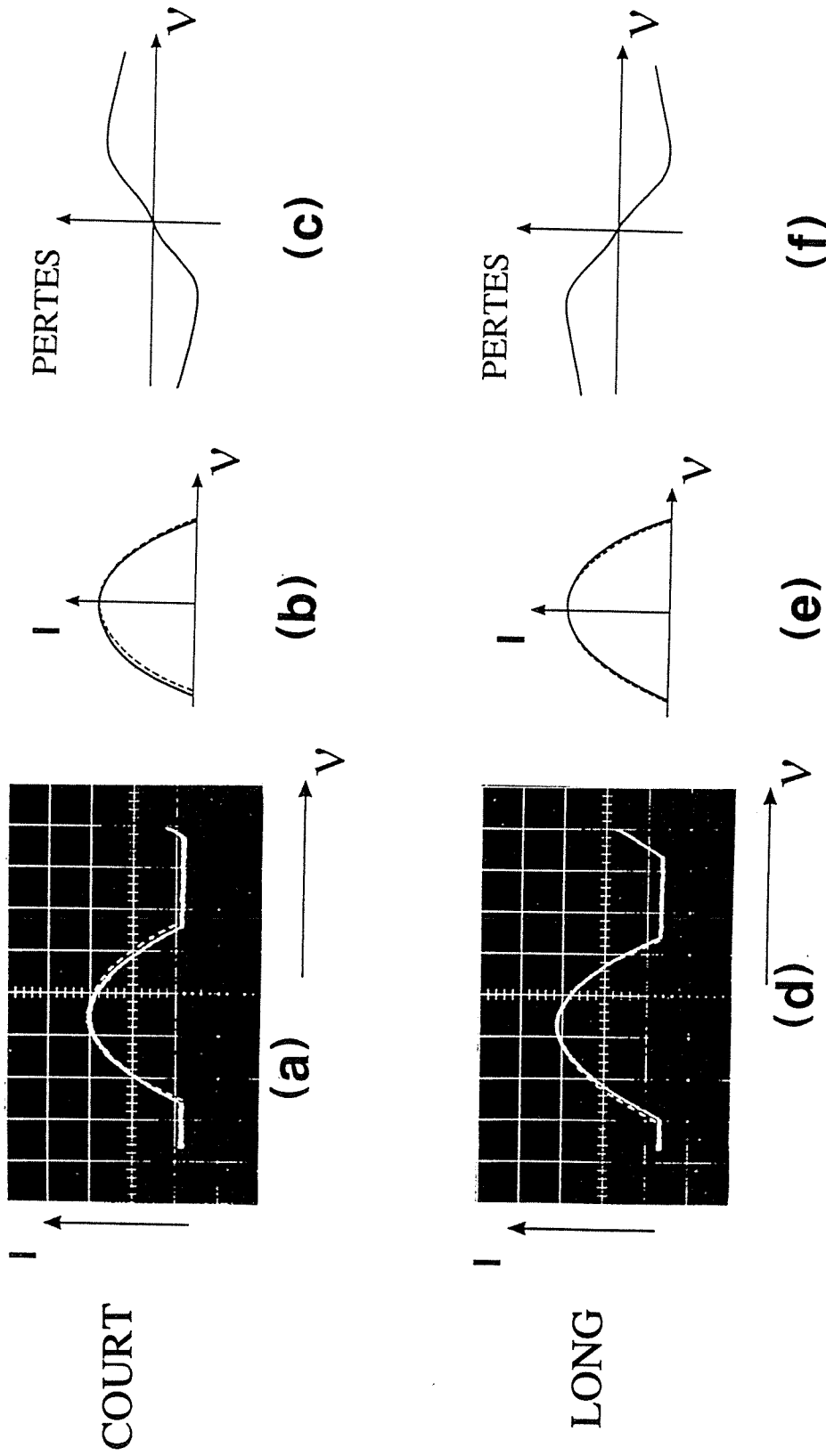


Figure 24: Môme figure que la figure 20 pour un laser à 2 isotopes à $3,39 \mu m$ dans le cas où $2\gamma > \Delta$ ($\eta \approx 1,35$; $P=1,1$ Torr; 50 MHz par division). Les courbes en traits pointillés des figures (a), (b), (d) et (e) sont les profils théoriques symétriques correspondants. Remarquer le comportement usuel à deux extrema des pertes par diffraction en (c) et (f).

^{20}Ne en anneau à $P=3,5$ Torr. En effet, dans le cas de la référence 65, la cavité est courte dans les plans tangentiel et sagittal, ce qui implique une dynamique des rayons de mode similaire à celle de notre expérience.

c. Expériences avec deux isotopes.

En utilisant les mêmes lasers que dans la section b mais en utilisant maintenant des mélanges ^{20}Ne - ^{22}Ne 1:1, nous allons explorer les mécanismes de diffraction résonnante en présence de deux isotopes prédits dans le paragraphe 1. En premier lieu, nous avons vu que tant que $\Delta v_D > \Delta$, les lentilles de population auront le même comportement dans le cas de deux isotopes que dans le cas d'un isotope [33,37]. Par conséquent, nous nous limiterons au cas des lentilles de saturation à deux isotopes.

Explorons d'abord le cas où $\delta > 2\gamma > \Delta$, dans lequel l'effet de lentille de saturation doit avoir un comportement similaire au cas à un isotope, c'est-à-dire convergent du côté des basses fréquences de la transition et divergent du côté des hautes fréquences (voir figure 19). Nous utilisons à cette fin le laser de 47 cm de long fonctionnant à $3,39 \mu\text{m}$ de la section b et nous remplissons le tube avec un mélange 1:1:10 ^{20}Ne - ^{22}Ne - ^3He à la pression totale $P=1,1$ Torr. Dans ce cas, la largeur homogène vaut $\gamma=63$ MHz et vérifie $2\gamma > \Delta$ avec $\Delta=85$ MHz [56]. Les profils correspondants de puissance de sortie sont reproduits sur les figures 24(a) et 24(d) pour les cavités courte (diaphragme près du miroir plan) et longue (diaphragme près du miroir sphérique) respectivement. Les profils symétriques correspondants calculés à partir de l'équation (23) avec $B_r=0$ sont représentés en traits pointillés sur ces figures. On peut voir que la puissance de sortie est plus forte du côté des basses fréquences dans le cas de la cavité courte [figure 24(a)] et du côté des hautes fréquences dans le cas de la cavité longue [figure 24(d)]. Comme le degré d'excitation est relativement faible ($\eta=1,35$), les profils théoriques correspondants sont calculés en utilisant l'équation (23) avec les pertes données par (13) et (15) et sont représentés sur les figures 24(b) et 24(e). Quoique la condition de validité de l'approximation des grandes largeurs Doppler $\gamma \ll \Delta v_D$ ne soit

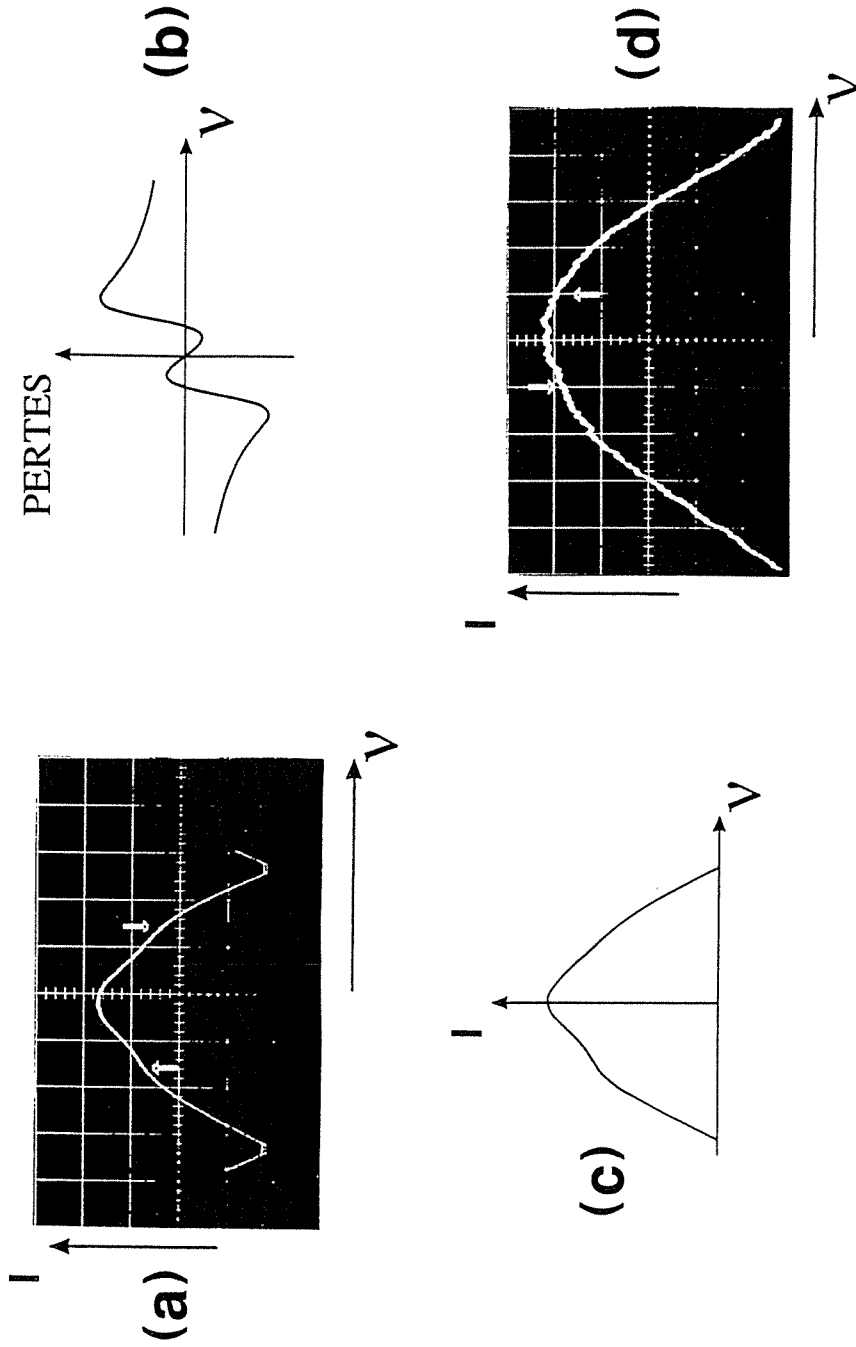


Figure 25: Profils expérimentaux de puissance de sortie pour un laser court à $3,39 \mu\text{m}$ à deux isotopes dans le cas $2\gamma\Delta < \delta$. ($\eta \approx 1,99$; $P=0,5$ Torr; 54 MHz par division). (b) Pertes par diffraction résonnantes à quatre extrema correspondantes. (c) Profil théorique calculé à partir de la théorie de signal fort. (d) Agrandissement de la partie centrale du profil (a). Remarquer que la dissymétrie de la région centrale (d) est inversée par rapport à celle des ailes du profil total (a), ce qui prouve l'existence du mécanisme de pertes par diffraction résonnantes à quatre extrema.

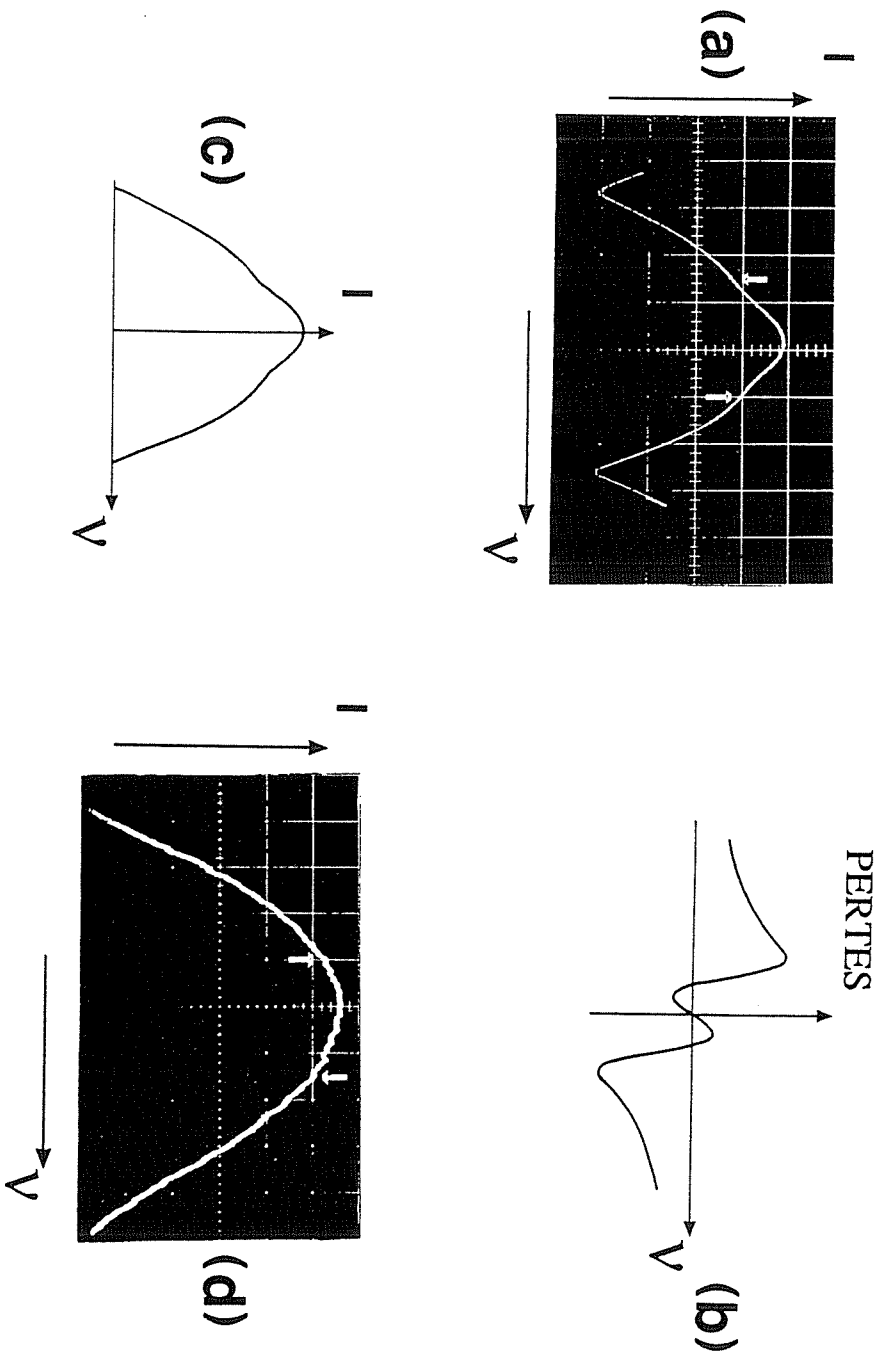


Figure 26: Même figure que la figure 25 dans le cas d'une cavité *longue* ($\eta \approx 2,02$; $P=0,5$ Torr; 54 MHz par division). Remarquer que la double dissymétrie est inversée par rapport au cas de la figure 25.

plus strictement respectée, on observe un bon accord entre théorie et expérience. Ceci confirme l'existence de pertes par diffraction résonnantes à deux extrema dans ce cas, comme celles représentées sur les figures 24(c) et 24(f).

Nous utilisons maintenant le même laser mais avec un mélange 1:1:8 ^{20}Ne - ^{22}Ne - ^3He à la pression totale $P=0,5$ Torr. Dans ce cas, la largeur homogène de la transition vaut $\gamma=25$ MHz et vérifie $2\gamma<\Delta$. Nous sommes donc dans le cas $2\gamma<\Delta<\delta$ où on s'attend à avoir des *pertes par diffraction résonnantes à quatre extrema*. Les résultats sont reproduits sur les figures 25 et 26 pour des cavités courte et longue respectivement. Les figures 25(a) et 26(a) sont les profils de puissance de sortie sur lesquels on peut voir un Lamb dip pour chaque isotope. Les figures 25(d) et 26(d) sont des agrandissements des parties centrales de ces profils. On peut voir que les dissymétries des centres des profils sont inversées par rapport à celles des bords des profils. Par exemple, le bord du profil de la figure 25(a) est plus haut du côté des basses fréquences que du côté des hautes fréquences alors qu'au centre du profil la puissance est plus forte du côté des hautes fréquences [figure 25(d)]. Ces deux dissymétries sont bien sûr inversées dans le cas de la cavité longue [figures 26(a) et 26(d)]. Les profils théoriques correspondants calculés à partir des équations (13), (15) et (29) sont reproduits sur les figures 25(c) et 26(c) et sont en bon accord avec les expériences. Les pertes évoluent alors respectivement comme le montrent les figures 25(b) et 26(b). Cette situation est celle de la figure 1(a) de la référence 30 pour un laser fonctionnant à $1,15 \mu\text{m}$ avec $\Delta=261$ MHz, $\gamma=100$ MHz et $\delta=3040$ MHz pour une cavité en anneau courte dans les deux plans.

Le dernier cas à explorer est celui où $2\gamma<\delta<\Delta$ pour lequel les pertes par diffraction ont potentiellement quatre extrema mais où le laser ne vient sonder que le centre du profil, ce qui implique une inversion des pertes par diffraction résonnantes par rapport au cas à un seul isotope avec les effets de lentille de saturation prédominants. Les expériences sont réalisées avec le laser long de 19 cm et fonctionnant à 6328 \AA de la section a. Le tube à décharge est maintenant rempli avec un mélange 1:1:10 ^{20}Ne - ^{22}Ne - ^3He à la pression totale $P=1,5$ Torr. Dans ces conditions $\gamma=100$ MHz et, comme $\Delta=875$ MHz, la condition $2\gamma<\delta<\Delta$ est vérifiée. L'inversion des dissymétries par rapport

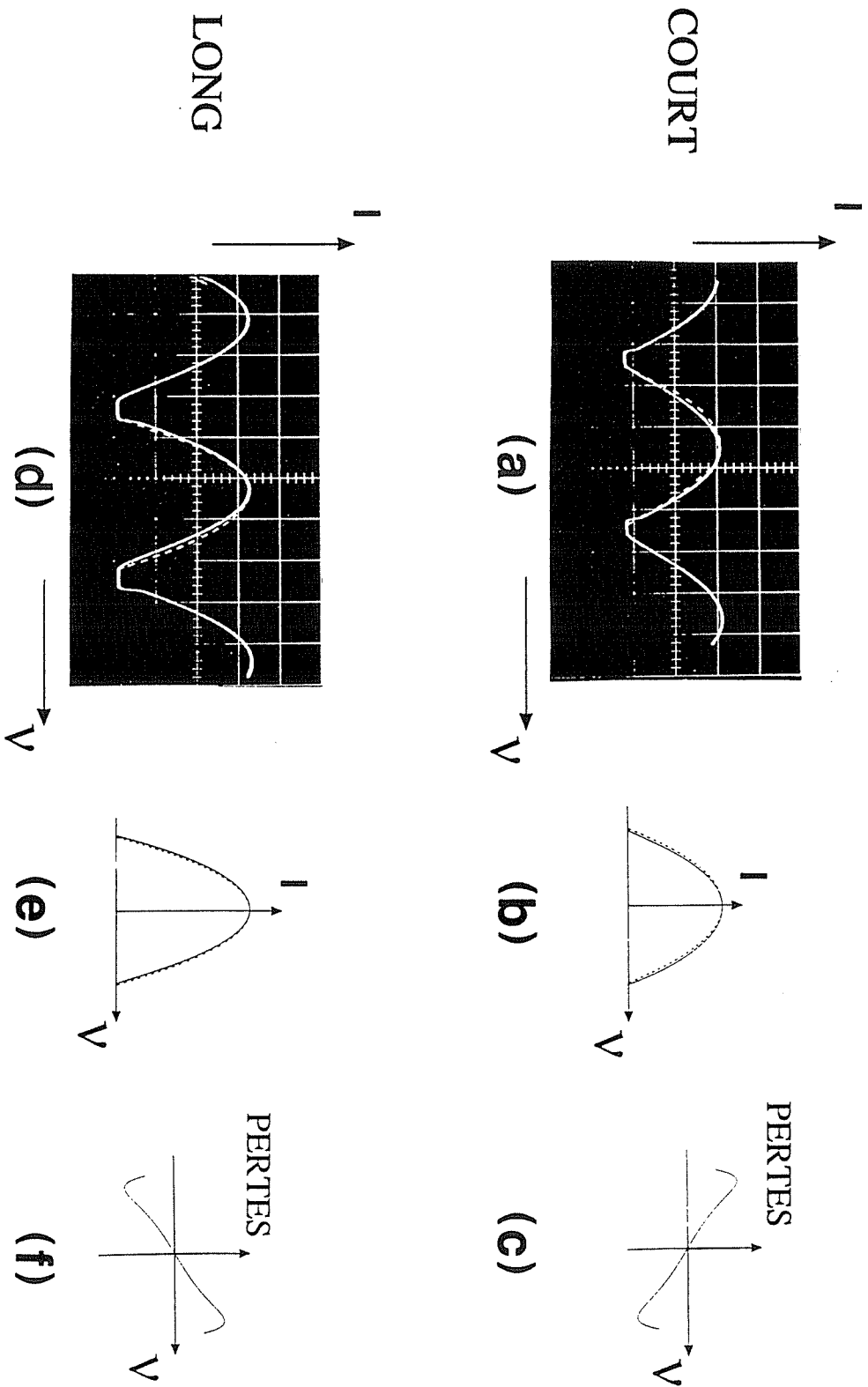


Figure 27: Même figure que la figure 24 pour un laser 6328 Å à deux isotopes dans le cas où $2\gamma < \delta < \Delta$ ($\eta \approx 1,1$; $P = 1,5$ Torr, 193 MHz par division). Remarquer que le comportement à deux extrema des pertes par diffraction résonnantes est inversé par rapport au cas d'un seul isotope (figure 22).

au cas de l'effet de lentille de saturation à un isotope est mise en évidence par les profils expérimentaux des figures 27(a) et 27(d) pour les cavités courte et longue respectivement. Les profils théoriques symétriques correspondants sont reproduits en trait pointillé et on peut voir que, par exemple, pour la cavité courte [figure 27(a)], la puissance de sortie est plus importante du côté des hautes fréquences que du côté des basses fréquences. Les profils théoriques correspondants calculés au troisième ordre à partir des équations (13), (15) et (23) sont reproduits sur les figures 27(b) et 27(e) et sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. Ceci prouve que le mécanisme de pertes par diffraction résonnantes est maintenant inversé par rapport au cas à un isotope comme le montrent les figures 27(c) et 27(f): la lentille est divergente du côté des basses fréquences et convergente du côté des hautes fréquences.

3. Discussion et conclusion.

En conclusion, nous pouvons dire que les dissymétries des profils de puissance de sortie des lasers à gaz en anneau ou à deux miroirs peuvent être entièrement expliquées à partir des caractéristiques géométriques de la cavité et des constantes atomiques de la transition laser utilisée. De manière à clarifier la situation, nous donnons deux tableaux contenant toutes les situations possibles. Le tableau II correspond au cas relativement simple des lasers à un isotope.

	Lentilles de saturation	Lentilles de population
Cavité courte $\frac{\partial w}{\partial(1/f)} < 0$	Côté des basses fréquences	Côté des hautes fréquences
Cavité longue $\frac{\partial w}{\partial(1/f)} > 0$	Côté des hautes fréquences	Côté des basses fréquences

Tableau II

Pour une cavité donnée (courte ou longue) et un effet de lentille prédominant donné, ce tableau donne le côté du profil de puissance de sortie qui présente la puissance de sortie la plus importante. Le tableau III correspond au cas d'un laser à gaz à deux isotopes en proportions égales.

	Lentilles de saturation			Lentilles de population
	$\Delta < 2\gamma$	$2\gamma < \Delta < \delta$	$2\gamma < \delta < \Delta$	
Cavité courte $\frac{\partial w}{\partial(1/f)} < 0$	Deux extrema. Côté des basses fréquences	Quatre extrema Bords: Côté des basses fréquences Centre: Côté des hautes fréquences	Deux extrema. Côté des hautes fréquences	Deux extrema. Côté des hautes fréquences
Cavité longue $\frac{\partial w}{\partial(1/f)} > 0$	Deux extrema. Côté des hautes fréquences	Quatre extrema Bords: Côté des hautes fréquences Centre: Côté des basses fréquences	Deux extrema. Côté des basses fréquences	Deux extrema. Côté des basses fréquences

Tableau III

Il convient alors de remarquer que le type de cavité (courte ou longue) ne suffit pas pour déterminer la dissymétrie dans le cas des lentilles de saturation. Il faut également comparer les valeurs de la largeur homogène γ de la transition, de l'écart isotopique Δ et de l'écart intermode δ de la cavité. De plus, il est intéressant de remarquer que les

dissymétries peuvent devenir complexes puisque les pertes par diffraction résonnantes peuvent présenter quatre extrema. Une autre caractéristique importante est le fait que quand $2\gamma < \delta < \Delta$, les lentilles de population et les lentilles de saturation entraînent le même type de dissymétrie: l'effet de lentille est en effet dans les deux cas divergent du côté des basses fréquences et convergent du côté des hautes fréquences. Ce cas correspond à celui des gyrolasers usuels qui fonctionnent à 6328 Å. De plus, les cavités des gyrolasers sont courtes dans les plans sagittal et tangentiel. Par conséquent, dans le gyrolaser au repos, les pertes sont toujours plus importantes du côté des basses fréquences que du côté des hautes fréquences de la transition. On peut se demander si une telle conclusion est toujours valable quand le gyrolaser est en rotation. Dans ce cas, une théorie de signal fort pour des ondes progressives est en principe nécessaire [66]. Cependant, quand le gyrolaser est dans la zone aveugle, une onde stationnaire s'installe et notre théorie reste valide, comme le montrent les résultats du paragraphe B [52]. Quand la rotation devient suffisante pour décrocher les deux ondes, un régime de véritables ondes progressives s'établit et notre modèle n'est plus valable. Cependant, l'effet Sagnac reste négligeable devant la largeur de la transition. On est donc en droit de penser que le signe des effets de lentille ne sera pas changé dans le cas des rotations suffisamment lentes.

En conclusion, nous pouvons dire que les mécanismes de diffraction résonnantes ont été expliqués dans tous les cas d'effets de lentille, de compositions isotopiques et de valeurs des grandeurs atomiques. Malgré l'aspect compliqué de ces mécanismes, le cas du gyrolaser a été compris et un bon accord entre théorie et expérience a été obtenu. Nous allons maintenant voir comment ces effets étudiés jusqu'à présent seulement pour des ondes stationnaires influent sur le comportement du gyrolaser en ondes progressives, c'est-à-dire sur son biais et sa zone aveugle.

D. Biais: non-réciprocité du mécanisme de diffraction résonnante.

Les résultats exposés jusqu'à présent nous permettent, pour une cavité donnée et des valeurs des constantes atomiques données, de prévoir l'évolution des pertes par diffraction d'un laser en fonction de la fréquence et donc de prévoir les dissymétries des profils de puissance de sortie en fonction de la fréquence [52,67]. Dans le cas des lasers en anneau, nous avons supposé que les deux ondes contrepropageantes avaient des comportements identiques. Ceci nous a permis de les traiter comme une seule onde stationnaire. Nous allons voir maintenant comment les mécanismes de diffraction résonnante peuvent briser cette symétrie entre les deux ondes et mener à une non-réciprocité et donc à un des problèmes craints par les fabricants de gyrolasers: un biais en fréquence entre les deux ondes. Cette question difficile a été abordée par plusieurs auteurs dont nous discuterons les résultats à la fin de ce paragraphe.

1. Modèle théorique.

a. Diffraction d'un faisceau gaussien par un trou décentré.

Considérons un faisceau gaussien issu d'un laser commercial fonctionnant à 6328 \AA , de rayon $w=832 \text{ \mu m}$ et de rayon de courbure de front d'onde $R=1,84 \text{ m}$. Nous envoyons ce faisceau gaussien sur un diaphragme circulaire de diamètre $\phi=2 \text{ mm}$ décentré dans le plan horizontal de $a=0,25 \text{ mm}$ et nous enregistrons la courbe d'intensité en translatant un détecteur dans le plan horizontal à une distance d du diaphragme. Les résultats expérimentaux ainsi obtenus sont reproduits sur la figure 28(a) pour $d=0,12 \text{ m}$ et $d=0,9 \text{ m}$. Nous voyons que juste derrière le trou le faisceau apparaît comme tronqué et que peu à peu au cours de sa propagation sa forme évolue. On peut calculer le faisceau résultant grâce au principe de Huyghens-Fresnel [3]. Si le champ électrique du faisceau incident s'écrit [3]

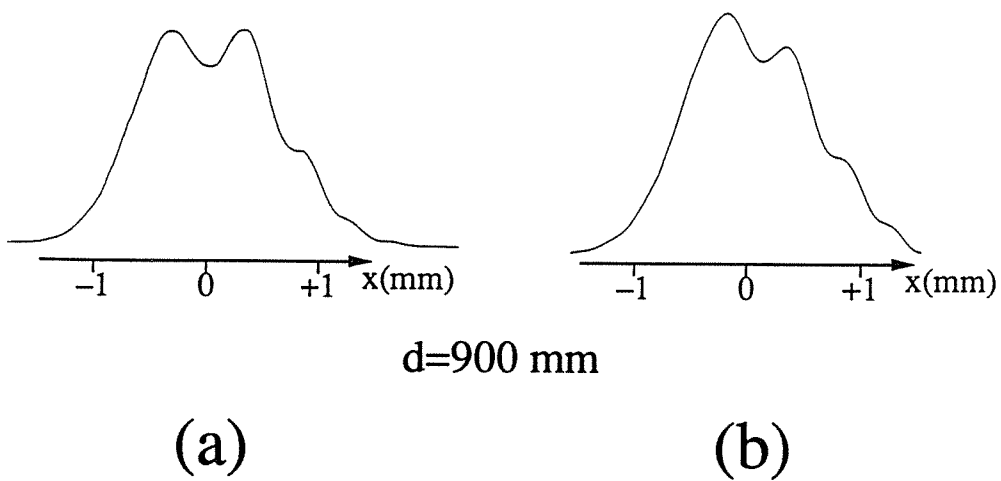
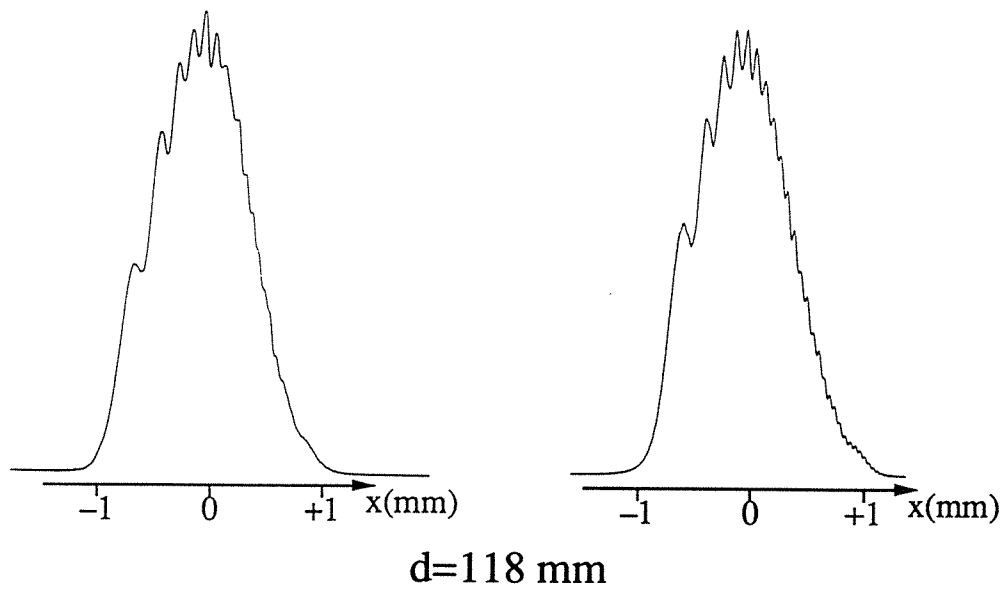


Figure 28: Profil de diffraction d'un faisceau gaussien par un diaphragme décentré observé à 2 distances d du diaphragme. (a) Expérience. (b) Théorie.

$$u_1(x,y) = \frac{w_0}{w} \exp\left[-i\frac{k}{2R}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right], \quad (31)$$

z étant la direction de propagation et x l'axe horizontal, le champ électrique à la distance d derrière le trou devient

$$u_2(x,y) = \frac{i}{\lambda d} e^{-ikd} \int_{\text{trou}} u_1(x_1,y_1) e^{-\frac{ik}{2d}[(x-x_1)^2+(y-y_1)^2]} dx_1 dy_1. \quad (32)$$

Le calcul peut être simplifié en ne conservant que les deux dimensions x et z. Le champ électrique incident s'écrit alors

$$u_1(x) = \sqrt{\frac{w_0}{w}} \exp\left[-i\frac{kx^2}{2R}\right] \exp\left[-\left(\frac{x}{w}\right)^2\right]. \quad (33)$$

Et le champ détecté peut être calculé approximativement en assimilant le diaphragme à une fente de largeur ϕ et située en $x=a$:

$$u_2(x) = \frac{i}{\sqrt{\lambda d}} e^{-ikd} \int_{a-\frac{\phi}{2}}^{a+\frac{\phi}{2}} u_1(x_1) \exp\left[-i\frac{k}{2d}(x-x_1)^2\right] dx_1. \quad (34)$$

Les résultats ainsi obtenus sont reproduits sur la figure 28(b) et sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux. Le but de ce préambule est la conclusion suivante: quand un faisceau gaussien est diffracté par un diaphragme légèrement décentré, sa forme évolue au cours de sa propagation après le diaphragme. En particulier, la courbure du profil d'intensité au centre change très vite.

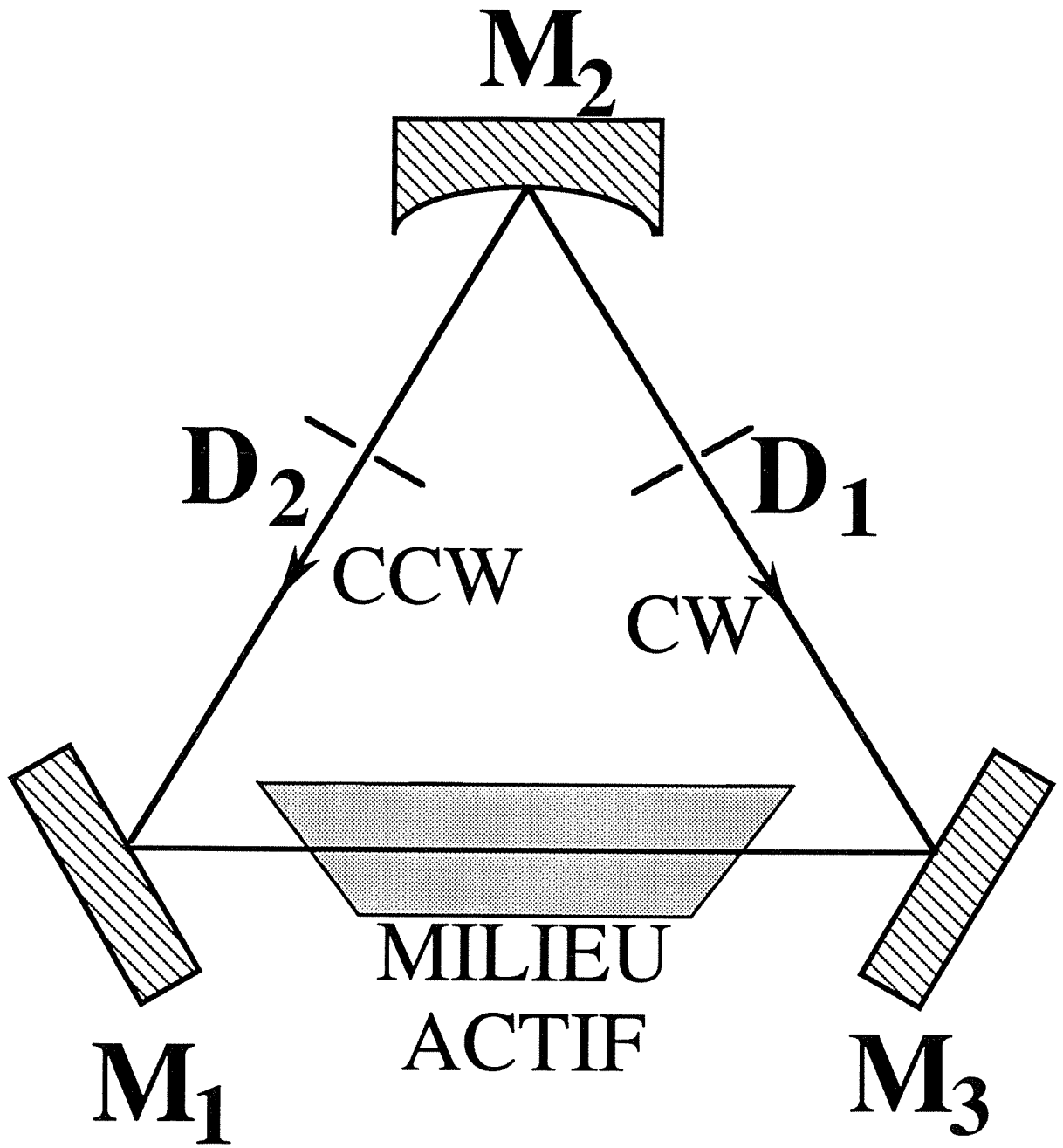


Figure 29.

b. Non-réciprocité de la diffraction résonnante.

Considérons maintenant une cavité en anneau comme celle de la figure 29. Celle-ci est constituée de deux miroirs plans et d'un miroir sphérique. Le milieu actif est situé de façon symétrique par rapport aux miroirs. Plaçons un diaphragme en D_1 et pas de diaphragme en D_2 . Alors la distance de propagation du diaphragme au milieu actif est plus longue pour l'onde anti-horaire (CCW) que pour l'onde horaire (CW). Si le diaphragme n'est pas centré sur le faisceau, les résultats du paragraphe a montrent que les deux faisceaux gaussiens déformés n'auront pas les mêmes profils d'intensité dans le milieu actif. Comme l'effet de lentille de saturation que subit un mode est dû à l'inhomogénéité transverse de la saturation de son indice de réfraction induite par l'autre mode [34], les deux modes n'auront pas les mêmes dissymétries. Les équations de Lamb qui régissent la compétition entre les deux modes notés CW et CCW s'écrivent alors, sans tenir compte de la rétrodiffusion [5]:

$$\dot{I}_{cw} = 2I_{cw}(\alpha_{cw} - \beta_{cw}I_{cw} - \delta\rho_{cw}I_{ccw} - \theta_{cw/ccw}I_{ccw}), \quad (35)$$

$$\dot{I}_{ccw} = 2I_{ccw}(\alpha_{ccw} - \beta_{ccw}I_{ccw} - \delta\rho_{ccw}I_{cw} - \theta_{ccw/cw}I_{cw}), \quad (36)$$

$$\omega_{cw} + \dot{\phi}_{cw} = \Omega_{cw} + \sigma_{cw} - \rho_{cw}I_{cw} - \tau_{cw/ccw}I_{ccw}, \quad (37)$$

$$\omega_{ccw} + \dot{\phi}_{ccw} = \Omega_{ccw} + \sigma_{ccw} - \rho_{ccw}I_{ccw} - \tau_{ccw/cw}I_{cw}, \quad (38)$$

où I_{cw} et I_{ccw} sont les intensités des deux modes, ω_{cw} et ω_{ccw} leurs pulsations, ϕ_{cw} et ϕ_{ccw} leurs phases, α_{cw} et α_{ccw} leurs gains nets non saturés par unité de temps, β_{cw} et β_{ccw} leurs coefficients d'auto-saturation, $\theta_{cw/ccw}$ et $\theta_{ccw/cw}$ leurs coefficients de saturation croisée. Ω_{cw} et Ω_{ccw} sont les pulsations de résonance de la cavité vide, σ_{cw} et σ_{ccw} sont les coefficients de "pulling", ρ_{cw} et ρ_{ccw} les coefficients de "self-pushing" et $\tau_{cw/ccw}$ et $\tau_{ccw/cw}$ les coefficients de "cross-pushing". Nous avons rajouté les deux

termes $\delta p_{cw} I_{ccw}$ et $\delta p_{ccw} I_{cw}$ dans les équations pour tenir compte du mécanisme de pertes par diffraction résonnantes. En effet, les pertes par diffraction résonnantes que subit un mode sont dues à l'effet de lentille de saturation induit par l'autre et évoluent donc comme le carré du champ de ce dernier. On voit donc que ce terme de pertes par diffraction résonnantes est du type du terme de compétition (saturation croisée). On peut donc définir des coefficients de saturation croisée modifiés qui rendent aux équations de Lamb leur forme originale:

$$\theta'_{cw/ccw} = \theta_{cw/ccw} + \delta p_{cw}, \quad (39a)$$

$$\theta'_{ccw/cw} = \theta_{ccw/cw} + \delta p_{ccw}. \quad (39b)$$

On peut redéfinir alors la constante de couplage [5] entre les deux ondes

$$C = \frac{\theta'_{cw/ccw} \theta'_{ccw/cw}}{\beta_{cw} \beta_{ccw}}. \quad (40)$$

Les expressions des différents coefficients de Lamb sont rappelées dans l'annexe A pour un milieu actif à un isotope dans l'approximation des grandes largeurs Doppler. En ce qui concerne le coefficient de pertes par diffraction résonnantes, son évolution avec la fréquence est celle de l'effet de lentille de saturation [11], c'est-à-dire la courbe de dispersion associée à l'élargissement homogène du milieu:

$$\delta p_{cw} = \delta B_{cw} \frac{\gamma v_{cw}}{\gamma^2 + v_{cw}^2}, \quad (41a)$$

$$\delta p_{ccw} = \delta B_{ccw} \frac{\gamma v_{ccw}}{\gamma^2 + v_{ccw}^2}, \quad (41b)$$

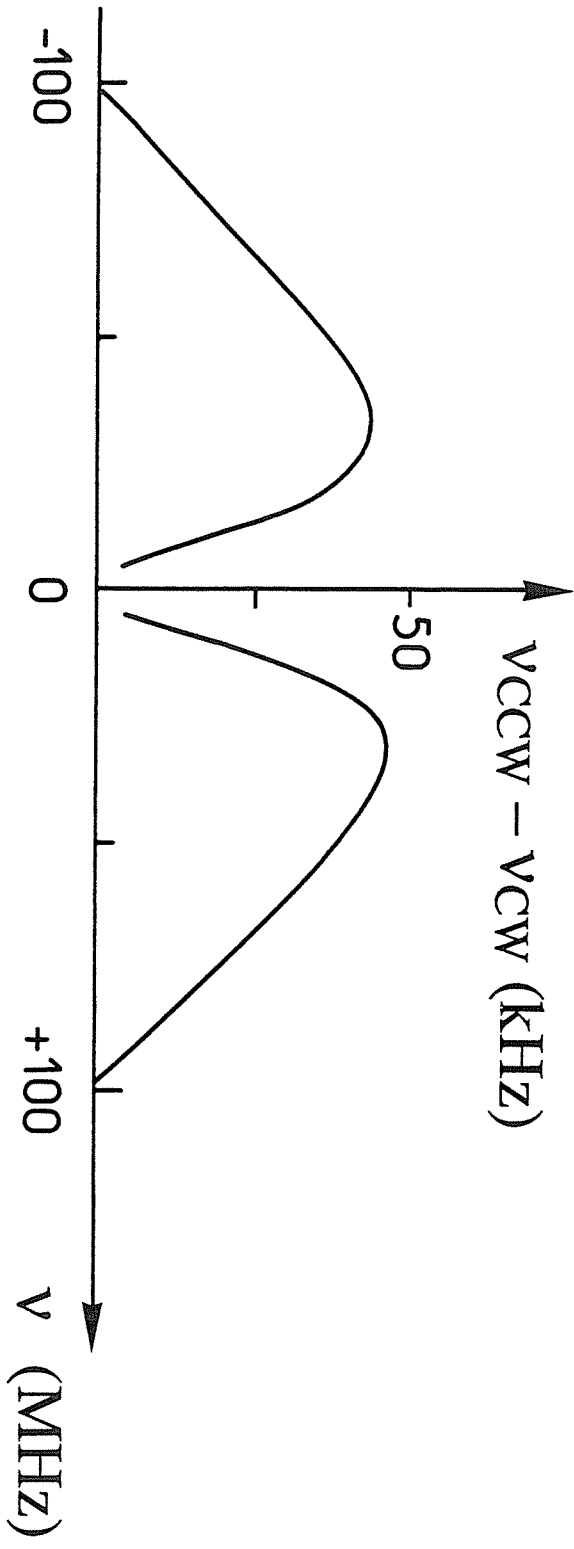


Figure 30: Courbe théorique du biais en fonction de la fréquence moyenne des deux modes. Le laser est supposé court et la dissymétrie du mode CCW plus forte que celle du mode CW.

où γ est largeur homogène de la transition et ν le décalage par rapport au centre de raie. Les coefficients δB_{CW} et δB_{CCW} sont positifs pour une cavité courte et négatifs pour une cavité longue. En régime stationnaire et dans le cas où $C < 1$ (couplage faible), on obtient pour les intensités:

$$I_{CW} = \frac{\alpha_{CW} - \theta'_{CW/CCW} \frac{\alpha_{CCW}}{\beta_{CCW}}}{\beta_{CW}(1 - C)} \quad (42a)$$

$$I_{CCW} = \frac{\alpha_{CCW} - \theta'_{CCW/CW} \frac{\alpha_{CW}}{\beta_{CW}}}{\beta_{CCW}(1 - C)} \quad (42b)$$

Pour un laser au repos et un biais petit devant γ , on a $\Omega_{CW} \approx \Omega_{CCW}$, $\sigma_{CW} \approx \sigma_{CCW}$, $\tau_{CW/CCW} \approx \tau_{CCW/CW} = \tau$ et on a également $\rho_{CW} = \rho_{CCW} = 0$ pour des ondes progressives ("une onde ne sature pas son propre indice"). La différence de fréquence entre les deux modes s'écrit alors:

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi} \left[\left(\omega_{CCW} + \dot{\phi}_{CCW} \right) - \left(\omega_{CW} + \dot{\phi}_{CW} \right) \right] = \frac{\tau}{2\pi} (I_{CW} - I_{CCW}). \quad (43)$$

Si le diaphragme est décentré, on a alors $\delta B_{CW} \neq \delta B_{CCW}$ et donc $I_{CW} \neq I_{CCW}$. L'équation (43) montre alors que $\Delta\nu \neq 0$: on est en présence d'un biais. La figure 30 représente l'évolution d'un tel biais en fonction de la fréquence moyenne de fonctionnement du laser pour $\eta=1,3$, $\gamma=50$ MHz et pour $\delta B_{CCW} > \delta B_{CW} > 0$. Dans ce cas le profil de puissance de sortie du mode CCW est plus dissymétrique que celui du mode CW et les deux présentent le même type de dissymétrie: une puissance plus grande du côté des basses fréquences que du côté des hautes fréquences. La différence d'intensité $I_{CW} - I_{CCW}$ est donc négative du côté des basses fréquences et positive du côté des hautes fréquences. Comme le coefficient τ est négatif du côté des basses fréquences et positif du côté des hautes fréquences (voir Annexe A), la différence de fréquence $\Delta\nu$ est toujours positive. Pour une cavité courte (respectivement longue), le mode qui a la plus haute fréquence est celui

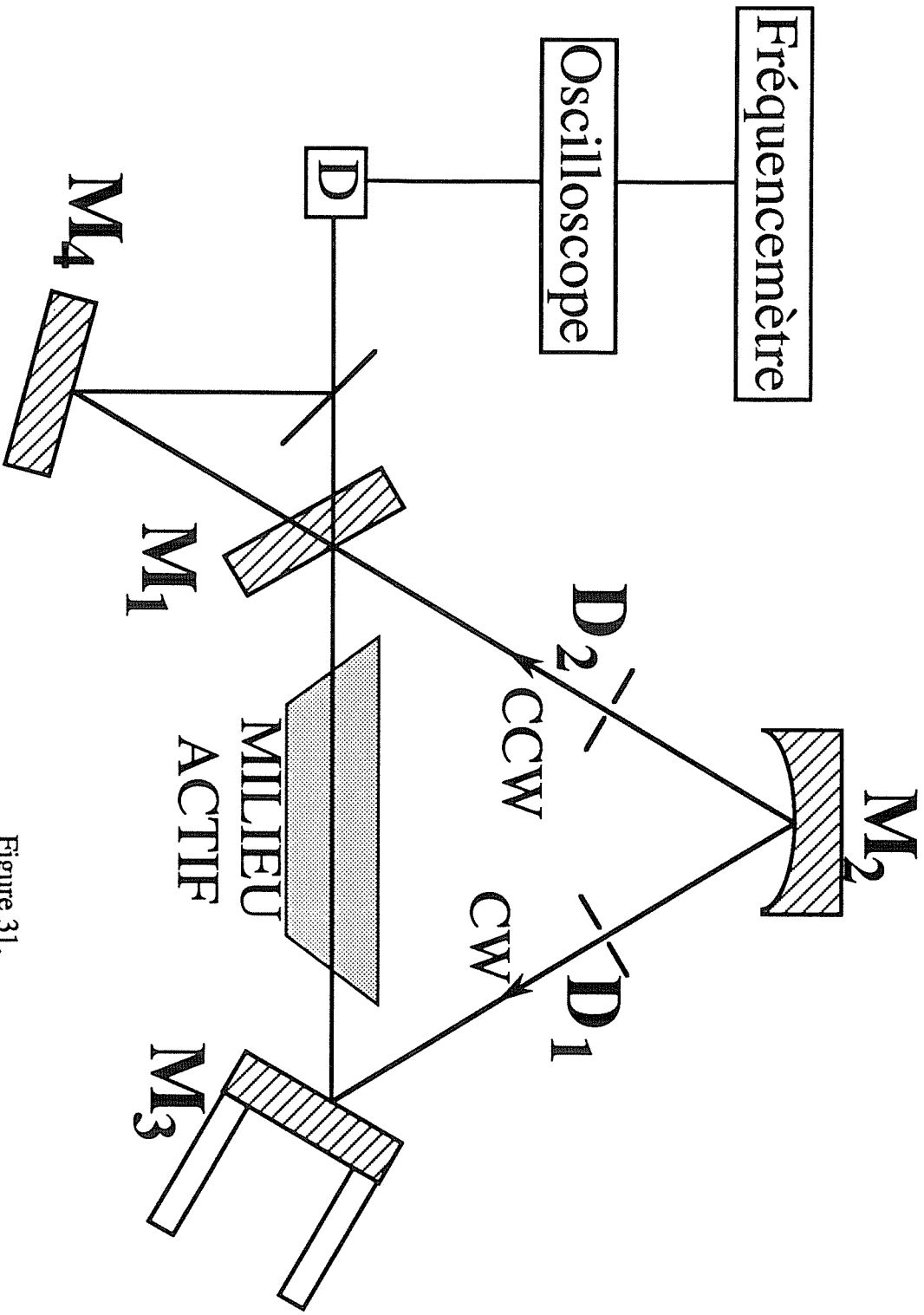


Figure 31.

qui présente le profil de puissance de sortie le plus (respectivement le moins) dissymétrique. La courbe de la figure 30 revient à zéro au centre de raie. Ceci provient de la compétition forte ($C > 1$) entre les deux ondes au centre de la raie. Il est bien évident que si on enlève le diaphragme D_1 de la cavité de la figure 29 et qu'on y met le diaphragme D_2 décentré de façon symétrique, les rôles des deux ondes s'inversent et il suffit d'échanger les deux ondes dans les résultats précédents pour conclure. En particulier, le biais Δv doit changer de signe.

2. Expériences.

Le montage expérimental utilisé est schématisé sur la figure 31. Le laser fonctionne à $\lambda = 3,39 \mu\text{m}$ avec un milieu actif composé d'un mélange 5:1 $^3\text{He}-^{20}\text{Ne}$ à la pression totale $P = 1$ Torr. Le tube mesure 30 cm de long et a un diamètre intérieur de 6mm, de manière à sélectionner les lentilles de saturation. Le miroir sphérique M_2 a un rayon de courbure $R = 2$ m et la cavité a un périmètre égal à 1,2 m. Les miroirs M_2 et M_3 sont totalement réfléchissants et le miroir M_1 transmet 10 % de l'intensité incidente. Les deux faisceaux de sortie sont recombinaés sur le détecteur grâce au miroir M_4 et à la lame semi-réfléchissante. Le miroir de renvoi M_4 est monté sur une platine de translation qui permet, en observant la fréquence de battement pendant qu'on le déplace, de déterminer le signe de la différence de fréquence connaissant le signe de l'effet Doppler créé par le mouvement du miroir de renvoi. Les diaphragmes utilisés en D_1 et D_2 ont des diamètres égaux à 2,6 mm. La cavité considérée est courte dans les deux plans [52]. En regardant l'intensité recueillie par le détecteur en fonction de la longueur de la cavité balayée par une cale piezoélectrique, on obtient la figure 32 quand on décentre le diaphragme d'une fraction de millimètre. On voit bien que les deux modes n'ont pas même fréquence. Nous observons alors les profils d'intensité de sortie des deux ondes contrepropageantes en fonction de la fréquence pour les deux positions du diaphragme quand celui-ci est centré ou décentré. On obtient alors les résultats de la figure 33. La figure 33(a) montre ces profils quand le diaphragme est situé en D_1 et qu'il est bien centré sur le faisceau. Les

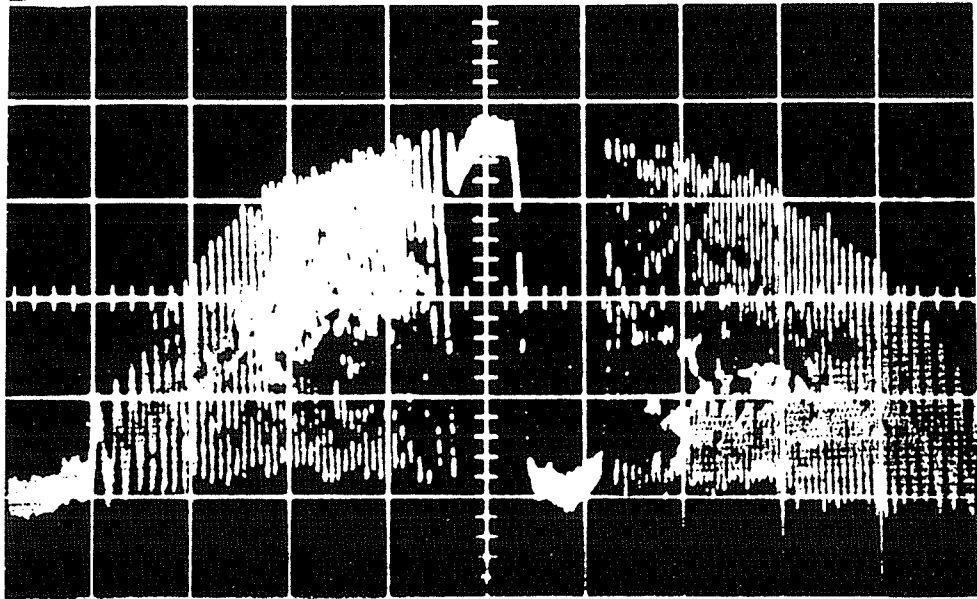


Figure 32: Profil expérimental typique d'intensité en fonction de la fréquence de cavité obtenu lorsque on décentre le diaphragme et que les deux modes se recombinent sur le détecteur.

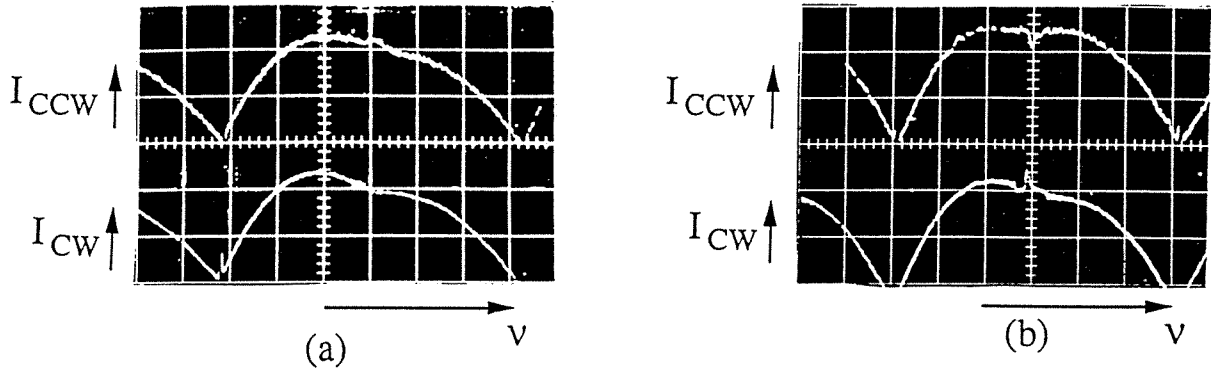
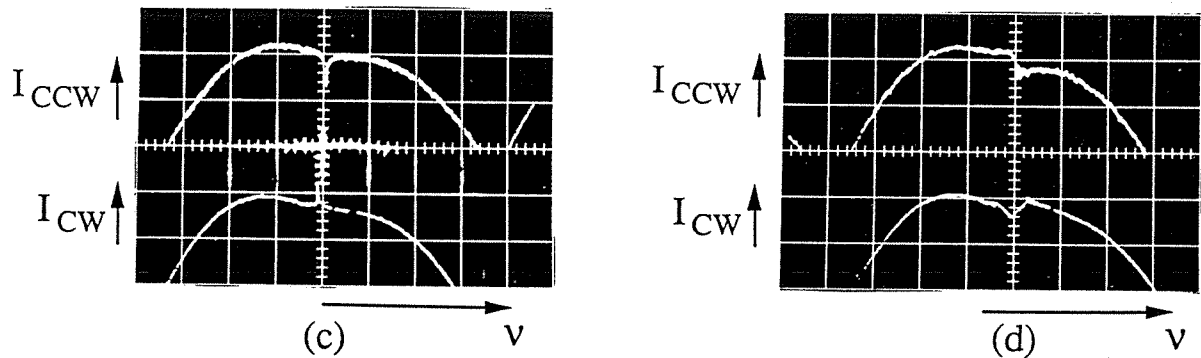
Diaphragme en D_1 .Diaphragme en D_2 .

Figure 33: Profils expérimentaux des puissances de sortie des deux modes en fonction de la fréquence de cavité. Le diaphragme est successivement placé en D_1 (a,b) puis en D_2 (c,d). Quand il est parfaitement centré sur le faisceau (a,c), les dissymétries des profils des deux modes sont identiques (laser court) et on n'observe pas de biais. En revanche, dès qu'on décentre le diaphragme (b,d), les dissymétries des profils ne sont plus les mêmes pour les deux sens de propagation et un biais apparaît. On observe que le mode qui a la plus forte dissymétrie est aussi celui qui a la plus grande fréquence.

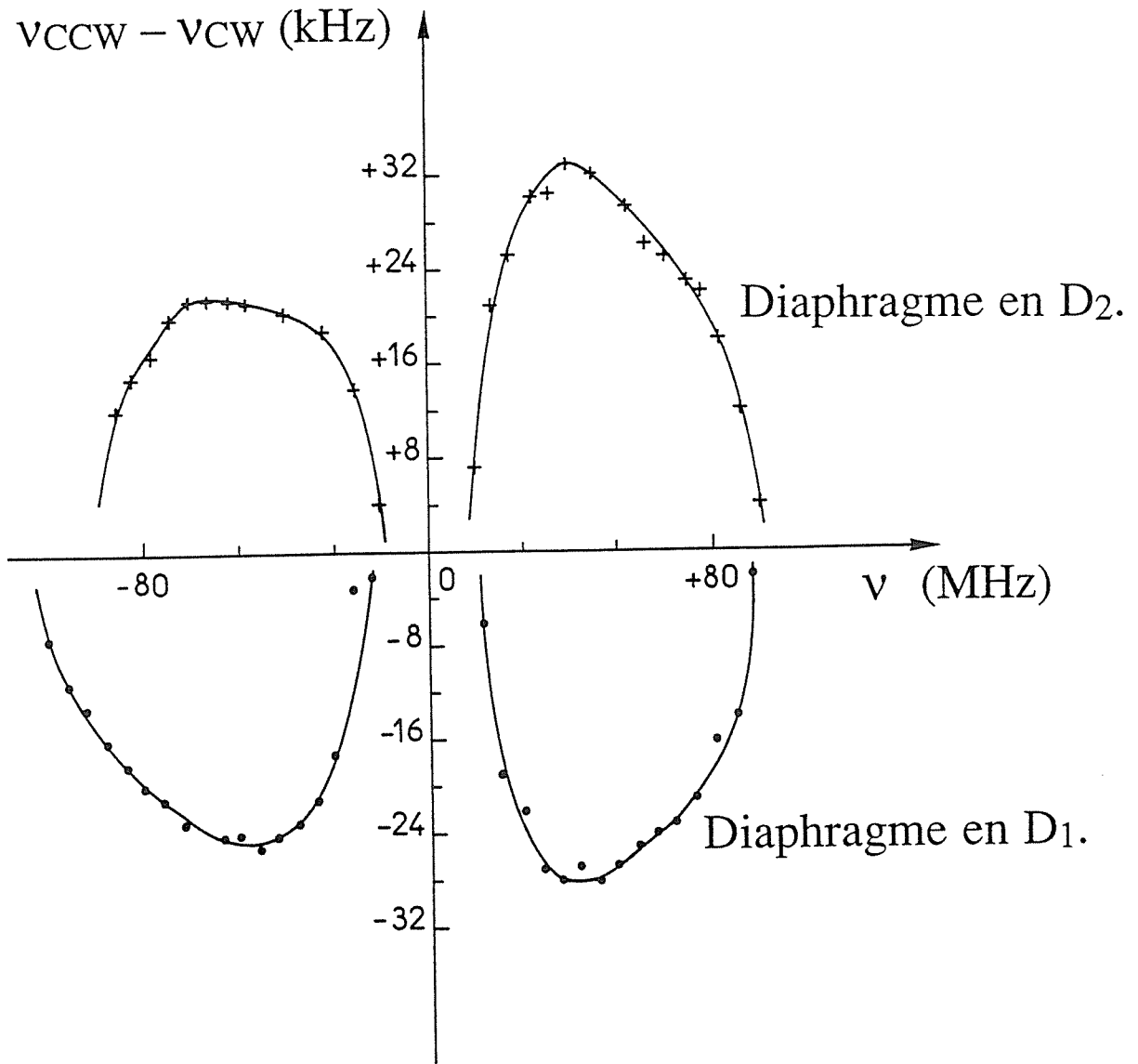


Figure 34: Mesures expérimentales du biais en fonction de la fréquence moyenne des deux modes. Le laser est court et le diaphragme décentré est successivement en D₁ puis en D₂.

deux profils ont alors des dissymétries équivalentes qui montrent bien que la cavité est courte et que les effets de lentille de saturation prédominent. Dans ce cas là on n'observe aucun battement quand on recombine les deux modes. En décalant un peu le diaphragme perpendiculairement au faisceau on obtient alors les profils de la figure 33(b). On observe aussi alors que $v_{CW} > v_{CCW}$ sur tout le profil. Ceci est en accord avec le fait que le profil du mode CW est beaucoup plus dissymétrique que celui du mode CCW. En plaçant le diaphragme en D_2 et en le décalant de façon symétrique on obtient les résultats consignés dans les figures 33(c) et 33(d). Cette fois-ci c'est le mode CCW qui présente un profil plus dissymétrique que le mode CW et on a $v_{CCW} > v_{CW}$. On vérifie également expérimentalement qu'en laissant les deux diaphragmes le biais disparaît. En arrêtant le balayage de la cavité on peut mesurer l'évolution de la fréquence de battement entre les deux modes en fonction de la fréquence moyenne du laser. Le résultat est reproduit sur la figure 34 pour les deux positions du diaphragme et pour un degré d'excitation $\eta=1,45$. Le résultat est en bon accord avec la courbe théorique de la figure 30. On remarque bien en particulier que le biais est plus important du côté des hautes fréquences que du côté des basses fréquences dans un laser à cavité courte.

3. Discussion.

Nous avons donc mis en évidence théoriquement et expérimentalement le mécanisme de *non-réciprocité des pertes par diffraction résonnantes*. Ce mécanisme est, en résumé, le suivant. Si, dans une cavité en anneau, le diaphragme qui sélectionne le mode TEM_{00} n'est *pas bien centré* sur le faisceau et n'est pas placé de façon symétrique par rapport au milieu actif, les déformations résiduelles des deux faisceaux dans le milieu actif ne sont pas les mêmes. Par conséquent, l'effet de lentille de saturation que chaque mode exerce sur l'autre n'est pas le même pour les deux modes. Ainsi, *les deux modes contrepropageants n'ont pas les mêmes dissymétries de profils de puissance de sortie* et n'ont donc pas les mêmes intensités. Ceci entraîne automatiquement un *biais* par l'intermédiaire des mécanismes de *saturation croisée de l'indice de réfraction*. La

caractéristique essentielle de ce biais est qu'il *ne change pas de signe* avec le décalage par rapport au centre de raie, comme cela avait déjà été observé [17,68-70]. Ceci exclut automatiquement un effet de pertes non-réciproques dans la cavité vide envisagé par certains auteurs [71-75]. En effet, dans ce cas, la différence $I_{cw}-I_{ccw}$ ne changerait pas de signe et donc la différence de fréquence changerait de signe avec τ , comme le montre l'équation (43). Le mécanisme mis en évidence ici est différent de ceux envisagés théoriquement par ailleurs [76-80] ou de ceux prédits dans le cas de diaphragmes gaussiens [81-86].

Ces expériences montrent l'importance de la diffraction dans la conception d'un gyrolaser. Pour éviter d'avoir un biais, il faut donc bien centrer le diaphragme lors de l'alignement et surtout choisir une configuration où le diaphragme est situé sur un plan de symétrie de la cavité. C'est le critère qui avait été retenu de façon empirique par tous les fabricants de gyrolasers.

E. Rétrodiffusion, zone aveugle et diffraction résonnante.

1. Dépendance de la zone aveugle avec la fréquence du laser.

Les travaux d'Aronowitz sur les gyrolasers montrent que la zone aveugle dépend fortement du décalage en fréquence par rapport au centre de la raie laser [21,87]. D'une part, la zone aveugle diminue quand le rapport gain/pertes augmente. Il est donc logique que la zone aveugle soit minimale au maximum d'intensité du laser. Il apparaît cependant une petite nuance dans les résultats: la courbe qui donne la zone aveugle en fonction de la fréquence montre que celle-ci est toujours plus faible du côté des hautes fréquences de la transition que du côté des basses fréquences. Ce fait n'a jamais été complètement expliqué théoriquement. Or nous connaissons maintenant un phénomène qui brise la symétrie des profils d'intensité de sortie en fonction de la fréquence: la diffraction résonnante. Nous allons montrer ici expérimentalement que les dissymétries des courbes de zone aveugle en fonction de la fréquence sont corrélées aux dissymétries des profils d'intensité de sortie et que la zone aveugle est minimale du côté où la puissance de sortie est maximale.

Pour étudier les variations de la zone aveugle en fonction de la fréquence du laser nous devons balayer cette dernière en changeant la longueur de la cavité. Or on sait que si on balaye la longueur de la cavité d'un gyrolaser la valeur de la zone aveugle change pour une autre raison. On interprète habituellement la zone aveugle comme provenant des défauts locaux des miroirs. Les miroirs de gyrolaser sont donc optimisés de manière à avoir le moins possible de défauts locaux. Quand on déplace un des miroirs, on change les points d'impact des faisceaux sur les miroirs et donc les distances entre les défauts locaux résiduels et donc la somme vectorielle des ondes rétrodiffusées [12]. L'effet que l'on cherche à mettre en évidence ici risque donc d'être masqué par ces changements de phase relative des ondes rétrodiffusées. Nous choisissons donc de construire volontairement un "mauvais" gyrolaser. C'est-à-dire que nous choisissons des miroirs très diffusants pour lesquels la position du point d'impact du faisceau n'aura plus

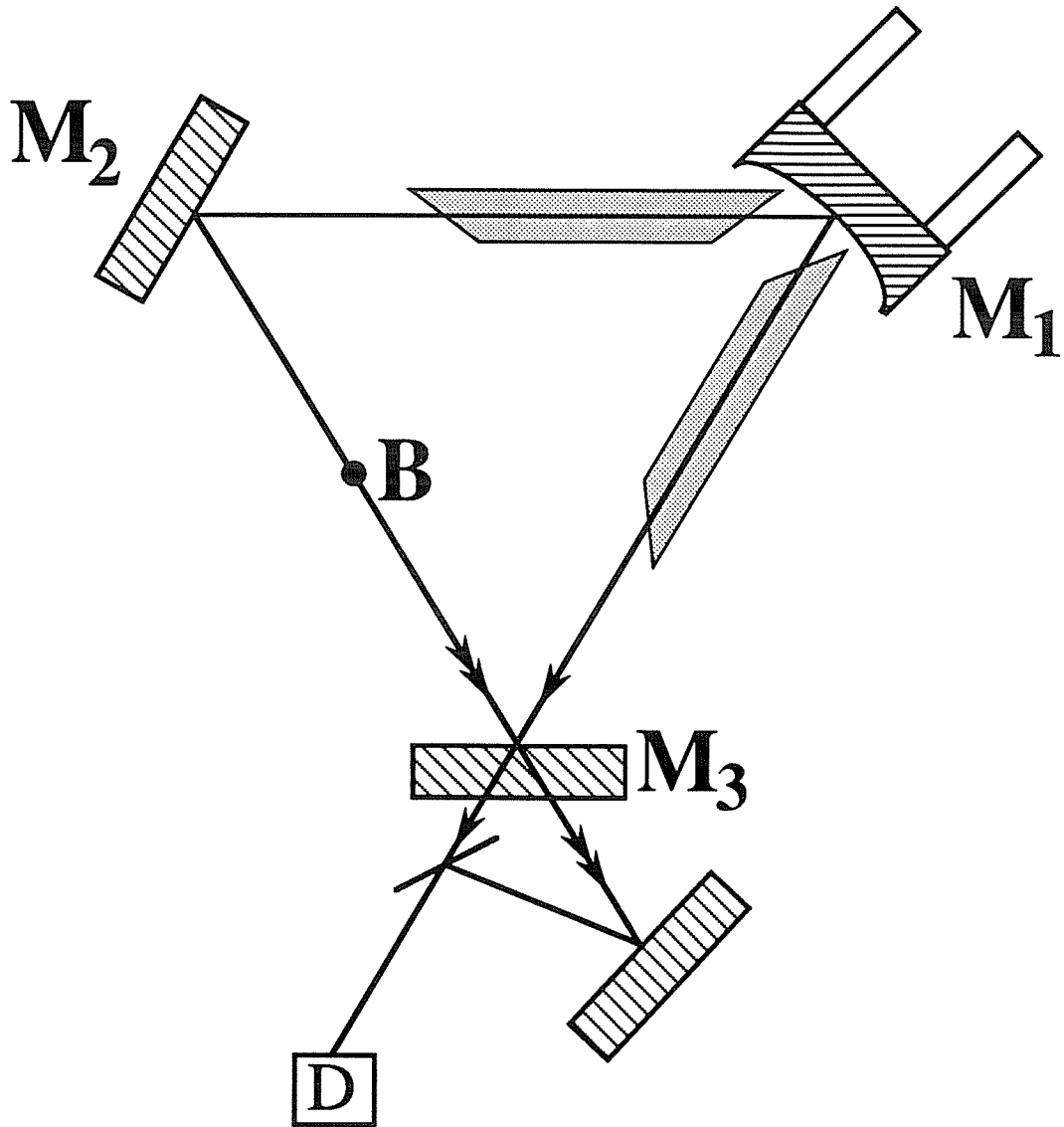


Figure 35.

d'influence sur la zone aveugle. On pourra ainsi mettre en évidence le rôle du décalage en fréquence par rapport au maximum de gain sur la valeur de la zone aveugle.

Le montage expérimental est représenté sur la figure 35. Le laser utilisé fonctionne à $3,39 \mu\text{m}$ et la cavité est équilatérale et a un périmètre égal à 84 cm. Le miroir sphérique a un rayon de courbure égal à 50 cm. Deux tubes à décharge identiques et longs de 12 cm sont situés de part et d'autre du miroir sphérique et ont un diamètre intérieur égal à 6,2 mm, permettant de sélectionner les effets de lentille de saturation. Dans ces conditions, quand les deux tubes sont très proches du miroir sphérique, la cavité est longue quand le diaphragme est situé près du miroir sphérique M_1 et courte quand le diaphragme est situé entre les miroirs plans M_2 et M_3 (point B) [52]. Les miroirs M_1 et M_2 sont totalement réfléchissants et le miroir M_3 transmet 6% de l'intensité incidente. L'utilisation de deux tubes à décharge identiques avec les mêmes courants de décharge permet d'avoir une cavité totalement symétrique du point de vue de la diffraction et donc de s'affranchir des biais décrits au paragraphe D. Les deux faisceaux sont recombinaés à la sortie de M_3 de manière à mesurer la différence de fréquence entre les deux modes. L'ensemble de l'expérience est monté sur une tourelle de radar dont on peut régler et inverser la vitesse de rotation. On observe l'évolution de la zone aveugle en fonction de la fréquence en augmentant peu à peu la vitesse de rotation et on s'assure de l'absence de biais en vérifiant que le résultat est le même pour les deux sens de rotation.

Dans un premier temps, nous remplissons les tubes à décharge avec un mélange 5:1 ^3He - ^{20}Ne à la pression totale $P=1,1$ Torr. On vérifie d'abord que l'effet de lentille de saturation est bien prédominant et que la cavité est bien courte quand le diaphragme est en B [figure 36(a)] et longue quand le diaphragme est sur le miroir M_1 [figure 37(a)]. On fait alors tourner l'expérience et on vérifie bien que les battements commencent à apparaître du côté des basses fréquences quand la cavité est courte [figure 36(b)] et du côté des hautes fréquences quand la cavité est longue [figure 37(b)]. On remplit ensuite les tubes avec un mélange 1:1:10 ^{20}Ne - ^{22}Ne - ^3He à $P=1,1$ Torr, pression pour laquelle les dissymétries doivent être les mêmes que dans le cas à un isotope. Ici encore les dissymétries des profils de puissance de sortie et de courbes de zone aveugle

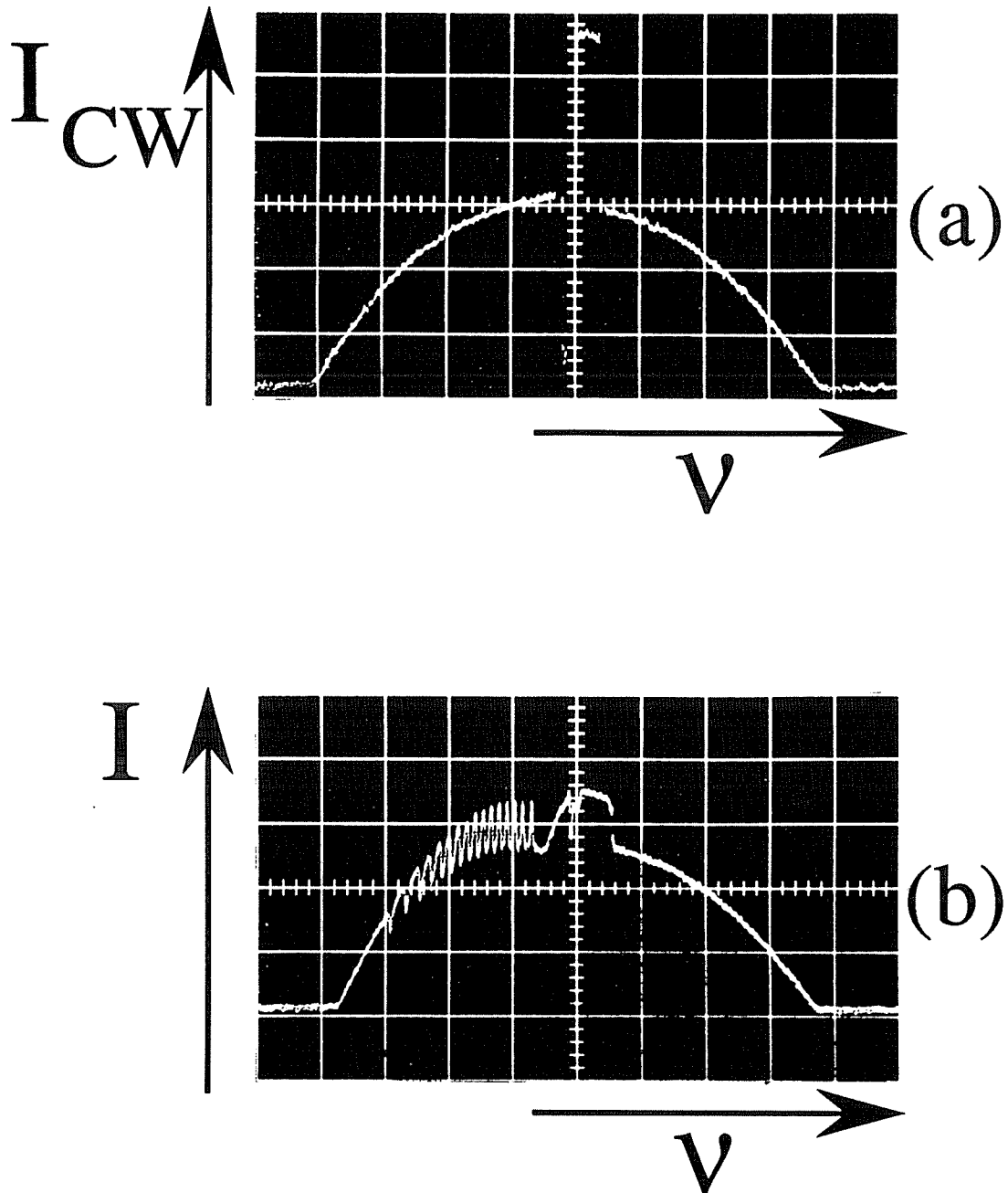


Figure 36: Résultats expérimentaux pour un gyrolaser à *un isotope court* dans les deux plans (axe horizontal: 30 MHz par division).

- (a) Le gyro est au repos. Puissance de sortie du mode CW seul en fonction de la fréquence. La dissymétrie montre que la cavité est courte dans les deux plans.
- (b) Le gyro tourne à la vitesse angulaire $\Omega=25^\circ/s$. On recombine les deux modes sur le détecteur et on constate que la zone aveugle est plus faible du côté des basses fréquences.

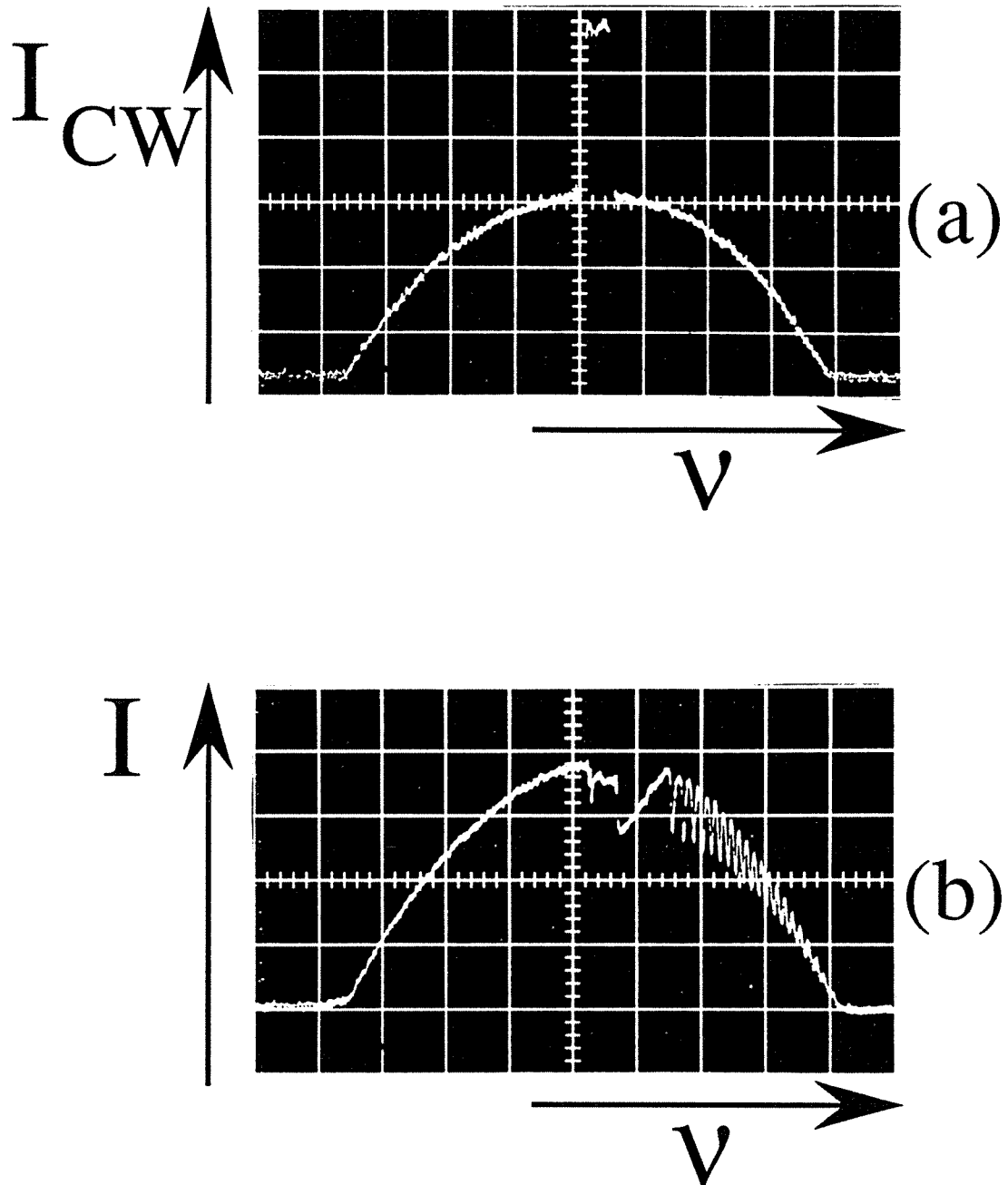


Figure 37: Résultats expérimentaux pour un gyrolaser à un isotope long dans les deux plans (axe horizontal: 30 MHz par division).

- (a) Le gyro est au repos. Puissance de sortie du mode CW seul en fonction de la fréquence. La dissymétrie montre que la cavité est longue dans les deux plans.
- (b) Le gyro tourne à la vitesse angulaire $\Omega=22^\circ/\text{s}$. On recombine les deux modes sur le détecteur et on constate que la zone aveugle est plus faible du côté des hautes fréquences.

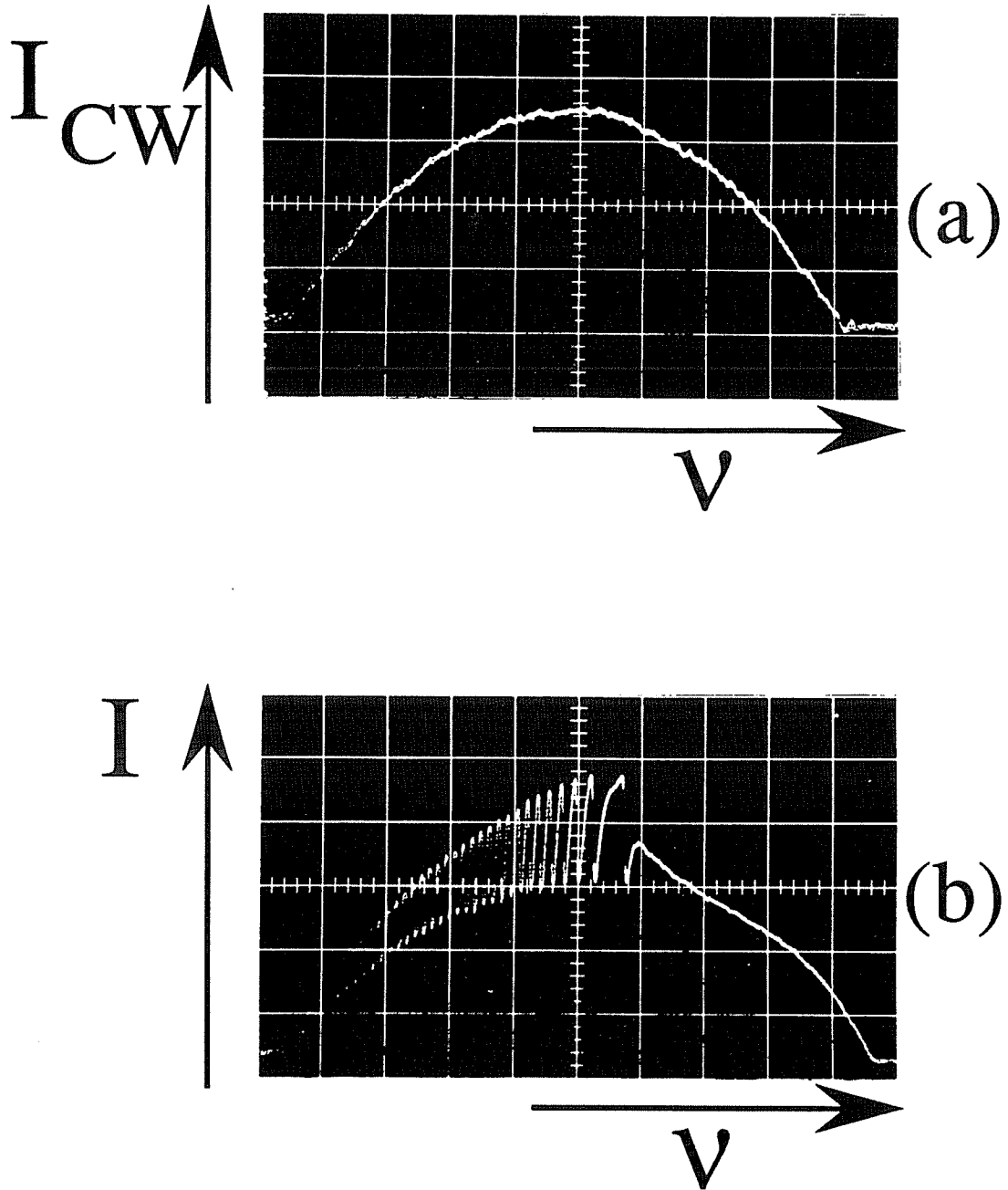


Figure 38: Résultats expérimentaux pour un gyrolaser à deux isotopes court dans les deux plans (axe horizontal: 30 MHz par division).

- (a) Le gyro est au repos. Puissance de sortie du mode CW seul en fonction de la fréquence. La dissymétrie montre que la cavité est courte dans les deux plans.
- (b) Le gyro tourne à la vitesse angulaire $\Omega=16^\circ/\text{s}$. On recombine les deux modes sur le détecteur et on constate que la zone aveugle est plus faible du côté des basses fréquences.

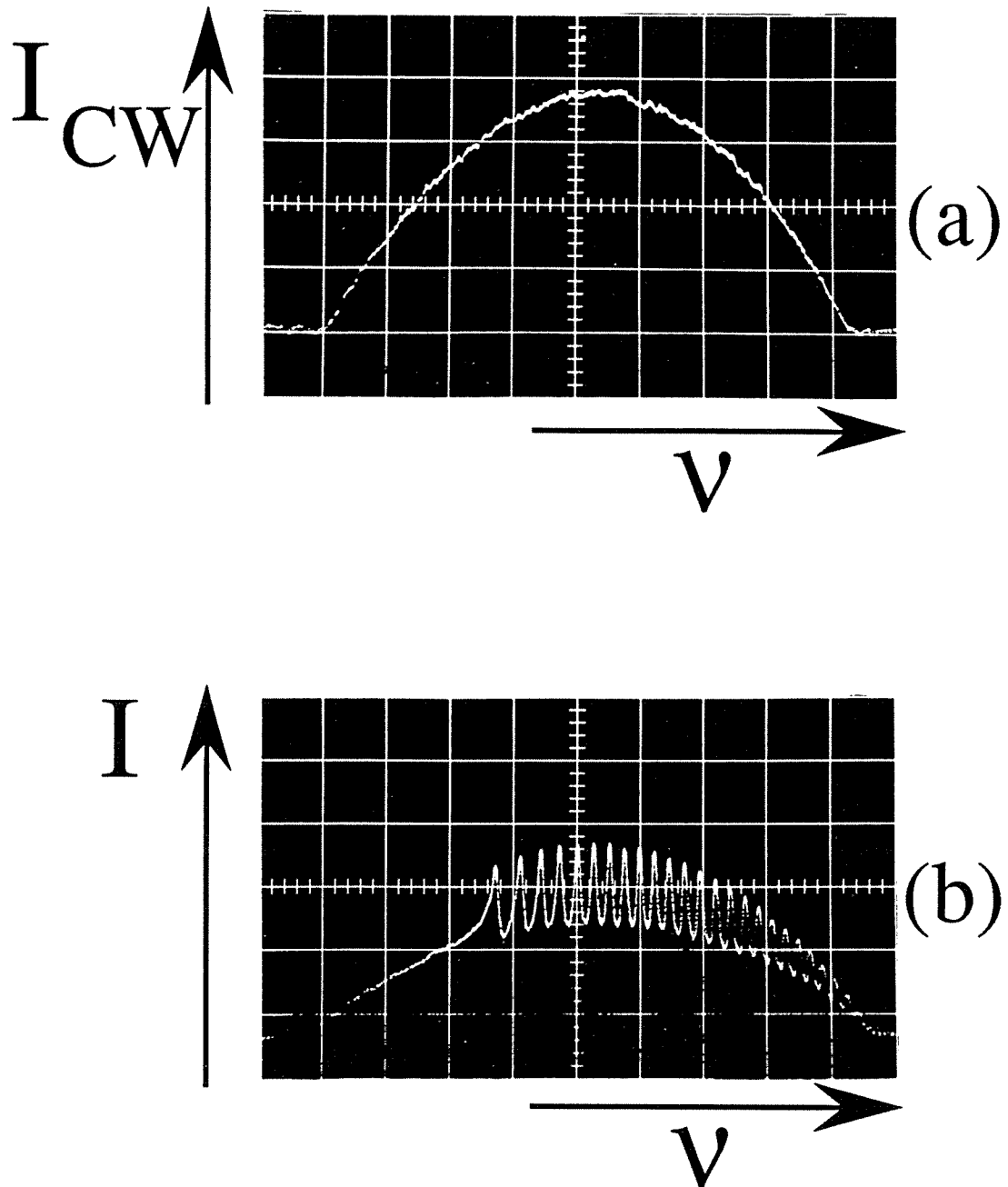


Figure 39: Résultats expérimentaux pour un gyrolaser à *deux isotopes long* dans les deux plans (axe horizontal: 30 MHz par division).

- (a) Le gyro est au repos. Puissance de sortie du mode CW seul en fonction de la fréquence. La dissymétrie montre que la cavité est longue dans les deux plans.
- (b) Le gyro tourne à la vitesse angulaire $\Omega=16^\circ/\text{s}$. On recombine les deux modes sur le détecteur et on constate que la zone aveugle est plus faible du côté des hautes fréquences.

en fonction de la fréquence s'inversent quand on passe d'une cavité courte (figure 38) à une cavité longue (figure 39). Dans toutes ces expériences, on vérifie soigneusement deux choses: que les dissymétries des profils au repos sont les mêmes pour les deux ondes; que les mesures de zone aveugle donnent les mêmes résultats dans les deux sens de rotation, ce qui exclut l'existence d'un biais. On a donc bien montré que le mécanisme de diffraction résonnante conditionne également l'évolution de la zone aveugle en fonction de la fréquence, celle-ci étant minimale du côté où la puissance de sortie est maximale.

2. Diffraction et zone aveugle: Effet Sagnac inverse.

Cependant, l'effet d'intensité n'est pas forcément la seule cause de la dissymétrie de la zone aveugle en fonction de la fréquence. Une interprétation courante de la zone aveugle [12,22] est que celle-ci est due aux défauts locaux qui fixent la position des nœuds et des ventres formés par les deux ondes contrepropageantes. Pourquoi le diaphragme ne fixerait-il pas alors la position des nœuds et des ventres ? Quand le système est dans la zone aveugle, la répartition de champ électrique dans la cavité ressemblerait alors à celle représentée sur la figure 40, les nœuds et les ventres s'organisant de manière à ce que les pertes par diffraction soient minimales . C'est effectivement ce qu'on observe expérimentalement en montant le diaphragme sur une céramique piézoélectrique pour pouvoir le *déplacer le long de l'axe de propagation*, comme le montre la figure 41 quand le gyrolaser du paragraphe 1 avec deux isotopes est au repos. La figure 41(a) montre l'évolution de l'intensité de sortie du mode CW seul quand on balaye la longueur de la cavité grâce à la céramique piezoélectrique qui porte le miroir M_1 . On laisse ensuite le mode CCW venir interférer avec le mode CW sur le détecteur (voir figure 40). On obtient alors le résultat de la figure 41(b). En appliquant alors des tensions croissantes à la céramique piezoélectrique qui porte le diaphragme, la figure d'interférence des deux modes sur le détecteur change peu à peu [figures 41(c-d)] jusqu'au moment où la tension appliquée à la céramique est telle que le diaphragme s'est

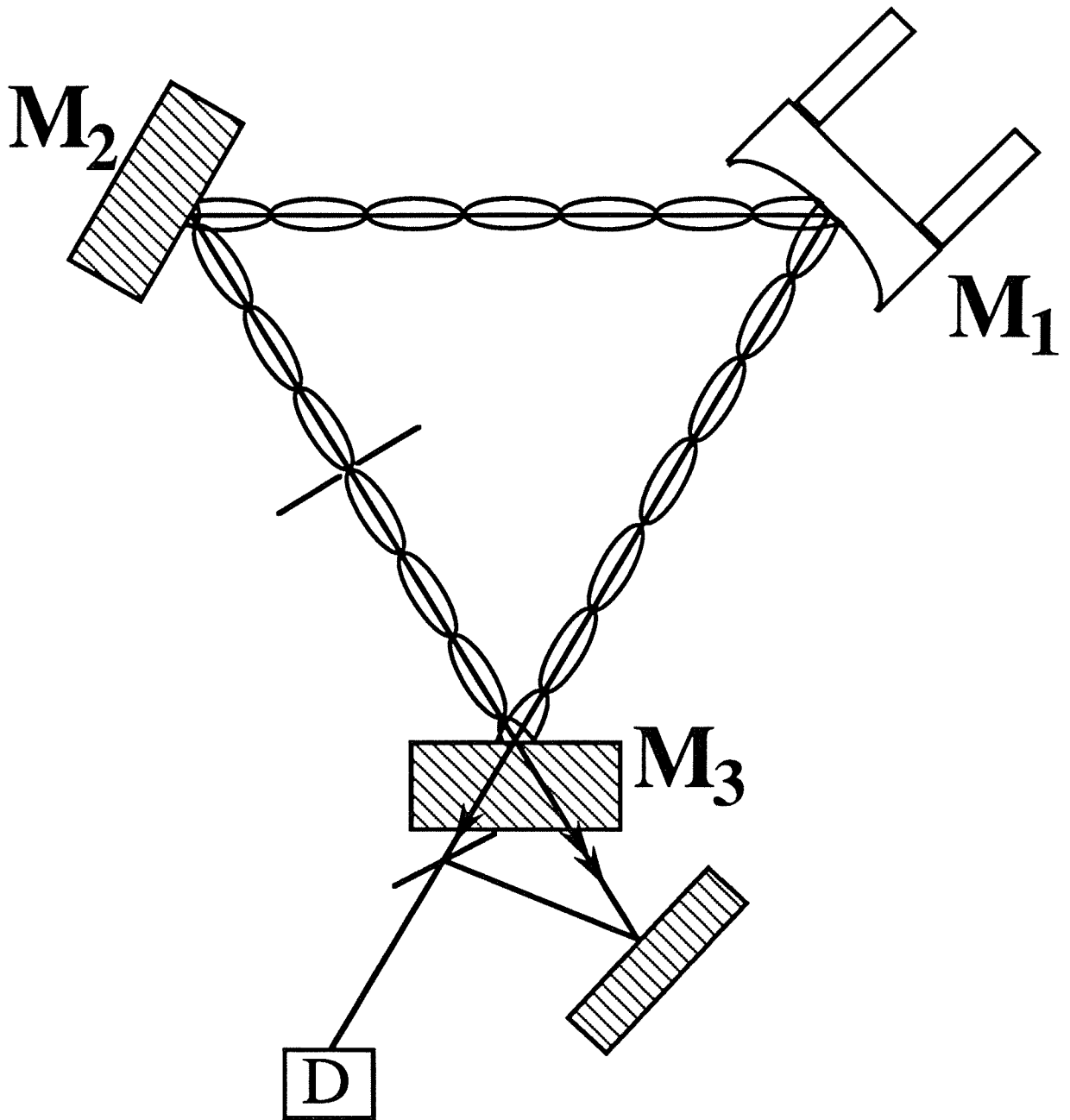


Figure 40.

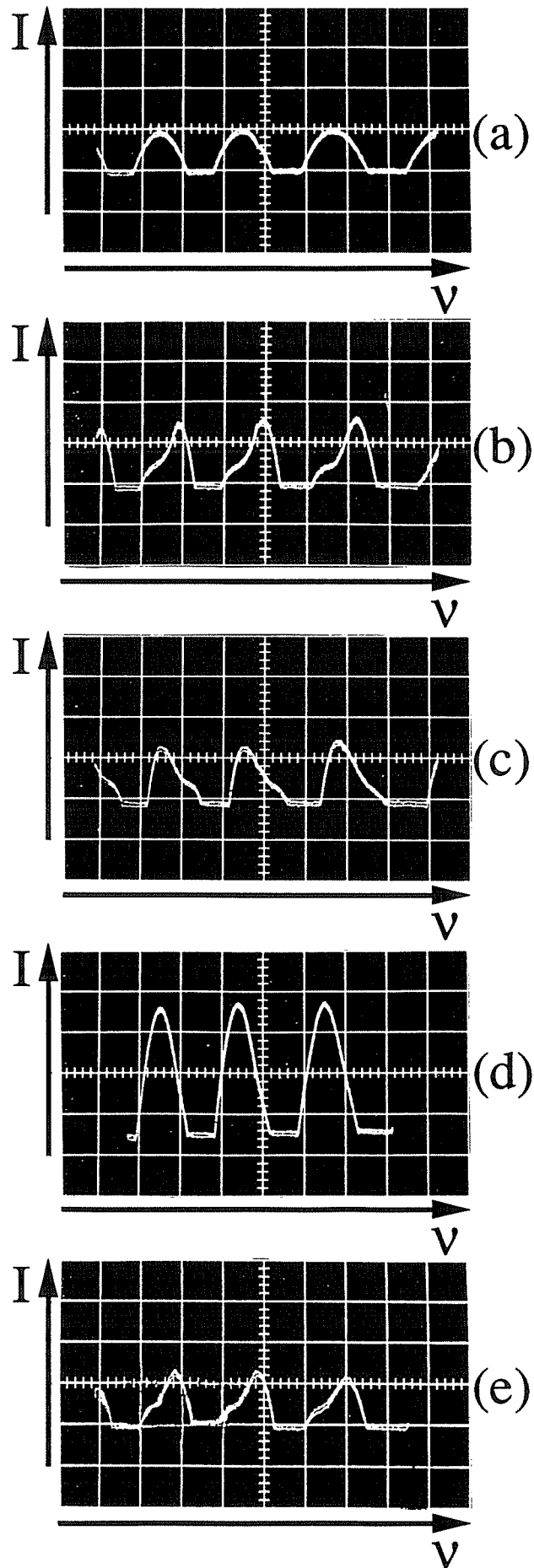


Figure 41: Intensité de sortie en fonction de la fréquence.

(a) Mode CW seul.

(b-e) Les modes CW et CCW interfèrent sur le détecteur. Le diaphragme est progressivement déplacé le long du faisceau, jusqu'à ce qu'il ait parcouru $\lambda/2$.

déplacé d'une demi-longueur d'onde le long de l'axe de propagation du faisceau [figure 41(e)]. Alors la figure d'interférence [figure 41(e)] redevient identique à celle obtenue au début [figure 41(b)], ce qui montre que l'onde stationnaire présente dans la cavité a suivi le diaphragme (voir la figure 40). *Le diaphragme entraîne donc bien les nœuds et les ventres*, l'ensemble du système étant immobile. La diffraction intervient donc directement dans le mécanisme de zone aveugle. L'équation d'Adler d'évolution habituelle du déphasage ψ entre les deux ondes contrepropageantes s'écrit [12]* :

$$\frac{d\psi}{dt} = S\Omega - d \sin \psi , \quad (44)$$

où $S = 2\pi \frac{4A}{\lambda p}$ est le facteur d'échelle de l'effet Sagnac [89], A est l'aire de la cavité, p son périmètre, Ω est la vitesse angulaire de rotation mécanique du gyrolaser et d est le terme responsable de la zone aveugle. Le gyrolaser est alors aveugle tant que Ω est inférieure en valeur absolue à la zone aveugle $\Omega_{ZA} = d/S$.

Les résultats expérimentaux de la figure 41 montrent que cette zone aveugle est due non seulement aux miroirs, comme on l'admet d'habitude, mais également au diaphragme. L'équation (44) doit donc s'écrire:

$$\frac{d\psi}{dt} = S\Omega - d_m \sin \psi - d_t \sin (\psi - \phi_0) , \quad (45)$$

où d_m est le terme de zone aveugle dû aux miroirs et d_t celui dû au trou. ϕ_0 est le "point de rappel" de l'onde stationnaire par le diaphragme. En déplaçant alors le diaphragme le

* Nous ne conservons dans nos équations d'Adler que les termes en $\sin(\psi)$, dits de "couplage dissipatif" [12,88]. Les termes en $\cos(\psi)$, dits de "couplage conservatif" ont une influence beaucoup moins importante sur la valeur de la zone aveugle. En revanche, ils jouent un rôle fondamental dans l'explication du phénomène de "winking", c'est-à-dire de modulation des intensités des deux ondes contrepropageantes à la fréquence de battement due à l'effet Sagnac.

long de l'axe du faisceau, on change la valeur de ϕ_0 , conformément à la figure 41. Quand $d_t > d_m$, la position des nœuds et des ventres dans la zone aveugle est fixée par le diaphragme. Si on déplace ce diaphragme à une certaine vitesse $\dot{\phi}_0$ faible, le déphasage ψ suivra adiabatiquement ϕ_0 et on observera une fréquence de battement $\frac{\dot{\phi}_0}{2\pi}$ sur le détecteur. Dans ce cas, on déplace les nœuds et les ventres par rapport à la cavité qui est fixe dans le référentiel de l'observateur. En revanche, par effet Sagnac habituel, une fois le gyrolaser sorti de la zone aveugle, c'est la cavité qui se déplace par rapport aux nœuds et aux ventres qui sont fixes dans un référentiel absolu. L'effet du déplacement du diaphragme dans la zone aveugle a donc un *signe opposé à l'effet Sagnac*. Nous pouvons par conséquent le qualifier d'*effet Sagnac inverse*. Notons que contrairement à l'effet Sagnac, l'aire et le périmètre de la cavité n'interviennent pas dans la fréquence de battement observée par déplacement du diaphragme. Seule intervient la vitesse de déplacement de ce diaphragme comparée à la longueur d'onde.

Nous avons vérifié ces prédictions expérimentalement en appliquant une tension sinusoïdale de pulsation ω_d à la céramique qui porte le diaphragme. On a alors $\phi_0 = \psi_0 \cos(\omega_d t)$ et l'équation (45) devient

$$\frac{d\psi}{dt} = S\Omega - d_m \sin \psi - d_t \sin [\psi - (\psi_0 \cos \omega_d t)], \quad (46)$$

Tant que la vitesse du diaphragme est assez faible pour que les nœuds et les ventres y restent accrochés, c'est-à-dire tant que $\psi_0 \omega_d < d_t$, la différence de phase ψ suit le diaphragme et vaut approximativement $\psi_0 \cos \omega_d t$. En arrêtant la fréquence du laser au centre de raie, on observe alors l'évolution dans le temps du signal sur le détecteur, qui évolue comme $\{1 + \sin(\psi)\}/2$. On obtient alors les résultats des figures 42(a) et 42(c) pour une période de modulation de la céramique. Ceci montre bien que le détecteur est soumis à deux ondes de fréquences différentes, la différence de fréquence valant $\frac{\dot{\phi}_0}{2\pi}$. La figure 43 reproduit la réponse du gyrolaser en fonction de Ω . La droite de pente négative

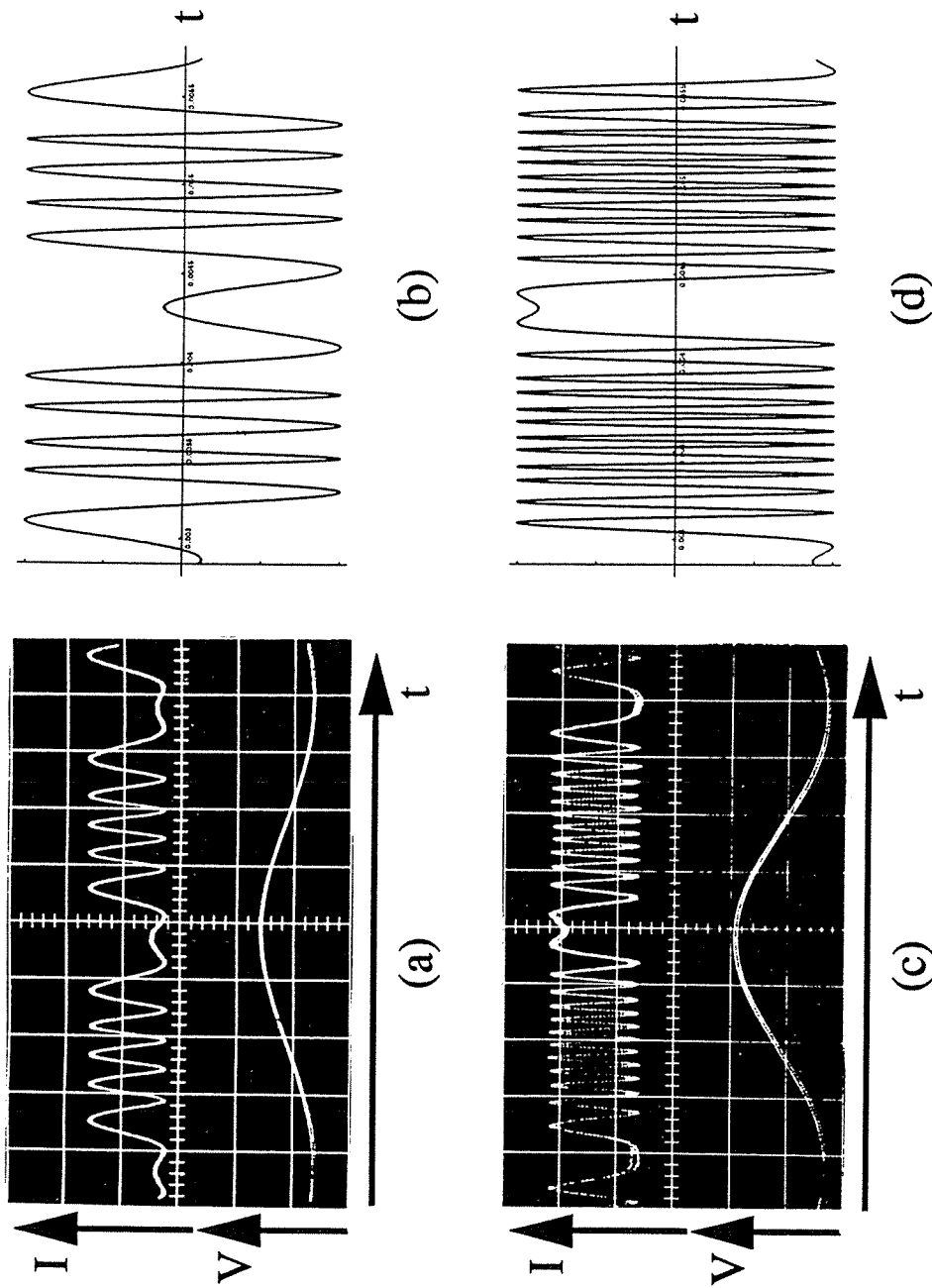


Figure 42: Modulation sinusoidale de la position du trou du long du faisceau.

(a), (c) Evolution en fonction du temps de l'intensité détectée et de la tension appliquée à la céramique. ϕ_0 augmente quand la tension diminue. Le laser est au centre de raie.

(b), (d) Simulations correspondantes avec $S/2\pi=5229 \text{ Hz.}(\text{°/s})^{-1}$, $\omega_d/2\pi=350 \text{ Hz}$, $\Omega=10^\circ/\text{h}$, $d_{II}=5\text{S}$, $d_I=17,562 \text{ S}$ et $\psi_0=5,2\pi$ pour (b) ou $\psi_0=11,55\pi$ pour (d).

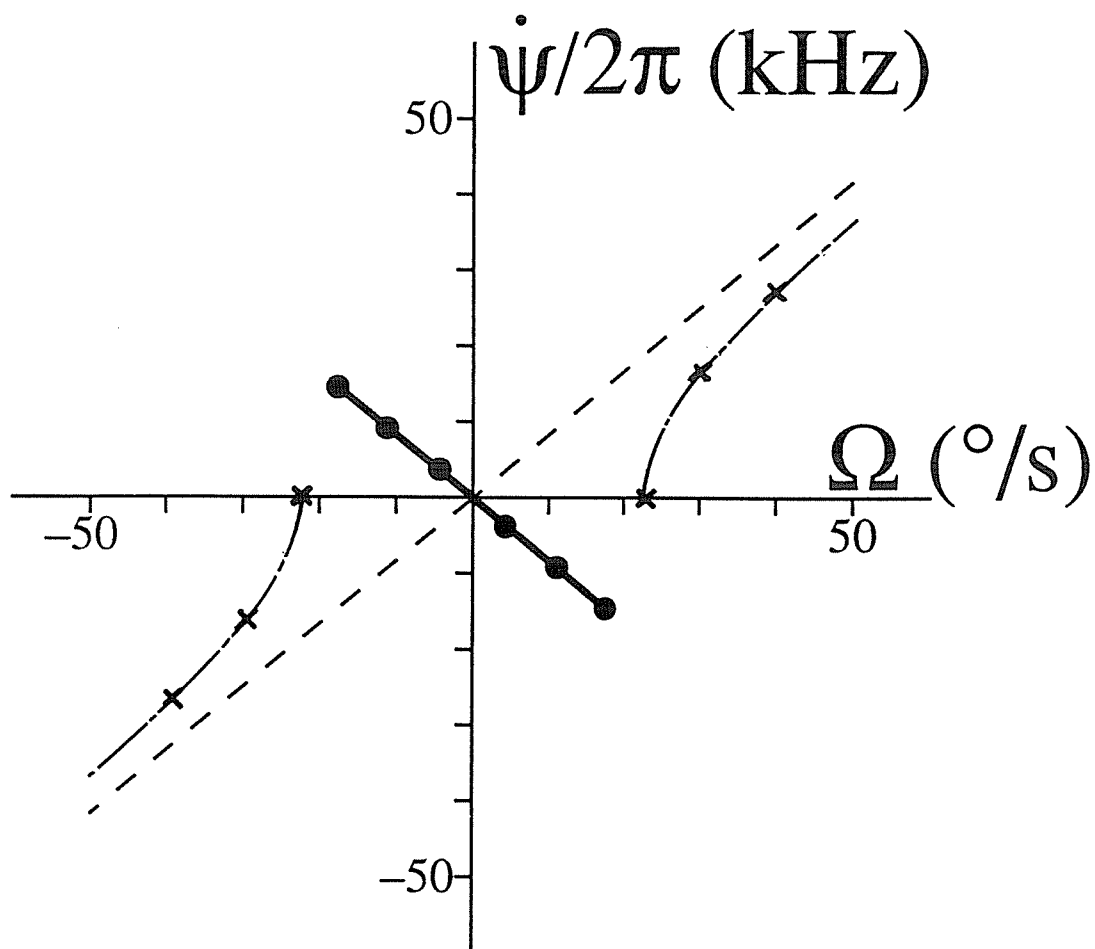


Figure 43: Fréquence de battement en fonction de la vitesse angulaire de rotation du gyrolaser.

Trait pointillé: réponse idéale sans zone aveugle.

Trait mixte : réponse réelle avec zone aveugle. Les points correspondent aux mesures obtenues au centre de raie en faisant tourner le gyrolaser.

Trait plein: effet Sagnac inverse. L'abscisse représente la vitesse angulaire équivalente à la vitesse de déplacement du diaphragme le long du faisceau. Les croix sont des mesures.

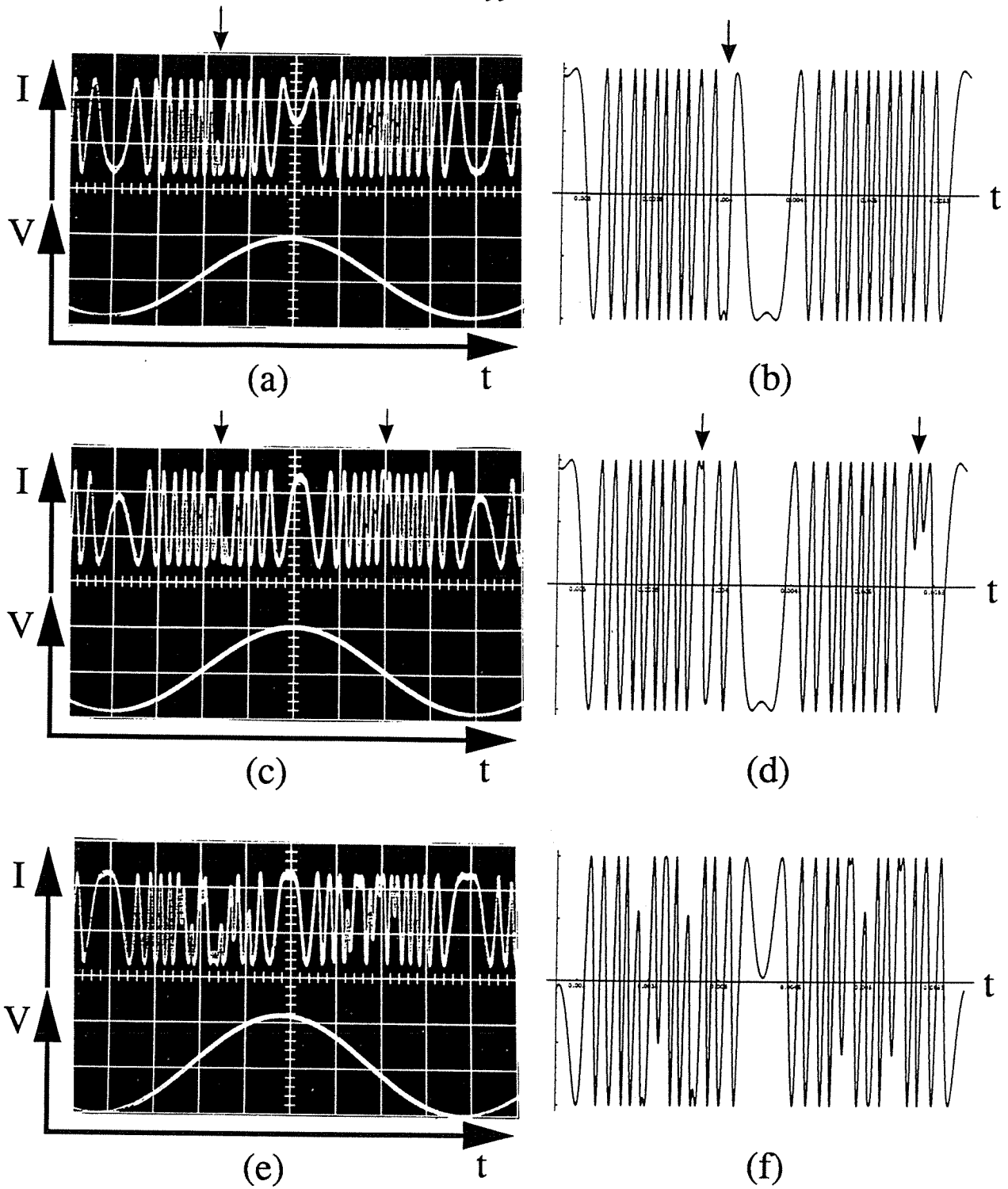


Figure 44: Suite de la figure 42 pour des amplitudes de modulation plus grandes.
 (a,c,e) Résultats expérimentaux. Les nœuds et les ventres ne suivent plus le diaphragme.
 (a) *Détection de la rotation terrestre.*
 (b,d,f) Simulations correspondantes avec $\psi_0 = 12,75\pi$, $12,76\pi$ et 16π respectivement.

représente l'évolution de la fréquence de battement due à l'effet Sagnac inverse en fonction de la vitesse angulaire équivalente au mouvement du diaphragme, les croix correspondant aux mesures des figures 42(a) et 42(c). Les courbes théoriques d'évolution de l'intensité détectée en fonction du temps des figures 42(b) et 42(d) sont obtenues en intégrant numériquement l'équation (46).

Cependant, si on augmente encore la vitesse de la céramique, les nœuds et les ventres vont se décrocher du diaphragme. Ceci arrivera, en première approximation, quand la vitesse angulaire équivalente du diaphragme dépassera la zone aveugle due à la diffraction, c'est-à-dire quand $\psi_0 \omega_d > d_t$. Cependant, comme la terre est en rotation, les nœuds et les ventres se décrocheront du diaphragme quand $\dot{\phi}_0 < 0$ pour des valeurs plus faibles de $\dot{\phi}_0$ que quand $\dot{\phi}_0 > 0$. En effet, *l'effet Sagnac dû à la rotation de la terre et l'effet Sagnac inverse ajoutent leurs effets pour $\dot{\phi}_0 < 0$ alors qu'ils se retranchent pour $\dot{\phi}_0 > 0$* . C'est ce qu'on observe dans la figure 44. Dans la figure 44(a), les nœuds et les ventres ne sont "lâchés" par le diaphragme que dans la partie montante de la sinusoïde, car alors effet Sagnac inverse et rotation terrestre conjuguent leurs effets. Il faut encore augmenter un peu ψ_0 pour que les nœuds et les ventres soient lâchés des deux côtés, comme le montrent les figures 44(c) et 44(e). Les simulations reproduites sur les figures 44(b,d,f) obtenues avec $\Omega = 10$ °/h sont en accord avec les observations expérimentales et montrent bien que la figure 44(a) est une observation de la rotation terrestre par effets Sagnac et Sagnac inverse conjugués. Il faut noter que bien que la zone aveugle de notre gyrolaser vaille plus de 20 °/s (voir la figure 43), *l'effet Sagnac inverse permet d'observer la rotation terrestre, qui est plus de 7000 fois plus faible que la zone aveugle*.

Signalons enfin qu'en tournant le plan du diaphragme par rapport à la perpendiculaire au faisceau, on observe une diminution du terme d_t d'accrochage de l'onde stationnaire au trou. On finit quand $d_t < d_m$ par accrocher les nœuds et les ventres non plus sur le trou mais sur les miroirs. On observe de plus que les dissymétries des courbes de zone aveugle en fonction de la fréquence obtenues au paragraphe 1 sont beaucoup plus marquées pour les grandes valeurs de d_t , c'est-à-dire quand le terme dû au trou a un rôle prépondérant dans la zone aveugle. Ceci montre que ces dissymétries n'ont

pas seulement pour origine la variation en fréquence de l'intensité du laser en raison des pertes par diffraction du laser mais aussi *l'évolution en fréquence de la zone aveugle due à la diffraction* .

Dans les gyrolasers commercialisés actuellement, le diaphragme est réparti sur plusieurs millimètres et n'est pas poli du tout. Il en résulte que le terme de zone aveugle due à ce diaphragme est très faible. On peut se demander si l'utilisation d'un diaphragme de bonne qualité optique dans les gyrolasers n'améliorerait pas leurs performances.

F. Conclusion.

Cette partie a permis de montrer que les mécanismes de *diffraction résonnante* isolés initialement dans les lasers à deux miroirs existent encore dans les lasers en anneau [46]. Cependant, ils deviennent plus compliqués du fait de l'*astigmatisme* dû à l'incidence non normale sur les miroirs. La dynamique des rayons de mode d'une cavité en anneau a pu être prédite en utilisant la méthode de la matrice ABCD de Kogelnik indépendamment dans les plans sagittal et tangentiel de la cavité. La méthode de *spectroscopie de la lumière diffractée* a permis de montrer que les dissymétries observées dans les profils de puissance de sortie sont bien dues à une *évolution en fréquence des pertes par diffraction*. Les effets de lentille deviennent plus compliqués dans le cas des milieux actifs à *deux isotopes* utilisés dans le gyrolaser et il convient dans ce cas, pour prévoir les dissymétries, de tenir compte des valeurs des grandeurs atomiques de la transition [67]. Nous avons ensuite montré que ces effets de diffraction résonnante sont déterminants sur deux caractéristiques essentielles d'un gyrolaser: son *biais* et sa *zone aveugle* [90]. En effet, la *non-réciprocité de la diffraction résonnante* est la cause principale de l'apparition de biais dans les cavités non symétriques. Ceci permet de justifier la règle empirique qui veut qu'un gyrolaser *symétrique* ait un biais minimal. De plus, nous avons montré que *la diffraction résonnante pilote la dissymétrie de l'évolution de la zone aveugle avec la fréquence du laser*. Finalement, nos expériences ont prouvé que *la diffraction affecte grandement la physique de la zone aveugle* dans les gyrolasers et permet d'obtenir par *effet Sagnac inverse* des observations de rotations très inférieures à la zone aveugle, comme la *rotation terrestre*.

La diminution du couplage entre les deux modes contrepropageants a été obtenue ici par l'utilisation d'un mélange isotopique. Cependant, un laser en anneau a, dans le cas général, plusieurs états propres pour chaque sens de propagation. Nous allons maintenant voir comment utiliser la géométrie de ces états propres pour obtenir la simultanéité.

**II. LEVEE DE LA DEGENERESCENCE TRANSVERSE DES
ETATS PROPRES DU LASER.**

II. LEVEE DE LA DEGENERESCENCE TRANSVERSE DES ETATS PROPRES DU LASER.

Rappelons tout d'abord que la plupart des lasers utilisés à ce jour le sont pour leur puissance ou la finesse de la raie émise. Dans ce cas, ils contiennent généralement un élément fortement anisotrope comme une fenêtre de Brewster qui fixe une polarisation linéaire. Le comportement du laser est alors bien décrit par un modèle "scalaire" qui ne prend pas en compte la polarisation. De plus, pour un laser assez long, la constante de couplage C entre deux modes est généralement plus petite que 1, ce qui entraîne un comportement multimode [5]. Néanmoins, il peut être intéressant de construire des lasers qui n'imposent pas un seul état de polarisation. C'est le cas lorsqu'on veut faire de la bistabilité vectorielle [91] ou pouvoir régler la différence de fréquence entre deux états propres. Dans ce cas, pour décrire les caractéristiques d'émission d'un tel laser, on emploie un modèle spatial vectoriel. Si M est la matrice de Jones 2×2 pour un aller-retour dans la cavité et $\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}$ le vecteur de Jones représentant le champ électrique, la condition de résonance $M\vec{E} = \lambda\vec{E}$ permet de trouver les caractéristiques, c'est-à-dire les intensités, les distributions spatiales de polarisation et les fréquences propres, des deux états propres du laser [8,9]. Dans le cas où les deux états propres sont stables, si la constante de couplage C entre ces deux états propres est plus grande que 1, ces états propres sont en bistabilité vectorielle alors que si $C < 1$, ils oscillent simultanément [92]. Dans tous les cas, la constante de couplage régit la dynamique des deux états propres. Selon l'application souhaitée, on cherchera à réaliser $C > 1$ ou $C < 1$. Dans la physique des lasers en anneau, on cherchera systématiquement la simultanéité pour réaliser des gyrolasers.

Comme les deux états propres ont le même axe de propagation, il est très difficile dans les lasers usuels de contrôler la valeur de la constante de couplage C . En revanche, si on sépare spatialement les deux états propres dans une partie de la cavité, le problème peut devenir beaucoup plus simple. Des techniques de séparation des faisceaux

utilisant des éléments biréfringents ont déjà été utilisées dans des cavités à trois miroirs, soit pour améliorer les performances de lasers solides [93-96] ou pour sélectionner des modes longitudinaux [97,98]. Néanmoins, l'utilisation de deux miroirs sphériques et de deux lames inclinées dans la cavité ne permettait pas d'obtenir deux axes de propagation parallèles [99,100]. Par conséquent, un tel système ne permettait pas d'obtenir des modes dont les axes de propagation étaient dégénérés (c'est-à-dire confondus) dans une partie de la cavité et complètement séparés ailleurs. Le but de ce chapitre est, dans la partie A, d'explorer les états propres ordinaire et extraordinaire séparés spatialement dans seulement une partie de la cavité de façon à explorer leurs différentes dynamiques suivant la position du milieu actif. Dans la partie B, nous développons un formalisme servant à calculer les états propres des cavités à plusieurs axes de propagation. Dans la partie C nous testons expérimentalement les prédictions de ce formalisme. Enfin, la partie D est consacrée à l'extension de cette technique au cas des cavités en anneau pour en sonder les possibilités.

A. Etats propres ordinaire et extraordinaire: contrôle du couplage de deux états propres.

La séparation des axes de propagation des deux états propres du laser peut être créée par un cristal biréfringent comme le montre la figure 45. Cette cavité est construite avec un miroir sphérique et un miroir plan et contient un cristal biréfringent uniaxe taillé à 45° de son axe optique. Ce cristal sépare un faisceau incident en un rayon ordinaire polarisé suivant x et un rayon extraordinaire polarisé suivant y séparés spatialement. Le décalage spatial est donné par [101,102]

$$\Delta y = l \tan u, \quad (47)$$

où l est la longueur du cristal et u la séparation angulaire dans le cristal entre les rayons ordinaire et extraordinaire:

$$\cos u = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1/\epsilon_o + 1/\epsilon_e}{\sqrt{1/\epsilon_o^2 + 1/\epsilon_e^2}}. \quad (48)$$

ϵ_o et ϵ_e sont les valeurs propres du tenseur de permittivité du cristal (carrés des indices de réfraction ordinaire et extraordinaire). Les deux états propres d'un tel résonateur sont polarisés linéairement le long de x et y. Ils sont séparés spatialement entre le cristal et le miroir plan mais ont le même axe de propagation entre le cristal et le miroir sphérique (voir la figure 45). L'adaptation de ces états propres un peu particuliers aux modes de la cavité vide nous oblige à utiliser un miroir plan du côté où les deux états propres sont séparés spatialement. Appelons état propre ordinaire celui qui est polarisé suivant x et qui a pour champ électrique \vec{E}_o et pour fréquence propre ν_o et état propre extraordinaire celui qui est décalé spatialement et polarisé suivant y avec \vec{E}_e pour champ électrique et de fréquence propre ν_e . Il convient de remarquer que les états propres ordinaire et extraordinaire ne sont séparés spatialement que dans une partie de la cavité. Si ϕ est la

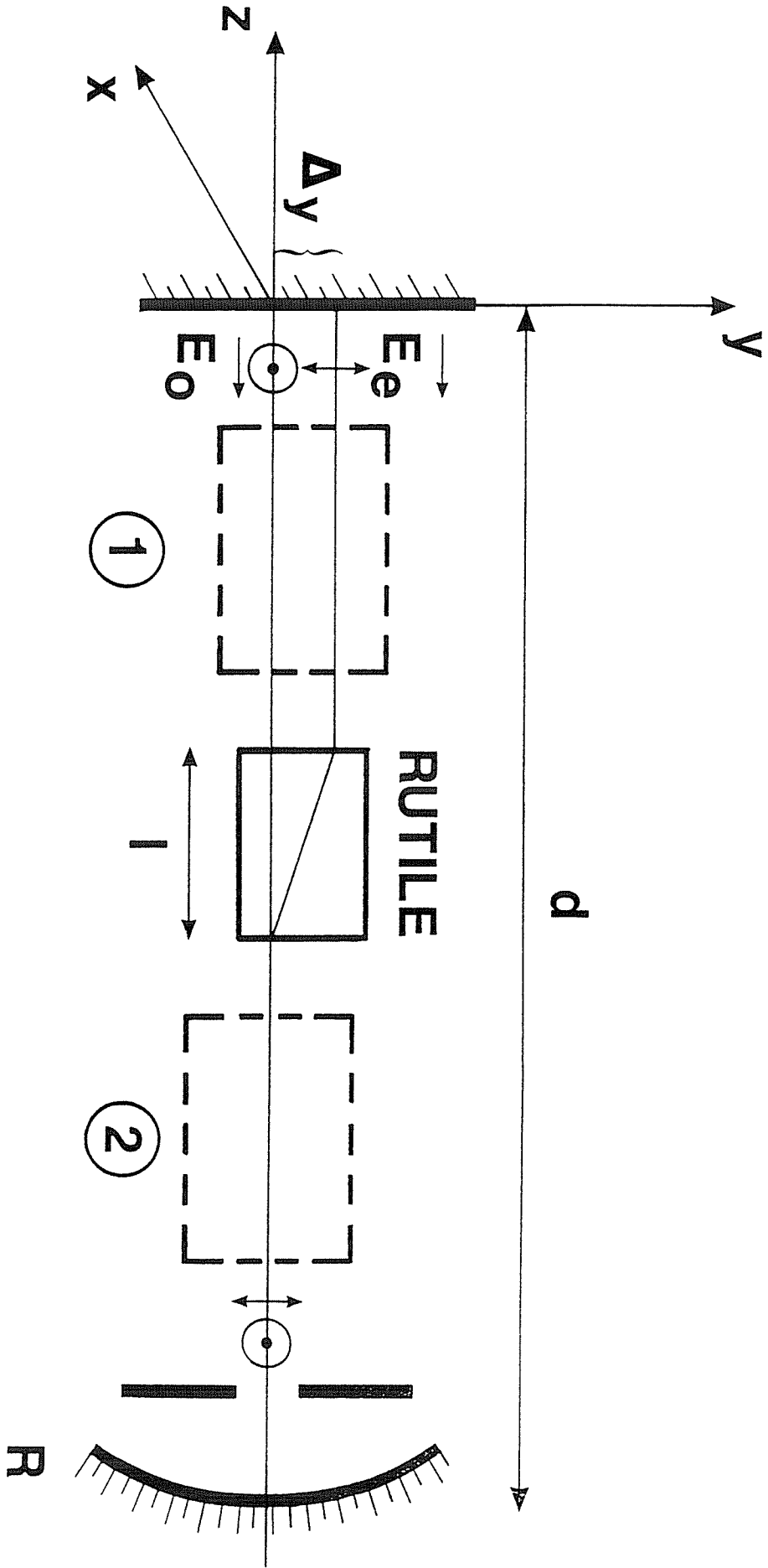


Figure 45: Cavité utilisée pour produire les états propres séparés dans l'espace.
 Remarquer les deux positions possibles du milieu actif, notées 1 et 2.

différence de phase entre les états propres ordinaire et extraordinaire après un passage dans le cristal, la différence de fréquence entre les deux états propres est

$$v_o - v_e = \frac{c}{2d} \frac{\phi}{\pi}, \quad (49)$$

où d est la longueur de la cavité et c la vitesse de la lumière. Près du seuil, les équations d'évolution des états propres peuvent être écrites sous une forme dérivée de la théorie de Lamb [5]

$$\dot{E}_o = E_o (\alpha_o - \beta_o E_o^2 - \theta_{oe} E_e^2), \quad (50a)$$

$$\dot{E}_e = E_e (\alpha_e - \beta_e E_e^2 - \theta_{oe} E_o^2), \quad (50b)$$

où α_o et α_e sont les gains nets des deux états propres, β_o et β_e leurs coefficients d'auto-saturation et θ_{oe} leur coefficient de saturation croisée. Comme dans la théorie de Landau des changements de phase structurale [103,104], la solution stationnaire pour les amplitudes des deux états propres peut être associée à un potentiel

$$V(E_o, E_e) = -\frac{1}{2}\alpha_o E_o^2 - \frac{1}{2}\alpha_e E_e^2 + \frac{1}{4}\beta_o E_o^4 + \frac{1}{4}\beta_e E_e^4 + \frac{1}{2}\theta_{oe} E_o^2 E_e^2. \quad (51)$$

Dans notre cas (voir figure 45), le milieu actif peut être placé en deux endroits différents, notés 1 et 2, soit là où les deux états propres sont séparés spatialement (position 1) soit là où leurs chemins sont confondus (position 2).

Dans le cas de la position 1, les deux états propres utilisent des parties différentes du milieu actif. Si le décalage Δy est plus grand que le rayon w du mode dans le milieu actif, qui peut être considéré comme inchangé par le cristal si $n_o l \ll d$, alors on peut s'attendre à ce que les deux états propres soient *complètement découplés*. Alors le terme de couplage peut être négligé dans les équations (50) qui deviennent:

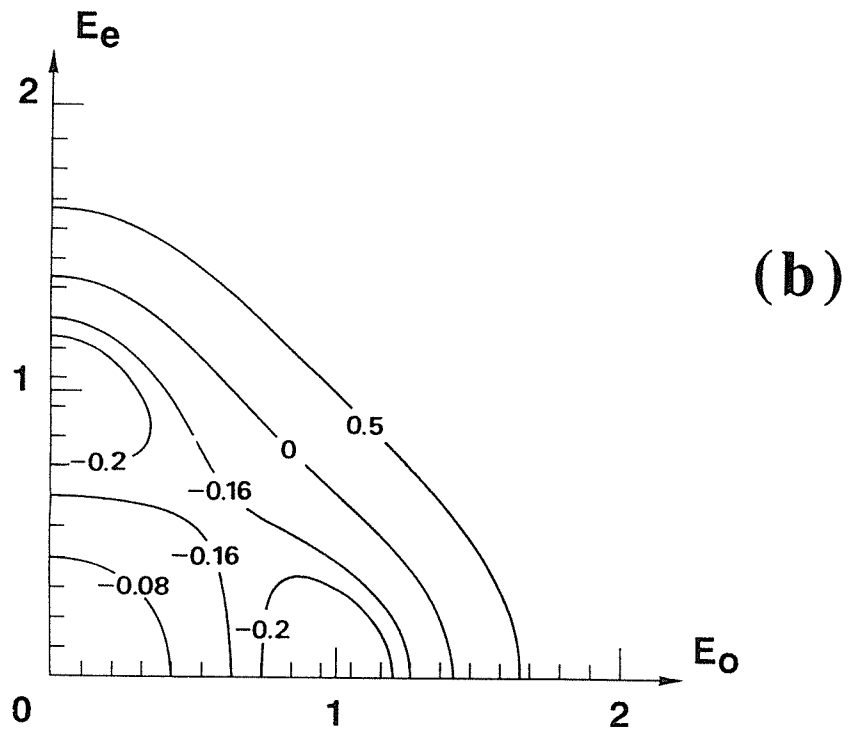
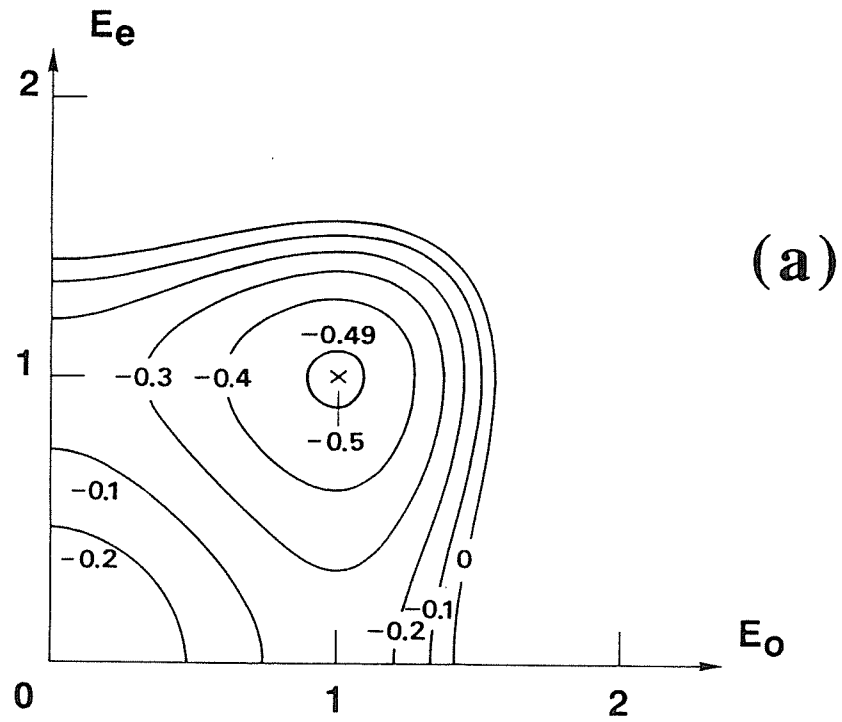


Figure 46: Equipotentiellles du potentiel de Landau.

- (a) $\alpha_o = \alpha_e = 1$, $\beta_o = \beta_e = 1$, $\theta_{oe} = 0$. Le minimum du potentiel correspond à une situation de *simultanéité vectorielle*.
- (b) $\alpha_o = \alpha_e = 1$, $\beta_o = \beta_e = 1$, $\theta_{oe} = 2$. Le potentiel a deux minima, un sur chaque axe. Ceci correspond à une situation de *bistabilité vectorielle*.

$$\dot{E}_o = E_o (\alpha_o - \beta_o E_o^2), \quad (52a)$$

$$\dot{E}_e = E_e (\alpha_e - \beta_e E_e^2). \quad (52b)$$

Les équipotentielle de V sont représentées dans ce cas-là sur la figure 46(a). On peut voir que le minimum de ce potentiel, qui détermine le régime stable, correspond à l'*oscillation simultanée des deux états propres*. Dans ce cas, les deux états propres ordinaire et extraordinaire polarisés orthogonalement forment en fait deux lasers indépendants qui oscillent dans la même cavité sans se perturber l'un l'autre.

Dans le cas où le milieu actif est situé en position 2, les deux états propres traversent le milieu actif selon le même axe. Le système est alors équivalent à un laser quasi-isotrope contenant une anisotropie de phase linéaire $\Delta\Phi_{xy}$. Dans le cas où la constante de couplage $C = \theta_{oe}^2/\beta_o\beta_e$ est plus grande que 1, les équipotentielles de V sont représentées sur la figure 46(b). Les minima de ce potentiel montrent que les solutions stables du système correspondent à l'oscillation d'un seul état propre. *Le système est alors bistable*. Nous pouvons attendre du système qu'il présente la dynamique habituelle de deux états propres de fréquences différentes fortement couplés [105]. Dans ce cas, deux mécanismes de basculement peuvent être prédits grâce à la théorie de Landau des transitions de phase du premier ordre: un mécanisme de rotation pour les faibles valeurs du déphasage ϕ et un mécanisme d'inhibition pour les plus grandes valeurs de ϕ .

La mise en évidence expérimentale de ces différentes dynamiques est réalisée avec un laser $^3\text{He}-^{20}\text{Ne}$ à $3,39 \mu\text{m}$. La cavité mesure 50 cm de long et le miroir sphérique a un rayon de courbure de 6 m et transmet 5% de l'intensité incidente. Le miroir plan transmet 36% de l'intensité. Les rayons de mode sont $w_R=1,4 \text{ mm}$ sur le miroir sphérique et $w_0=1,3 \text{ mm}$ sur le miroir plan. Le cristal est un rutile (TiO_2) coupé à 45° de son axe optique avec une section carrée de 8 mm de côté. Ses deux faces sont traitées anti-reflet. Il mesure $18,5 \text{ mm}$ de long de telle sorte que le décalage vaut $\Delta y=2,5 \text{ mm}$ à $3,39 \mu\text{m}$. Le tube à décharge mesure 20 cm de long et a un diamètre intérieur de 4 mm .

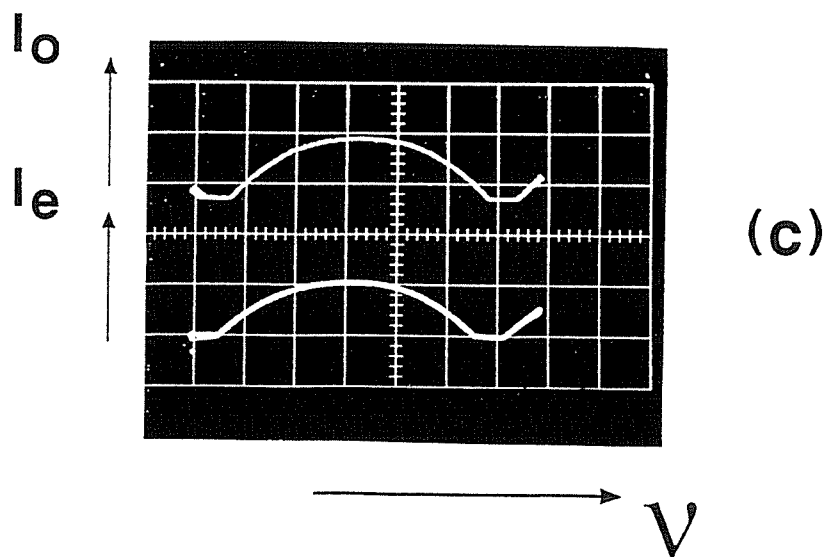
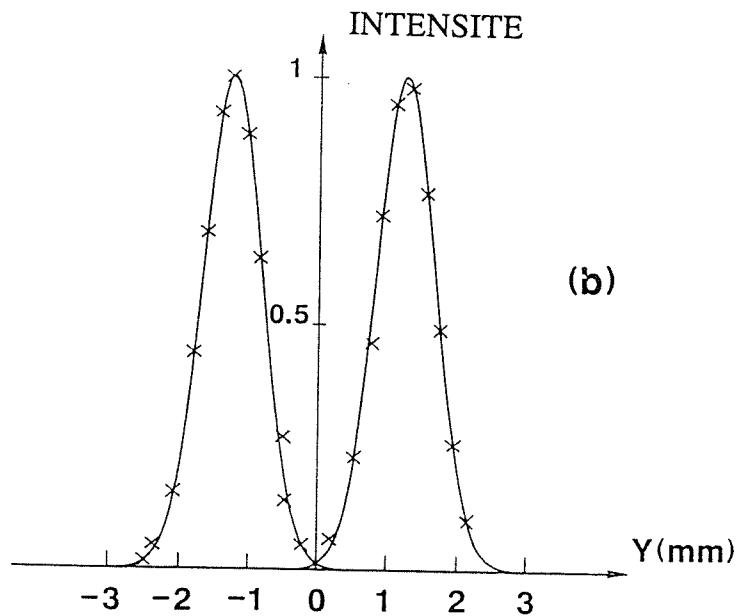
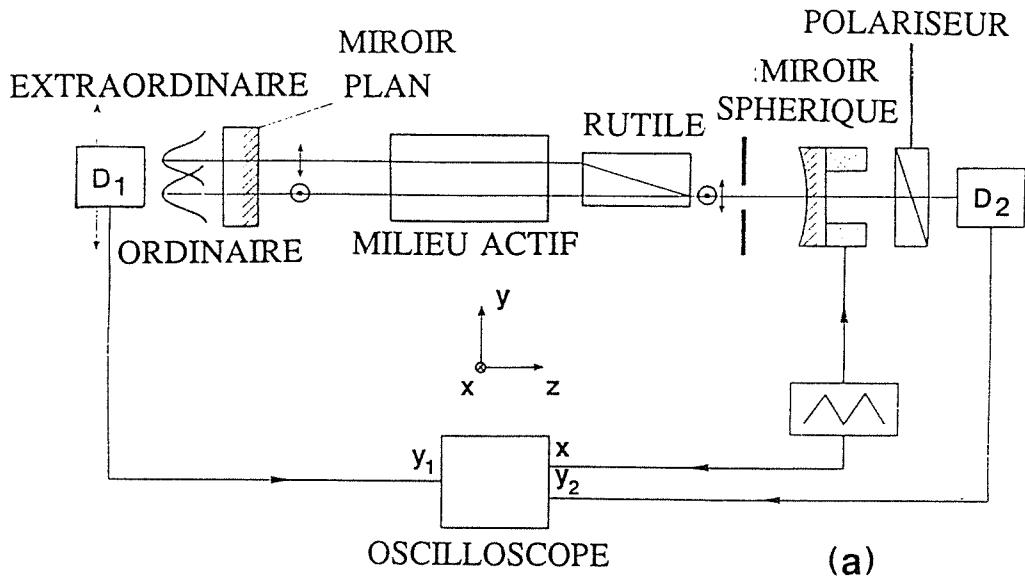


Figure 47: Découplage complet des états propres.

- (a) Montage expérimental. Le milieu actif est en position 1
- (b) Puissance de sortie détectée par D₁ en fonction de y. Le trait plein reproduit deux gaussiennes théoriques.
- (c) Profils d'intensités de sortie des états propres ordinaire et extraordinaire en fonction de la fréquence de la cavité vide (50 MHz par division).

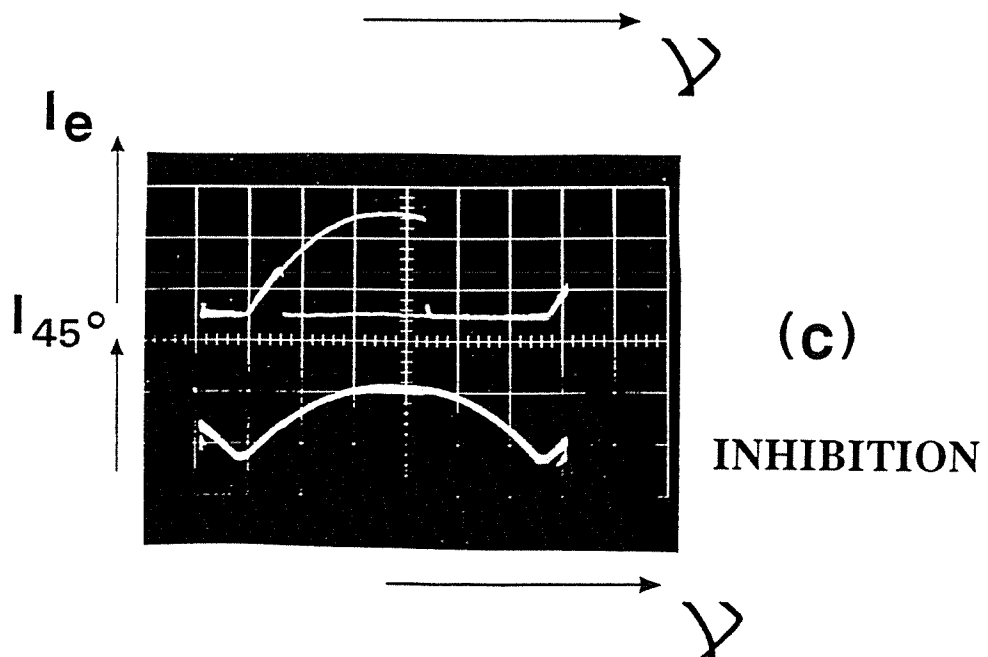
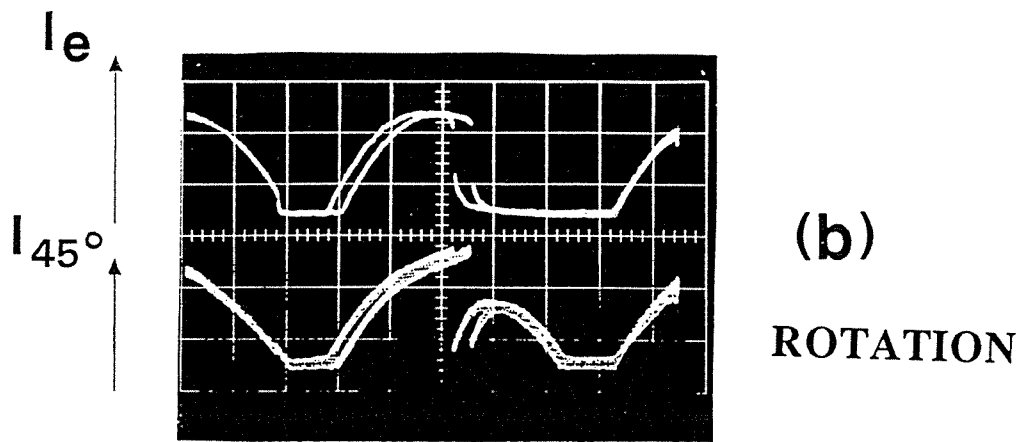
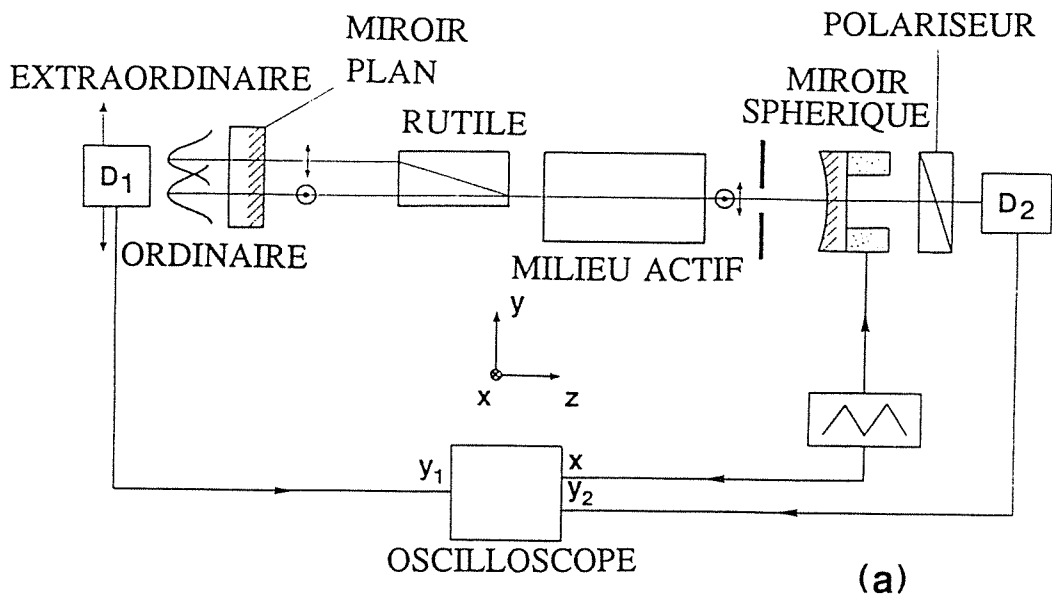


Figure 48: Bistabilité vectorielle.

- (a) Montage expérimental. Le milieu actif est en position 2.
 (b) Mécanisme de rotation. Puissance de sortie de l'état propre extraordinaire en fonction de la fréquence et puissance de sortie détectée par D_2 à travers un polariseur tourné à 45° des états propres (50 MHz par division, $\phi \approx 1^\circ$).
 (c) Mécanisme d'inhibition. Même figure que (b) pour un ϕ plus grand ($\phi \approx 6^\circ$).

En tournant légèrement le cristal on parvient à changer la valeur de ϕ sans perturber l'alignement. La longueur de la cavité est balayée par une cale piezoélectrique. Pour sélectionner le mode fondamental TEM_{00} , un diaphragme de diamètre $2,4 w_R \approx 3,2$ mm est situé près du miroir sphérique. Dans une première expérience [figure 47(a)], le tube à décharge est placé dans la position 1. En déplaçant le détecteur D_1 verticalement on relève les profils d'intensité de sortie des deux états propres [figure 47(b)]. Le détecteur D_1 est alors placé de manière à ne détecter que l'état propre ordinaire et un polariseur sélectionne l'état propre extraordinaire pour le détecteur D_2 . Les profils de puissance de sortie en fonction de la fréquence sont reproduits sur la figure 47(c). On peut voir que, comme prévu, *les deux états propres oscillent indépendamment l'un de l'autre*. Si on empêche un des états propres de fonctionner en plaçant un obstacle sur son chemin près du miroir plan, l'autre état propre n'est pas perturbé. Dans une seconde expérience [figure 48(a)], le tube à décharge est placé en position 2, là où les deux états propres ont même axe de propagation. Les deux états propres sont alors en bistabilité. Les figures 48(b) et 48(c) montrent les cycles d'hystérésis de la puissance de sortie de l'état propre extraordinaire en fonction de la fréquence et la puissance détectée par D_2 quand le polariseur est orienté à 45° des axes x et y . Dans les deux cas le cycle d'hystérésis de l'état propre ordinaire n'est pas reproduit mais est évidemment le complémentaire de celui de l'état propre extraordinaire. Dans la figure 48(b), ϕ est assez petit pour que des pics apparaissent sur le profil détecté par D_2 . Ceci montre que la polarisation tourne continûment pendant le basculement: c'est le *mécanisme de rotation*. Dans la figure 48(c), ϕ est plus important et les pics ont disparu. Le basculement se produit alors selon le *mécanisme d'inhibition* dans lequel un état propre disparaît à sa fréquence propre tandis que l'autre apparaît à sa propre fréquence. Si on désaligne trop le cristal, les deux états propres peuvent se croiser et leur constante de couplage C passe en-dessous de 1. Alors le système fonctionne en simultanéité vectorielle dans une petite plage de fréquence comme le montre le figure 49. De plus, des instabilités de polarisation peuvent apparaître dans le mécanisme de rotation pour $\phi \approx 0$, comme le montre la figure 50.

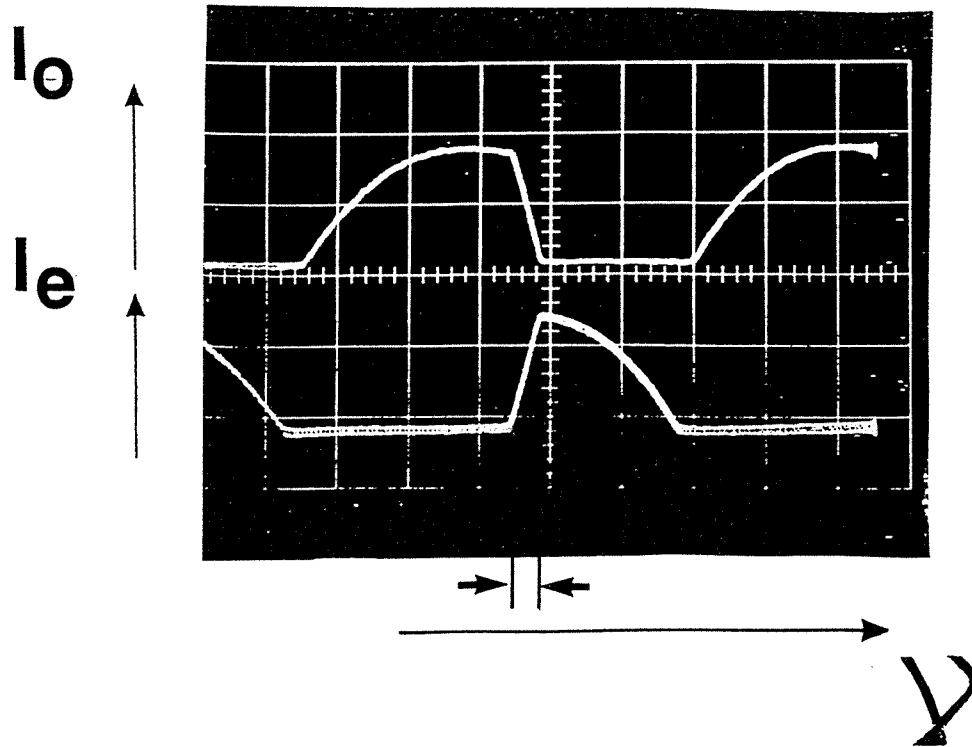


Figure 49: Simultanéité vectorielle dans une petite plage de longueur de cavité due au désalignement du laser. Puissances de sortie ordinaire et extraordinaire en fonction de la fréquence (50 MHz par division).

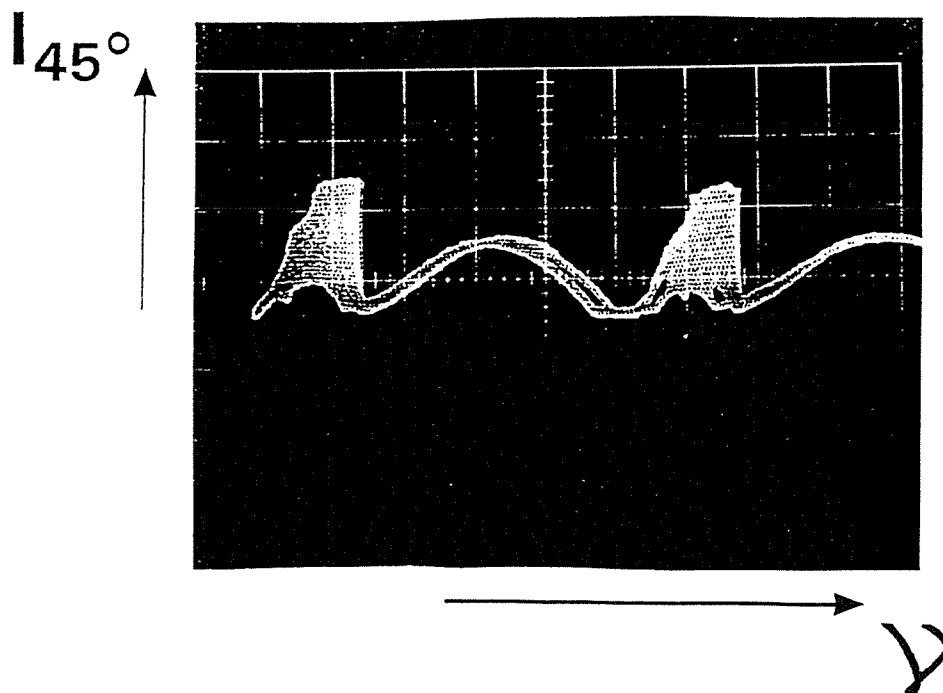


Figure 50: Instabilités vectorielles obtenues quand $\phi \approx 0^\circ$ (50 MHz par division).

**B. Modèle des matrices de Jones généralisées spatialement:
une extension du modèle spatial vectoriel.**

Nous avons donc montré dans le paragraphe précédent qu'il est possible de créer des états propres séparés dans l'espace dans une partie de la cavité. Ceci permet de contrôler leur couplage et de passer d'une situation de bistabilité vectorielle à une situation de simultanéité vectorielle [106]. Dans ce cas les caractéristiques des états propres étaient immédiates à déduire à partir de la cavité. Mais il n'en sera pas ainsi dans le cas de cavités plus compliquées. C'est pourquoi il est nécessaire de développer un nouveau formalisme* pour calculer les états propres des cavités admettant plusieurs axes de propagation.

1. Formalisme général.

De manière à obtenir un formalisme aussi simple que possible qui soit à même de décrire la brisure de la dégénérescence transverse des états propres, nous devons prendre en compte les symétries spatiales du problème et les dimensions transverses des différents éléments de la cavité laser. Considérons par exemple le cas du cristal biréfringent uniaxe coupé à 45° de son axe optique représenté sur la figure 51. Un tel cristal est symétrique par rapport au plan yz. Si une cavité ne contient que des éléments possédant cette symétrie, le formalisme décrivant les états propres de cette cavité n'aura pas besoin de prendre en compte la direction x, normale au plan de symétrie de la cavité. D'autre part, si le décalage Δy et la largeur transverse h du cristal sont choisis de telle manière que seulement deux faisceaux gaussiens de la cavité peuvent se propager dans le cristal, celui-ci peut être considéré comme une boîte avec deux entrées et deux sorties comme dans le schéma de la figure 52. De manière à décrire la distribution de champ

* Nous remercions R. C. Jones pour ses remarques concernant ce formalisme (R. C. Jones, communication privée, 1991).

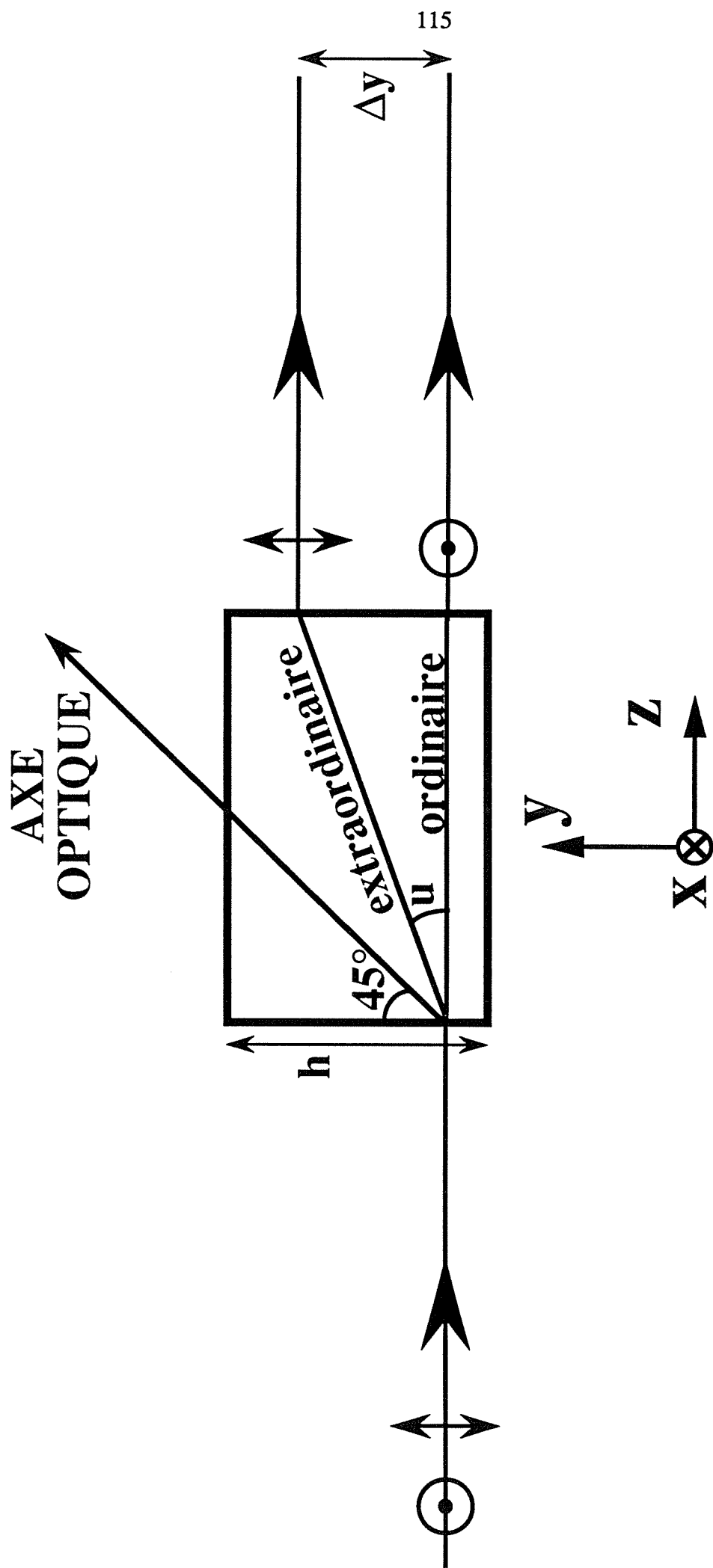


Figure 51: Cristal biréfringent uniaxe taillé à 45° de son axe optique.

électrique à la sortie du cristal en fonction du champ à l'entrée, nous représentons ce

champ électrique par un 4-vecteur $\vec{E} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ B_x \\ B_y \end{bmatrix}$ où les composantes T_x et T_y représentent les

composantes polarisées suivant x et y à l'entrée du haut ("top") du cristal et B_x et B_y les composantes polarisées suivant x et y à l'entrée du bas ("bottom") du cristal. Il est

intéressant de remarquer que $\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$ et $\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix}$ sont les vecteurs de Jones habituels représentant

les champs électriques aux entrées du haut et du bas du cristal respectivement [107,108].

Les composantes du 4-vecteur \vec{E} sont des nombres complexes et contiennent les amplitudes et les phases des différentes composantes du champ électrique de la lumière comme dans le cas des 2-vecteurs de Jones usuels. Si \vec{E} est le 4-vecteur représentant la lumière incidente sur le cristal et \vec{E}' le 4-vecteur représentant la lumière qui émerge du cristal (voir figure 52), on a alors:

$$\vec{E}' = \vec{C}\vec{E}, \quad (53)$$

où \vec{C} est la matrice de Jones généralisée 4x4 donnée par

$$\vec{C} = \begin{bmatrix} \exp(i\phi_o) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(i\phi_e) \\ 0 & 0 & \exp(i\phi_o) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (54)$$

où ϕ_o et ϕ_e sont les déphasages liés aux propagations ordinaire et extraordinaire dans le cristal. Nous avons supposé dans (54) que le cristal n'a pas d'absorption et qu'une onde, polarisée suivant y , incidente sur l'entrée du haut est éjectée de la cavité. La flèche sur \vec{C} représente la direction de propagation par rapport à l'axe z pour laquelle cette matrice est valable. En effet, la matrice du cristal pour le sens de propagation opposé s'écrit

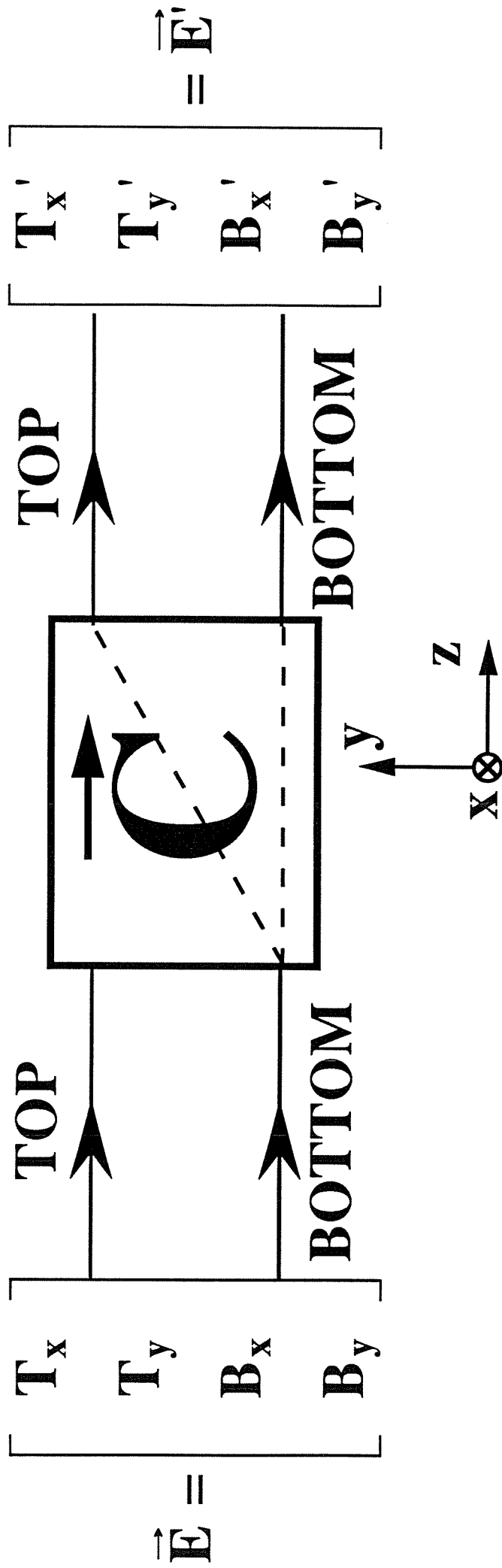


Figure 52: Le cristal biréfringent est modélisé comme une boîte à deux entrées et deux sorties.

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} \exp(i\phi_o) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(i\phi_o) & 0 \\ 0 & \exp(i\phi_e) & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (55)$$

Si on introduit dans la cavité un élément classique sans décalage transverse, comme une lame de phase ou un miroir, sa matrice 4x4 est

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}, \quad (56)$$

où m est la matrice de Jones 2x2 usuelle de l'élément. Le diaphragme utilisé dans la cavité comme filtre spatial pour sélectionner le mode TEM_{00} joue un rôle particulier dans ce genre de laser. Contrairement au cas des lasers à un seul axe de propagation, sa matrice de Jones généralisée 4x4 doit être considérée. Par exemple, la matrice d'un tel diaphragme situé sur l'axe de propagation du bas est égale à

$$A = a \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (57)$$

où $a < 1$ tient compte des pertes par diffraction. Ici l'expression "filtre spatial" prend tout son sens puisque le diaphragme a un double rôle. D'une part il introduit des pertes importantes pour les modes d'ordres supérieurs. D'autre part il joue le rôle de filtre transversal du fait qu'il ne permet qu'aux faisceaux de se propager.

Il semble intéressant de généraliser au cas des matrices 4x4 les concepts de réversibilité et de réciprocity d'un élément optique discutés par Jones [107]. La réversibilité d'un élément optique de matrices \vec{J} et \vec{J} pour les deux sens de propagation peut être définie par

$$\vec{J} = \hat{J}, \quad (58)$$

et sa réciprocity peut être définie par

$$\vec{J} \hat{J} = \hat{J} \vec{J} = 1, \quad (59)$$

où 1 représente la matrice identité 4x4. Par exemple, le cristal biréfringent mentionné ci-dessus n'est ni réversible ni réciproque. D'autre part, comme dans le cas des matrices de Jones 2x2, une lame quart d'onde est réversible mais non réciproque alors qu'une activité optique est réciproque mais non réversible.

Ici, comme dans le cas des lasers habituels à un seul axe de propagation, les états propres du laser sont déterminés à partir de la condition de résonance $M\vec{E} = \lambda\vec{E}$, où M est la matrice 4x4 pour un aller-retour complet dans la cavité. Les vecteurs propres de M donnent les distributions transverse et longitudinale de polarisation et d'intensité des états propres. Les valeurs propres de M donnent les fréquences propres correspondantes. Ce formalisme est facile à généraliser à un plus grand nombre d'axes de propagation possibles. Si on considère n axes de propagation, le champ électrique doit être représenté par un vecteur à 2n composantes et les matrices de Jones généralisées deviennent des matrices 2n x 2n.

2. Etats propres ordinaire et extraordinaire.

Comparons dans un premier temps les résultats déjà obtenus au paragraphe A avec les premières prédictions de notre formalisme. La cavité considérée est celle de la figure 45, avec les deux positions possibles du milieu actif notées 1 et 2. Cette cavité consiste en un miroir plan, un miroir sphérique, un cristal biréfringent et un diaphragme. Dans ce qui suit nous supposons que les matrices des miroirs sont scalaires. Nous n'avons par conséquent pas besoin de prendre ces miroirs en compte dans la condition de

résonance. Nous supposons également qu'en dépit des effets de saturation [50] le milieu actif peut être considéré comme isotrope et homogène transversalement, de manière à pouvoir lui aussi l'éliminer de la condition de résonance. Par conséquent, la matrice de Jones généralisée pour un tour dans la cavité de la figure 38 en partant du miroir plan peut s'écrire

$$M = \vec{C}A^2\vec{C}, \quad (60)$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (61)$$

est la matrice du diaphragme et \vec{C} et \vec{C} sont données par les équations (54) et (55). On obtient alors

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(2i\phi_e) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \exp(2i\phi_o) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (62)$$

On trouve alors l'état propre ordinaire

$$\vec{E}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (63)$$

de fréquence propre

$$v_o = \frac{c}{2d} \left(n - \frac{\phi_o}{\pi} \right); \quad (64)$$

et l'état propre extraordinaire

$$\vec{E}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (65)$$

de fréquence propre

$$v_e = \frac{c}{2d} \left(n - \frac{\phi_e}{\pi} \right); \quad (66)$$

où n est un entier. L'existence de ces deux états propres, l'un polarisé suivant y sur le chemin du haut et l'autre polarisé suivant x sur le chemin du bas a déjà été vérifiée expérimentalement au paragraphe A. Notons le rôle du diaphragme. S'il n'existait pas, on trouverait un état propre ordinaire de la forme

$$\vec{E}_o' = \begin{bmatrix} T_x \\ 0 \\ B_x \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (67)$$

de fréquence propre v_o donnée par (64). On peut voir ici le double rôle du diaphragme. Il sélectionne le mode TEM_{00} et élimine l'état propre ordinaire du haut.

Cet exemple d'utilisation du formalisme était plutôt simple et les états propres de cette cavité pouvaient être trouvés intuitivement. Cependant, nous allons voir maintenant des situations dans lesquelles notre formalisme devient nécessaire et conduit à des résultats surprenants.

3. Etats propres fourchus.

Considérons maintenant la cavité de la figure 53 qui contient en plus une lame quart d'onde. La matrice pour un aller-retour dans cette cavité en partant du miroir plan est

$$M = \vec{C} \vec{L} A^2 \vec{L} \vec{C}, \quad (68)$$

où

$$\vec{L} = \vec{L} = \begin{bmatrix} \mathcal{I}(\rho) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{I}(\rho) \end{bmatrix}; \quad (69)$$

$\mathcal{I}(\rho)$ est la matrice de Jones 2x2 usuelle d'une lame quart d'onde dont l'axe lent fait un angle ρ avec l'axe y:

$$\mathcal{I}(\rho) = \begin{bmatrix} \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right)\cos^2\rho + \exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right)\sin^2\rho & i\sqrt{2}\sin\rho\cos\rho \\ i\sqrt{2}\sin\rho\cos\rho & \exp\left(\frac{i\pi}{4}\right)\sin^2\rho + \exp\left(-\frac{i\pi}{4}\right)\cos^2\rho \end{bmatrix}. \quad (70)$$

La multiplication des matrices de l'équation (68) donne alors

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e^{2i\phi_0}\cos 2\rho & e^{i(\phi_0+\phi_0)}\sin 2\rho & 0 \\ 0 & e^{i(\phi_0+\phi_0)}\sin 2\rho & e^{2i\phi_0}\cos 2\rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (71)$$

Le fait que la matrice M n'est pas diagonale montre qu'il va y avoir un mélange entre faisceaux ordinaires et faisceaux extraordinaires dans les états propres de cette cavité.

L'équation caractéristique de cette matrice est

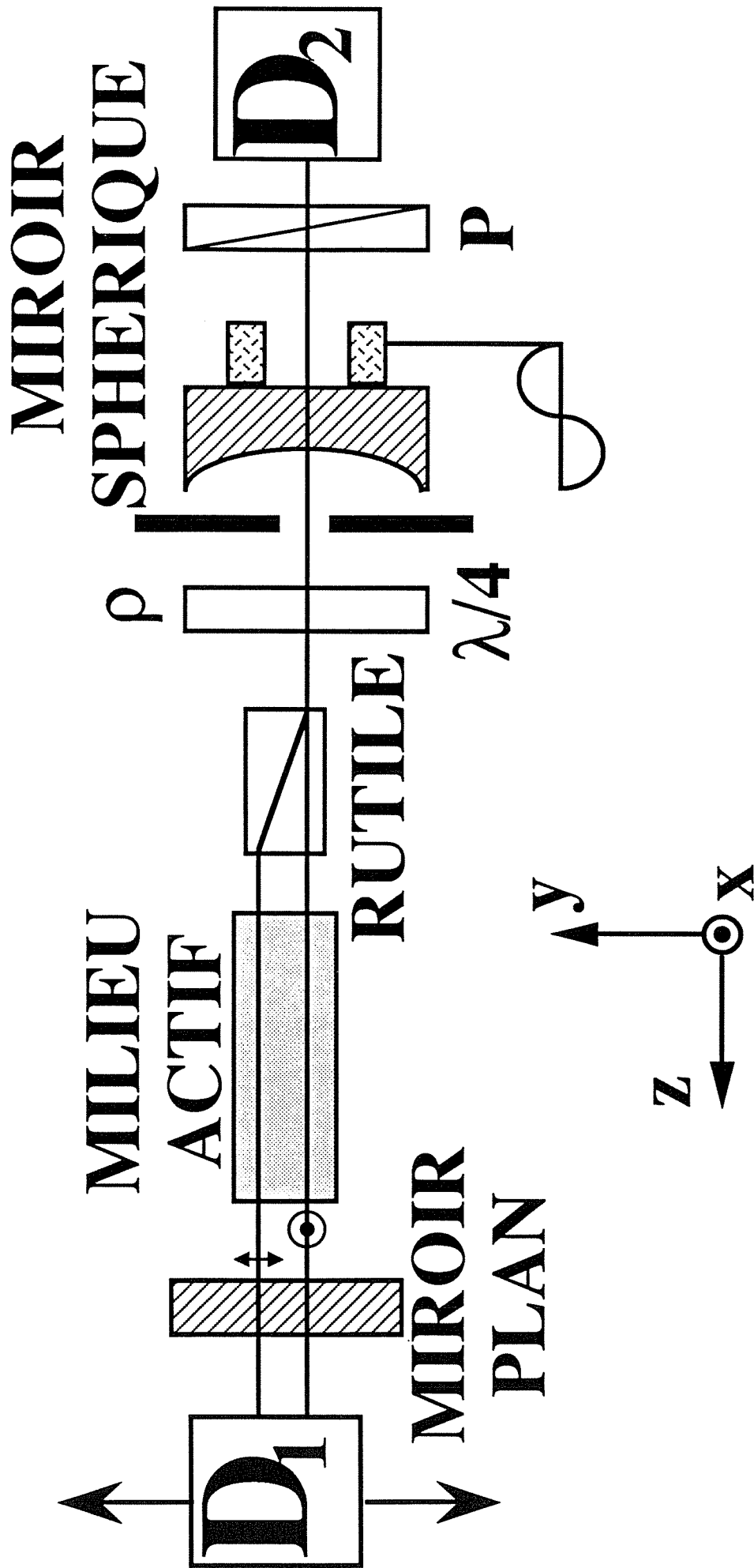


Figure 53: Cavité à états propres fourchus.

$$\lambda^2 \left\{ \lambda^2 + (e^{2i\phi_e} - e^{2i\phi_o}) \cos 2\rho - e^{2i(\phi_e + \phi_o)} \right\} = 0, \quad (72)$$

qui admet trois solutions

$$\lambda_0 = 0, \quad (73a)$$

$$\lambda_1 = e^{i(\phi_e + \phi_o)} \left\{ \left[1 - \cos^2 2\rho \sin^2 (\phi_e - \phi_o) \right]^{\frac{1}{2}} - i \cos 2\rho \sin(\phi_e - \phi_o) \right\}, \quad (73b)$$

$$\lambda_2 = -e^{i(\phi_e + \phi_o)} \left\{ \left[1 - \cos^2 2\rho \sin^2 (\phi_e - \phi_o) \right]^{\frac{1}{2}} + i \cos 2\rho \sin(\phi_e - \phi_o) \right\}. \quad (73c)$$

La première valeur propre, $\lambda_0=0$, correspond à des états propres qui sont soit réjectés par le cristal soit arrêtés par le diaphragme et ne présentent pas d'intêret physique. Si

$\vec{E} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ B_x \\ B_y \end{bmatrix}$ est le champ électrique sur le miroir plan, les deux autres états propres sont

solutions des systèmes

$$0 = \lambda_i T_x, \quad (74a)$$

$$-e^{2i\phi_e} (\cos 2\rho) T_y + e^{i(\phi_e + \phi_o)} (\sin 2\rho) B_x = \lambda_i T_y, \quad (74b)$$

$$e^{i(\phi_e + \phi_o)} (\sin 2\rho) T_y + e^{2i\phi_e} (\cos 2\rho) B_x = \lambda_i B_x, \quad (74c)$$

$$0 = \lambda_i B_y, \quad (74d)$$

où $i=1$ ou 2 .

Plusieurs cas doivent être considérés dans la résolution de ce problème. Dans le cas où les lignes neutres de la lame quart d'onde sont alignées avec les polarisations propres x et y du cristal { $\rho \equiv 0 [\pi]$ ou $\rho \equiv \pi/2 [\pi]$ }, la situation est identique au cas du paragraphe précédent et ne présente aucun intérêt particulier. En effet, on retrouve alors les états propres ordinaire et extraordinaire. Cependant, dans le cas général où les lignes neutres de la lame quart d'onde ne sont pas alignées avec les axes x et y, on trouve les états propres suivants

$$\vec{E}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\exp[i(\phi_e + \phi_o)] \sin 2\rho}{\lambda_1 - \exp(2i\phi_o) \cos 2\rho} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (75)$$

associé à la valeur propre λ_1 et à la fréquence propre

$$v_1 = \frac{c}{2d} \left[n - \frac{\arg(\lambda_1)}{2\pi} \right], \quad (76)$$

qui s'écrit aussi

$$v_1 = \frac{c}{2d} \left\{ n - \frac{\phi_e + \phi_o}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \arctan \frac{\cos 2\rho \sin(\phi_e - \phi_o)}{[1 - \cos^2 2\rho \sin^2(\phi_e - \phi_o)]^{1/2}} \right\}, \quad (77)$$

et

$$\vec{E}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\exp[i(\phi_e + \phi_o)] \sin 2\rho}{\lambda_2 - \exp(2i\phi_o) \cos 2\rho} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (78)$$

associé à la valeur propre λ_2 et à la fréquence propre

$$v_2 = \frac{c}{2d} \left\{ n - \frac{1}{2} - \frac{\phi_e + \phi_o}{2\pi} - \frac{1}{2\pi} \arctan \frac{\cos 2\rho \sin(\phi_e - \phi_o)}{[1 - \cos^2 2\rho \sin^2(\phi_e - \phi_o)]^{1/2}} \right\} \quad (79)$$

On peut voir que dans le cas général chaque état propre existe simultanément sur les chemins du haut et du bas. On ne peut pas appeler ces états propres état propre ordinaire et état propre extraordinaire car *chacun d'entre eux possède une branche ordinaire et une branche extraordinaire*. Une situation particulièrement troublante a lieu lorsque $\rho = \pi/4$, c'est-à-dire quand les lignes neutres de la lame quart d'onde coïncident avec les bissectrices des axes des polarisations propres du cristal. Dans ce cas, on trouve en effet que

$$\lambda_1 = \exp[i(\phi_o + \phi_e)], \quad (80a)$$

$$\lambda_2 = -\exp[i(\phi_o + \phi_e)]; \quad (80b)$$

et les états propres sont

$$\vec{E}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \exp[i(\phi_e + \phi_o)] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (81)$$

associé à

$$v_1 = \frac{c}{2d} \left(n - \frac{\phi_e + \phi_o}{2\pi} \right) \quad (82)$$

et

$$\vec{E}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -\exp[i(\phi_e + \phi_o)] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (83)$$

associé à

$$v_2 = \frac{c}{2d} \left(n - \frac{1}{2} - \frac{\phi_e + \phi_o}{2\pi} \right). \quad (84)$$

On remarque que les deux états propres ont les mêmes distributions transverses d'intensité et de polarisation dans la partie de la cavité où a lieu la séparation spatiale. Ils empruntent le même chemin fourchu et ne peuvent être distingués à la sortie du miroir plan que par leurs fréquences propres qui sont séparées d'un demi-écart intermode et par la différence de phase entre leurs composantes ordinaires et extraordinaires. En ce qui concerne le couplage de ces états propres fourchus, comme leurs axes de propagation en forme de Y coïncident, on peut s'attendre à ce qu'ils soient fortement couplés et qu'ils fonctionnent en bistabilité vectorielle, comme dans le cas des états propres classiques

d'un laser quasi-isotrope [105]. Les distributions transverses de champ de ces états propres sur le miroir sphérique peuvent être représentées par les vecteurs \vec{E}'_1 et \vec{E}'_2 où

$$\vec{E}'_i = A \vec{L} \vec{C} \vec{E}_i \quad (85)$$

pour $i=1$ ou 2 .

Pour le premier état propre fourchu on obtient

$$\vec{E}'_1 = \frac{\exp(i\phi_e)}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \exp(2i\phi_0) + i \\ 1 + i\exp(2i\phi_0) \end{bmatrix}, \quad (86)$$

qui correspond à une polarisation linéaire, l'angle α_1 entre la direction de polarisation et l'axe x étant donné par

$$\tan \alpha_1 = \frac{\cos 2\phi_0}{\sin 2\phi_0 + 1} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \phi_0\right); \quad (87)$$

et, pour le second état fourchu,

$$\vec{E}'_2 = \frac{\exp(i\phi_e)}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ i - \exp(2i\phi_0) \\ 1 - i\exp(2i\phi_0) \end{bmatrix}, \quad (88)$$

qui correspond aussi à une polarisation linéaire avec

$$\tan \alpha_2 = \frac{\cos 2\phi_0}{\sin 2\phi_0 - 1} = \tan\left(\frac{3\pi}{4} - \phi_0\right). \quad (89)$$

Par conséquent, près du miroir sphérique les deux états propres fourchus sont dégénérés transversalement dans le chemin du bas et sont polarisés linéairement orthogonalement à 45° des directions définies par ϕ_0 .

4. Laser à deux fréquences accordables.

Considérons maintenant la cavité de la figure 54 qui est identique à celle de la figure 53 à ceci près qu'elle contient maintenant deux lames quart d'onde L_1 et L_2 . Les lignes neutres de la première lame quart d'onde sont orientées à 45° des polarisations propres du cristal biréfringent et celles de la seconde font un angle ρ ajustable. La matrice pour un aller-retour dans la cavité en partant du miroir plan est

$$M = \vec{C} \vec{L}_1 \vec{L}_2 A^2 \vec{L}_2 \vec{L}_1 \vec{C}, \quad (90)$$

où

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_1 = \begin{bmatrix} \mathbb{1}(\pi/4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbb{1}(\pi/4) \end{bmatrix} \quad (91)$$

et

$$\vec{L}_2 = \vec{L}_2 = \begin{bmatrix} \mathbb{1}(\rho) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbb{1}(\rho) \end{bmatrix}, \quad (92)$$

avec $\mathbb{1}(\rho)$ donné par l'équation (70). Le calcul de M donne

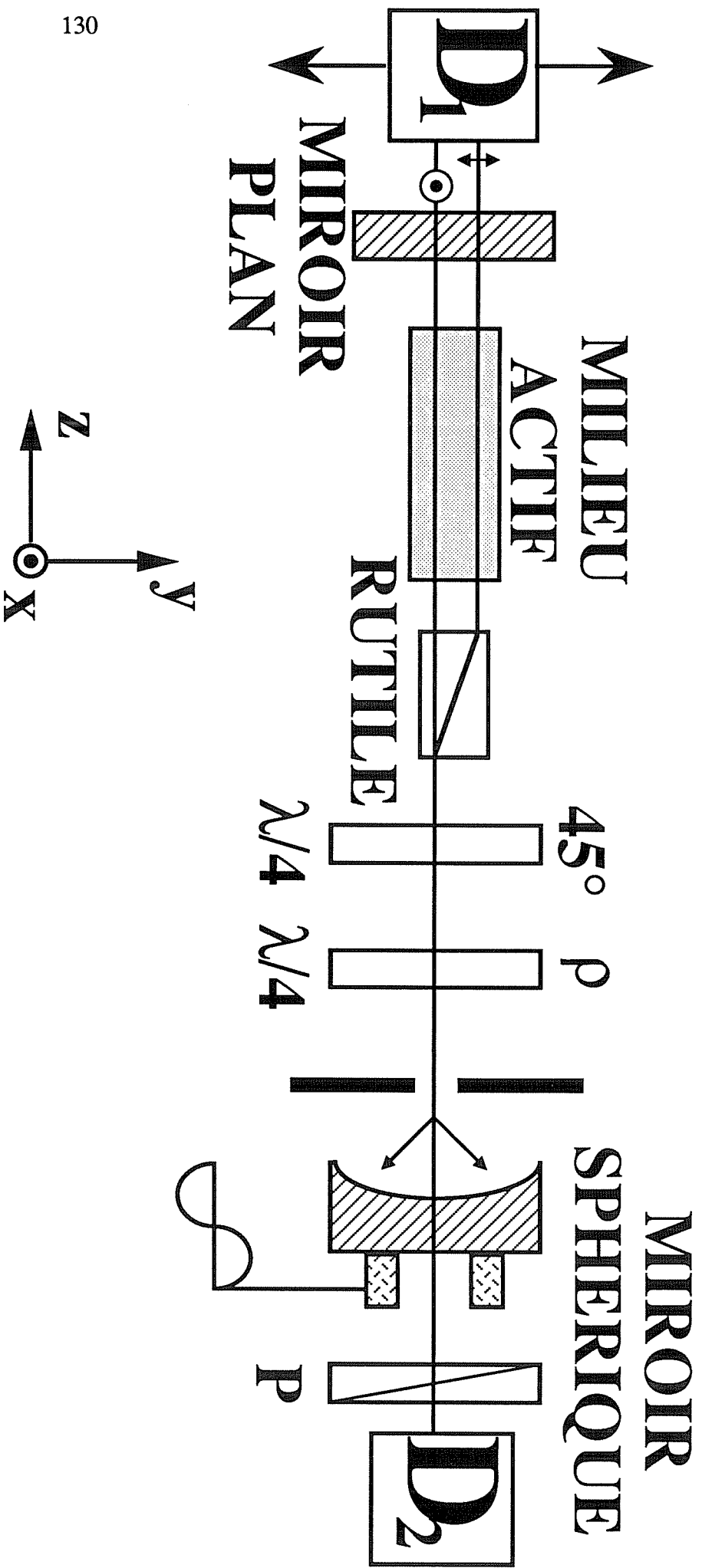


Figure 54: Laser à deux fréquences simultanées accordables.

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e^{2i(\phi_e - \rho)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{2i(\phi_o + \rho)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (93)$$

Ici, comme au paragraphe 2, la matrice 4x4 pour un aller-retour dans la cavité est diagonale, ce qui implique l'existence d'un état propre ordinaire et d'un état propre extraordinaire. L'état propre ordinaire est donné par

$$\vec{E}_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (94)$$

associé à la fréquence propre

$$v_o = \frac{c}{2d} \left(n - \frac{\phi_o}{\pi} - \frac{\rho}{\pi} \right), \quad (95)$$

où n est un entier. L'état propre extraordinaire est donné par

$$\vec{E}_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (96)$$

associé à la fréquence propre

$$v_e = \frac{c}{2d} \left(n - \frac{1}{2} - \frac{\phi_e}{\pi} + \frac{\rho}{\pi} \right), \quad (97)$$

où n est un entier.

Entre les deux lames quart d'onde, chaque état propre correspond à un type d'onde hélicoïdale stationnaire [109-111]. Entre la seconde lame quart d'onde et le miroir

sphérique, les deux états propres sont polarisés linéairement et orthogonalement, à 45° des lignes neutres de la seconde lame quart d'onde. Pour ce qui concerne le couplage entre ces deux états propres, nous pouvons remarquer que leurs axes de propagation sont séparés dans le milieu actif. Nous pouvons donc prédire que les deux états propres seront *complètement découplés*, comme dans le cas du paragraphe 2 avec le milieu actif en position 1 (voir la figure 45). Dans ce cas les deux états propres peuvent fonctionner simultanément. Il convient de remarquer que la différence de fréquence entre les états propres ordinaire et extraordinaire vaut

$$v_o - v_e = \frac{c}{2d} \left(\frac{1}{2} + \frac{\phi_e - \phi_o}{\pi} \right) - \frac{c}{2d} \frac{2\rho}{\pi}. \quad (98)$$

Par conséquent, on peut *ajuster cette différence par simple rotation de la seconde lame quart d'onde*. Ce type de cavité est par conséquent un *laser à deux fréquences* pour lequel la différence de fréquence entre les deux états propres peut être facilement ajustée.

C. Vérification expérimentale des prédictions du modèle.

La vérification expérimentale des prédictions du paragraphe B.2 a déjà été réalisée dans le paragraphe A [106]. Nous allons ici tester les autres prédictions du modèle des matrices de Jones généralisées spatialement. La cavité utilisée est la même que celle décrite au paragraphe A. Rappelons brièvement qu'il s'agit d'un laser $^3\text{He}-^{20}\text{Ne}$ fonctionnant à $3,39\ \mu\text{m}$ et mesurant $50\ \text{cm}$ de long. Le cristal biréfringent qui fournit le décalage spatial est un rutile taillé à 45° de son axe optique et tel que ce décalage est égal à $2,5\ \text{mm}$. Deux détecteurs sont placés de part et d'autre de la cavité et permettent, en conjonction avec des polariseurs, d'observer les états propres voulus en fonction de la longueur de la cavité.

I. Etats fourchus.

Considérons le montage expérimental schématisé sur la figure 53. Le détecteur D_1 est placé en face du chemin du haut et on règle la lame quart d'onde de façon à avoir $\rho = \pi/4$. Les résultats expérimentaux sont reproduits sur la figure 55(a). Cette figure montre la puissance de sortie I_{TOP} détectée par D_1 et la puissance de sortie détectée par D_2 quand le polariseur est tourné de façon à ne laisser passer qu'un des états propres. Ce résultat montre qu'il existe deux états propres dont les fréquences sont séparées d'un demi-écart intermode. Il est remarquable que le même résultat soit obtenu quand D_1 est positionné en face du chemin du bas. Le seul moyen de sélectionner un des états propres est de placer un polariseur en face de D_2 . Ceci permet aussi de montrer que les deux états propres sont polarisés linéairement et orthogonalement l'un à l'autre à la sortie du miroir sphérique. On voit aussi que les deux états propres sont en bistabilité vectorielle, comme prévu. Le fait que les deux états propres suivent le même chemin en forme de Y peut être vu d'une autre façon. Si on place un obstacle dans le chemin ordinaire ou le chemin extraordinaire, on n'arrive pas à éteindre un des états propres sans éteindre l'autre, contrairement à ce qui se produit dans le cas de l'existence d'un état propre ordinaire et

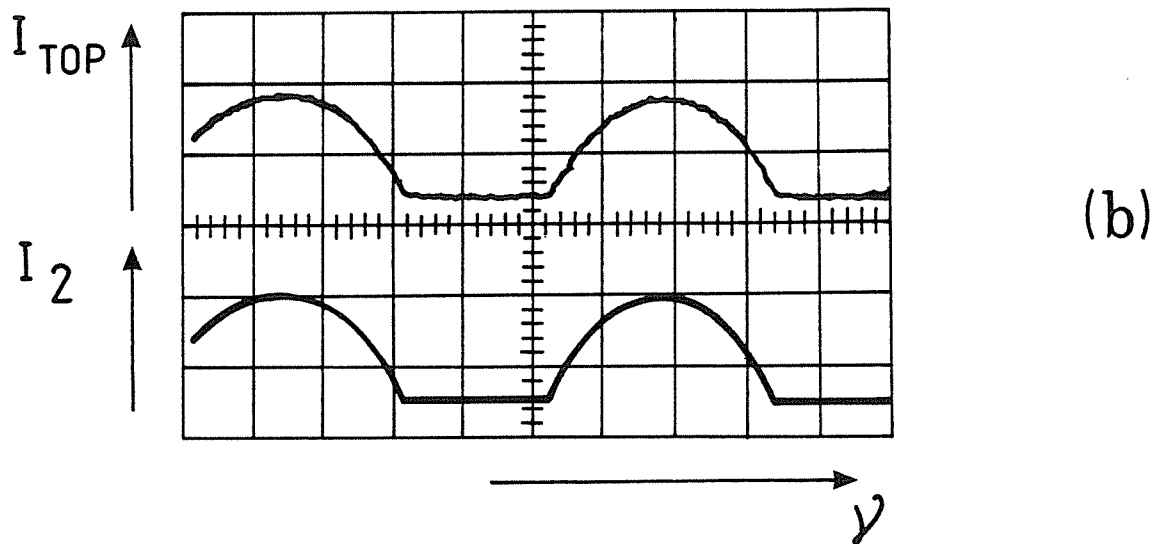
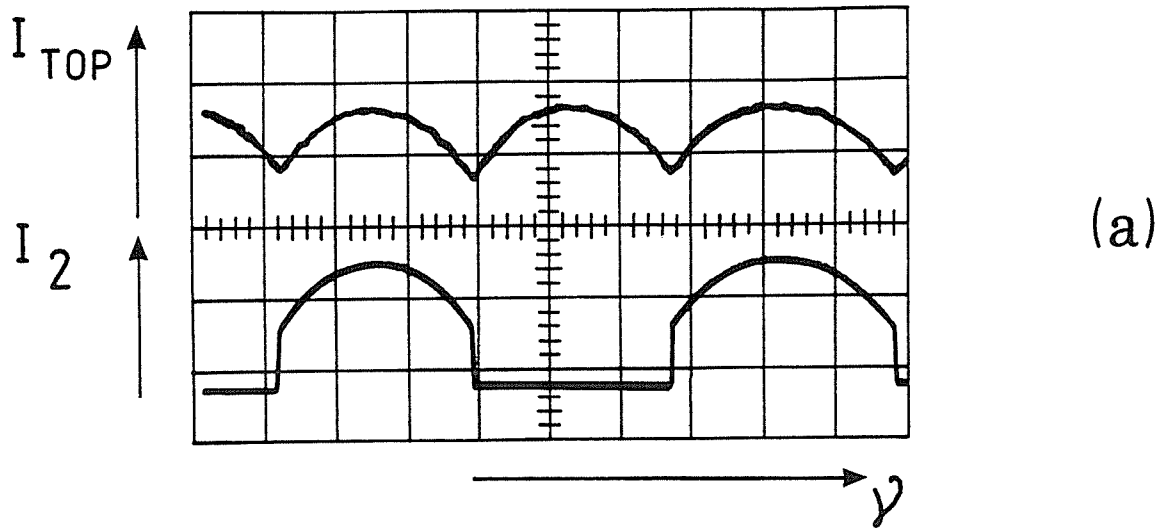


Figure 55: Observation expérimentale des états fourchus. Le détecteur D_1 est en position haute ("top"). Profils de puissance de sortie détectés par D_1 (I_{TOP}) et D_2 (I_2) en fonction de la fréquence (56 MHz par division). (a) Un polariseur linéaire est placé devant D_2 pour sélectionner un des états. (b) Une lame de Brewster est introduite entre la lame quart d'onde et le diaphragme pour éliminer un des états propres fourchus. Un seul état propre oscille.

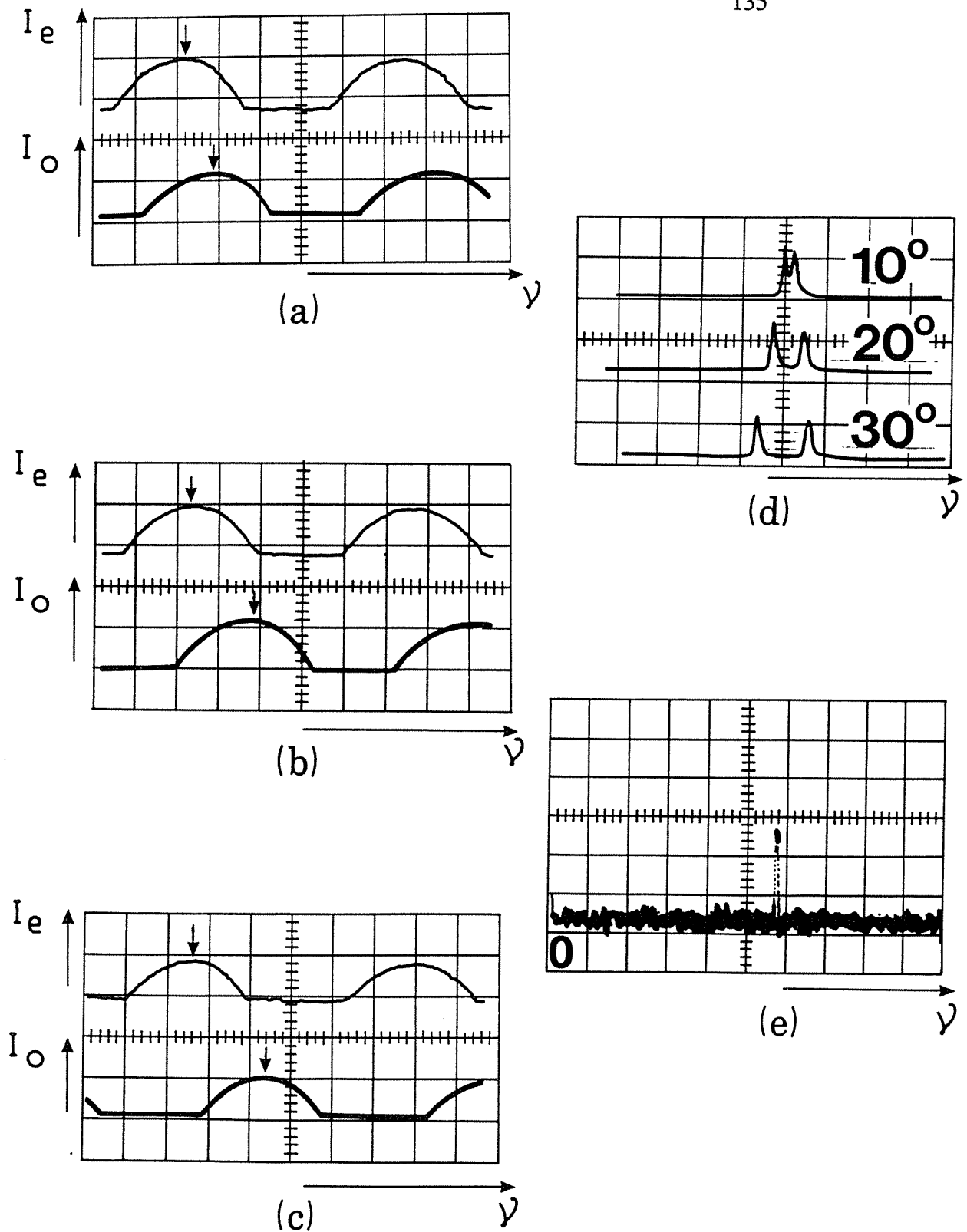


Figure 56: Laser à deux fréquences accordables.

Profils expérimentaux de puissance de sortie pour les états propres extraordinaires I_e (détecteur D_1 en haut) et ordinaires I_o (détecteur D_2 avec un polariseur) en fonction de la fréquence pour trois valeurs de ρ (56 MHz par division): (a) $\rho=10^\circ$, (b) $\rho=20^\circ$, (c) $\rho=30^\circ$. (d) Résultats correspondants de l'analyse du faisceau issu du miroir sphérique par un Fabry-Perot confocal (82 MHz par division). (e) Visualisation à l'analyseur de spectre du battement à 2,9 MHz des deux fréquences à la sortie du miroir sphérique pour $\rho=1^\circ$.

d'un état propre extraordinaire qui ne suivent pas le même chemin entre le cristal et le miroir plan (voir le paragraphe A). La seule façon d'empêcher un des états propres d'osciller sans perturber l'autre est d'introduire une fenêtre de Brewster entre la lame quart d'onde et le miroir sphérique. Cette lame doit être tournée de façon à suivre les angles des polarisations des deux états propres donnés par les équations (88) et (89) afin d'introduire des pertes différentes pour les deux états propres. Ceci permet de sélectionner l'un des états propres fourchus, comme le montre la figure 55(b).

2. *Laser à deux fréquences simultanées accordables.*

Le schéma expérimental correspondant aux prédictions du paragraphe B.4 est celui de la figure 54. Le détecteur D_1 est placé dans la position du bas et un polariseur est placé devant D_2 . Les profils expérimentaux de puissance de sortie en fonction de la fréquence sont reproduits sur les figures 56(a)-(c). Le détecteur D_1 sélectionne l'état propre ordinaire et le polariseur placé devant D_2 ne laisse passer que l'état propre extraordinaire. Les trois résultats correspondent à trois valeurs différentes de l'angle ρ de la seconde lame quart d'onde. Ils montrent que les deux états propres oscillent simultanément et que leur différence de fréquence est ajustable par simple rotation de la deuxième lame quart d'onde. Une autre illustration de cette *accordabilité en fréquence* apparaît sur la figure 56(d), où la lumière émergente du miroir sphérique est envoyée sur un interféromètre de Fabry-Perot confocal. Les pics d'Airy des deux états propres apparaissent pour le même ensemble de valeurs de ρ . La simultanité des deux états propres hélicoïdaux est confirmée par la fréquence de battement observée sur un analyseur de spectre et reproduite sur la figure 56(e), obtenue pour $\rho \approx 1^\circ$. Un tel laser à deux fréquences peut être utile dans de nombreuses applications, comme la spectroscopie et la rugosimétrie.

D. Application aux résonateurs en anneau.

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que la levée de la dégénérescence transverse des états propres permet d'agir sur plusieurs paramètres du laser. Elle permet notamment de modifier le couplage entre les états propres. Elle permet ensuite de faire fonctionner simultanément des états propres dont la différence de fréquence peut être ajustée [112,113]. Enfin, elle a permis de mettre en évidence un nouveau type d'états propres: les états propres fourchus qui existent sur plusieurs axes de propagation à la fois [114]. On sait que pour construire un gyrolaser sans zone aveugle il faut créer une situation où deux états propres contrepropageants fonctionnent dans une cavité en anneau à des fréquences différentes [12]. Les points importants sont donc contrôle du couplage et différence de fréquence. Il est donc tentant d'appliquer la méthode de séparation spatiale des états propres aux lasers en anneau.

1. Gyrolasers ordinaire et extraordinaire.

Considérons la cavité représentée sur la figure 57. Celle-ci est constituée des trois miroirs M_i et contient deux cristaux biréfringents identiques C_1 et C_2 . Ces cristaux sont tournés de telle façon que la séparation spatiale a lieu dans le plan vertical (axe x) et que le faisceau extraordinaire monte quand il se propage dans le sens de la flèche (le faisceau passe du chemin "bottom" au chemin "top"). Les lames L_i sont des lames quart d'onde dont les lignes neutres forment un angle ρ_i avec les axes x et y . Considérons d'abord le cas où les lames quart d'onde sont absentes. Alors la matrice de Jones généralisée pour un tour dans la cavité dans le sens horaire (CW) en partant du point A est

$$M_{CW} = M_{C_{CW,1}} M_A M_A M_{C_{CW,2}} M_i, \quad (99)$$

où les matrices des miroirs sont

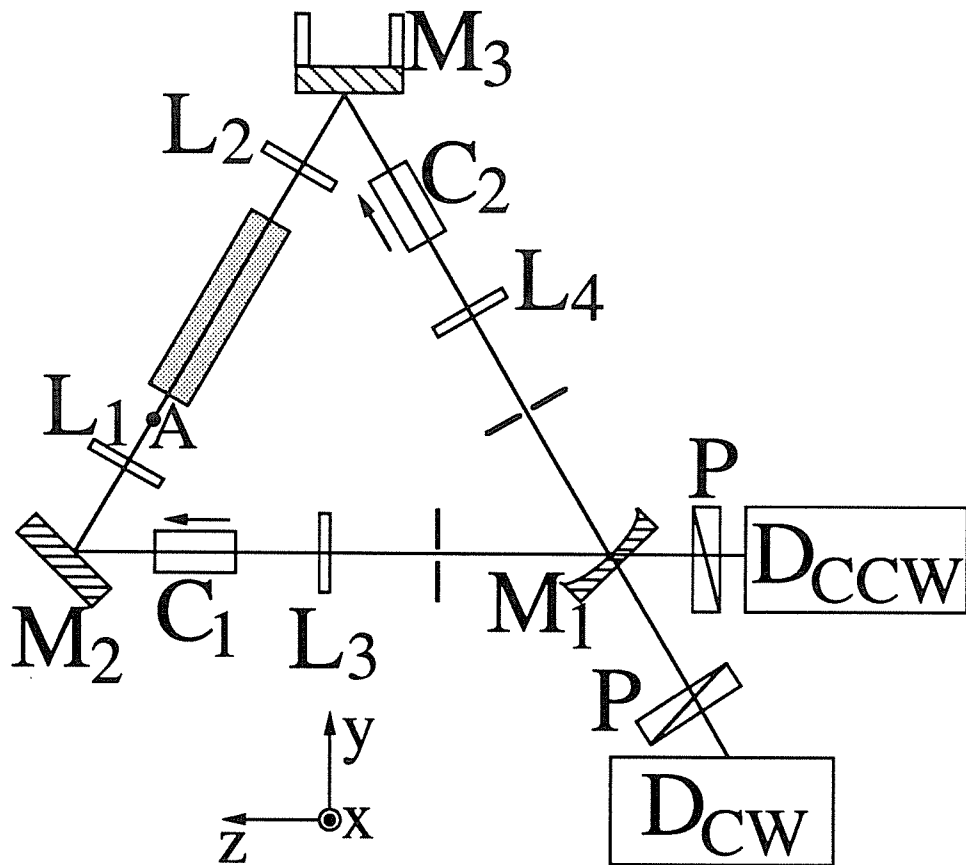


Figure 57: Séparation spatiale des états propres d'un anneau.
L'utilisation de deux diaphragmes facilite l'alignement.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (100)$$

et où les matrices des cristaux biréfringents et des diaphragmes sont

$$C_{CW,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \exp(i\phi_{e,1}) & 0 \\ 0 & \exp(i\phi_{o,1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(i\phi_{o,1}) \end{bmatrix}, \quad (101)$$

$$C_{CW,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(i\phi_{o,2}) & 0 & 0 \\ \exp(i\phi_{e,2}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(i\phi_{o,2}) \end{bmatrix}, \quad (102)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (103)$$

La matrice de l'équation (99) devient alors

$$M_{CW} = \begin{bmatrix} e^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -e^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} \end{bmatrix}. \quad (104)$$

Les états propres dans le sens horaire sont donc un état propre ordinaire donné par

$$\vec{E}_{CW}^o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (105)$$

de fréquence propre

$$v_{CW}^o = \frac{c}{L} \left(n + \frac{1}{2} - \frac{\phi_{o,1} + \phi_{o,2}}{2\pi} \right), \quad (106)$$

où L est la longueur de la cavité et où n est un entier, et un état propre extraordinaire donné par

$$\vec{E}_{CW}^e = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (107)$$

de fréquence propre

$$v_{CW}^e = \frac{c}{L} \left(n - \frac{\phi_{e,1} + \phi_{e,2}}{2\pi} \right). \quad (108)$$

La matrice de Jones généralisée pour un tour dans la cavité dans l'autre sens (CCW) en partant du point A est donnée par

$$M_{CCW} = M_{CCW,2} A M_A C_{CCW,1} M, \quad (109)$$

où

$$C_{CCW,1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(i\phi_{o,1}) & 0 & 0 \\ \exp(i\phi_{e,1}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(i\phi_{o,1}) \end{bmatrix} \quad (110)$$

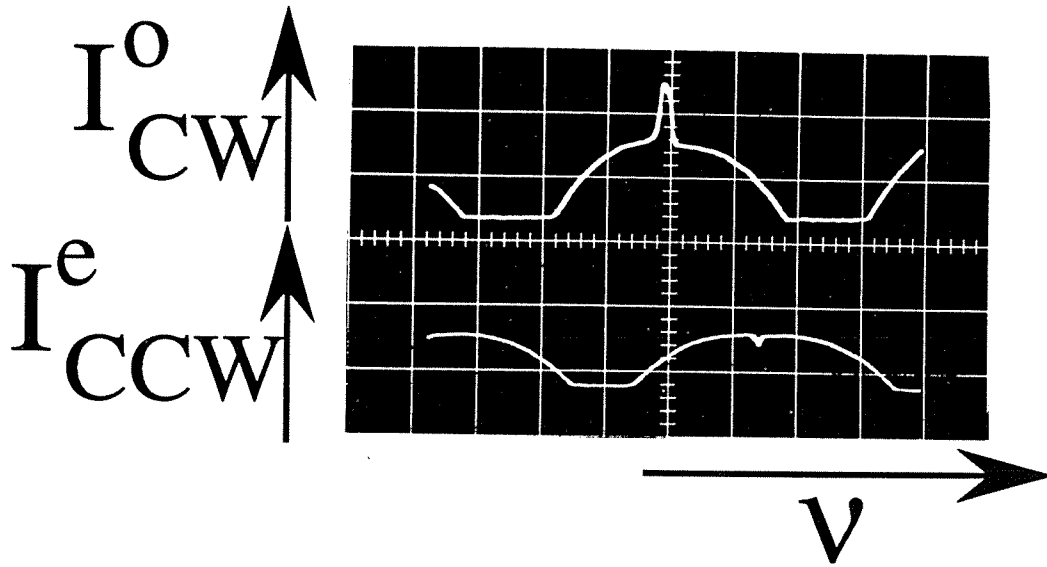


Figure 58: Résultats expérimentaux dans le cas où les lames quart d'onde ne sont pas dans la cavité. Puissances de sortie des états propres ordinaire horaire et extraordinaire anti-horaire en fonction de la fréquence de la cavité.

et

$$C_{CCW,2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \exp(i\phi_{e,2}) & 0 \\ 0 & \exp(i\phi_{o,2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(i\phi_{o,2}) \end{bmatrix}. \quad (111)$$

On remarque par conséquent que $M_{CW} = M_{CCW}$ et donc les états propres sont identiques pour les deux sens de propagation.

Ces prédictions sont testées expérimentalement à $3,39 \mu\text{m}$. La cavité est construite comme indiqué figure 57. Elle est équilatérale de périmètre $L=1,24 \text{ m}$. Les deux miroirs plans sont totalement réfléchissants. Le miroir sphérique, de rayon de courbure $R=2 \text{ m}$, transmet 6% de l'intensité. Deux détecteurs et deux polariseurs nous permettent de sélectionner les états propres voulus. Le milieu actif est un mélange 5:1 $^3\text{He}-^{20}\text{Ne}$ à la pression $P=1 \text{ Torr}$ dans un tube à décharge de diamètre intérieur valant $6,2\text{mm}$. La figure 58 montre alors les intensités de sortie en fonction de la fréquence de l'état propre ordinaire dans le sens CW et de l'état propre extraordinaire dans le sens CCW. Comme prévu *les états propres ordinaires et extraordinaires sont indépendants les uns des autres* et le laser se comporte comme deux gyrolasers: l'un ordinaire et l'autre extraordinaire.

2. États propres hélicoïdaux stationnaires ordinaire et extraordinaire.

Nous pouvons alors passer à l'étape suivante qui consiste à introduire les deux lames quart d'onde L_1 et L_2 dans la cavité (voir la figure 57). Nous choisissons $\rho_1=45^\circ$ et $\rho_2=-45^\circ$. La matrice de Jones généralisée pour un tour dans la cavité dans le sens horaire en partant du point A est alors

$$M_{CW} = L_1 M C_{CW,1} A M A C_{CW,2} M L_2, \quad (112)$$

où $L_1 = L(45^\circ)$ et $L_2 = L(-45^\circ)$ avec $L(\rho)$ donné par les équations (73) et (74). On trouve alors

$$M_{CW} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & -ie^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & 0 & 0 \\ ie^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & e^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} & -ie^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} \\ 0 & 0 & ie^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} & -e^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} \end{bmatrix}. \quad (113)$$

La matrice M_{CW} est diagonale par blocs. Ses états propres vont donc encore être séparés en états propres ordinaires et états propres extraordinaires. Le bloc extraordinaire a pour valeur propre non nulle

$$\lambda_{CW}^e = e^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})}, \quad (114)$$

associée à l'état propre

$$\vec{E}_{CW}^e = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (115)$$

qui est un état propre polarisé σ^+ de fréquence propre

$$\nu_{CW}^e = \frac{c}{L} \left(n - \frac{\phi_{e,1} + \phi_{e,2}}{2\pi} \right). \quad (116)$$

Le bloc ordinaire a pour valeur propre non nulle

$$\lambda_{CW}^o = -e^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})}, \quad (117)$$

associée à l'état propre

$$\vec{E}_{CW}^o = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -i \end{bmatrix}, \quad (118)$$

qui est un état propre polarisé σ^- de fréquence propre

$$\nu_{CW}^o = \frac{c}{L} \left(n + \frac{1}{2} - \frac{\phi_{o,1} + \phi_{o,2}}{2\pi} \right). \quad (119)$$

Dans l'autre sens de propagation, la matrice généralisée pour un tour dans la cavité en partant du point A est

$$M_{CCW} = L_2 M C_{CCW,2} A M A C_{CCW,1} M L_1. \quad (120)$$

On obtient alors en effectuant la multiplication

$$M_{CCW} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & ie^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & 0 & 0 \\ -ie^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & e^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} & ie^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} \\ 0 & 0 & -ie^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} & -e^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})} \end{bmatrix}. \quad (121)$$

Le bloc extraordinaire a pour valeur propre non nulle

$$\lambda_{CCW}^e = e^{i(\phi_{e,1} + \phi_{e,2})}, \quad (122)$$

associée à l'état propre

$$\vec{E}_{CCW}^e = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (123)$$

qui est un état propre polarisé σ^- de fréquence propre

$$v_{CCW}^e = \frac{c}{L} \left(n - \frac{\phi_{e,1} + \phi_{e,2}}{2\pi} \right). \quad (124)$$

Le bloc ordinaire a pour valeur propre non nulle

$$\lambda_{CCW}^o = -e^{i(\phi_{o,1} + \phi_{o,2})}, \quad (125)$$

associée à l'état propre

$$\vec{E}_{CCW}^o = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ i \end{bmatrix}, \quad (126)$$

qui est un état propre polarisé σ^+ de fréquence propre

$$v_{CCW}^o = \frac{c}{L} \left(n + \frac{1}{2} - \frac{\phi_{o,1} + \phi_{o,2}}{2\pi} \right). \quad (127)$$

On est donc en présence de deux états propres hélicoïdaux stationnaires. Les deux états propres ordinaires contrepropageants ont même fréquence et forment une onde hélicoïdale stationnaire gauche alors que les deux états propres extraordinaires forment une onde hélicoïdale stationnaire droite. Du point de vue du couplage, on voit que les deux ondes hélicoïdales sont spatialement séparées dans le milieu actif. Celles-ci fonctionneront donc indépendamment l'une de l'autre.

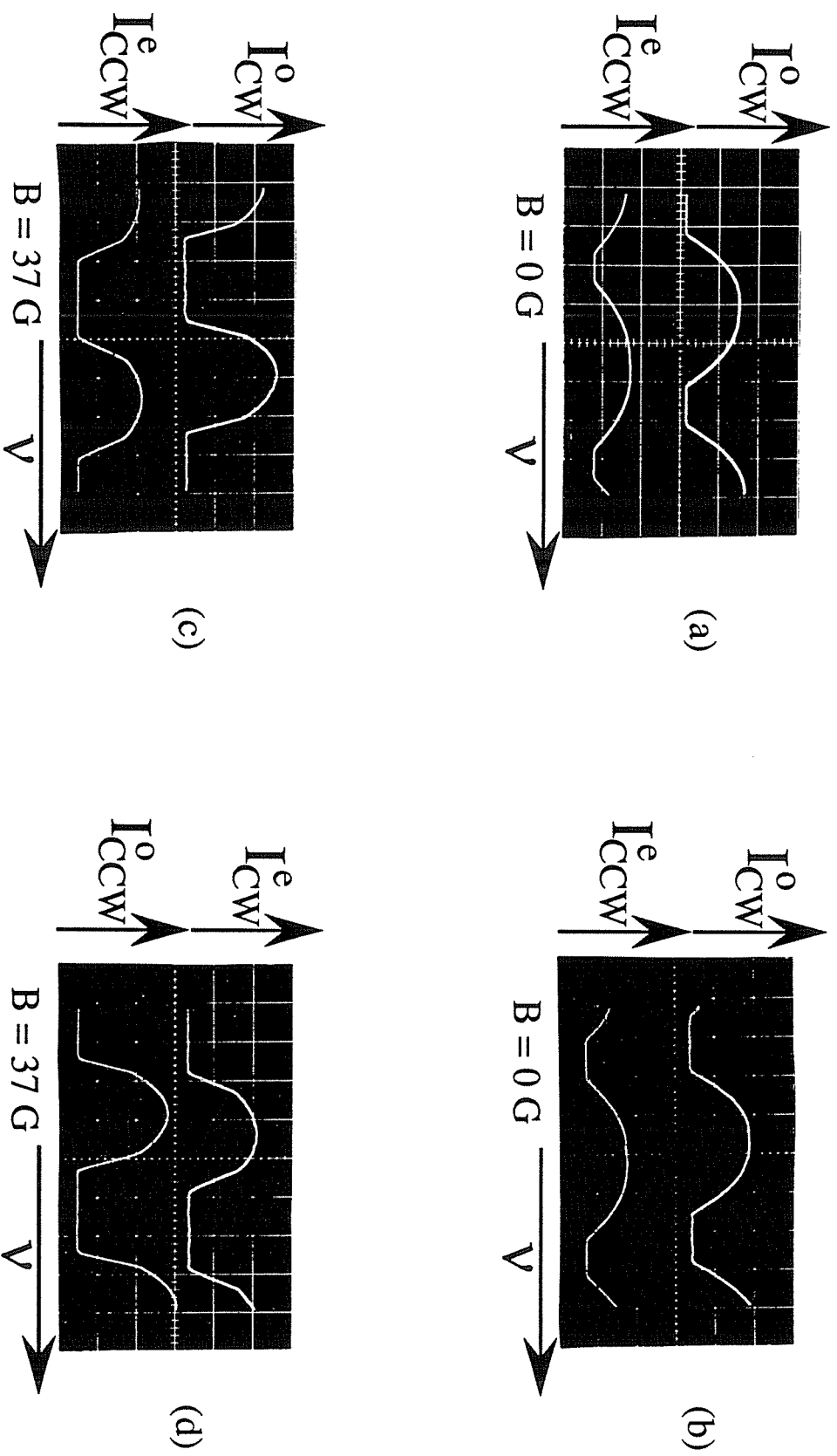


Figure 59: Observation expérimentale des quatre états propres circulaires quand les lames quart d'onde L_1 et L_2 sont introduites dans la cavité.

(a), (b): Puissances de sortie des états propres ordinaire horaire et extraordinaire anti-horaire en fonction de la fréquence pour deux valeurs des déphasages internes aux cristaux de rutile. Les quatre états propres fonctionnent simultanément.

(c), (d): On applique un champ magnétique longitudinal $B=37 \text{ G}$ au milieu actif. Il existe alors une plage de longueur de cavité dans laquelle les deux états propres σ^+ fonctionnent (c) et une autre plage de longueur de cavité dans laquelle ce sont les deux σ^- qui fonctionnent (d). Le biais ne provient dans les deux cas que des cristaux de rutile

Ces prédictions théoriques sont vérifiées expérimentalement, comme le montre la figure 59. Les figures 59(a) et 59(b) montrent les puissances de sortie des deux états propres hélicoïdaux stationnaires pour deux valeurs des déphasages à l'intérieur des cristaux de rutile. On voit que comme prévu les deux hélices ne sont pas couplées du tout. On peut d'ailleurs en éteindre une en plaçant un obstacle sur son chemin sans affecter l'autre. Les figures 59(c) et 59(d) montrent ce qui arrive lorsqu'on applique un champ magnétique longitudinal de 37 Gauss* sur le milieu actif. On sépare alors en fréquence les courbes de gain σ^+ et σ^- de manière à ce que les états propres σ^+ et σ^- ne fonctionnent plus pour les mêmes longueurs de cavité. On obtient dans chaque cas un régime de fonctionnement à deux états propres contrepropageants séparés en fréquence d'un biais ne dépendant que des cristaux de rutile. Les applications gyrométriques d'un tel système seront envisagées dans le paragraphe III.G. Quoi qu'il en soit, cet exemple montre que la séparation spatiale des états propres permet de faire fonctionner quatre états propres polarisés circulairement en s'affranchissant des problèmes de compétition qui obligent habituellement à utiliser deux isotopes du néon (voir paragraphe III.A).

3. Etats propres fourchus.

Nous pouvons maintenant nous demander s'il est possible d'obtenir quatre états fourchus dans un laser en anneau, du type de ceux obtenus précédemment dans un laser à deux miroirs. Pour cela, on retire les deux lames quart d'onde L_1 et L_2 de la cavité de la figure 57 et on y introduit les lames quart d'onde L_3 et L_4 , leurs lignes neutre faisant avec les axes x et y les angles $\rho_3=45^\circ$ et $\rho_4=-45^\circ$ respectivement. La matrice de Jones généralisée pour un tour dans la cavité dans le sens CW en partant du point A est alors

$$M_{CW} = M C_{CW,1} L_3 A M A L_4 C_{CW,2} M. \quad (128)$$

* L'écart entre les composantes Zeeman vaut alors 58 MHz.

On obtient en développant le calcul

$$M_{CW} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & ie^{i(\phi_{o,2} + \phi_{e,1})} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -ie^{i(\phi_{o,1} + \phi_{e,2})} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (129)$$

Cette fois-ci, la matrice n'est pas diagonale par blocs. Nous allons donc obtenir des états propres fourchus. Les valeurs propres non nulles de cette matrice sont

$$\lambda_{CW}^{\pm} = \pm \exp\left[\frac{i}{2}(\phi_{o,1} + \phi_{o,2} + \phi_{e,1} + \phi_{e,2})\right], \quad (130)$$

associées aux états propres

$$\vec{E}_{CW}^{\pm} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \mp ie^{i/2(\phi_{o,1} - \phi_{o,2} + \phi_{e,2} - \phi_{e,1})} \end{bmatrix}, \quad (131)$$

de fréquences propres

$$v_{CW}^{+} = \frac{c}{L} \left(n - \frac{\phi_{o,1} + \phi_{o,2} + \phi_{e,1} + \phi_{e,2}}{4\pi} \right), \quad (132a)$$

$$v_{CW}^{-} = \frac{c}{L} \left(n - \frac{1}{2} - \frac{\phi_{o,1} + \phi_{o,2} + \phi_{e,1} + \phi_{e,2}}{4\pi} \right). \quad (132b)$$

La matrice de Jones généralisée pour un tour dans la cavité dans l'autre sens en partant du point A est alors

$$M_{CCW} = M C_{CCW,2} L_4 A M A L_3 C_{CCW,1} M. \quad (133)$$

On obtient en développant le calcul

$$M_{CCW} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -ie^{i(\phi_{o,1} + \phi_{e,2})} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ ie^{i(\phi_{o,2} + \phi_{e,1})} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (134)$$

Les valeurs propres non nulles de cette matrice sont

$$\lambda_{CCW}^{\pm} = \pm \exp\left[\frac{i}{2}(\phi_{o,1} + \phi_{o,2} + \phi_{e,1} + \phi_{e,2})\right], \quad (135)$$

associées aux états propres

$$\vec{E}_{CCW}^{\pm} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \pm ie^{i/2(\phi_{o,2} - \phi_{o,1} + \phi_{e,1} - \phi_{e,2})} \end{bmatrix}, \quad (136)$$

de fréquences propres

$$v_{CCW}^{+} = \frac{c}{L} \left(n - \frac{\phi_{o,1} + \phi_{o,2} + \phi_{e,1} + \phi_{e,2}}{4\pi} \right), \quad (137a)$$

$$v_{CCW}^{-} = \frac{c}{L} \left(n - \frac{1}{2} - \frac{\phi_{o,1} + \phi_{o,2} + \phi_{e,1} + \phi_{e,2}}{4\pi} \right). \quad (137b)$$

On obtient donc bien deux groupes de deux états propres fourchus de fréquences propres séparées d'un demi-écart intermode. Il faut remarquer que pour chaque groupe de deux états fourchus contrepropageants de même fréquences propres, on obtient des états fourchus stationnaires quand ces deux états fonctionnent simultanément. Cependant, les

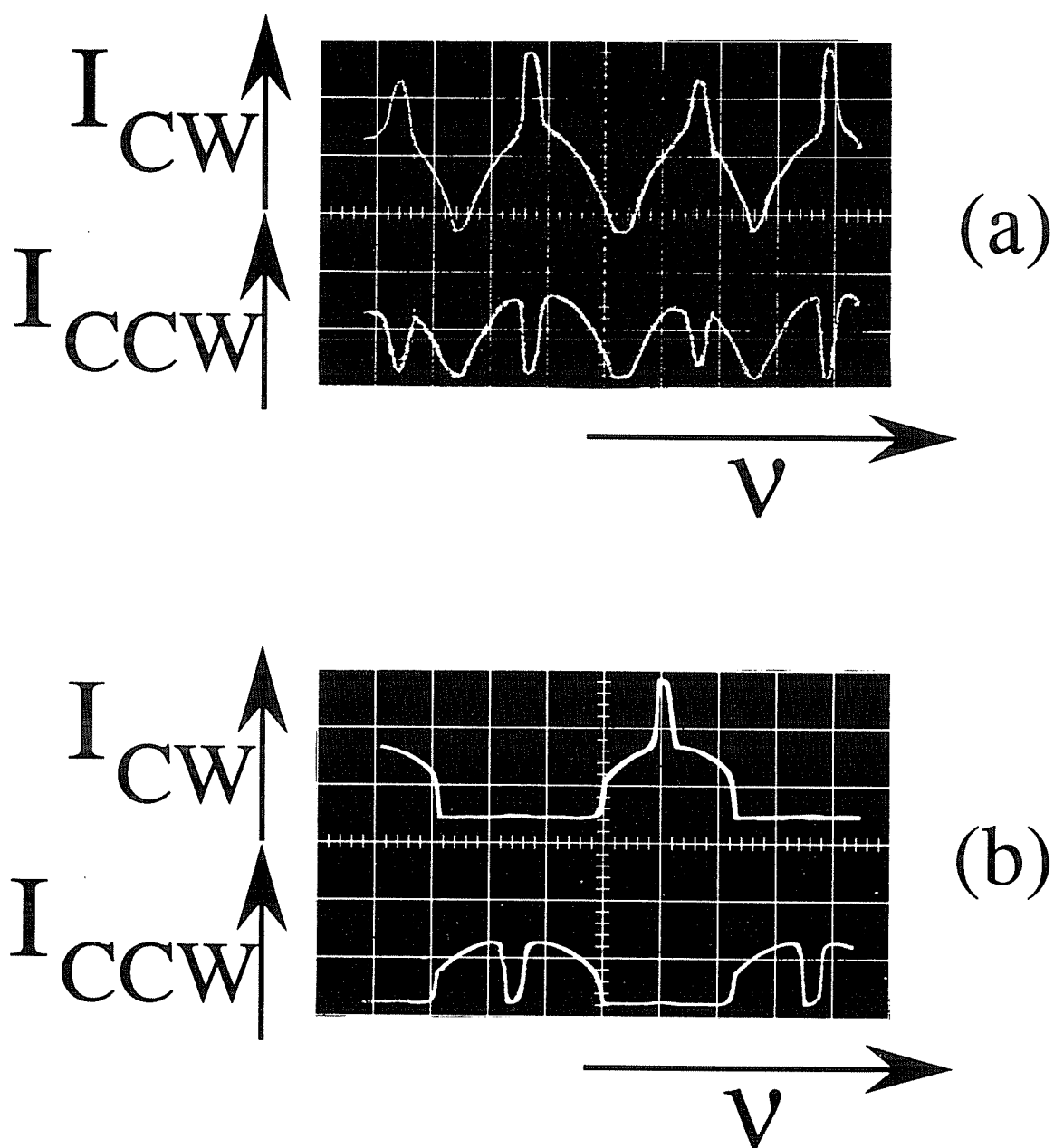


Figure 60: Observation expérimentale des quatre états propres fourchus quand les lames quart d'onde L_3 et L_4 sont introduites dans la cavité. Puissances de sortie des deux sens de propagation en fonction de la fréquence d'abord (a) sans polariseur puis (b) à travers des polariseurs linéaires qui sélectionnent un des deux états propres fourchus dans chaque sens.

noeuds et les ventres des ondes stationnaires ordinaires et extraordinaires ne coïncideront pas en général car les déphasages entre les parties ordinaires et extraordinaires des états propres ne sont pas les mêmes pour les deux sens de propagation, comme le montrent les équations (131) et (136). En ce qui concerne le couplage, les deux états propres fourchus de même fréquence seront fortement couplés au centre de raie comme deux états propres polarisés linéairement habituels. On peut s'attendre aussi à ce que les deux groupes d'états fourchus séparés entre eux en fréquence d'un demi-écart intermode soient en bistabilité car ils passent par les mêmes chemins fourchus et utilisent donc les mêmes atomes.

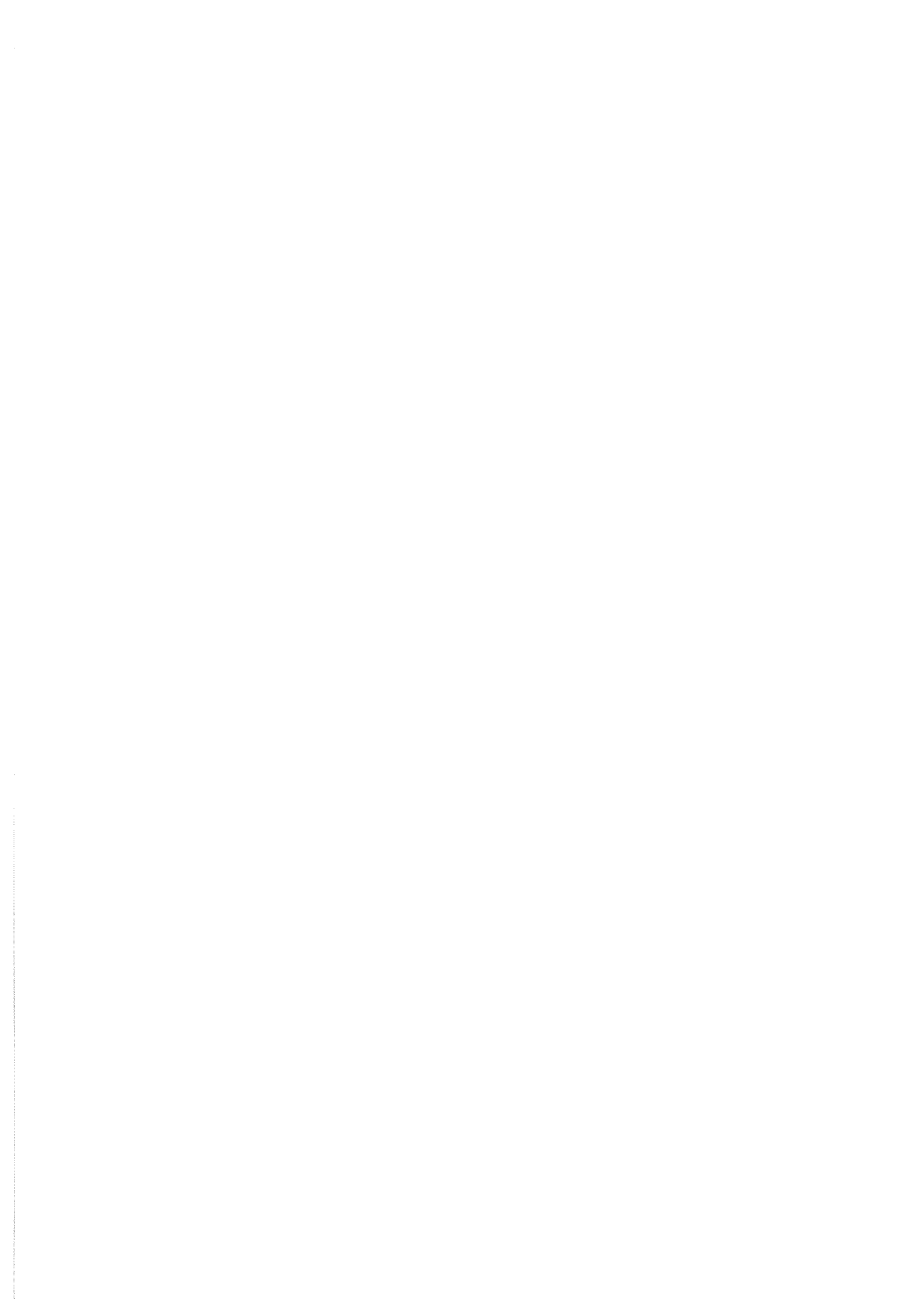
Ces prédictions sont vérifiées expérimentalement, comme le montrent les résultats reproduits sur la figure 60. La figure 60(a), obtenue sans polariseur, montre que les quatre états fourchus sont groupés deux par deux en fréquence et séparés d'un demi-écart intermode. On voit aussi les pics dus à la compétition forte entre les deux états propres contrepropageants de même fréquence lorsqu'ils sont proches du centre de raie. La figure 60(b), où on a sélectionné les états propres avec des polariseurs, montre qu'un régime de bistabilité existe au passage d'un groupe d'états propres à l'autre.

E. Conclusion.

En conclusion, nous avons montré que lever la dégénérescence transverse des états propres du laser pouvait mener à de nouvelles situations. Pour les prédire, nous avons étendu le modèle spatial vectoriel au cas de plusieurs axes de propagation en utilisant des *matrices de Jones généralisées spatialement* $2n \times 2n$ où n est le nombre d'axes de propagation possibles. Nous avons d'abord envisagé le cas des lasers à deux miroirs et montré que la création d'un état propre ordinaire et d'un état propre extraordinaire séparés spatialement dans une partie de la cavité permet de *contrôler le couplage entre ces deux états propres*, ce qui est pratiquement impossible dans le cas de deux états propres dégénérés spatialement. Nous avons ensuite mis en évidence théoriquement et expérimentalement l'existence d'*états propres fourchus* qui sont répartis sur plusieurs axes de propagation simultanément. Finalement, nous avons pu construire un laser à deux états propres simultanés de fréquences accordables. En ce qui concerne les lasers en anneau, le même formalisme appliqué aux deux sens de propagation nous a permis de montrer que les états propres extraordinaires et ordinaires peuvent exister dans les deux sens de propagation. Ceci nous a permis ensuite de créer des *états propres hélicoïdaux stationnaires ordinaires et extraordinaires simultanés*. L'utilisation d'un champ magnétique permet alors soit d'obtenir une situation à quatre modes sans zone aveugle soit d'obtenir deux états propres contrepropageants biaisés.

En ce qui concerne les applications gyroscopiques de cette levée de la dégénérescence transverse, nous avons obtenu un régime d'oscillation à deux états propres contrepropageants de même σ biaisés. Nous verrons plus loin comment une situation similaire peut être obtenue plus simplement pour construire un gyrolaser sans zone aveugle.

**III. DYNAMIQUE ET STABILITE DES ETATS PROPRES DU
LASER.**



III. DYNAMIQUE ET STABILITE DES ETATS PROPRES DU LASER.

Nous avons vu dans l'introduction générale que les états propres des lasers à deux miroirs sont déterminés par la condition de résonance $M \vec{E} = \lambda \vec{E}$ où M est la matrice de Jones pour un aller-retour dans la cavité et \vec{E} et le vecteur de Jones représentant la polarisation de la lumière. Cette condition de résonance permet de déterminer les distributions longitudinales de polarisation et d'intensité des états propres et leurs fréquences propres. Les états propres du laser ont déjà été étudiés notamment dans le cas des cavités contenant une anisotropie linéaire de phase. On a montré qu'alors les deux états propres polarisés linéairement, lorsqu'ils sont en bistabilité vectorielle, pouvaient avoir deux comportements, appelés mécanismes de rotation et d'inhibition [91,105]. De tels lasers ont été utilisés pour faire de l'injection vectorielle dans le but de faire de la logique optique. Il a été démontré expérimentalement que des énergies de 0,1 fJ, soit dans ce cas 1700 photons* , suffisent pour faire basculer une porte optique vectorielle [91,116]. On peut alors se demander quelles sont les conditions de stabilité des deux états propres et quelles sont les conditions à remplir pour la cavité afin d'obtenir un fonctionnement à un ou deux états propres stables. C'est la question qui est traitée au paragraphe A. Nous en montrerons les conséquences importantes d'un point de vue pratique aussi bien dans les lasers microscopiques à semiconducteurs que dans certains énormes lasers CO₂ de puissance et dans les gyrolasers. La recherche de nouveaux gyrolasers mène souvent vers l'utilisation d'états propres à polarisations circulaires. L'utilisation de tels états propres pose le problème du caractère vectoriel de l'interaction atome-champ électromagnétique. Nous étudierons à cet effet au paragraphe B quels sont les effets non-linéaires qui existent dans un laser à ondes stationnaires pour les trois cas de base d'ondes stationnaires. Le paragraphe C sera consacré à une discussion sur les échanges de moment cinétique entre l'état propre, la cavité et le milieu actif d'un laser.

* Ces énergies de commutation ne tiennent pas compte du ralentissement critique [115].

Ces études des états propres du laser nous fourniront au paragraphe D une méthode fine d'investigation de l'effet Goos-Hänchen, le décalage longitudinal à la réflexion totale. Puis, nous montrerons au paragraphe E comment la haute sensibilité des états propres aux effets petits permet de mesurer de faibles champs magnétiques et de construire un magnétomètre vectoriel à champ moyen. En ce qui concerne les lasers en anneau enfin, nous avons déjà utilisé au chapitre II le fait que la détermination des états propres passe par l'écriture de la condition de résonance pour les deux sens de propagation. Dans le cas général, on se retrouve donc en présence de quatre états propres dont il faut étudier le comportement. Le paragraphe F est consacré à l'étude du comportement de ces quatre états dans un cas qui intéresse particulièrement la gyrométrie. Il s'agit en effet du cas des quatre états propres polarisés circulairement qui sert de base aux gyrolasers à quatre modes. Nous verrons au paragraphe G comment nous envisageons pour notre part d'utiliser ces quatre états propres de façon différente pour construire un gyrolaser sans zone aveugle qui ne nécessiterait pas de biais par effet Faraday.

A. Stabilité des états propres dans différents types de lasers.

Le fonctionnement des lasers à haute puissance entraîne la présence de grandes énergies lumineuses dans la cavité. Par conséquent, dans ce cas, on ne peut introduire aucun élément dans la cavité, comme des polariseurs partiels du type fenêtre de Brewster. Ainsi, ces lasers quasi-isotropes peuvent présenter des effets de compétition entre les différents états propres fixés par les anisotropies résiduelles [117,118]. D'autre part, il est souvent important dans les applications industrielles, comme par exemple la découpe par laser, de rendre la polarisation stable. Les fabricants de lasers industriels doivent donc souvent se demander comment fixer la polarisation émise par leurs lasers de puissance quasi-isotropes sans rien introduire dans la cavité. Les cavités laser quasi-isotropes ont d'autre part été beaucoup étudiées dans le cas des lasers à gaz de faibles puissances, de manière à réaliser des bistables vectoriels actifs, des portes logiques optiques à faible énergie de commutation et pour explorer les instabilités de polarisation et le chaos [111,116,119-122]. Dans ce cas, les anisotropies résiduelles de la cavité peuvent être finement ajustées, ce qui permet des observations quantitatives. Ceci a mené à différentes études sur la compétition entre modes. Le cas de la compétition entre deux modes longitudinaux successifs de la cavité en présence d'une anisotropie de pertes linéaire comme une fenêtre de Brewster a été étudié initialement par Lamb et ses collaborateurs [5] qui expliquent le fonctionnement habituellement simultané des modes dans les expériences. En revanche, l'étude de la compétition entre les états propres d'un unique mode longitudinal accorde la possibilité de régler la différence de fréquence entre les états propres en compétition et d'ajuster leurs pertes et leurs polarisations. Ceci a permis d'observer de nouveaux comportements, comme, par exemple, l'existence de deux mécanismes de basculement dans le cas de la bistabilité entre deux états propres polarisés linéairement et orthogonaux [111]. Enfin, la compétition entre des états propres de polarisations différentes peut aussi être rencontrée dans les diodes lasers, dans les cavités desquelles on ne peut pas non plus introduire d'élément [123-125].

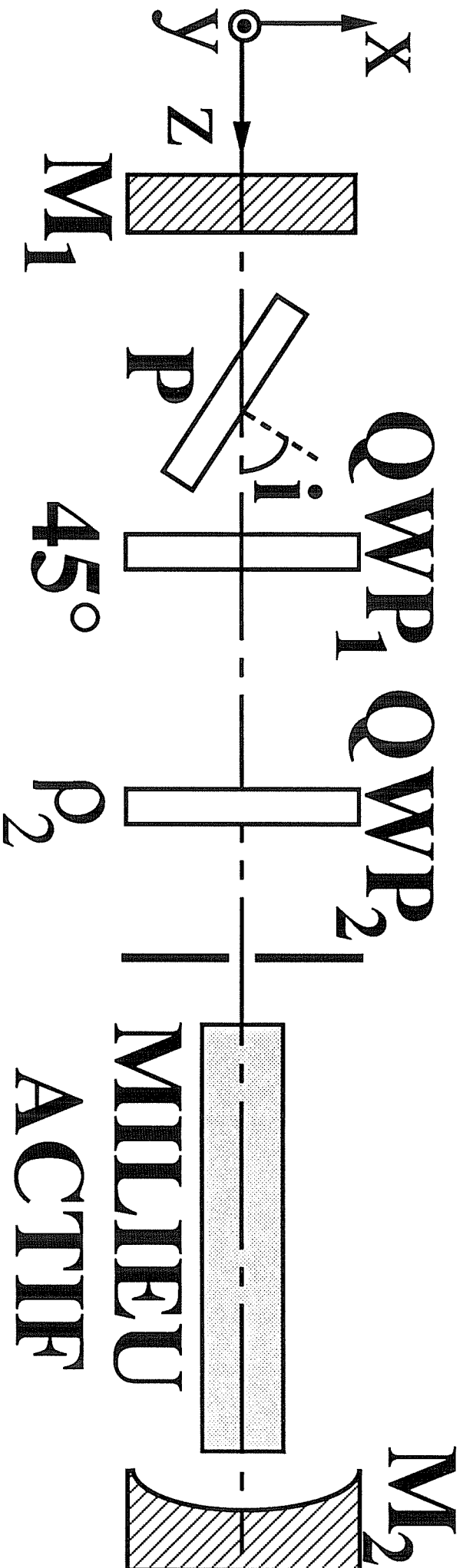


Figure 61: Laser He-Ne quasi-isotrope contenant des anisotropies linéaires de pertes et de phase ajustables.

Dans tous ces types de lasers, les anisotropies résiduelles de la cavité sont habituellement des anisotropies linéaires de phase et de pertes. Par exemple, dans les lasers CO₂ de puissance, l'incidence oblique sur les miroirs de la cavité entraîne des anisotropies de pertes linéaires et les effets thermiques induisent des tensions mécaniques qui entraînent l'apparition d'anisotropies linéaires de phase [117]. Le but de cette section est par conséquent d'étudier les domaines dans lesquels un ou deux états propres peuvent osciller quand un paramètre interne, comme la fréquence ou le courant injecté, est varié pour une cavité contenant à la fois des anisotropies linéaires de pertes et de phase. Cette question se posera également pour le gyrolaser. Le laser He-Ne quasi-isotrope constitue un modèle idéal car on peut y introduire des anisotropies calibrées et faire des mesures quantitatives. Les résultats obtenus avec un laser He-Ne seront alors transposés au cas des lasers CO₂ de puissance et nous permettront d'expliquer le comportement de tels lasers soit en anneau soit à ondes stationnaires. Finalement, ces résultats nous permettront d'interpréter certaines observations effectuées dans les lasers à semiconducteurs vectoriellement bistables.

1. Prédictions théoriques et résultats quantitatifs pour un laser He-Ne.

Considérons d'abord le laser He-Ne quasi-isotrope représenté en figure 61. La cavité contient une lame inclinée qui se comporte comme un polariseur partiel et introduit une anisotropie de pertes Δp_{xy} . Elle contient également deux lames quart d'onde QWP₁ et QWP₂ dont les lignes neutres forment les angles $\rho_1=45^\circ$ et ρ_2 avec les axes x et y. Les états propres de cette cavité peuvent être calculés à partir de la condition de résonance. Ils sont polarisés linéairement selon x et y entre le miroir M₁ et QWP₁, hélicoïdalement entre les deux lames quart d'onde, et linéairement à 45° des lignes neutres de QWP₂ entre QWP₂ et le miroir M₂ [109,110,126]. Leurs fréquences propres sont données par

$$v_x = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{\rho_2}{\pi} \right), \quad (138a)$$

$$v_y = \frac{c}{2L} \left(q - \frac{\rho_2}{\pi} \right) \quad (138b)$$

où c est la vitesse de la lumière, q est un entier et L est la longueur de la cavité. On voit par conséquent que les lames quart d'onde sont équivalentes à une anisotropie linéaire de phase ajustable $\Delta\phi_{xy}=2\rho_2$. Nous avons donc une cavité dans laquelle la différence de fréquence entre les deux états propres est facilement ajustable. Nous voulons savoir si un ou deux états propres peuvent osciller dans cette cavité pour un degré d'excitation donné quand la fréquence du laser, c'est-à-dire la longueur de la cavité, est balayée. Si E_x et E_y sont les champs électriques associés à ces deux états propres, leurs équations d'évolution près du seuil peuvent s'écrire sous une forme dérivée du modèle de Lamb, modèle développé initialement pour deux modes longitudinaux de même polarisation linéaire dont les différences de pertes et de fréquences ne pouvaient être ajustées [5]

$$\dot{E}_x = E_x(\alpha_x - \beta_x E_x^2 - \theta_{xy} E_y^2), \quad (139a)$$

$$\dot{E}_y = E_y(\alpha_y - \beta_y E_y^2 - \theta_{xy} E_x^2). \quad (139b)$$

Dans le cas de l'approximation des grandes largeurs Doppler, les coefficients de gain net par unité de temps α_x et α_y s'écrivent

$$\alpha_j = \alpha_0 \exp \left[- \left(\frac{v_j - v_0}{\Delta v_D} \right)^2 \right] + \frac{c}{2L} \ln(R_1 R_2)^{1/2} + \frac{c}{2L} \ln T_j^2 \quad (140)$$

($j = x$ ou y), où α_0 est le gain non saturé en centre de raie, v_0 est la fréquence centrale de la transition, Δv_D est la largeur Doppler, R_1 et R_2 les réflectivités des miroirs et T_x et T_y les coefficients de transmission de la lame inclinée donnés par les lois de Fresnel [101]

$$T_x = \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r) \cos^2(i-r)}, \quad (141a)$$

$$T_y = \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r)}, \quad (141b)$$

avec

$$\sin i = n \sin r, \quad (142)$$

où n est l'indice de réfraction de la lame inclinée et i l'angle d'incidence. Les coefficients d'auto-saturation β_x et β_y s'écrivent

$$\beta_j = \beta_0 \left(1 + D \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (v_j - v_0)^2} \right) \exp \left[- \left(\frac{v_j - v_0}{\Delta v_D} \right)^2 \right], \quad (143)$$

où β_0 est un coefficient, γ est la largeur homogène de la transition et D est un facteur de réduction du Lamb dip qui prend en compte les échanges de vitesses par collisions et le piégeage radiatif [51]. Le coefficient de saturation croisée θ_{xy} peut s'écrire, en négligeant les effets de "hole-burning" spatial,

$$\theta_{xy} = \theta_0 \left[\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \left(\frac{v_x - v_y}{2} \right)^2} + \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \left(v_0 - \frac{v_x + v_y}{2} \right)^2} \right] \exp \left[- \left(\frac{v_0 - \frac{v_x + v_y}{2}}{\Delta v_D} \right)^2 \right]. \quad (144)$$

Les équations (139) peuvent être intégrées pour obtenir un potentiel de Landau $V(E_x, E_y)$ à deux paramètres d'ordre décrivant le régime d'oscillation du laser. Ce potentiel est celui qui a permis la prédiction des deux mécanismes de basculement de la polarisation dans les lasers bistables vectoriels: les mécanismes de rotation et d'inhibition [105]. Ici, ces équations nous permettent de décrire le système dans le cas du mécanisme d'inhibition habituel de Lamb. Nous ignorons délibérément le cas du mécanisme de rotation qui n'apparaît que pour les très faibles valeurs de $\Delta\phi_{xy}$. Les deux états propres peuvent tous

deux être stables pour un ensemble donné des valeurs des paramètres si le produit de leurs gains saturés par l'autre état propre est positif

$$G_x \cdot G_y \geq 0, \quad (145)$$

où

$$G_j = \alpha_j - \theta_{xy} \frac{\alpha_k}{\beta_k} \quad (146)$$

($j = x$ ou y et $k \neq j$) est le gain net de l'état propre j saturé par l'état propre k . Dans le cas où la condition (145) est vérifiée et où $\alpha_x, \alpha_y > 0$, nous disons que les deux états propres sont stables. Ceci signifie qu'ils sont soit en bistabilité vectorielle ($G_x \leq 0$ et $G_y \leq 0$) soit en simultanété vectorielle ($G_x \geq 0$ et $G_y \geq 0$) suivant que la valeur de la constante de couplage

$$C = \frac{\theta_{xy}^2}{\beta_x \beta_y} \quad (147)$$

est supérieure ou inférieure à 1 respectivement.

Le problème qui nous intéresse ici est de savoir quand un laser a *toujours le même état propre*, c'est-à-dire quand il n'y a aucun basculement de polarisation pour toutes les valeurs de la longueur de la cavité pour une excitation donnée. Nous devons par conséquent trouver le domaine dans le plan (i, ρ_2) pour lequel $(G_x G_y) \leq 0$ quelle que soit la longueur de la cavité. Le calcul de tels domaines a été effectué numériquement. Les résultats sont reproduits en trait plein sur la figure 62(d) pour trois valeurs du degré d'excitation η défini par

$$\eta = - \frac{\alpha_0}{\frac{c}{2L} \ln \sqrt{R_1 R_2}}. \quad (148)$$

Pour une valeur de η donnée, *les courbes délimitent le domaine où l'état propre x oscille seul pour n'importe quelle longueur de cavité (sous la courbe) du domaine où les deux états propres apparaissent (au-dessus de la courbe).*

L'existence de tels domaines est vérifiée expérimentalement avec un laser $^3\text{He}-^{20}\text{Ne}$ à $3,39 \mu\text{m}$ schématisé sur la figure 61. La cavité mesure 50 cm de long. Le miroir M_1 est plan et transmet 20% de l'intensité et le miroir M_2 a un rayon de courbure de 60 cm et transmet 5% de l'intensité. Le milieu actif est un tube à décharge de diamètre intérieur 4 mm rempli d'un mélange $^3\text{He}-^{20}\text{Ne}$ 5:1 à la pression totale $P=1,1$ Torr. Il mesure 20 cm de long et est fermé avec des fenêtres inclinées de quelques degrés qui évitent les effets de Fabry-Perot parasites sans altérer l'isotropie de la cavité. La lame inclinée est une fenêtre de silice (indice $n=1,409$ à $3,39 \mu\text{m}$) épaisse de 2,1 mm. Avec cette géométrie la taille du mode sur le miroir plan ($w_0=490 \mu\text{m}$) est petite. Ceci nous permet, pour $i > 15^\circ$, de négliger l'influence des effets d'interférences internes à la lame [127]. La procédure de mesure est la suivante. Nous choisissons un degré d'excitation η et un angle d'incidence sur la lame i . Nous observons alors le profil de puissance de sortie du laser en fonction de la fréquence de cavité à travers un polariseur linéaire. Nous partons de $\rho_2=0$, valeur pour laquelle seul l'état propre x est stable dans tout le profil [voir la figure 62(a)] et nous augmentons ρ_2 jusqu'à ce que le second état propre (celui qui est polarisé y) apparaisse dans le profil [figure 62(b)]. La valeur de ρ_2 ainsi atteinte est alors reportée sur la figure 62(d). Ces points expérimentaux sont en accord avec les courbes théoriques en traits pleins qui ont été obtenues en prenant $R_1=R_2=0,6$ (ces coefficients tiennent compte de toutes les pertes du laser, c'est-à-dire des pertes dues à la diffraction, aux éléments introduits dans la cavité et aux miroirs), $D=0,5$, $\beta_0=0,06 \alpha_0$, $\theta_0=1,45 \beta_0$, $\gamma=60$ MHz et $\Delta\nu_D=175$ MHz. On peut voir que théorie et expérience sont en bon accord. Il faut remarquer que dans le domaine où les deux états propres peuvent être stables quand la longueur de la cavité est balayée [le point représentatif du système est au-dessus de la courbe de la figure 62(d) correspondant au degré d'excitation utilisé], les deux états propres sont soit en bistabilité vectorielle dans le mécanisme d'inhibition pour

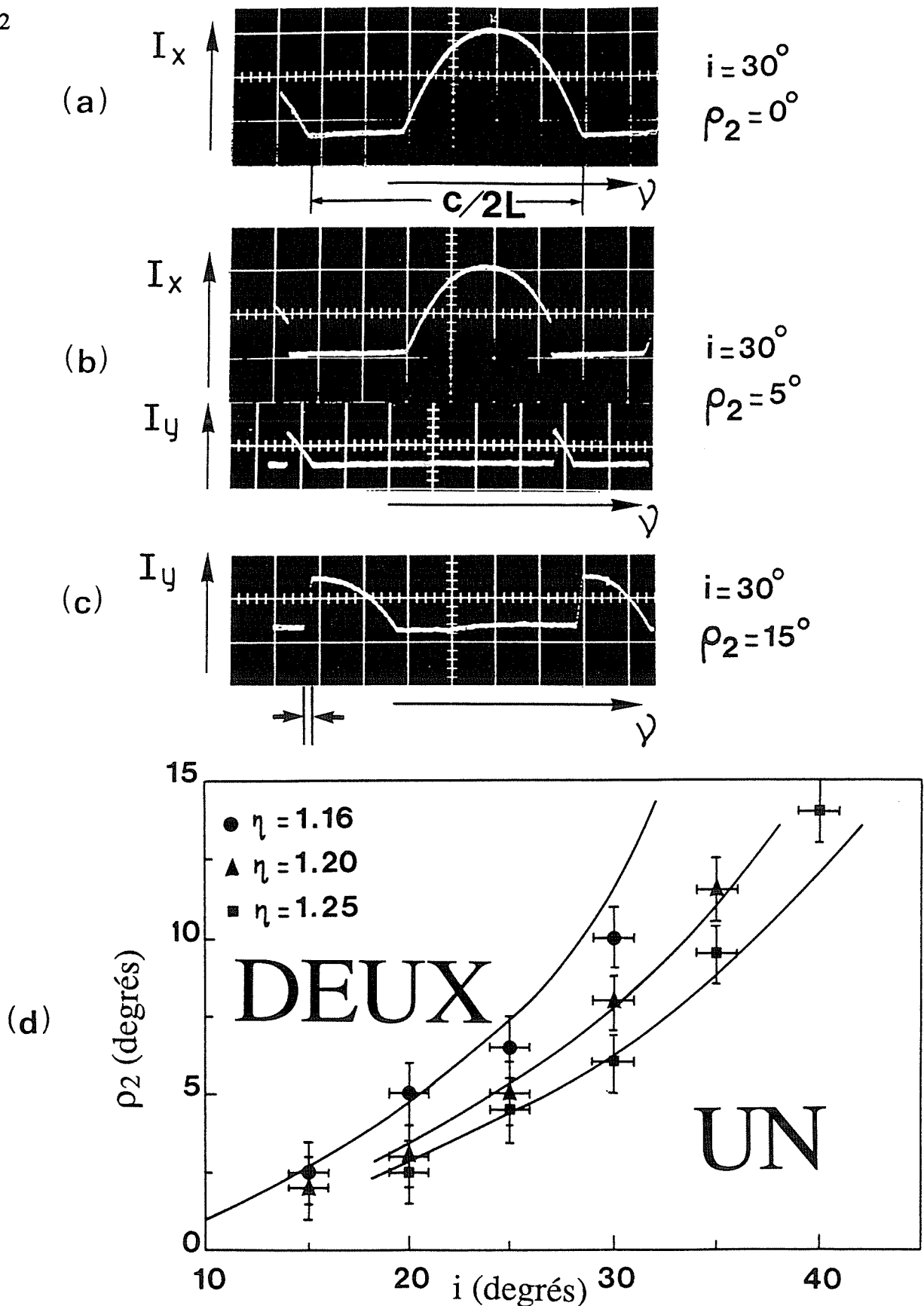


Figure 62: Résultats expérimentaux dans le cas du laser He-Ne.

(a) Puissance de sortie de l'état propre x en fonction de la fréquence ($i \approx 30^\circ$; $\rho_2 \approx 0^\circ$; $\eta \approx 1,37$; 52 MHz par division).

(b) Puissances de sortie des états propres x et y en fonction de la fréquence après avoir tourné la seconde lame quart d'onde de $\rho_2 \approx 5^\circ$.

(c) Idem pour $\rho_2 \approx 15^\circ$.

(d) Résultats théoriques (trait plein) et expérimentaux (points). Ces courbes délimitent les domaines de stabilité d'un et de deux états propres pour chaque degré d'excitation η .

les faibles valeurs de ρ_2 comme c'est le cas dans la figure 62(b) ou en simultanéité vectorielle partielle pour les plus grandes valeurs de ρ_2 [figure 62(c)]. Ceci est en accord avec la dépendance lorentzienne de θ_{xy} en $v_x - v_y$ qui entraîne une diminution de C quand ρ_2 augmente [voir l'équation (144)].

2. Cas des lasers CO₂.

Considérons maintenant le cas de lasers CO₂ à grande puissance de sortie (jusqu'à 40 kW). Ces lasers fonctionnent en régime impulsif (durée des impulsions ≈ 5 s) à cause de l'introduction non continue de gaz dans la région active. Cependant, ces impulsions sont assez longues pour nous autoriser à considérer le régime de fonctionnement comme continu. Le milieu actif est un flux supersonique de mélange gazeux excité par une décharge de courant continu. Ces lasers oscillent sur la raie P20 du CO₂ dans un seul sens pour ce qui est des lasers en anneau et sont monomodes longitudinal et transverse. Considérons d'abord le cas des cavités en anneau (longueur de cavité: 5,72 m) construites avec un nombre impair ou pair de miroirs (voir la figure 63). Le faisceau de sortie est extrait de la cavité avec un "scraper". L'incidence oblique sur les miroirs induit des anisotropies de pertes Δp_{xy} . De plus, chaque miroir est équivalent à une lame demi-onde, comme nous le verrons plus bas (voir paragraphe F). Nous sommes donc à nouveau dans le cas, discuté au paragraphe 1, d'un laser contenant des anisotropies de pertes et de phase linéaires. Cependant, de tels lasers fonctionnent loin au-dessus du seuil et le modèle au troisième ordre de perturbations du paragraphe 1 ne peut plus être utilisé directement. Un modèle plus approprié serait fourni par des équations de populations couplées pour les champs électriques polarisés selon x et y , telles que les suivantes valables pour une raie à élargissement homogène en négligeant les termes de pulsations de populations

$$\dot{E}_x = \alpha_x E_x \left\{ 1 + \frac{f_x E_x^2 + f_{xy} E_y^2}{E_s^2} \right\}^{-1} - p_x E_x, \quad (149a)$$

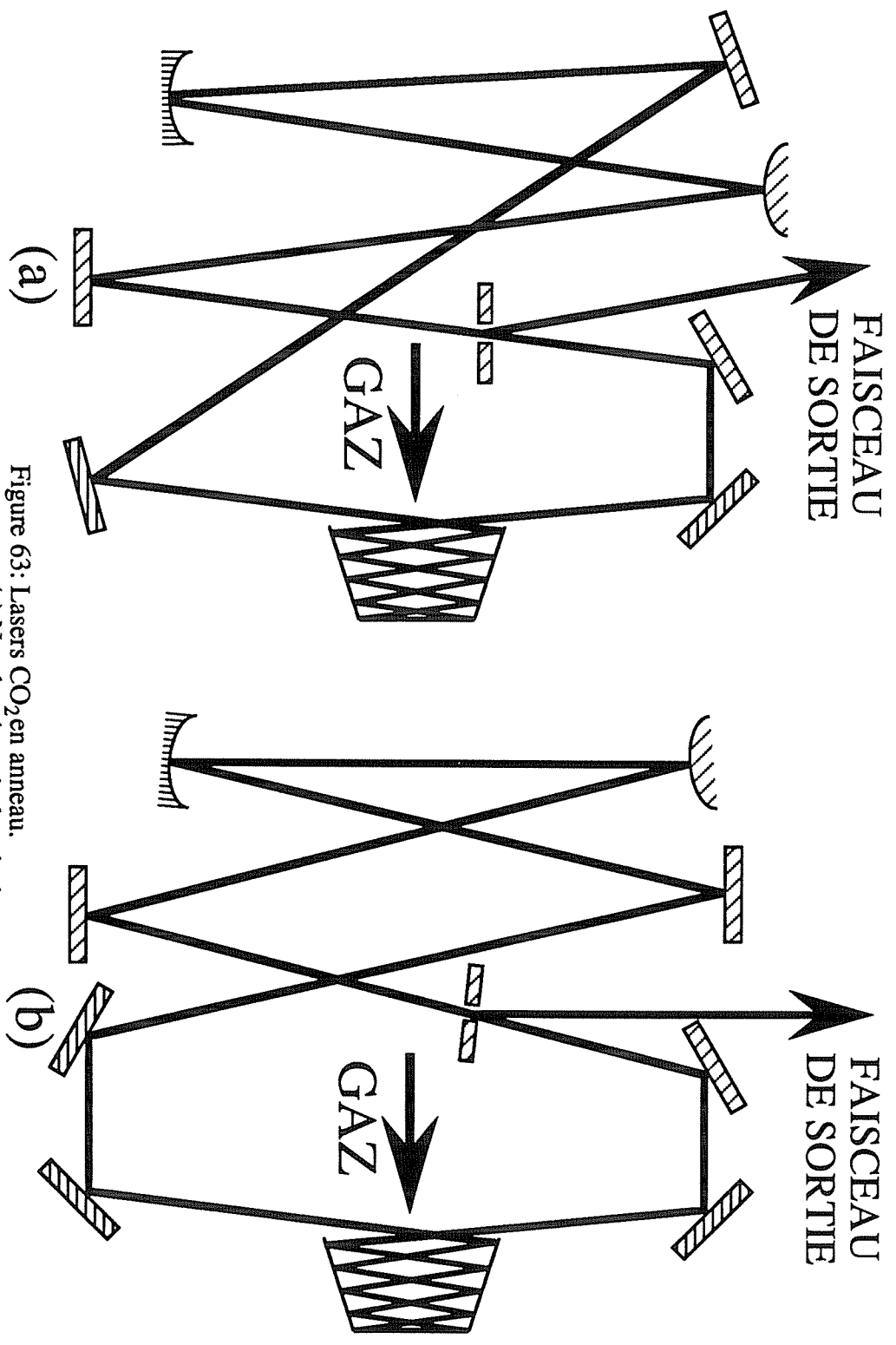


Figure 63: Lasers CO₂ en anneau.
(a) Nombre *impair* de miroirs.
(b) Nombre *pair* de miroirs.

$$\dot{E}_y = \alpha_y E_y \left\{ 1 + \frac{f_y E_y^2 + f_{yx} E_x^2}{E_s^2} \right\}^{-1} - p_y E_y, \quad (149b)$$

où α_x et α_y sont les coefficients de gain, E_s^2 est l'intensité de saturation, p_x et p_y sont les taux de pertes des deux polarisations et f_x , f_y , f_{xy} et f_{yx} sont les coefficients d'autosaturation et de saturation croisée. Pour les faibles intensités, c'est-à-dire pour $E_x^2 \ll E_s^2$ et $E_y^2 \ll E_s^2$, les équations (149) peuvent être développées au premier ordre pour obtenir des équations similaires à (139). Nous voyons alors que la discussion du cas des lasers CO₂ sera similaire à celle du cas des lasers He-Ne, en dépit des différences importantes entre les deux systèmes. Ici, nous utilisons simplement les résultats du paragraphe 1 pour interpréter et prédire les observations expérimentales faites d'abord sur les lasers CO₂ en anneau.

L'évolution de la puissance de sortie en fonction du temps observée à travers un polariseur linéaire est reproduite sur la figure 64(a) dans le cas d'une cavité construite avec un *nombre impair de miroirs* [voir la figure 63(a)]. On peut voir que la polarisation bascule entre les axes x et y: le laser fonctionne en bistabilité vectorielle. Ici, la longueur de la cavité n'est pas balayée par une cale piezoélectrique, mais le jet supersonique de gaz et les effets thermiques entraînent des fluctuations incontrôlées de la longueur optique de la cavité. Identifions d'abord le mécanisme de basculement. Le polariseur est tourné à 45° des axes x et y. On obtient alors le résultat de la figure 64(b) sur laquelle on ne voit pas de pics correspondant aux basculements. Ceci montre que nous sommes dans le cas du mécanisme d'inhibition. La discussion du paragraphe 1 est par conséquent pertinente. La question ici est de savoir *comment empêcher la polarisation de basculer*. Dans le cas d'un nombre impair de miroirs, comme chaque miroir est équivalent à une lame demi-onde, la cavité entière équivaut à une lame demi-onde, ce qui entraîne une importante anisotropie de phase $\Delta\phi_{xy}$. Les fréquences des deux états propres sont alors très différentes. Ceci explique pourquoi le gain de l'état propre qui a le plus de pertes n'est pas beaucoup saturé par l'autre état propre. Le fait que $\Delta\phi_{xy}$ est grand explique aussi pourquoi le mécanisme

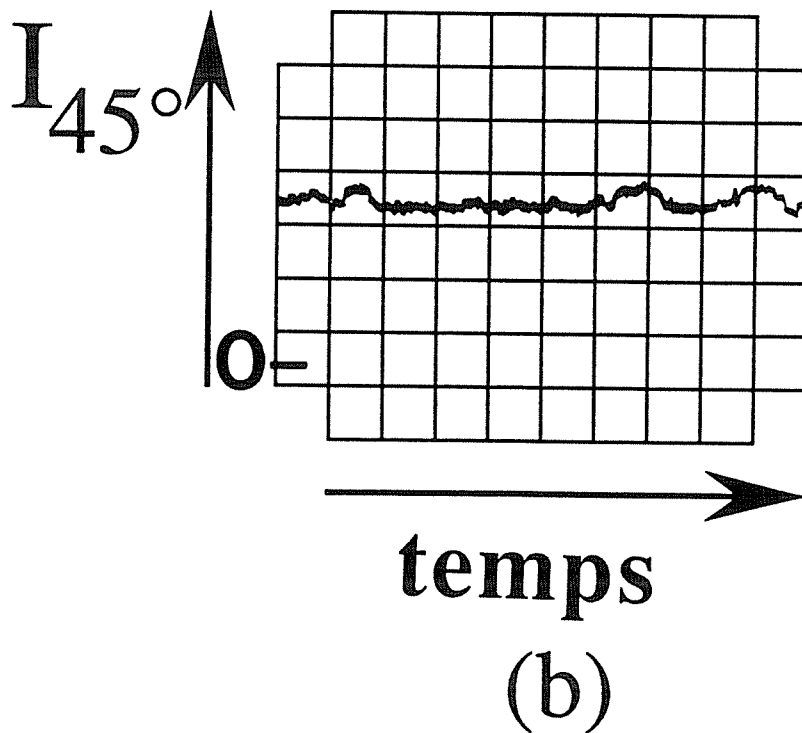
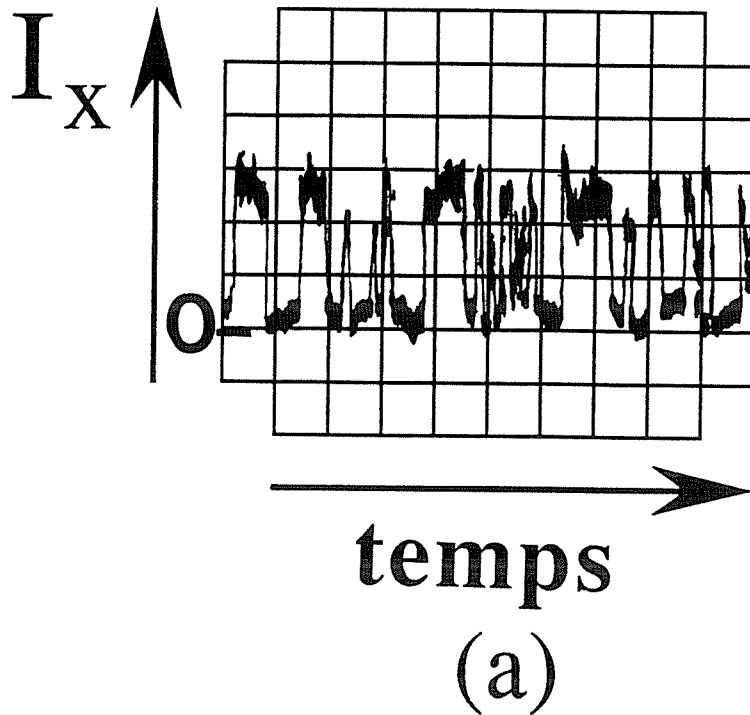


Figure 64: Evolution de la puissance de sortie du laser CO_2 à nombre *impair* de miroirs en fonction du temps, observée à travers un polariseur linéaire (2,5 ms par division).

(a) Le polariseur est aligné le long d'un des états propres.

(b) Détermination du mécanisme de basculement. Le polariseur est tourné à 45° des états propres.

de basculement est le mécanisme d'inhibition. Pour réduire l'anisotropie de phase $\Delta\phi_{xy}$, nous pouvons construire une cavité avec un *nombre pair de miroirs*, comme celle de la figure 63(b). Dans ce cas, on peut espérer que l'anisotropie de phase est très faible. La compétition entre les deux états propres est alors plus forte et l'anisotropie de pertes Δp_{xy} suffit à rendre la polarisation définitivement stable. Ceci correspond à une *translation verticale* vers le bas dans la figure 62(d). Les observations expérimentales montrent que cette prédiction est valable et que la polarisation ne bascule plus quand il y a un nombre pair de miroirs.

Nous considérons maintenant le cas de la cavité à ondes stationnaires représentée sur la figure 65. Il s'agit d'une cavité instable confocale de la branche positive avec un facteur de grossissement $M=2,5$ et de longueur $L=3,3$ m. Pour les mêmes raisons qu'au paragraphe précédent, cette cavité contient aussi des anisotropies linéaires de pertes et de phase Δp_{xy} et $\Delta\phi_{xy}$. Chaque miroir plan a en effet des coefficients de réflexion $R_x=99,7\%$ pour la polarisation perpendiculaire au plan de la cavité et $R_y=98,7\%$ pour la polarisation parallèle au plan de la cavité et une anisotropie de phase $\Delta\phi_{xy}$ de quelques degrés. L'évolution de la puissance de sortie observée à travers un polariseur en fonction du temps est reproduite sur la figure 66(a). A nouveau, le laser présente des basculements de polarisation: les deux états propres peuvent être stables. Il semble par conséquent que, dans ce cas, l'anisotropie de phase est suffisante pour permettre aux deux états propres de devenir stables. Comme nous ne pouvons pas diminuer facilement $\Delta\phi_{xy}$, nous augmentons l'anisotropie de pertes en remplaçant un ou deux des miroirs classiques par des miroirs dichroïques ($R_x=98,7\%$ et $R_y=81,5\%$), qui sont en gros équivalents à des fenêtres de Brewster. Cette opération correspond à une *translation horizontale* vers la droite dans la figure 62(d). Dans ce cas, comme le montre la figure 66(b), *la polarisation reste toujours parallèle à l'axe x*. Ces résultats peuvent être comparés à ceux obtenus dans [117] dans le cas d'un laser CO_2 fortement multimode à deux miroirs. Dans cette référence, nous pouvons voir à nouveau que quand l'anisotropie de phase $\Delta\phi_{xy}$ change, le régime d'oscillation change de la même manière: pour une anisotropie de pertes donnée, les deux polarisations sont stables pour les grandes valeurs

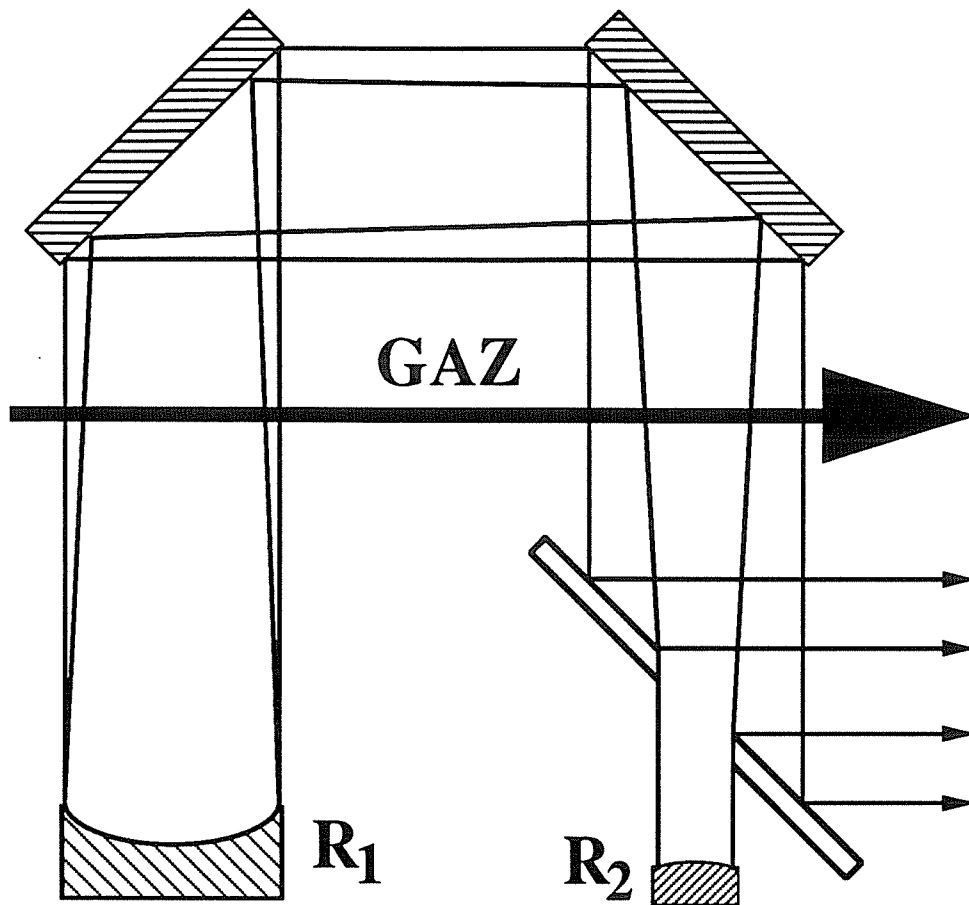


Figure 65: Cavité instable confocale à ondes stationnaires.

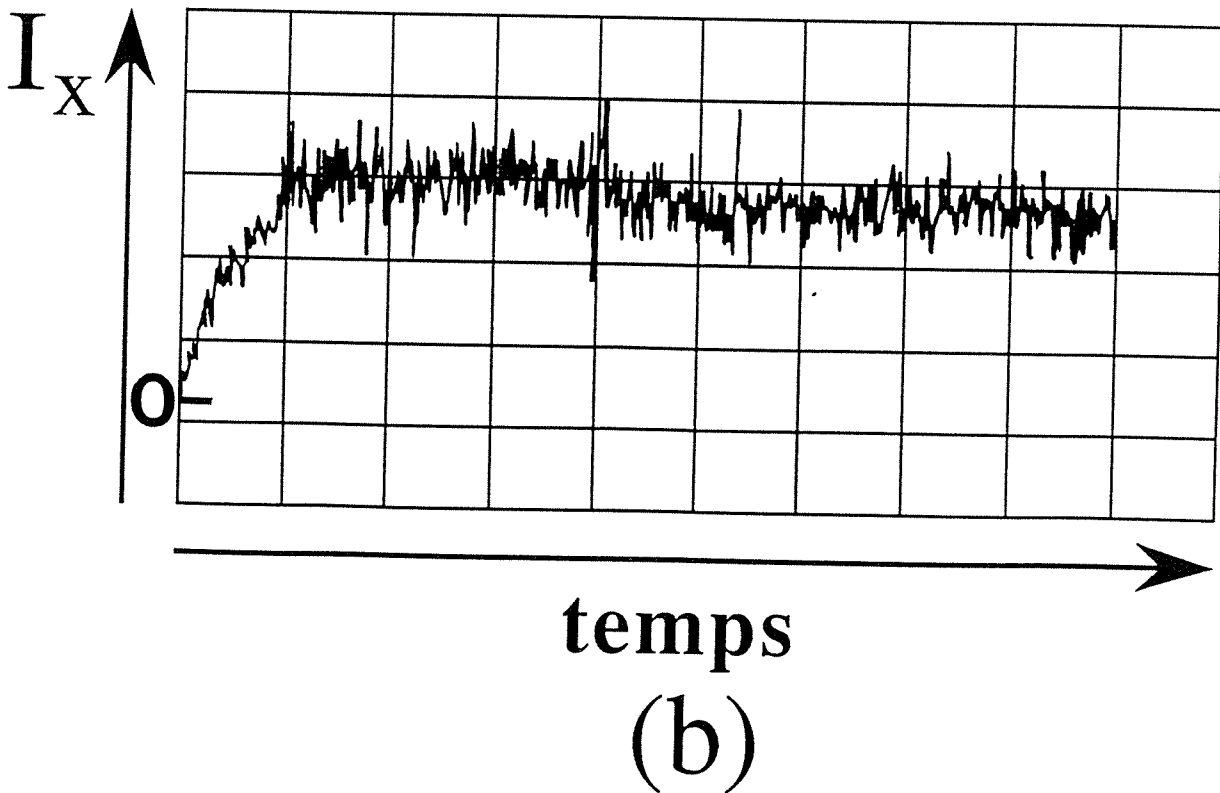
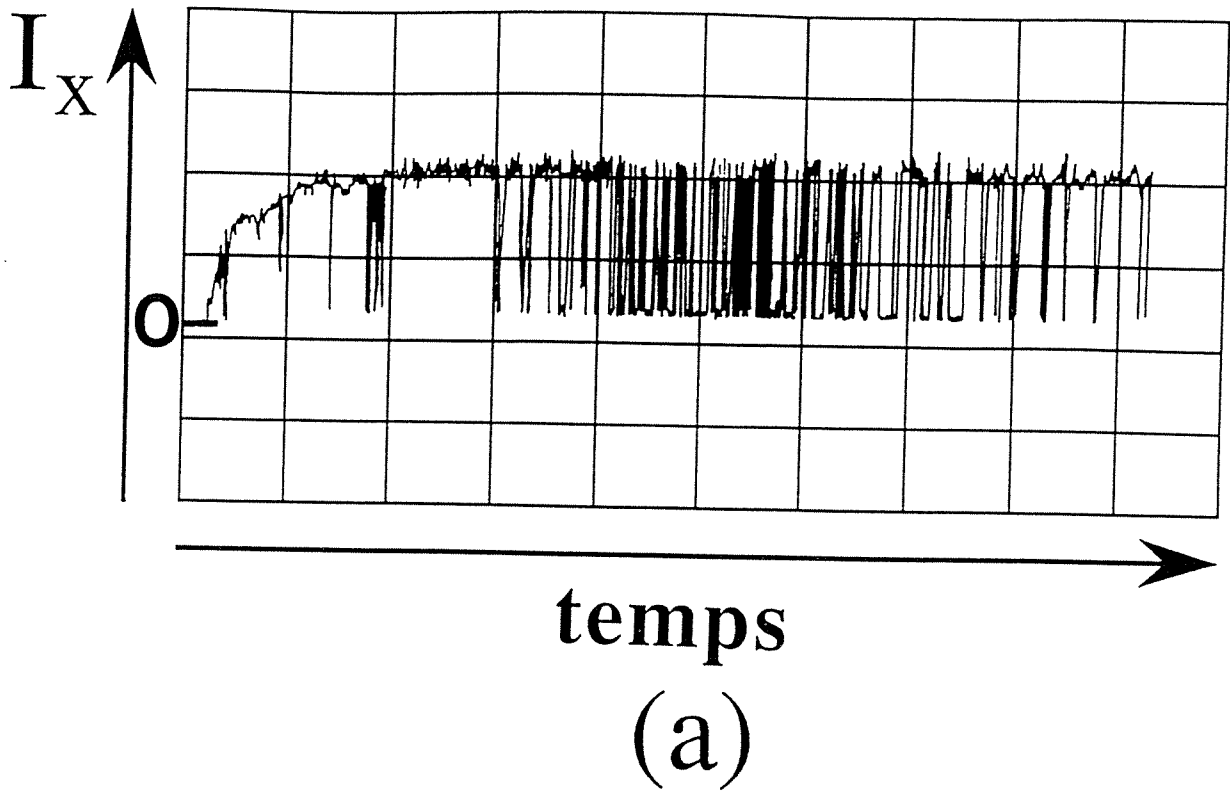


Figure 66: Evolution en fonction du temps (500 ms par division) de la puissance de sortie (observée à travers un polariseur linéaire aligné avec un des états propres) des lasers CO₂ à ondes stationnaires.

(a) Miroirs plans *usuels* ($R_x=99,7\%$ et $R_y=98,7\%$).

(b) Miroirs plans *dichroïques* ($R_x=98,7\%$ et $R_y=81,5\%$).

de $\Delta\phi_{xy}$ et seule une polarisation est stable pour $\Delta\phi_{xy}\approx 0$. Remarquons que dans ce dernier cas, quand les deux polarisations sont stables elles fonctionnent simultanément. La réduction de la "constante de couplage" entre les deux polarisations est probablement due dans ce cas à la présence de plusieurs modes transverses pour chaque polarisation qui n'utilisent pas les mêmes parties du milieu actif.

Ainsi, nous avons montré que les résultats quantitatifs obtenus au paragraphe 1 dans le cas d'un laser He-Ne peuvent être utilisés pour contrôler le comportement de la polarisation de lasers CO₂. Cet accord est plutôt surprenant car il existe de nombreuses différences entre les deux types de lasers. D'un côté, le laser He-Ne est un laser de faible puissance (<1mW), à élargissement inhomogène, monomode longitudinal et transverse avec une cavité géométriquement stable. Les lasers CO₂ sont des lasers de puissance, sont soit monomodes soit fortement multimodes [117], à élargissement homogène, et sont construits à partir de cavités instables. Cependant, les mêmes comportements sont observés et expliqués par les mêmes mécanismes. Nous allons maintenant montrer que la même physique peut dans une certaine mesure expliquer les faits observés dans de très petits lasers: les lasers à semiconducteurs.

3. Compétition entre modes TE et TM dans les lasers à semiconducteurs.

Les lasers à semiconducteurs représentent un autre cas où les anisotropies inhérentes à la cavité ne peuvent pas être modifiées facilement en introduisant des éléments dans la cavité. Dans ces lasers, par exemple les lasers InGaAsP-InP, les réflectivités des facettes pour les modes TE et TM sont $R_{TE}=0,39$ et $R_{TM}=0,26$ [128]. Il y a donc une forte anisotropie de pertes et l'oscillation n'a lieu habituellement que dans les modes TE. Dans ce cas, le laser à semiconducteur se comporte comme un laser He-Ne contenant une forte anisotropie de pertes. Cependant, la bistabilité vectorielle et la simultanéité vectorielle ont parfois été observées dans ces lasers quand on varie le courant injecté [123,124]. Ces comportements ont pour cause l'importante anisotropie de phase qui existe aussi dans ces lasers, comme le montrent les décalages en fréquence entre les

spectres de modes TE et TM [123]. A température ambiante, ces lasers fonctionnent sur les modes TE seulement. L'oscillation des modes TM est obtenue en refroidissant [123] ou en comprimant [124,129] le laser, par augmentation du gain TM. Cet accroissement du gain TM est dû aux tensions induites par effet thermique qui résultent des différences entre les coefficients de dilatation des matériaux constituant les différentes couches [130,131]. D'après [125], la différence entre les gains nets non saturés des modes TE et TM peut être modélisée ainsi

$$\Delta\alpha = \alpha_{0E} - \alpha_{0M} = (a_E - a_M) i + a (T - T_0) + p_M - p_E, \quad (150)$$

où i est le courant injecté, T est la température de la jonction, T_0 est la température pour laquelle les tensions s'annulent, p_M et p_E sont les pertes pour les deux polarisations. Les coefficients a_E et a_M sont les pentes des courbes de gain en fonction du courant pour les modes TE et TM respectivement. L'évolution de $\Delta\alpha$ en fonction du courant injecté est représentée en trait plein sur la figure 67 pour plusieurs valeurs de la température externe. Cette figure montre que la température est un moyen approprié pour modifier de façon significative et même pour inverser la différence entre les gains nets non saturés. Ici encore, comme dans le cas du laser He-Ne, la discussion est focalisée sur les signes des gains nets des états propres saturés par l'autre état propre. Le mécanisme de basculement est en effet le mécanisme d'inhibition, comme le laissaient prévoir les grandes valeurs de l'anisotropie de phase et comme on le constate expérimentalement en observant le basculement de polarisation à travers un polariseur tourné à 45° des axes TE et TM. Dans ce mécanisme d'inhibition, la condition de basculement, par exemple de TM à TE peut s'écrire

$$(\alpha_{0E} - \alpha_{0M}) > \alpha_{0M} \left(\theta_{EM} \frac{p_E}{p_M} - 1 \right), \quad (151)$$

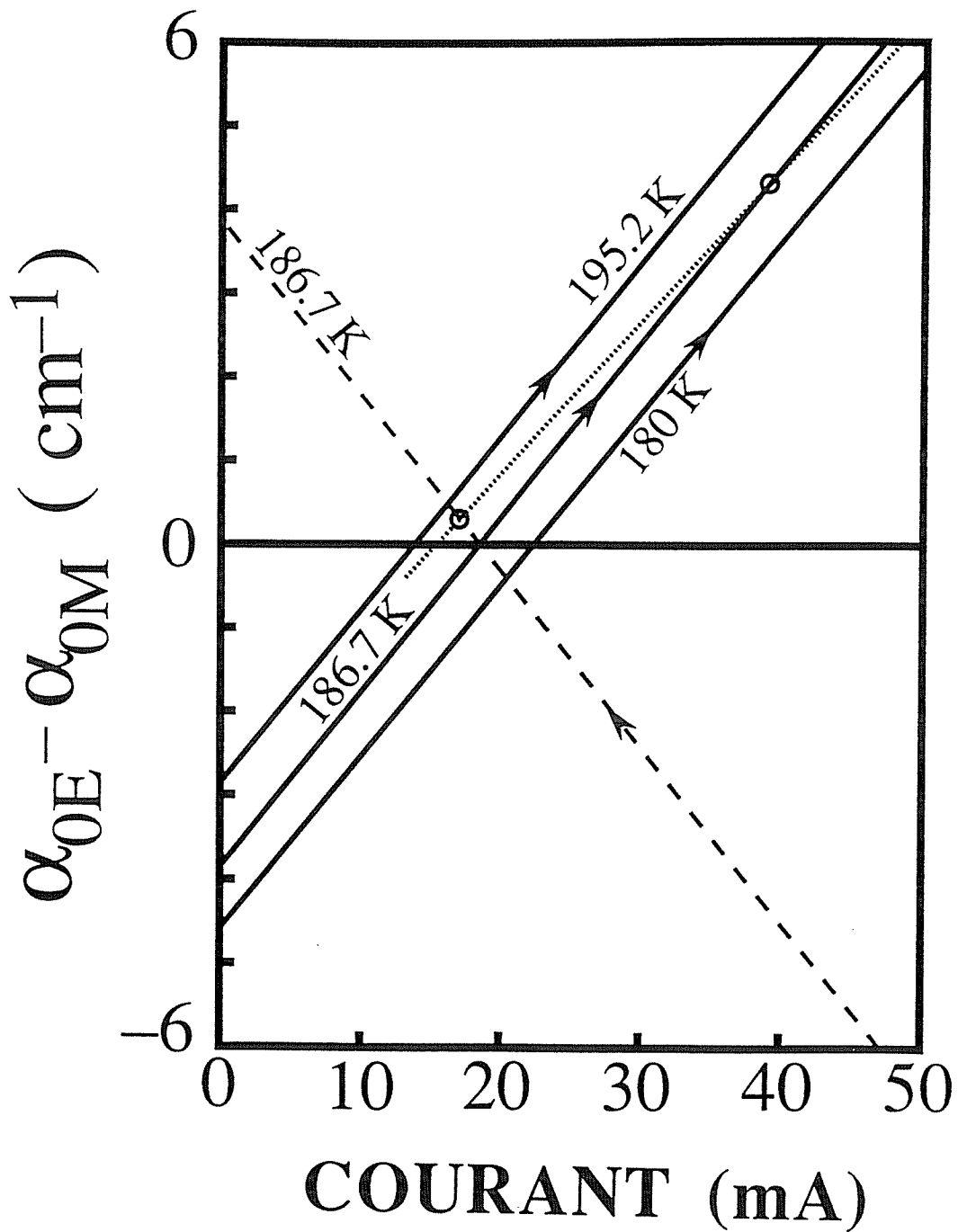


Figure 67: Evolution de la différence entre les gains nets non saturés des modes TE et TM $\Delta\alpha$ (traits pleins) et $-\Delta\alpha$ (trait pointillé) en fonction du courant injecté pour plusieurs valeurs de la température externe. Les points représentent le terme d'inhibition et les intersections de cette courbe avec celles représentant $\Delta\alpha$ et $-\Delta\alpha$ donnent les courants de basculement, comme on le montre sur la figure pour $T=186,7$ K ($a_E - a_M = 0,2 \text{ cm}^{-1}/\text{mA}$; $a = 0,115 \text{ cm}^{-1}/\text{K}$; $T_0 = 389$ K; $p_M - p_E = 13,6 \text{ cm}^{-1}$; $\theta_{EM}(p_E/p_M) = 1,005$).

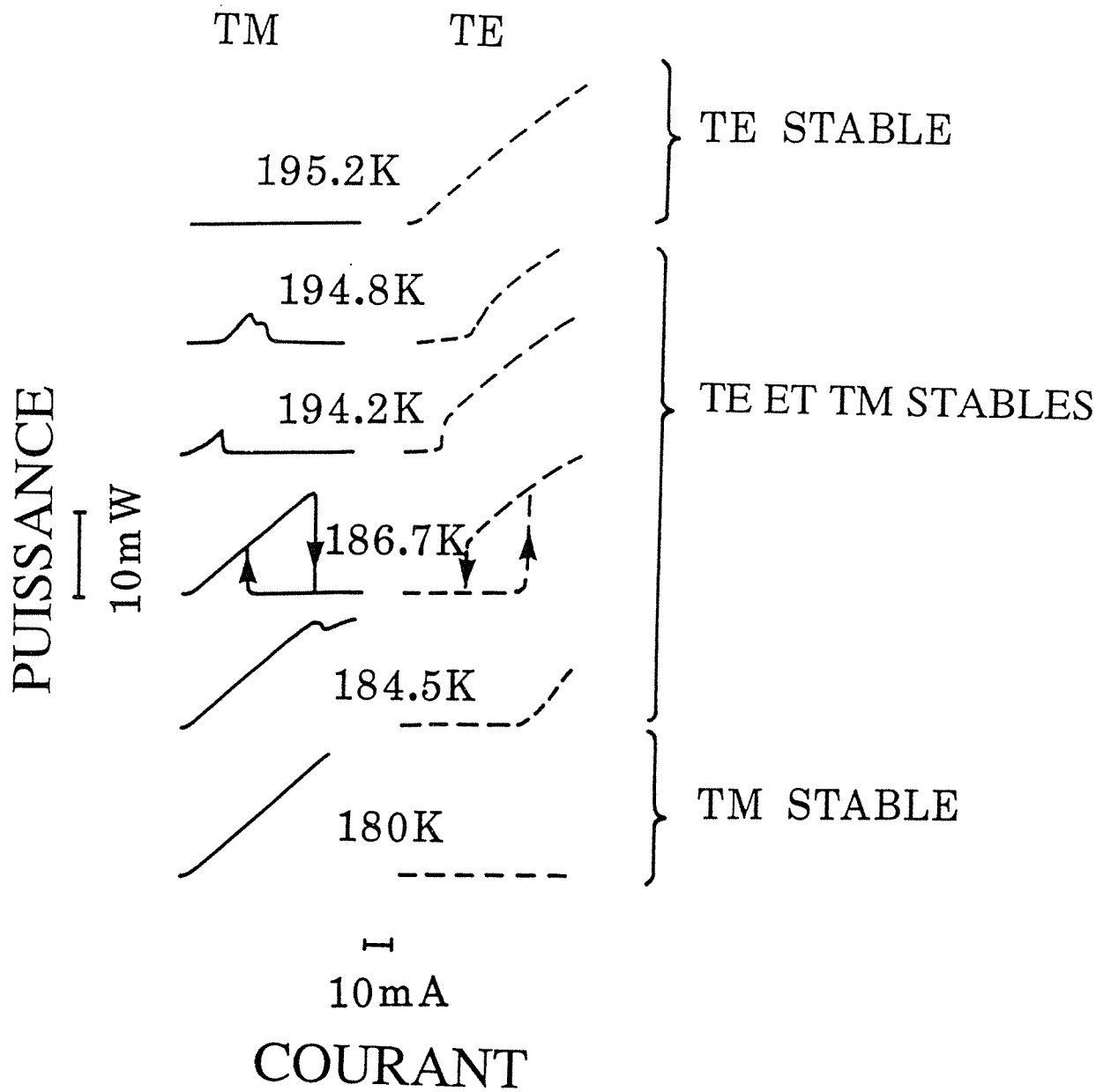


Figure 68: Evolution des puissances de sortie TE et TM en fonction du courant injecté dans une diode InGaAsP/InP à diverses températures extérieures.

où θ_{EM} est le terme de couplage décrivant la saturation croisée. Le "terme d'inhibition" $\alpha_{0M} \left(\theta_{EM} \frac{P_E}{P_M} - 1 \right)$ est représenté en trait pointillé sur la figure 67. Les intersections des courbes données par (150) et (151) donnent les courants de basculement comme le montre la figure 67. Cette discussion fondée sur (150) et (151) a fourni une interprétation satisfaisante du comportement vectoriel des lasers à semiconducteurs quand on varie i et T [125]. Remarquons d'autre part que comme ici la longueur de la cavité ne peut pas être changée, le paramètre de contrôle qui remplace la fréquence ν de la cavité du laser He-Ne [voir les figures 62(a) et 62(b)] est le courant i . Une évolution typique des puissances de sortie des deux polarisations quand on abaisse la température externe est reproduite sur la figure 68. Cette figure montre qu'en abaissant la température, le régime d'oscillation évolue ainsi: i) seuls les modes TE sont stables; ii) modes TE et TM stables; iii) seuls les modes TM sont stables. Cette évolution s'explique par le fait qu'au fur et à mesure que la température décroît, l'anisotropie de pertes Δp_{TE-TM} est compensée par l'augmentation plus rapide du gain des modes TM par rapport aux modes TE. Cette évolution équivaut à une *translation horizontale* vers la gauche dans la figure 62(d). Remarquons que les deux domaines de température pour lesquels apparaît de la simultanété vectorielle sont dus à deux mécanismes différents. Le premier est dû au "hole-burning" spatial qui réduit le couplage entre les modes. Le second est dû à un décalage de l'axe de propagation du mode TE aux forts courants [132].

4. Conclusion.

Une étude quantitative des domaines de stabilité des *régimes d'oscillation à un et deux états propres* dans un laser He-Ne quasi-isotrope a permis de tenir compte de la *compétition entre les effets des anisotropies linéaires de pertes et de phase*. Cette étude a abouti à un bon accord entre théorie et expérience. Elle nous a permis d'interpréter les résultats obtenus aussi bien dans le cas des lasers à semiconducteurs microscopiques que dans le cas d'énormes lasers CO₂. Ceci nous a amenés à proposer et à expérimenter des

solutions soit pour stabiliser la polarisation comme le requièrent certaines applications comme la soudure des métaux [133] soit pour obtenir de la bistabilité vectorielle. Dans tous les cas, les états propres considérés sont polarisés linéairement, comme le permettent les transitions impliquées. Une telle étude pourrait être étendue au cas des états propres polarisés circulairement des lasers à couplage atomique fort soumis à des anisotropies de pertes et de phase circulaires [134,135]. Les résultats de cette section [136] vont également nous aider à comprendre ceux qui vont être exposés dans la section D quand les anisotropies de pertes et de phase sont imposées par un élément à réflexion totale. Ils montrent aussi que pour obtenir la simultanée des états propres dans les gyrolasers, il nous faudra éviter les anisotropies de pertes linéaires et circulaires.

B . Effets non-linéaires dépendant de la nature de l'onde stationnaire générée par le milieu actif.

L'intérêt pour l'étude des ondes électromagnétiques stationnaires a été relancé depuis que Chu et Ohkawa remarquèrent que des ondes stationnaires avec des champs électrique et magnétique parallèles peuvent exister dans le vide [137]. Cette découverte amena beaucoup de commentaires et attisa une vive controverse [138-143]. Finalement, les conditions générales d'existence d'ondes électromagnétiques transverses avec $\vec{E} // \vec{B}$ furent établies [144-148]. Cette discussion a permis d'accéder à une meilleure connaissance des différentes ondes stationnaires qui peuvent être produites par superposition de différents faisceaux polarisés circulairement se propageant dans deux directions opposées. La question qu'on est en droit de se poser maintenant est comment les atomes se comportent dans de telles ondes stationnaires. Pour répondre à cette question, on peut simplement observer le comportement d'un laser à gaz quand la nature de l'onde stationnaire qu'amplifient les atomes est changée. Ce type d'interaction sera également fondamental dans le cas de l'utilisation de différents états de polarisation dans les gyrolasers, dans et hors de la zone aveugle. Nous réduisons notre étude au cas des ondes stationnaires qui sont générées par différentes combinaisons d'ondes circulaires progressives de mêmes amplitudes. Ceci ne crée que trois types d'ondes stationnaires: les ondes stationnaires polarisées *linéairement, hélicoïdalement et circulairement*. Le cas des ondes stationnaires polarisées elliptiquement pourrait également être considéré, mais il s'agit d'un cas intermédiaire qui ne présenterait pas de caractéristique nouvelle par rapport aux cas des trois ondes stationnaires mentionnées ci-dessus. Quelle est la nature des effets observables dans une telle expérience ? Comme ces ondes stationnaires sont toutes combinaisons linéaires d'ondes progressives polarisées circulairement, *les effets linéaires*, c'est-à-dire le gain et les pertes, ne seront pas affectés par la nature de l'onde stationnaire, tant qu'aucun champ magnétique n'est appliqué sur les atomes, c'est-à-dire tant que la symétrie entre polarisations σ^+ et σ^- n'est pas brisée. Nous allons par conséquent porter notre attention sur *les effets non-linéaires* qui se produisent dans tous

les lasers: les effets de saturation. Certains effets liés à la disparition de la modulation spatiale des populations ("hole-burning" spatial) dans les cavités Fabry-Perot en présence d'ondes stationnaires hélicoïdales ont déjà été discutés afin de rendre monomodes certains lasers à solides [109,149,150]. Notre discussion est restreinte au cas des lasers monomodes et aux effets de saturation du profil spectral de gain ("hole-burning" spectral) associés. Dans le paragraphe 1 nous présentons nos notations pour la lumière polarisée circulairement et nous dérivons les ondes stationnaires considérées. Dans le paragraphe 2, nous décrivons la cavité laser théorique utilisée pour produire successivement ces trois ondes stationnaires sans changer les pertes de la cavité de manière à pouvoir comparer les différents résultats obtenus. Nous calculons alors la puissance de sortie du laser dans chaque cas en utilisant la condition de résonance et en calculant la polarisation du milieu actif au troisième ordre en champ [50]. Le paragraphe 3 expose les résultats expérimentaux. Les prédictions du paragraphe précédent sont vérifiées avec un laser He-Ne fonctionnant à 3,39 μm et l'observation de l'évolution de la puissance de sortie quand un champ magnétique axial est appliqué aux atomes nous permet de discuter physiquement le rôle des populations, cohérences Zeeman et termes d'orientation, qu'on retrouve aussi dans les gyrolasers.

1. Conventions et description des ondes stationnaires.

Considérons un trièdre de vecteurs unitaires \hat{x} , \hat{y} et \hat{z} . Pour décrire les ondes progressives polarisées circulairement dans le vide, nous utilisons la convention suivante: une onde progressive est dite circulaire droite si un observateur voit le champ électrique associé à l'onde tourner dans le sens des aiguilles d'une montre au cours du temps quand il regarde dans la direction de propagation. Ceci signifie que les champs électriques \vec{E}_d^+ et \vec{E}_g^+ associés aux ondes progressives circulaires droite et gauche se propageant dans la direction +z sont donnés par

$$\vec{E}_d^+ = E (\hat{x} - i\hat{y}) \exp[i(\omega t - kz)] + \text{c.c.} , \quad (152)$$

$$\vec{E}_g^+ = E (\hat{x} + i\hat{y}) \exp[i(\omega t - kz)] + \text{c.c.} , \quad (153)$$

où E est l'amplitude (réelle) du champ, ω sa pulsation et k son nombre d'onde. Les ondes progressives circulaires droite et gauche correspondantes se propageant dans la direction $-z$ sont données par

$$\vec{E}_d^- = E (\hat{x} + i\hat{y}) \exp[i(\omega t + kz)] + \text{c.c.} , \quad (154)$$

$$\vec{E}_g^- = E (\hat{x} - i\hat{y}) \exp[i(\omega t + kz)] + \text{c.c.} . \quad (155)$$

Pour définir ce qu'on appelle ondes σ^+ ou σ^- , nous devons choisir un axe orienté comme référence. On choisit habituellement cet axe dans le sens du champ magnétique appliqué. Choisissons l'axe $+z$. Alors les ondes associées à \vec{E}_d^+ et \vec{E}_g^- sont appelées σ^+ et les ondes associées à \vec{E}_g^+ et \vec{E}_d^- sont appelées σ^- . Remarquons que les concepts de circulaires droite et gauche dépendent de la direction de propagation alors que les notions de σ^+ et σ^- dépendent uniquement du sens de rotation absolu du champ électrique associé à l'onde.

Passons maintenant à la description des trois types d'ondes stationnaires qu'on peut obtenir par superposition de telles ondes progressives polarisées circulairement de mêmes amplitudes E . Le cas le plus commun est celui de *l'onde stationnaire polarisée linéairement* suivant x , qui est la somme des quatre champs des équations (152)-(155):

$$\vec{E}_x = 8E \hat{x} \cos(\omega t) \cos(kz) . \quad (156)$$

Le champ magnétique associé \vec{B} est donné par la loi de Maxwell-Faraday (en unités du Système International) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$:

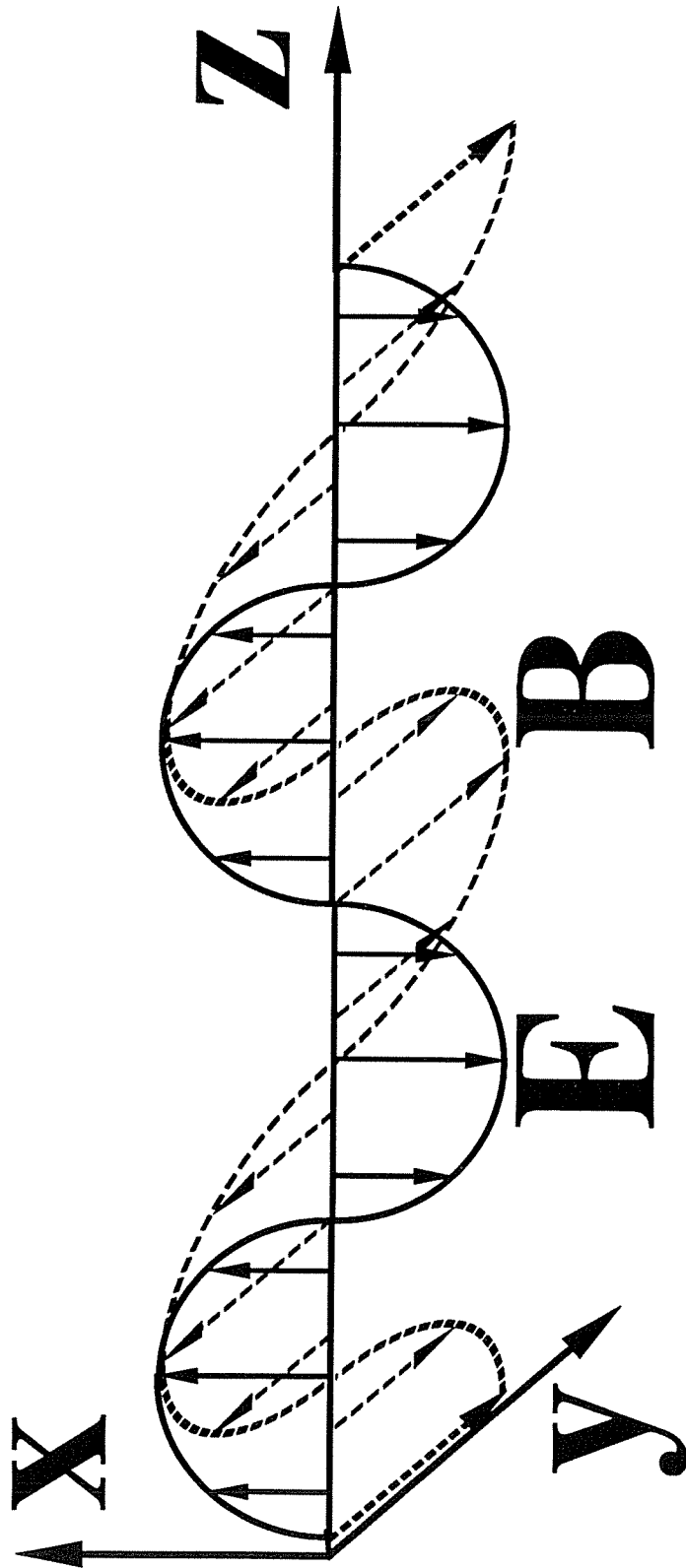


Figure 69: Onde stationnaire linéaire.

$$\vec{B}_x = 8 \frac{E}{c} \hat{y} \sin(\omega t) \sin(kz). \quad (157)$$

Les distributions habituelles de champs électrique et magnétique de cette onde stationnaire sont représentés sur la figure 69. Cette onde présente la propriété habituelle $\vec{E} \perp \vec{B}$ et a des nœuds et des ventres. Les champs électrique et magnétique sont en quadrature, aussi bien en ce qui concerne leur dépendance spatiale que leur dépendance temporelle.

La seconde onde stationnaire considérée ici est *l'onde hélicoïdale stationnaire*, proposée indépendamment par Evtuhov et Siegman [109] d'une part, et par Kastler [110] d'autre part. L'onde stationnaire hélicoïdale droite est la superposition de deux ondes progressives circulaires droites contrepropageantes, c'est-à-dire d'une onde σ^+ se propageant dans le sens $+z$ et d'une onde σ^- se propageant dans le sens $-z$. Son champ électrique \vec{E}_h et son champ magnétique \vec{B}_h s'écrivent:

$$\vec{E}_h = 4E \cos(\omega t) [\hat{x} \cos(kz) - \hat{y} \sin(kz)], \quad (158)$$

$$\vec{B}_h = -4 \frac{E}{c} \sin(\omega t) [\hat{x} \cos(kz) - \hat{y} \sin(kz)]. \quad (159)$$

La distribution spatiale de champ électrique d'une telle onde est représentée sur la figure 70. Le champ électrique est distribué le long d'une hélice d'amplitude constante. L'hélice entière oscille dans le temps à la pulsation ω . Le champ magnétique suit la même distribution spatiale mais oscille dans le temps en quadrature avec le champ électrique. Il faut remarquer que cette onde n'a ni nœuds ni ventres [109,110] et vérifie la propriété $\vec{E} // \vec{B}$. Ce type d'onde stationnaire est celui discuté par Chu et Ohkawa dans leur article sur les ondes stationnaires avec $\vec{E} // \vec{B}$ [137].

La troisième onde stationnaire que nous discutons ici est *l'onde stationnaire circulaire* qui est la superposition de, par exemple, deux ondes contrepropageantes polarisées σ^+ , c'est-à-dire d'une onde circulaire droite se propageant le long de $+z$ et d'une onde circulaire gauche se propageant le long de $-z$. Les champs électrique et magnétique qui lui sont associés s'écrivent

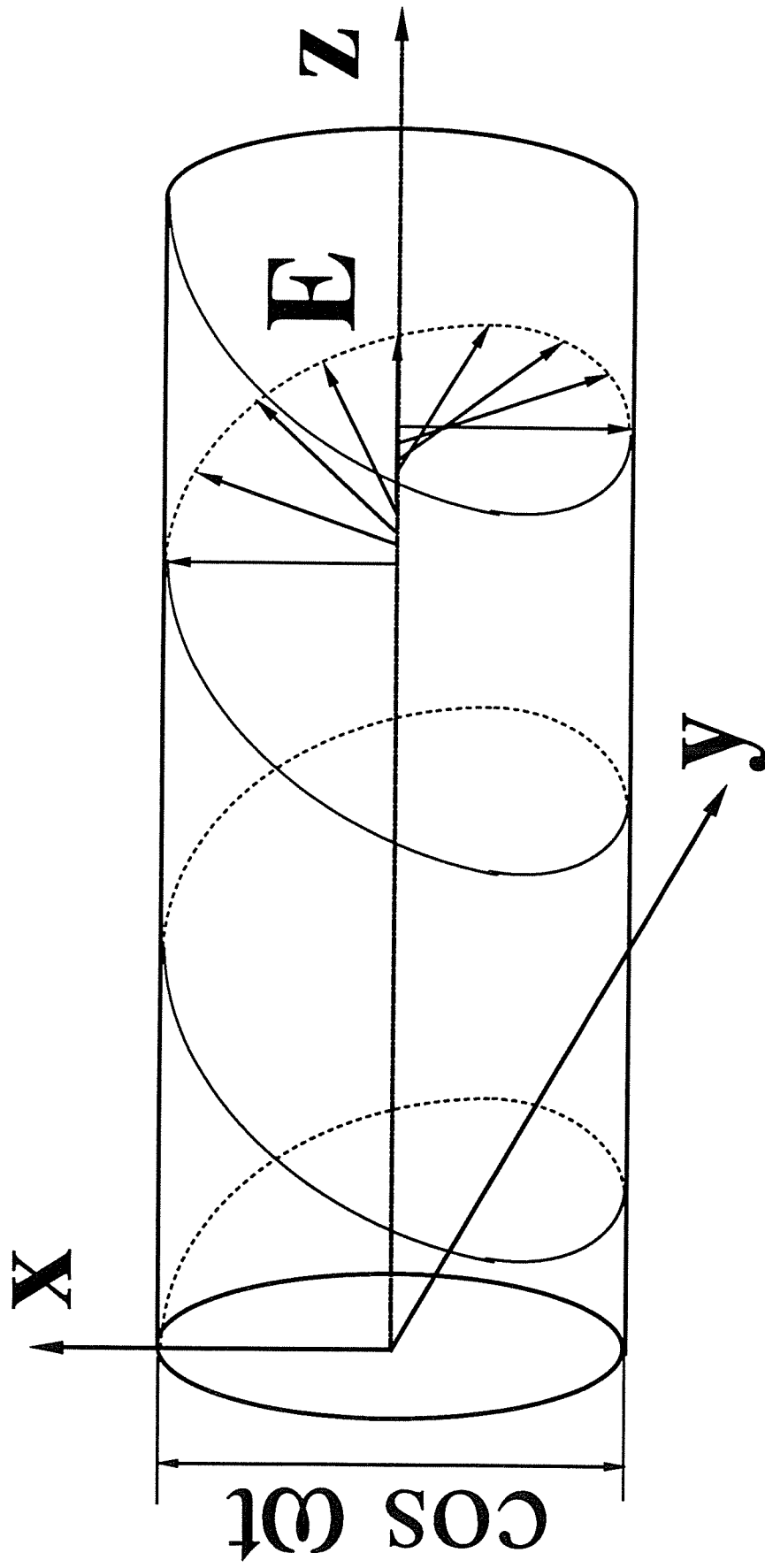


Figure 70: Onde hélicoïdale stationnaire. B est parallèle à E et oscille dans le temps en quadrature avec E .

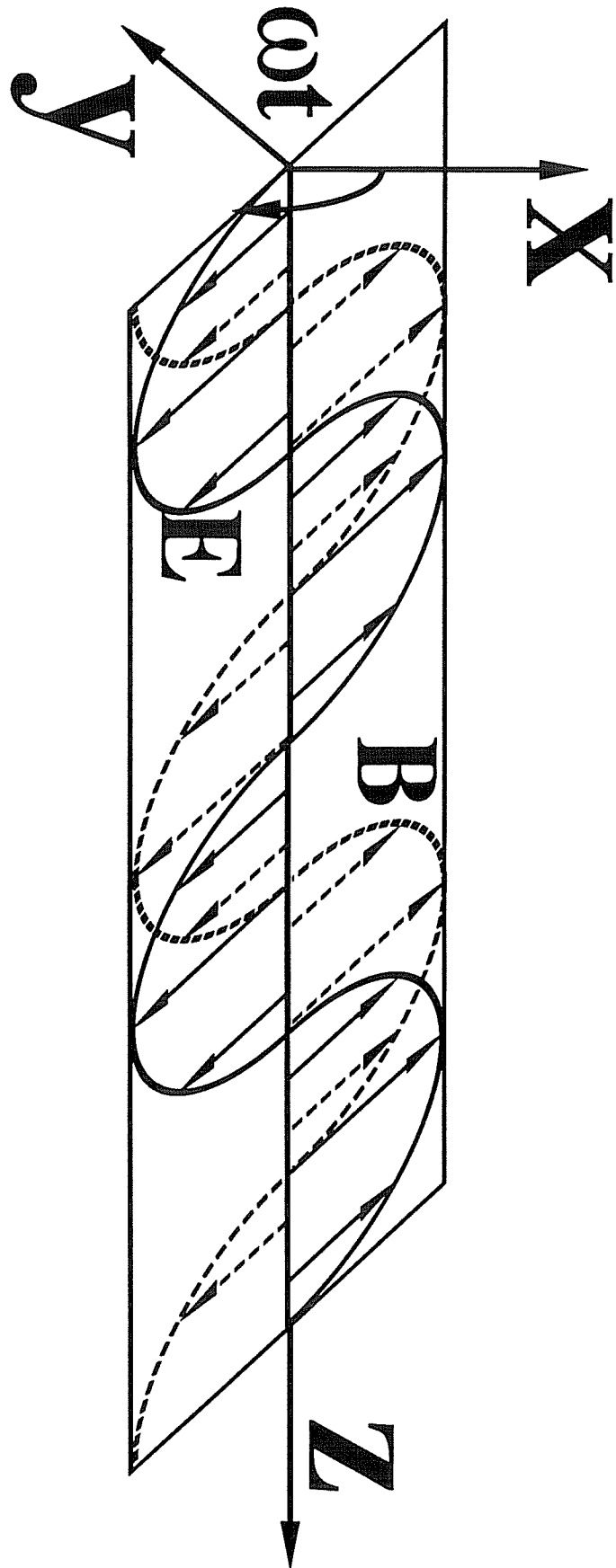


Figure 7.1: Onde circulaire stationnaire.

$$\vec{E}_c = 4 E \cos(kz) [\hat{x} \cos(\omega t) + \hat{y} \sin(\omega t)], \quad (160)$$

$$\vec{B}_c = 4 \frac{E}{c} \sin(kz) [\hat{x} \cos(\omega t) + \hat{y} \sin(\omega t)]. \quad (161)$$

Les distributions spatiales de champ d'une telle onde sont représentés sur la figure 71. Il convient de remarquer que \vec{E}_c et \vec{B}_c sont dans le même plan dans tout l'espace et que ce plan tourne dans le temps à la pulsation ω . Cette onde stationnaire possède des nœuds et des ventres qui sont en quadrature pour \vec{E}_c et \vec{B}_c . Ce type d'onde stationnaire vérifiant $\vec{E} // \vec{B}$ est celui discuté par Zaghoul, Volk et Buckmaster [145].

2. Prédiction théoriques.

Comme nous l'avons déjà remarqué dans l'introduction, un moyen pratique d'étudier le comportement des atomes soumis à ces trois différentes ondes stationnaires consiste à construire une cavité laser dans laquelle *ces trois distributions de champ peuvent être générées successivement avec les mêmes pertes*. Une telle cavité est représentée schématiquement sur la figure 72. Elle contient une lame P inclinée à l'angle de Brewster, un rotateur Faraday RF qui crée une rotation non-réciproque de la polarisation d'un angle ϕ dépendant du champ magnétique qui lui est appliqué et deux lames quart d'onde dont les lignes neutres forment les angles ρ_1 et ρ_2 par rapport à l'axe x. La seconde lame quart d'onde peut être disposée en deux endroits, notés 1 et 2. Quand la seconde lame quart d'onde est en position 2 et que $\phi = \rho_1 = \rho_2 = 0$, la polarisation est linéaire dans toute la cavité et le milieu actif est soumis à une onde stationnaire polarisée linéairement décrite par les équations (156) et (157). Tournons maintenant la première lame quart d'onde jusqu'à $\rho_1 = 45^\circ$. La distribution de champ entre les deux lames quart d'onde est maintenant hélicoïdale et la fréquence propre peut être changée par rotation de la seconde lame quart d'onde [9,109,110]. Si la seconde lame quart d'onde est maintenant placée en position 1 avec $\phi = \rho_1 = 45^\circ$ et $\rho_2 = 0$, la distribution de champ entre

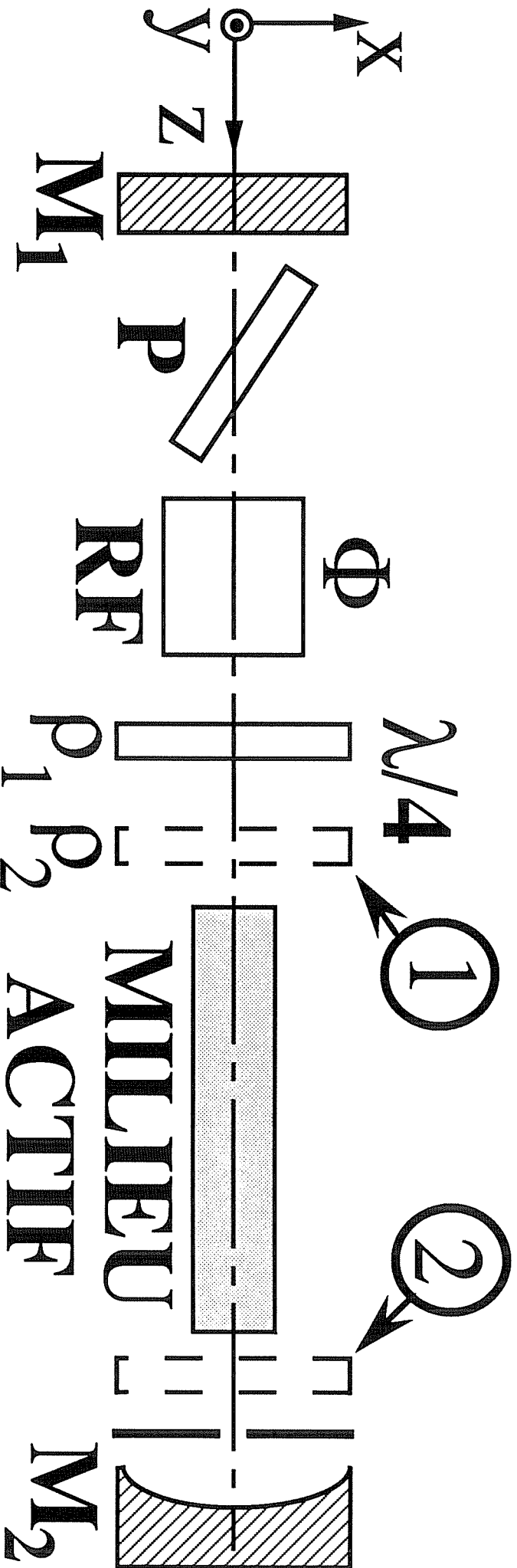


Figure 72: Cavité permettant d'obtenir les trois types d'ondes stationnaires successivement.
Remarquer les deux positions possibles de la seconde lame quart d'onde, notées 1 et 2.

cette lame et le miroir M_2 correspond à une onde stationnaire circulaire, comme suggéré dans la référence 9 et réalisé par Kozin, Petrov et Protsenko [151]. Dans ce cas, la première lame quart d'onde n'est pas nécessaire pour créer l'onde stationnaire circulaire mais nous la gardons dans la cavité pour conserver des pertes constantes. Remarquons que le montage n'utilisant qu'une lame quart d'onde et pas de rotateur Faraday proposé par Bodlaj [152] ne peut pas donner une telle onde stationnaire circulaire. D'autre part, n'importe quelle onde stationnaire elliptique peut être réalisée avec d'autres valeurs de ρ_1 et ρ_2 [153].

Nous avons donc une cavité dans laquelle le milieu actif peut successivement être soumis aux trois types d'ondes stationnaires considérés. L'expression de la puissance de sortie peut être obtenue à partir de la condition de résonance dans les trois cas, comme ceci a déjà été fait pour les ondes stationnaires linéaire et hélicoïdale [111]. La condition de résonance s'écrit

$$P_2 R_2 P_1 R_1 \vec{E} = \vec{E}, \quad (162)$$

où $R_1 = \begin{pmatrix} r_x & 0 \\ 0 & r_y \end{pmatrix}$, $R_2 = r \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sont les matrices de Jones pour les réflexions. r_x , r_y et r sont les coefficients de réflexion. P_1 et P_2 sont les matrices de Jones pour la propagation dans le milieu actif. Celles-ci sont calculées dans la référence 50. Ces matrices sont obtenues à partir d'un développement au troisième ordre de la polarisation du milieu actif et sont des fonctions de l'amplitude du champ. Elles étendent au cas des milieux non-linéaires la définition de la matrice de propagation donnée par Jones dans le cas de cristaux linéaires [107,154]. La recherche des valeurs propres dans la condition de résonance (162) en utilisant les expressions de P_1 et P_2 données en référence [50] mène aux expressions suivantes pour les intensités des ondes stationnaires linéaire (I_x), hélicoïdale (I_h) et circulaire (I_c):

$$I_c = \left[\frac{1}{L} \ln \frac{1}{\Gamma_x} - \frac{2\omega N_o S}{\epsilon_o \hbar c k u} Z^i(\zeta) \right] \\ \times \left\{ \frac{2\omega N_o}{\epsilon_o \hbar c} [\text{Re}(I_1 + I_2)] \left[\frac{S_1 + S_3}{\Gamma_a(0)} + \frac{S_1 + S_2}{\Gamma_b(0)} + \frac{S_2}{\Gamma_a(2)} + \frac{S_3}{\Gamma_b(2)} \right] \right\}^{-1}, \quad (163)$$

$$I_c = \left[\frac{1}{L} \ln \frac{1}{\Gamma_x} - \frac{2\omega N_o S}{\epsilon_o \hbar c k u} Z^i(\zeta) \right] \\ \times \left\{ \frac{2\omega N_o}{\epsilon_o \hbar c} \left[2\text{Re}I_1 \left(\frac{S_1}{\Gamma_a(0)} + \frac{S_1}{\Gamma_b(0)} \right) + 2\text{Re}I_2 \left(\frac{S_2}{\Gamma_b(0)} + \frac{S_3}{\Gamma_a(0)} \right) \right] \right\}^{-1}, \quad (164)$$

$$I_c = \left[\frac{1}{L} \ln \frac{1}{\Gamma_x} - \frac{2\omega N_o S}{\epsilon_o \hbar c k u} Z^i(\zeta) \right] \\ \times \left\{ \frac{2\omega N_o}{\epsilon_o \hbar c} 2[\text{Re}(I_1 + I_2)] \left[\frac{S_1}{\Gamma_a(0)} + \frac{S_1}{\Gamma_b(0)} \right] \right\}^{-1}, \quad (165)$$

où $Z(\zeta)$ est la fonction de dispersion de plasma [155] avec

$$\zeta = (\omega - \omega_{ab}) / (ku) + i\Gamma_{ab}/ku = x + iy, \quad (166)$$

N_o est le paramètre d'excitation, ku est la largeur Doppler du milieu, Γ_{ab} est le taux de relaxation des cohérences optiques (processus $\Delta m = \pm 1$), $\Gamma_{a,b}(0)$ et $\Gamma_{a,b}(2)$ sont les taux de relaxation des populations des niveaux (processus $\Delta m = 0$) et des cohérences Zeeman (processus $\Delta m = \pm 2$) respectivement et I_1 et I_2 sont les intégrales de vitesse habituelles [4,5,156] données par:

$$I_1 = \frac{1}{(\hbar k u)^2} \left[\frac{dZ}{d\zeta}(\zeta) - \frac{1}{y} Z^i(\zeta) \right], \quad (167a)$$

$$I_2 = \frac{1}{(\hbar k u)^2} \left[\frac{1}{x} Z^r(\zeta) - \frac{1}{\zeta} Z(\zeta) \right]. \quad (167b)$$

S , S_1 , S_2 et S_3 représentent les sommes suivantes d'éléments de matrice du dipôle:

$$S = \sum_{\bar{m}} |\mu_{a_m b_{m+1}}|^2, \quad (168a)$$

$$S_1 = \sum_{\bar{m}} |\mu_{a_m b_{m+1}}|^4, \quad (168b)$$

$$S_2 = \sum_{\bar{m}} |\mu_{a_m b_{m+1}}|^2 |\mu_{b_{m+1} a_{m+2}}|^2, \quad (168c)$$

$$S_3 = \sum_{\bar{m}} |\mu_{a_m b_{m+1}}|^2 |\mu_{a_m b_{m-1}}|^2. \quad (168d)$$

Considérons une transition $J_a=1 \rightarrow J_b=2$ comme la transition du néon à $3,39\mu\text{m}$ qui sera utilisée dans la partie expérimentale. Dans ce cas les sommes précédentes sont proportionnelles à l'élément de matrice réduit avec $S_1 \sim 46$, $S_2 \sim 21$ et $S_3 \sim 1$. Dans l'approximation des faibles pressions, les différents taux de relaxation $\Gamma_{a,b}(0)$ et $\Gamma_{a,b}(2)$ des populations et des cohérences Zeeman peuvent être considérés comme égaux [157,158]. Alors les équations (163) à (165) peuvent s'écrire

$$I_x = A \frac{[1 - B' Z^i(\zeta)]}{d_x}, \quad (169)$$

$$I_h = A \frac{[1 - B' Z^i(\zeta)]}{d_h}, \quad (170)$$

$$I_c = A \frac{[1 - B' Z^i(\zeta)]}{d_c}, \quad (171)$$

où A' et B' décrivent le gain et les pertes du laser. Au centre de raie et pour la même excitation, les rapports entre les dénominateurs des équations (169) à (171) sont

$$d_h/d_x = (2S_1 + S_2 + S_3) / 2(S_1 + S_2 + S_3) \approx 0,84 , \quad (172)$$

$$d_c/d_x = 4S_1 / 2(S_1 + S_2 + S_3) \approx 1,35 . \quad (173)$$

De plus, les coefficients de l'intégrale I_2 qui décrit le Lamb dip sont dans les rapports

$$(S_2 + S_3) / (S_1 + S_2 + S_3) \approx 0,32 \quad (174)$$

pour les états propres hélicoïdaux et linéaires et

$$2S_1 / (S_1 + S_2 + S_3) \approx 1,35 \quad (175)$$

pour les états propres circulaires et linéaires. Quelle est la signification physique de ces résultats ? Tout d'abord, on peut voir d'après les équations (169) à (171) que la nature de l'onde stationnaire ne modifie pas le comportement linéaire du laser qui est contenu dans le numérateur de l'expression donnant l'intensité de sortie du laser. En revanche, les termes non-linéaires, c'est-à-dire les dénominateurs d_x , d_h et d_c , sont fortement affectés par la nature de l'onde stationnaire. D'une part, la comparaison entre les cas linéaire et hélicoïdal montre que le Lamb dip de l'onde stationnaire linéaire contient des contributions dues à la fois aux populations et à l'alignement. Dans le Lamb dip de l'onde stationnaire hélicoïdale, les effets des populations sont présents mais pas ceux dus à l'orientation. En effet, l'état propre hélicoïdal est construit à partir de deux ondes σ différentes contrepropageantes qui interagissent faiblement et n'entraînent aucun effet lié aux cohérences Zeeman. D'autre part, comparons les comportements non-linéaires du laser dans le cas des ondes stationnaires linéaire et circulaire. Comme l'état propre circulaire stationnaire contient deux ondes contrepropageantes de même σ , il n'utilise que la moitié des transitions dipôlaires électriques permises entre les sous-niveaux Zeeman et impose par conséquent des effets de saturation plus forts que dans le cas linéaire, comme le montre le rapport (173). De plus, les deux ondes σ contrepropageantes de l'onde

stationnaire imposent le même type d'orientation aux atomes. Ceci explique pourquoi le Lamb dip est aussi fort dans le cas de l'onde stationnaire circulaire.

En résumé, nous avons prédit que, pour un laser monomode, *trois différents Lamb dips correspondent aux trois ondes stationnaires différentes*. Le plus fort correspond à l'onde stationnaire circulaire et le plus faible à l'onde stationnaire hélicoïdale. Ces résultats mettent en lumière les différentes structures du Lamb dip qui vont être explorées expérimentalement. Ces structures seront confirmées par l'étude de la réponse du laser à un champ magnétique axial qui, nous le verrons, détruira certaines des contributions non-linéaires au Lamb dip. Elles resteront valables dans le cas de l'onde stationnaire ou quasi-stationnaire créée par les deux ondes contrepropageantes dans les lasers en anneau.

3. Résultats expérimentaux.

La cavité est construite comme le montre la figure 72 avec le miroir M_1 plan et totalement réfléchissant. Le miroir M_2 a un rayon de courbure de 1,2 m et transmet 5% de l'intensité. La cavité mesure 69 cm de long et le tube à décharge 31 cm avec un diamètre intérieur de 3,5 mm. Le milieu actif qui fournit l'amplification à $\lambda = 3,39 \mu\text{m}$ est un mélange 5:1 ^3He - ^{20}Ne à la pression totale $P=0,5$ Torr. Le rotateur Faraday est un cristal de "Yttrium Iron Garnet" dopé au gallium (Ga:YIG) long de 15 mm et qui fournit les 45° de rotation Faraday nécessaires. Le miroir plan est translaté par une céramique piezoélectrique de manière à enregistrer la puissance de sortie du laser en fonction de la fréquence. Les résultats sont reproduits sur les figures 73(a), 73(b) et 73(c) pour les ondes stationnaires linéaire, hélicoïdale et circulaire respectivement. Comme prévu, le Lamb dip dans le cas de l'onde hélicoïdale est nettement moins marqué que dans les cas des ondes linéaire et circulaire et la puissance de sortie est la moins importante dans le cas de l'onde circulaire. La comparaison avec la théorie peut être faite grâce à l'expression suivante pour la puissance de sortie:

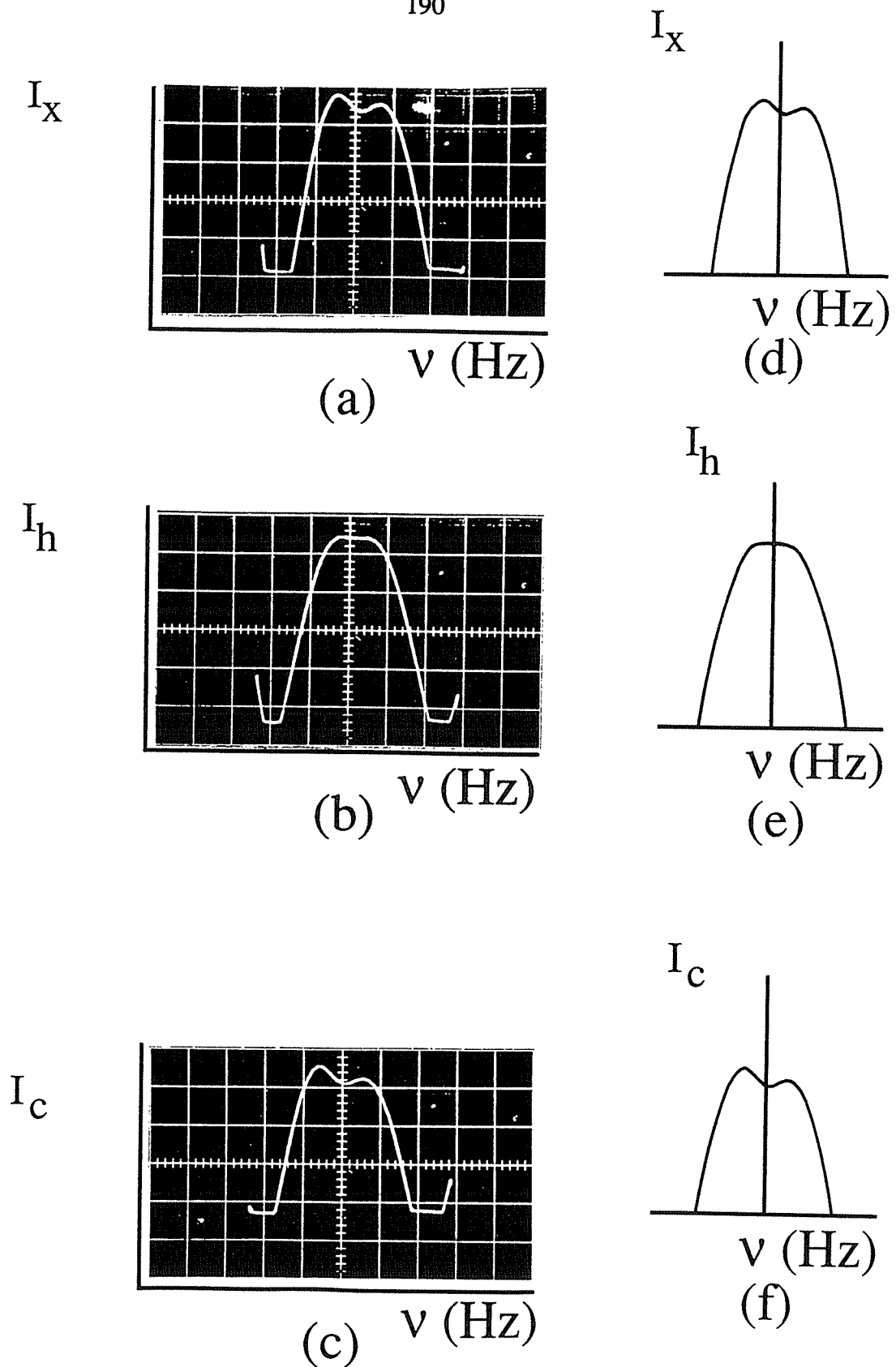


Figure 73: Profils expérimentaux (a-c) et théoriques (d-f) de puissance de sortie en fonction de la fréquence (50 MHz par division) pour les ondes stationnaires linéaire [(a), (d)], hélicoïdale [(b), (e)] et circulaire [(c), (f)].

$$I(\nu) = A \frac{1 - B(\nu) \exp\left[\left(\frac{\omega - \omega_{ab}}{ku}\right)^2\right]}{1 + \frac{D\gamma^2}{\gamma^2 + (\omega - \omega_{ab})^2}}, \quad (176)$$

où γ est la largeur homogène, B est le paramètre de pertes qui prend en compte les pertes par diffraction résonnantes responsables des dissymétries des profils de puissance de sortie, A est un facteur d'échelle et D caractérise la profondeur du Lamb dip. Les "fits" théoriques des figures 73(d) à 73(f) ont été obtenus grâce à l'équation (176) avec $ku = 2\pi \times 175$ MHz, $\gamma = 2\pi \times 30$ MHz et $A_x=50,8$ et $D_x=0,45$ dans le cas de l'onde stationnaire linéaire, $A_h=44$ et $D_h=0,13$ dans le cas de l'onde hélicoïdale stationnaire et $A_c=40,5$ et $D_c=0,55$ dans le cas de l'onde circulaire stationnaire. Ces résultats nous fournissent les rapports expérimentaux suivants

$$\frac{d_h}{d_x} = \frac{(1 + D_h)/A_h}{(1 + D_x)/A_x} \approx 0,90, \quad (177)$$

$$\frac{d_c}{d_x} = \frac{(1 + D_c)/A_c}{(1 + D_x)/A_x} \approx 1,34, \quad (178)$$

qui sont en bon accord avec (172) et (173). Les rapports expérimentaux pour le Lamb dip sont

$$\frac{D_h}{D_x} \approx 0,29, \quad (179)$$

$$\frac{D_c}{D_x} \approx 1,22, \quad (180)$$

en accord avec (174) et (175). La discussion du rôle des populations, orientations et cohérences Zeeman dans les effets de saturation peut être faite à partir des résultats expérimentaux de la figure 74. Cette figure reproduit les profils de puissance de sortie en

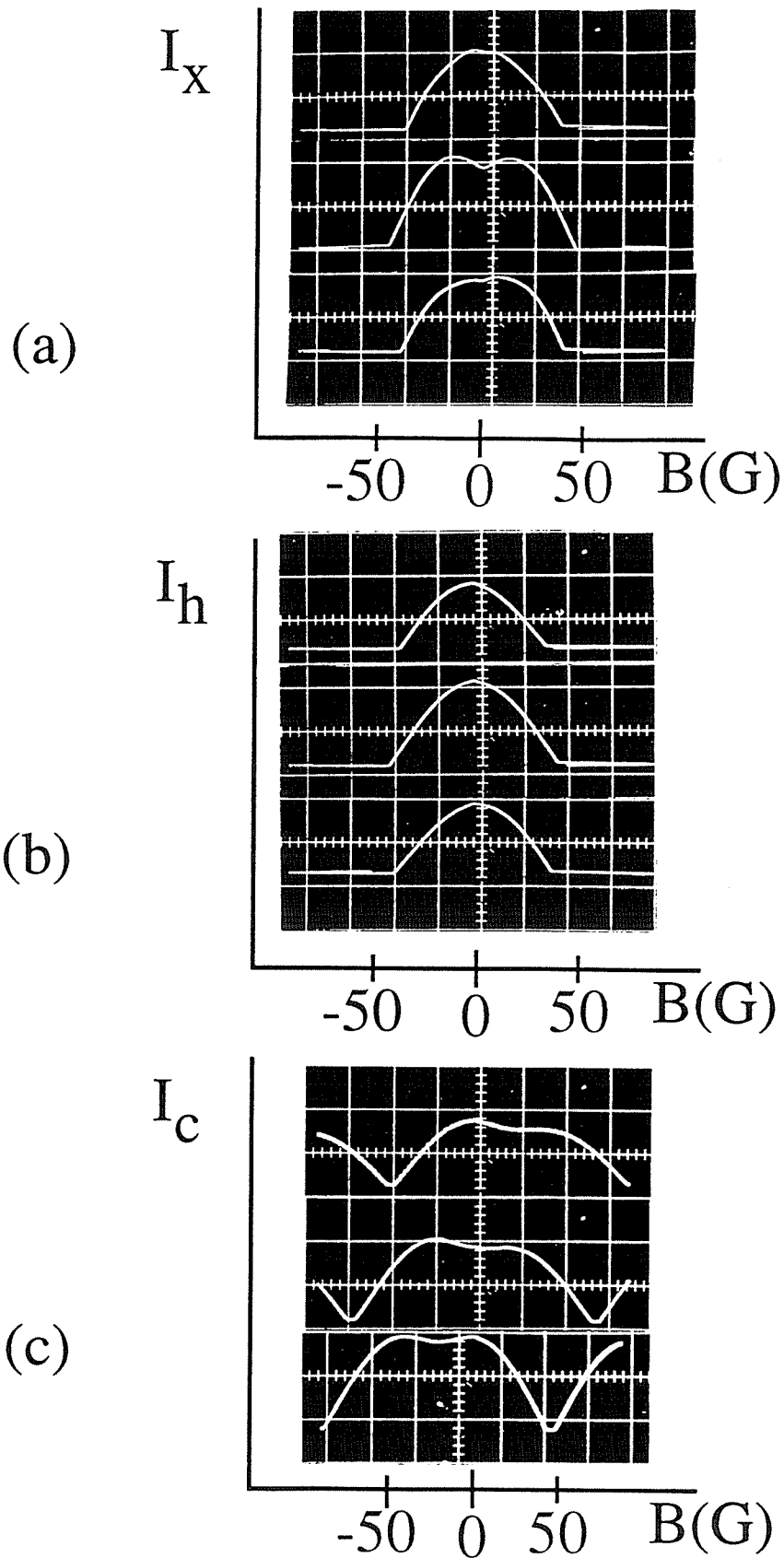


Figure 74: Profils expérimentaux de puissance de sortie en fonction du champ magnétique axial pour les ondes stationnaires linéaire (a), hélicoïdale (b) et circulaire (c). Les profils sont reproduits pour trois décalages en fréquence par rapport au centre de raie (-30, 0 -30 MHz).

fonction du champ magnétique axial appliqué au milieu actif grâce à un solénoïde pour chaque type d'onde stationnaire. Les trois courbes pour chaque onde stationnaire correspondent à trois décalages en fréquence du laser par rapport au centre de raie (-30 , 0 , $+30$ MHz respectivement). Le principal effet du champ magnétique est de séparer les fréquences centrales des courbes de gain σ^+ et σ^- . Cette séparation, qui est de l'ordre de $2 \times 1,58$ MHz/G, conduit à une destruction des cohérences Zeeman. Dans le cas de l'onde stationnaire linéaire, la résonance en champ nul due aux cohérences Zeeman peut être observée autour de $B=0$ [figure 74(a)]. Cette résonance disparaît dans le cas de l'onde stationnaire hélicoïdale [figure 74(b)], car dans ce cas les deux ondes progressives contrepropageantes sont des σ opposées et n'interagissent par conséquent pas avec les mêmes transitions. Le cas de l'onde stationnaire circulaire est très différent des deux cas précédents [figure 74(c)]. En effet, dans ce cas, les deux ondes progressives contrepropageantes interagissent seulement avec les transitions σ^+ . Par conséquent, l'application du champ magnétique entraîne simplement un glissement en fréquence de la courbe de gain, comme on peut le voir sur les photographies de la figure 74(c). Dans ce cas, varier le champ magnétique est en gros équivalent à varier la longueur de la cavité.

4. Conclusion.

En conclusion, cette partie nous a permis de montrer théoriquement et expérimentalement que les trois ondes stationnaires principales avec soit $\vec{E} \perp \vec{B}$ (linéaire) ou $\vec{E} // \vec{B}$ (hélicoïdale et circulaire) peuvent être générées dans une même cavité laser et ont des interactions non-linéaires très différentes avec un milieu atomique. Nous avons montré que la relation non triviale $\vec{E} // \vec{B}$ ne joue pas de rôle dans les effets de saturation, comme on pouvait s'y attendre. Cependant, nous avons montré que les termes de saturation dans un laser à gaz monomode sont fortement dépendants de la nature de l'onde stationnaire et ont différentes origines: des *effets de populations* et des *effets liés aux cohérences Zeeman*. Cette structure complète l'image habituelle des trous de Bennett introduite aux débuts de la physique des lasers pour expliquer le Lamb dip [159]. Elle

montre que le Lamb dip n'est pas dû seulement aux effets scalaires de saturation des populations, comme on le considère souvent [160]. Au contraire, les trois différentes ondes stationnaires correspondent à trois différents Lamb dips avec leurs structures propres. Cette discussion pourrait être étendue à des transitions avec des valeurs différentes des J des niveaux où les différences entre les effets de saturation pourraient être plus grandes. Les effets observés ici dans le cas de la saturation du gain doivent évidemment trouver leur équivalent en spectroscopie d'absorption saturée (Lamb dip inverse). De plus, nous avons restreint ici notre discussion aux contributions anisotropes de la partie imaginaire de la susceptibilité des atomes. La dispersion du milieu doit aussi mériter une discussion similaire [161]. Il suffit pour s'en convaincre d'observer les variations de la dissymétrie des profils de la figure 73 quand on change la nature de l'onde stationnaire. Ces dissymétries existent aussi dans les gyrolasers et y sont gouvernées par les mêmes lois. Leur importance dans la zone aveugle par exemple a été soulignée au chapitre I. Ceci pourrait avoir également des conséquences sur la reproductibilité des standards de fréquence asservis sur des pics d'absorption saturée. Notons enfin que nous ne nous sommes intéressés ici qu'à la dépendance des termes d'auto-saturation suivant la nature de l'onde stationnaire présente dans la cavité. Dans le cas de deux modes ou de deux états propres d'un même mode, les termes de saturation croisée qui sont sources de couplage sont également fortement dépendants de la nature de l'onde stationnaire et des J des niveaux. On montre par exemple que pour une raie $J_a=1 \rightarrow J_b=2$, deux états propres hélicoïdaux, l'un droit l'autre gauche, sont en compétition forte (bistabilité vectorielle) alors que deux états propres circulaires, l'un σ^+ l'autre σ^- , sont faiblement couplés et fonctionnent simultanément, aussi bien dans un laser à cavité Fabry-Perot que dans un gyrolaser. Notons au passage qu'en raison de l'absence de nœuds et de ventres dans l'onde hélicoïdale, il n'y a pas de hole-burning spatial associé à cette onde et les deux états propres hélicoïdaux restent fortement couplés même pour des différences de fréquence qui autoriseraient deux états propres linéaires à fonctionner en simultanéité partielle. En ce qui concerne les états propres circulaires stationnaires, ceux-ci passent d'une situation de couplage faible à une situation de

couplage fort lorsqu'on passe d'une transition dite à couplage atomique faible (du type $J_a=1 \rightarrow J_b=2$) à une transition dite à couplage atomique fort (du type $J_a=1 \rightarrow J_b=1$). On parvient alors à observer les différents mécanismes de basculement entre les deux états propres circulaires stationnaires: la "rotation" et l'inhibition [134,135]. Pour l'ensemble de ces ondes stationnaires, combinaisons linéaires de polarisations circulaires, on peut se demander s'il y a des échanges de moment cinétique entre les éléments du laser et si oui dans quel sens.

C. Echanges de moment cinétique entre l'état propre, la cavité et le milieu actif.

1. Echanges d'énergie entre une lame de phase en rotation et un faisceau laser.

Récemment, Simon, Kimble et Sudarshan [162] ont reporté l'observation d'un décalage en fréquence d'un faisceau laser après son interaction avec une lame quart d'onde tournante. Ils revendiquèrent cet effet comme étant nouveau et l'attribuèrent à une manifestation dynamique de la phase de Berry [163]. Depuis la célèbre expérience de Beth [164], on sait qu'un faisceau de lumière, polarisé circulairement, incident sur une lame de phase exerce un couple sur cette lame*. Cet effet avait été prédit par Poynting et Kastler [165,166]. Par conséquent, quand la lame de phase en question tourne, elle échange du travail avec la lumière, ce qui a déjà été observé dans des expériences sur les rayonnements microondes [167]. Cet effet peut être observé simplement avec le montage expérimental de la figure 75. Dans cette expérience, nous envoyons un faisceau issu d'un laser He-Ne à 3,39 μm monomode polarisé linéairement sur une lame demi-onde qui tourne à la vitesse angulaire Ω autour de l'axe du faisceau laser. Le vecteur de Jones de la lumière émergeant de la lame demi-onde s'écrit

$$\vec{E} = L \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (181)$$

où L est la matrice de Jones de la lame demi-onde donnée par

$$L = \begin{bmatrix} \cos 2\Omega t & \sin 2\Omega t \\ \sin 2\Omega t & -\cos 2\Omega t \end{bmatrix}. \quad (182)$$

* Nous tenons à remercier R. A. Beth pour la discussion que nous avons pu avoir avec lui au sujet de sa fameuse expérience (R. A. Beth, communication privée, 1991).

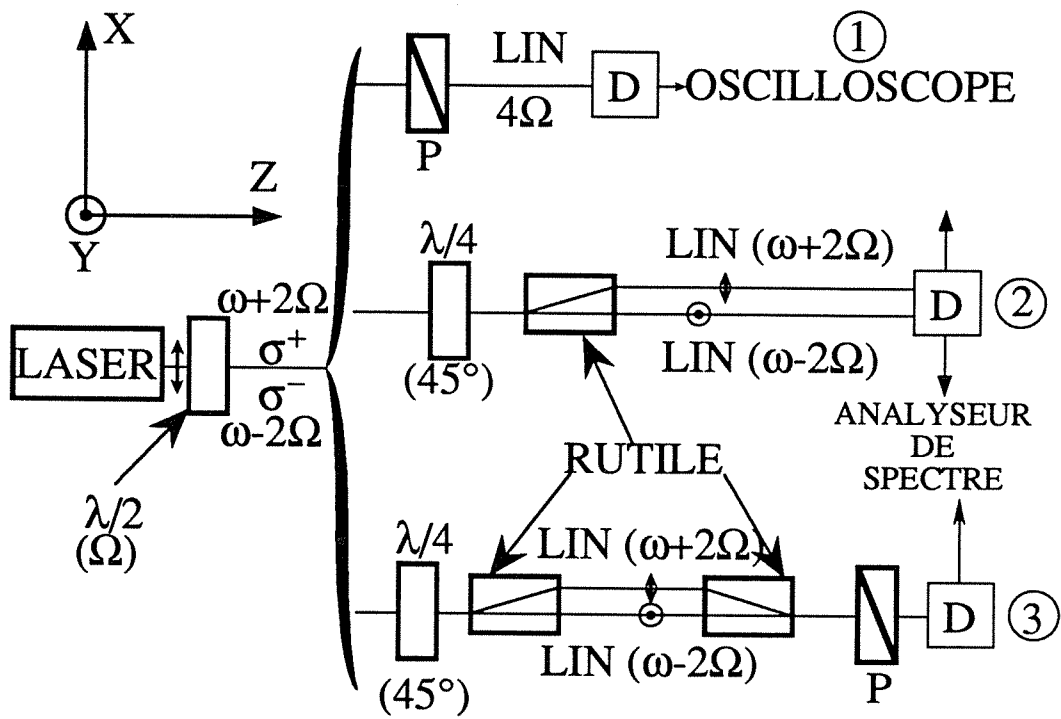


Figure 75: Montages expérimentaux pour observer les échanges d'énergie entre la lumière et la lame demi-onde.

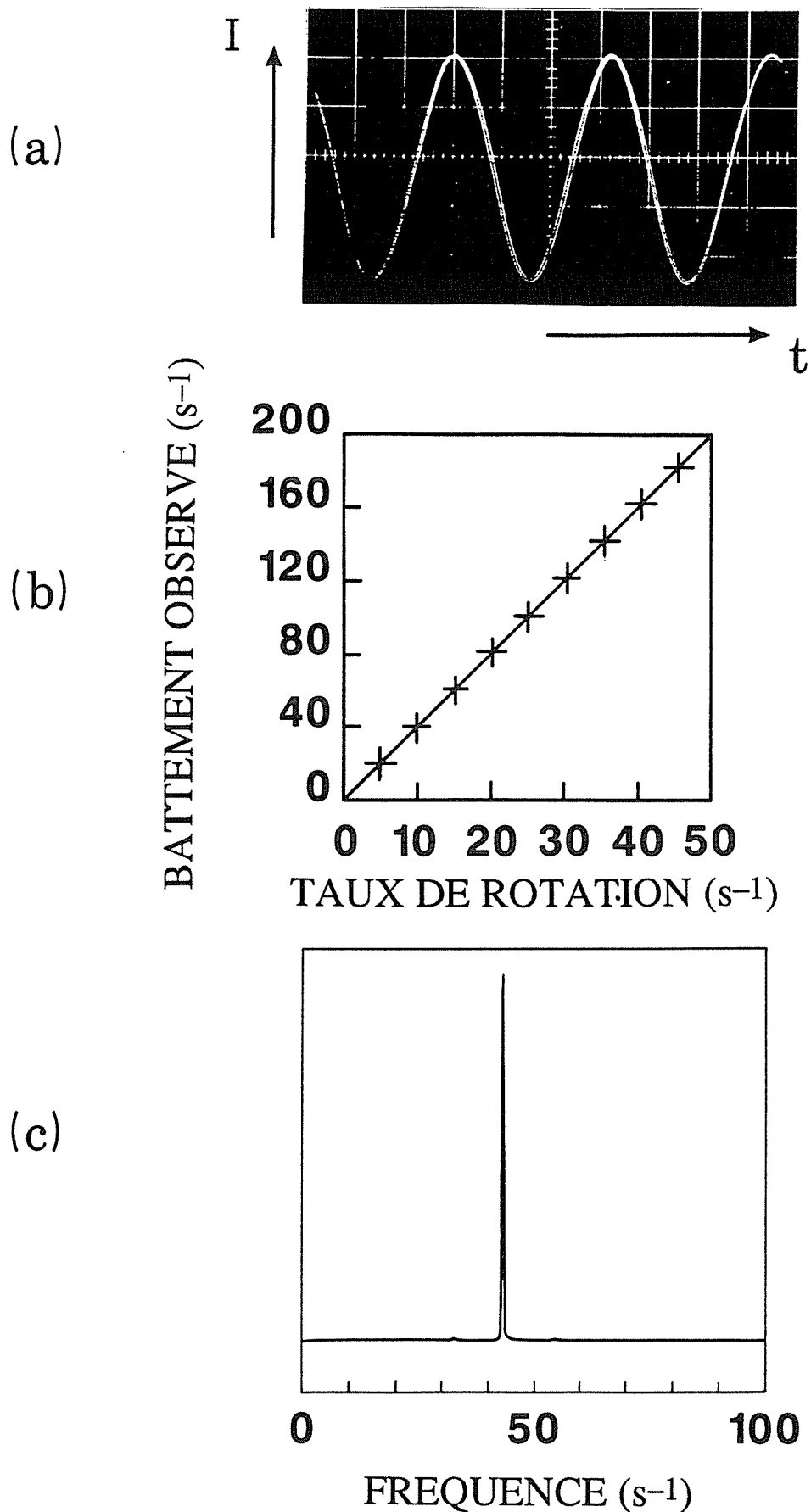


Figure 76: (a) Modulation expérimentale typique du signal à la pulsation 4Ω .
 (b) Décalage en fréquence en fonction de la vitesse de rotation mécanique de la lame.
 (c) Signal typique obtenu par un analyseur de spectre dans le cas du battement optique de l'expérience 3.

On obtient alors

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} \cos 2\Omega t \\ \sin 2\Omega t \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \left\{ \exp(2i\Omega t) \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} + \exp(-2i\Omega t) \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \right\}. \quad (183)$$

\vec{E} est donc la superposition de deux polarisations circulaires décalées en fréquence de quantités opposées, ce qui équivaut à une polarisation linéaire qui tourne en fonction du temps. L'intensité détectée à travers un polariseur dans l'expérience 1 (voir la figure 75) contient donc le battement entre ces deux ondes à la pulsation 4Ω , comme le montrent les figures 76(a) et 76(b). Ces résultats sont identiques à ceux obtenus par Simon, Kimble et Sudarshan sauf que les battements que nous observons sont deux fois plus rapides car nous gardons les deux composantes circulaires. De tels décalages en fréquence ont déjà été obtenus aussi bien en microondes [167] qu'en optique [168,169] et sont en accord avec un simple calcul de matrices de Jones.

Cependant, nous pouvons donner une interprétation plus profonde de ce phénomène en vertu de la conservation de l'énergie. Le faisceau incident sur la lame demi-onde contient N photons σ^+ de moment angulaire \hbar et N photons σ^- de moment angulaire $-\hbar$. Quand la lame demi-onde tourne dans le sens du couple exercé par l'onde, celle-ci produit un travail positif et perd une partie de son énergie, et vice-versa. Le calcul des échanges d'énergie pendant ce processus donne alors

$$\frac{1}{2}J\omega^2 + N\hbar\omega + N\hbar\omega = \frac{1}{2}J\omega^2 + N\hbar(\omega - 2\Omega) + N\hbar(\omega + 2\Omega), \quad (184)$$

où J est le moment d'inertie de la lame. Ce bilan montre que la lame transfère de l'énergie d'une onde à l'autre. Cet échange d'énergie est encore plus visible dans les expériences 2 et 3. Dans l'expérience 2 (voir figure 75), une lame quart d'onde change les deux ondes polarisées circulairement décalées en fréquence en deux ondes polarisées linéairement et orthogonales qui sont alors séparées spatialement par un cristal de rutile.

Les intensités des faisceaux ordinaire et extraordinaire ne présentent alors séparément plus de modulation. Cependant, leurs fréquences sont bien décalées, comme on peut s'en rendre compte en les recombinaut (expérience 3 de la figure 75) avec un second cristal de rutile et en détectant leur battement [figure 76(c)].

Cette série d'expériences simples a montré que le décalage en fréquence d'une onde polarisée circulairement traversant une lame de phase tournante est une simple conséquence de la loi de conservation de l'énergie et est associé à un échange de moment cinétique. De plus, aucune phase de Berry n'est nécessaire pour l'interpréter, comme c'est le cas dans beaucoup d'autres expériences [170-173].

2. Echanges de moment cinétique dans une cavité laser.

Nous avons vu au paragraphe B qu'il est possible de construire une cavité laser (voir la figure 72) qui puisse générer successivement les trois types principaux d'ondes stationnaires: les ondes stationnaires linéaire, hélicoïdale et circulaire [174]. Nous allons dans chaque cas essayer d'analyser les échanges de moment cinétique entre les différents acteurs, c'est-à-dire le faisceau, les éléments optiques présents dans la cavité et les atomes.

Les trois cavités successives sont représentées sur la figure 77, sans les éléments qui ne déterminent pas les états propres. Les états de polarisation des deux ondes progressives dans le milieu actif sont précisés, afin de faire le bilan des échanges de moment cinétique sur un aller-retour de la lumière dans la cavité. Nous supposons dans tout ce qui suit que l'intensité des ondes progressives est constante dans la cavité (approximation des pertes réparties). Dans le cas de l'onde stationnaire linéaire [figure 77(a)], la polarisation est linéaire dans toute la cavité. Il n'y a donc pas d'échanges de moment cinétique. Dans le cas de l'onde hélicoïdale stationnaire [figure 77(b)], la polarisation de la lumière est linéaire à gauche de la première lame quart d'onde et à droite de la seconde et hélicoïdale entre les deux. A l'aller, la première lame quart d'onde transforme une polarisation linéaire en une polarisation σ^+ et fournit donc un moment

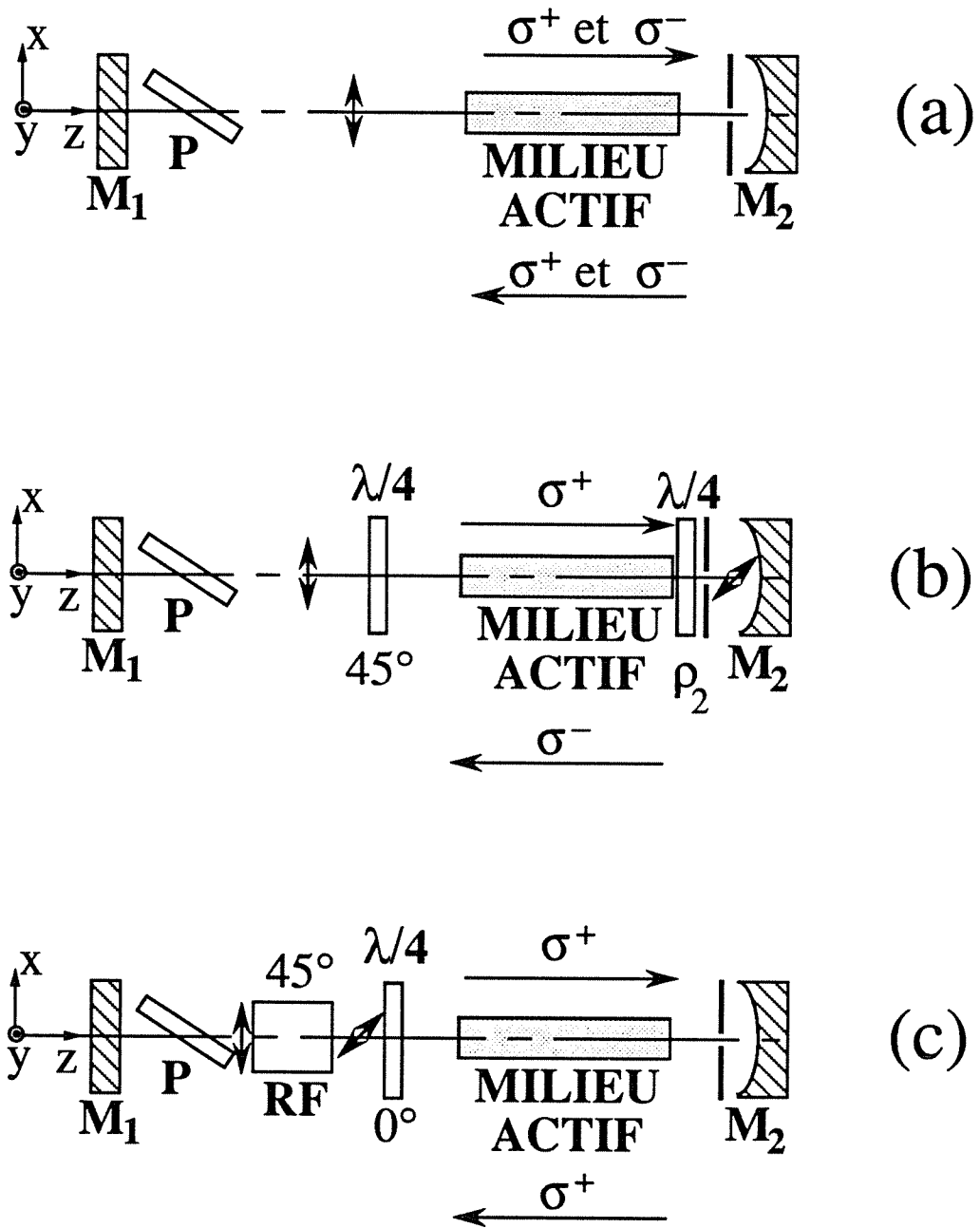


Figure 77: Les trois cavités à ondes stationnaires.
 (a) Linéaire.
 (b) Hélicoïdale.
 (c) Circulaire.

cinétique égal à \hbar par photon. Au retour, elle transforme une σ^- en une linéaire et fournit donc à nouveau un moment cinétique égal à \hbar par photon. La deuxième lame quart d'onde fait exactement l'opposé: elle fournit $-\hbar$ par photon à l'aller et au retour. En ce qui concerne le milieu actif, celui-ci fournit des photons porteurs de moments cinétiques égaux à \hbar à l'aller et des photons porteurs de moments cinétiques égaux à $-\hbar$ au retour. Le bilan est donc le suivant pour un aller-retour: la première lame quart d'onde donne $2\hbar$ par photon et par tour, la deuxième lame quart d'onde donne $-2\hbar$ par photon et par tour et le milieu actif rien. Dans le cas de l'onde circulaire stationnaire [figure 77(c)], la polarisation est linéaire à gauche de la lame quart d'onde et σ^+ à droite de cette lame quart d'onde. A l'aller, la lame quart d'onde transforme une polarisation linéaire en une polarisation σ^+ et fournit donc un moment cinétique égal à \hbar par photon. Au retour, elle réalise l'opération inverse et récupère donc son moment cinétique \hbar par photon qui la traverse. Le milieu actif, en revanche, ne fait que fournir des photons de polarisation σ^+ et perd du moment cinétique. Par conséquent, dans ce cas, les éléments intracavités n'échangent pas de moment cinétique avec la lumière et c'est le milieu actif qui en fournit.

On voit donc que *l'onde stationnaire hélicoïdale*, qui est non seulement la seule des trois ondes stationnaires qui est à la fois *dépourvue de nœuds et de ventres* et qui *vérifie la propriété non triviale $\vec{E} \parallel \vec{B}$* [174], est aussi le seul état propre qui *échange du moment cinétique avec les éléments de la cavité*. En effet, cette onde fournit à une des lames quart d'onde le moment cinétique qu'elle enlève à l'autre.

Ces lois auront leur pendant dans la physique des lasers en anneau. Avant de revenir sur les états hélicoïdaux dans les anneaux et d'examiner la possibilité de réaliser des gyrolasers à polarisation σ^+ ou σ^- , analysons deux conséquences liées à la grande sensibilité des états propres aux effets petits: l'effet Goos-Hänchen, où un décalage spatial des faisceaux TE et TM est aussi en cause, et l'effet du champ magnétique terrestre.

D. Application à l'étude d'un effet petit: le décalage spatial de Goos et Hänchen à la réflexion totale.

Depuis sa découverte en 1947 par Goos et Hänchen [175], le décalage spatial des faisceaux à la réflexion totale causé par l'onde évanescente et suspecté par Newton dans le cadre de sa théorie corpusculaire [176] a connu des extensions dans de nombreux domaines de la physique comme l'acoustique, la physique des plasmas, la mécanique quantique [177], la physique des surfaces et même en chimie [178]. Il a été l'objet de nombreux travaux menant à controverse, aussi bien théoriquement qu'expérimentalement. La controverse théorique [179] vient essentiellement de l'existence de modèles fondés sur la phase stationnaire [180], de modèles de propagation de l'énergie [181], de modèles fondés sur les rayons [182,183] et de modèles fondés sur un développement du faisceau en somme d'ondes planes [184-187]. Plus récemment, l'effet Goos-Hänchen a été utilisé comme argument dans la discussion sur la nature de la lumière et du photon [188,189]. Les résultats expérimentaux concernant l'effet Goos-Hänchen dans le domaine optique sont rares, en raison des difficultés expérimentales. En dehors des expériences d'optique non-linéaire [190], on peut distinguer deux types d'expériences. Le premier consiste en des expériences optiques de multiples réflexions qui amplifient le petit (quelques micromètres) déplacement longitudinal du faisceau [175,191-193]. Le second type d'expériences est constitué par des expériences de réflexion unique réalisées en microondes [194]. Le premier cas n'a permis d'obtenir aucune mesure directe de la dépendance de l'effet Goos-Hänchen en fonction de l'angle d'incidence pour une seule réflexion. Au contraire, les grandes valeurs des longueurs d'onde utilisées dans le second cas permettent de mesurer le décalage Goos-Hänchen en fonction de l'angle d'incidence pour une seule réflexion. Cependant, dans ce cas, la qualité des faisceaux est mauvaise et leurs dimensions transverses sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Par conséquent la distribution de vecteurs d'onde du faisceau est large et la dépendance de l'effet Goos-Hänchen en fonction de l'angle d'incidence est fortement moyennée [184]. On a vu d'autre part au paragraphe A que les

états propres d'un laser quasi-isotrope sont très sensibles aux petits effets comme des anisotropies de pertes et de phase. Par conséquent, le but de cette section est d'utiliser cette sensibilité pour mesurer l'effet Goos-Hänchen en fonction de l'angle d'incidence pour un faisceau optique parfaitement connu et en une seule réflexion.

1. L'effet Goos-Hänchen dans la dynamique des états propres du laser.

Le but de cette première partie est de résumer* les résultats des travaux sur l'influence de l'effet Goos-Hänchen sur la dynamique des états propres d'un laser contenant un élément à réflexion totale [195]. Dans le cas d'une cavité laser contenant un élément qui crée de l'effet Goos-Hänchen comme le prisme de la figure 78, les états propres du laser sont séparés spatialement, au moins dans une partie de la cavité. Le calcul de ces états propres doit donc être fait avec le formalisme des matrices de Jones généralisées du chapitre II. Par conséquent, les matrices de Jones généralisées 4×4 \vec{P} et \check{P} du prisme de la figure 78 doivent être déduites des lois de la réflexion. Quand un faisceau est incident du prisme sur l'air (voir la figure 78), il existe un angle d'incidence critique $i_c = \arcsin(1/n)$ où n est l'indice de réfraction du prisme au-delà duquel il y a réflexion totale. Pour $i < i_c$, les coefficients de réflexion en amplitude sont donnés par les lois de Fresnel [196]:

$$R_{TE} = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \quad (185)$$

$$R_{TM} = \frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)}, \quad (186)$$

où r est l'angle de réfraction donné par

* Cette partie sera développée dans la contribution de Laurent Dutriaux aux travaux du laboratoire.

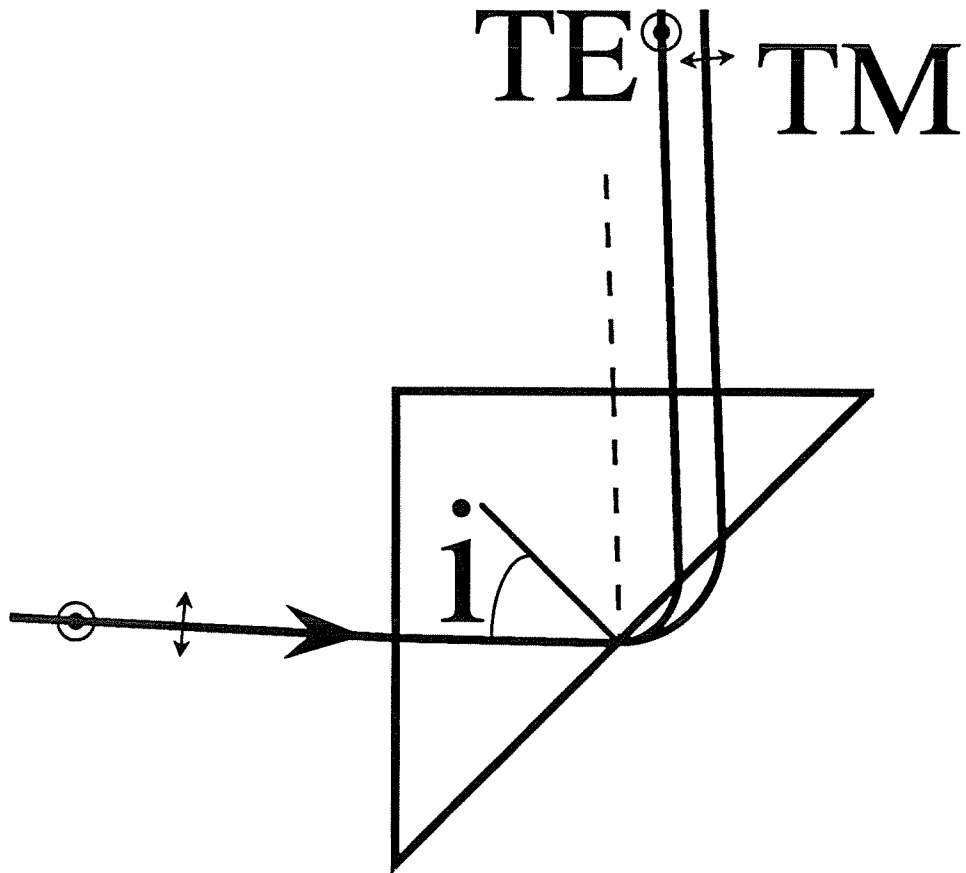


Figure 78: La réflexion totale interne au prisme crée de l'effet Goos-Hänchen qui sépare les polarisations TE et TM.

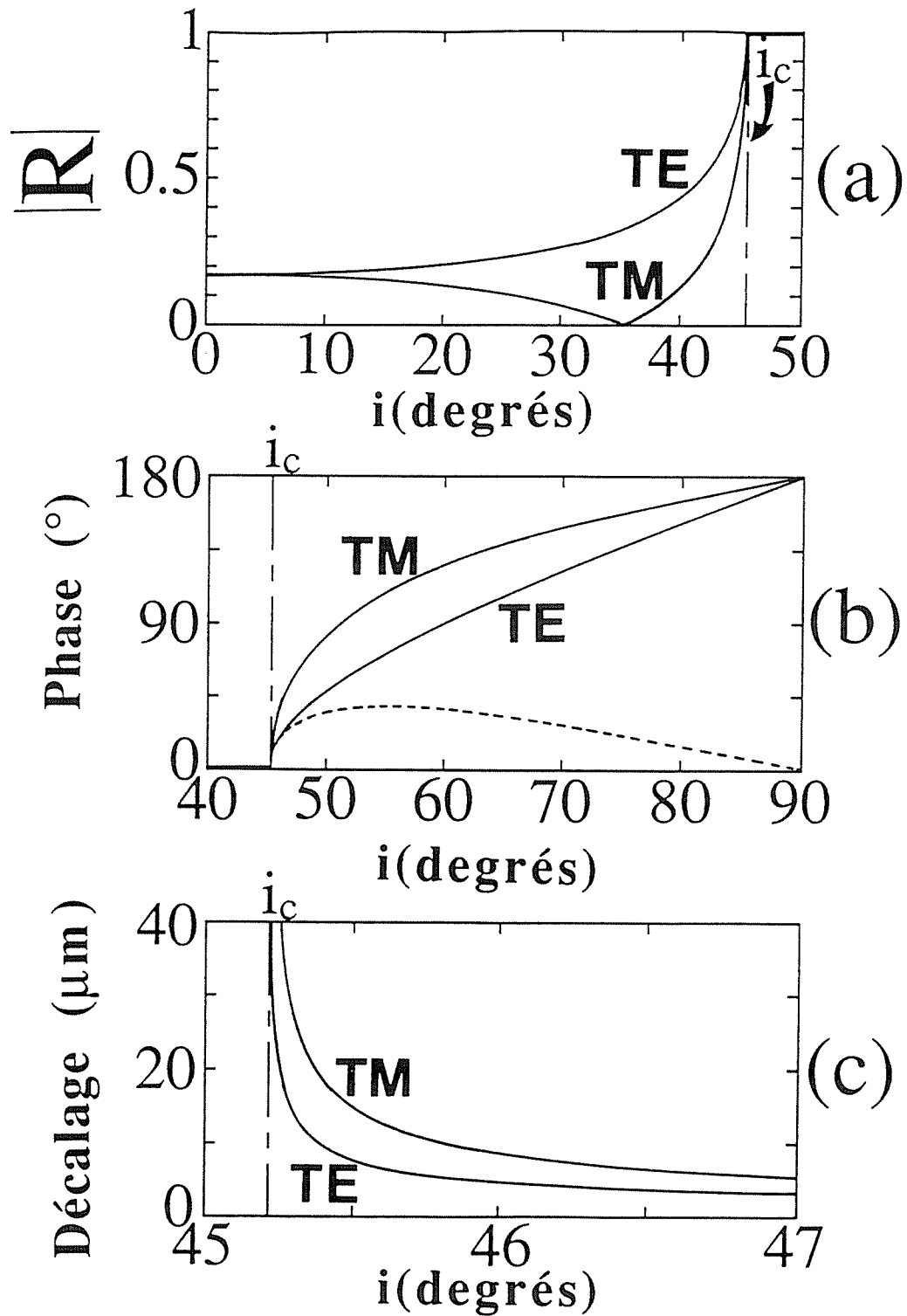


Figure 79: (a) Valeurs absolues des coefficients de réflexion TE et TM en fonction de l'angle d'incidence i avec $n=1,409$. Remarquer la réflexion totale pour $i > i_c = 45,212^\circ$.
 (b) Déphasages TE et TM à la réflexion totale (trait plein) en fonction de l'angle d'incidence. La courbe en pointillés représente la différence de ces deux courbes, c'est-à-dire l'anisotropie de phase associée à la réflexion totale.
 (c) Formules d'Artmann: Décalage Goos-Hänchen pour les polarisations TE et TM en fonction de l'angle d'incidence pour $n=1,409$ et $\lambda=3,39 \mu\text{m}$.

$$\sin r = n \sin i . \quad (187)$$

Les valeurs absolues des équations (185) et (186) sont représentées sur la figure 79(a). Pour $i > i_c$, la réflexion est totale, c'est-à-dire que $|R_{TE}| = |R_{TM}| = 1$. Les déphasages associés à cette réflexion totale sont alors donnés par [196]:

$$\tan \left(\frac{\varphi_{TE}}{2} \right) = \frac{\sqrt{\sin^2 i - 1/n^2}}{\cos i}, \quad (188)$$

$$\tan \left(\frac{\varphi_{TM}}{2} \right) = \frac{\sqrt{\sin^2 i - 1/n^2}}{(1/n^2) \cos i}. \quad (189)$$

Ces déphasages sont représentés en trait plein sur la figure 79(b). Le trait pointillé représente l'anisotropie de phase $\varphi_{TE} - \varphi_{TM}$. Remarquons que ce déphasage a un maximum égal à $2 \arctan \left\{ (n^2 - 1)/2n \right\}$ pour $i = \arcsin (\sqrt{2/(n^2 + 1)})$. Après la réflexion totale, les faisceaux réfléchis ont subi une translation due à l'effet Goos-Hänchen donnée par les formules d'Artmann [180]:

$$D_{TE} = \frac{\lambda_0}{\pi} \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}, \quad (190)$$

$$D_{TM} = \frac{D_{TE}}{(n^2 + 1) \sin^2 i - 1}, \quad (191)$$

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide. Ces équations [représentées sur la figure 79(c)] sont valables quand toutes les composantes du faisceau incident sont en réflexion totale, c'est-à-dire quand ce faisceau ne contient que des composantes de Fourier correspondant à des angles d'incidence au-delà de l'angle critique i_c . Pour un faisceau gaussien, cette condition s'écrit $i > i_c + \theta$, où θ est la divergence du faisceau. Pour écrire la matrice de Jones généralisée 4x4 du prisme, nous pouvons le considérer comme une boîte à deux entrées et deux sorties comme sur la figure 80. Le champ incident peut être

représenté par un 4-vecteur $\vec{\mathcal{E}} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{TE} \\ \mathcal{L}_{TM} \\ \mathcal{R}_{TE} \\ \mathcal{R}_{TM} \end{bmatrix}$ où $\begin{bmatrix} \mathcal{L}_{TE} \\ \mathcal{L}_{TM} \end{bmatrix}$ (respectivement $\begin{bmatrix} \mathcal{R}_{TE} \\ \mathcal{R}_{TM} \end{bmatrix}$) est le vecteur de Jones usuel pour la lumière incidente sur le chemin gauche ("left")

[respectivement droit ("right")] (voir la figure 80). Le champ résultant $\vec{\mathcal{E}}' = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{TE}' \\ \mathcal{L}_{TM}' \\ \mathcal{R}_{TE}' \\ \mathcal{R}_{TM}' \end{bmatrix}$ est

lié à $\vec{\mathcal{E}}$ par:

$$\vec{\mathcal{E}}' = \vec{\mathcal{P}} \vec{\mathcal{E}}, \quad (192)$$

avec

$$\vec{\mathcal{P}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & |\mathcal{R}_{TE}|e^{i\phi_{TE}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ |\mathcal{R}_{TE}|e^{i\phi_{TE}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |\mathcal{R}_{TM}|e^{i\phi_{TM}} \end{bmatrix}. \quad (193)$$

Dans cette expression, nous avons négligé les interfaces air-verre d'entrée et de sortie du prisme qui sont supposées isotropes puisque nous resterons proches de l'incidence normale. La matrice de Jones 4x4 $\vec{\mathcal{P}}$ du prisme dans l'autre sens de propagation est identique à $\vec{\mathcal{P}}$. L'expression (193) est très similaire à celle obtenue pour un cristal biréfringent [équation (54)]. Les principales différences sont (i) l'existence d'une anisotropie de pertes et (ii) la dépendance de la séparation spatiale entre les deux chemins avec l'angle d'incidence i .

On utilise les matrices $\vec{\mathcal{P}}$ et $\vec{\mathcal{P}}$ données par (193) pour calculer les états propres d'une cavité contenant le prisme, comme celle de la figure 81. Elle contient aussi

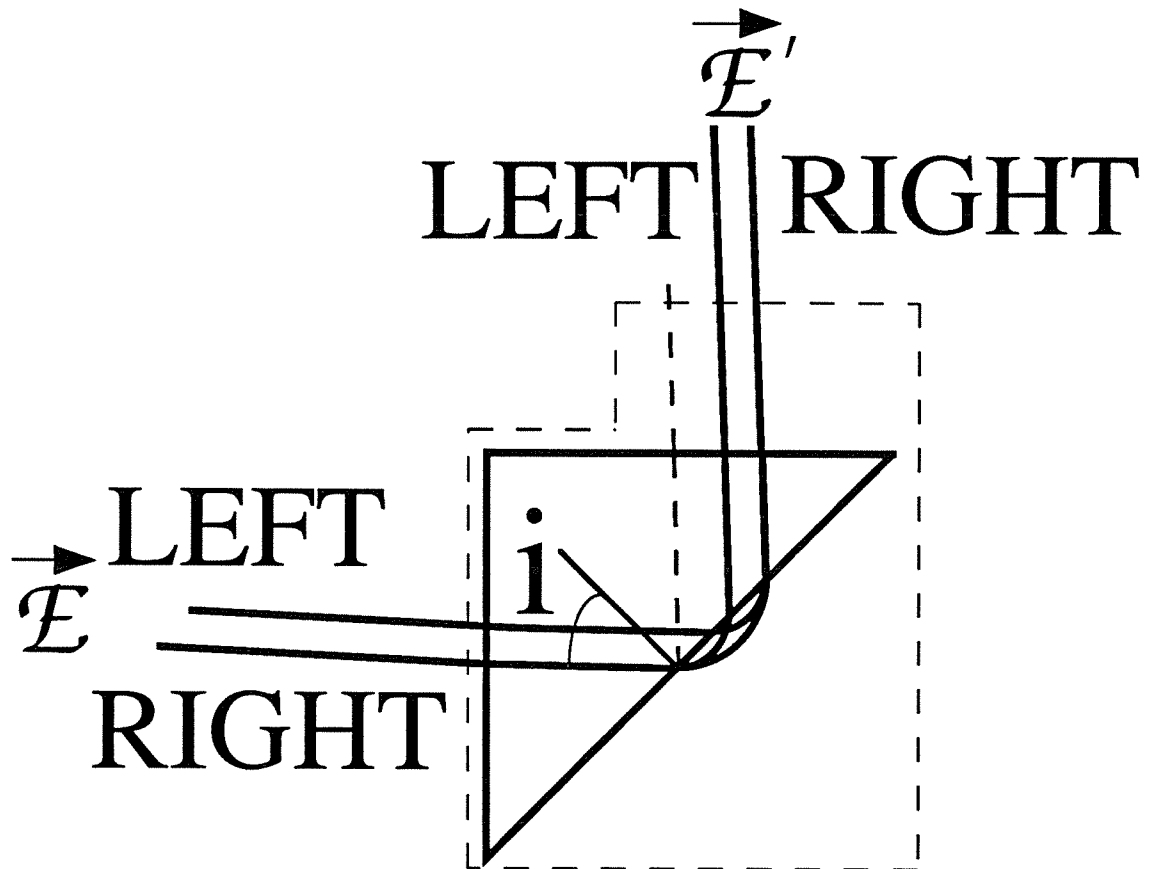


Figure 80: Modélisation du prisme par une boîte à deux entrées et deux sorties.

une anisotropie de phase $\Delta\phi$ et une anisotropie de pertes Δp . En partant du miroir M_2 , la matrice de Jones généralisée pour un aller-retour dans cette cavité est donnée par:

$$M = a^2 \begin{bmatrix} |R_{TE}|^2 \left(1 - \frac{\Delta p}{2}\right)^2 e^{i(2\varphi_{TE} + \Delta\phi)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & |R_{TM}|^2 \left(1 + \frac{\Delta p}{2}\right)^2 e^{i(2\varphi_{TM} - \Delta\phi)} \end{bmatrix}. \quad (194)$$

Les états propres de notre cavité sont par conséquent un état propre TE et un état propre TM donnés par

$$\vec{E}_{TE} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (195a)$$

$$\vec{E}_{TM} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (195b)$$

associés aux valeurs propres

$$\lambda_{TE} = a^2 |R_{TE}|^2 \left(1 - \frac{\Delta p}{2}\right)^2 e^{i(2\varphi_{TE} + \Delta\phi)}, \quad (196a)$$

$$\lambda_{TM} = a^2 |R_{TM}|^2 \left(1 + \frac{\Delta p}{2}\right)^2 e^{i(2\varphi_{TM} - \Delta\phi)}, \quad (196b)$$

et donc de fréquences propres

$$v_{TE} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{2\varphi_{TE} + \Delta\phi}{2\pi} \right), \quad (197a)$$

$$v_{TM} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{2\varphi_{TM} - \Delta\phi}{2\pi} \right), \quad (197b)$$

où q est un entier et L la longueur de la cavité. Ces états propres sont séparés spatialement seulement entre le prisme et le miroir plan (voir figure 81). Ils sont très similaires aux états propres ordinaire et extraordinaire obtenus avec un cristal biréfringent au paragraphe II.A. Cependant, dans le cas présent, le fait de tourner le prisme ne change pas que l'anisotropie de phase mais aussi l'anisotropie de pertes et le décalage spatial, comme le montre la figure 79.

Comme nous connaissons maintenant la nature, les fréquences propres et les pertes des états propres, nous pouvons faire des prédictions sur le régime de fonctionnement du laser. Etudions d'abord le cas où $\Delta\phi = 0$ et $\Delta p = 0$, c'est-à-dire quand les anisotropies auxiliaires de pertes et de phase ne sont pas dans la cavité. La discussion est alors similaire à celle de la stabilité des états propres de la partie III.A. Dans ce cas, les figures 79(a) et 79(b) montrent que pour les faibles angles d'incidence i , l'anisotropie de pertes due à la réflexion non totale est forte et l'anisotropie de phase est faible. Dans ce cas, l'état propre TE sera le seul état propre à fonctionner. Quand on augmente i , l'anisotropie de phase peut devenir suffisante pour permettre aux deux états propres de fonctionner en bistabilité vectorielle dans le mécanisme d'inhibition. On peut même faire osciller les deux états propres simultanément en augmentant encore l'anisotropie de phase, c'est-à-dire en augmentant encore l'angle d'incidence [voir figure 79(b)]. Dans ce cas, le seul mécanisme de basculement possible en cas de bistabilité vectorielle est le mécanisme d'inhibition. L'autre mécanisme de basculement, le mécanisme de rotation, ne peut être observé que pour de très faibles valeurs de l'anisotropie de phase ($\leq 1^\circ$) et sans anisotropie de pertes [105]. Pour satisfaire à ces conditions dans notre expérience, nous devons choisir l'angle d'incidence i_{rot} juste au-delà de i_c ($i_{rot} \approx i_c + 30''$) pour avoir une faible anisotropie de phase. Malheureusement, en raison de la divergence des faisceaux,

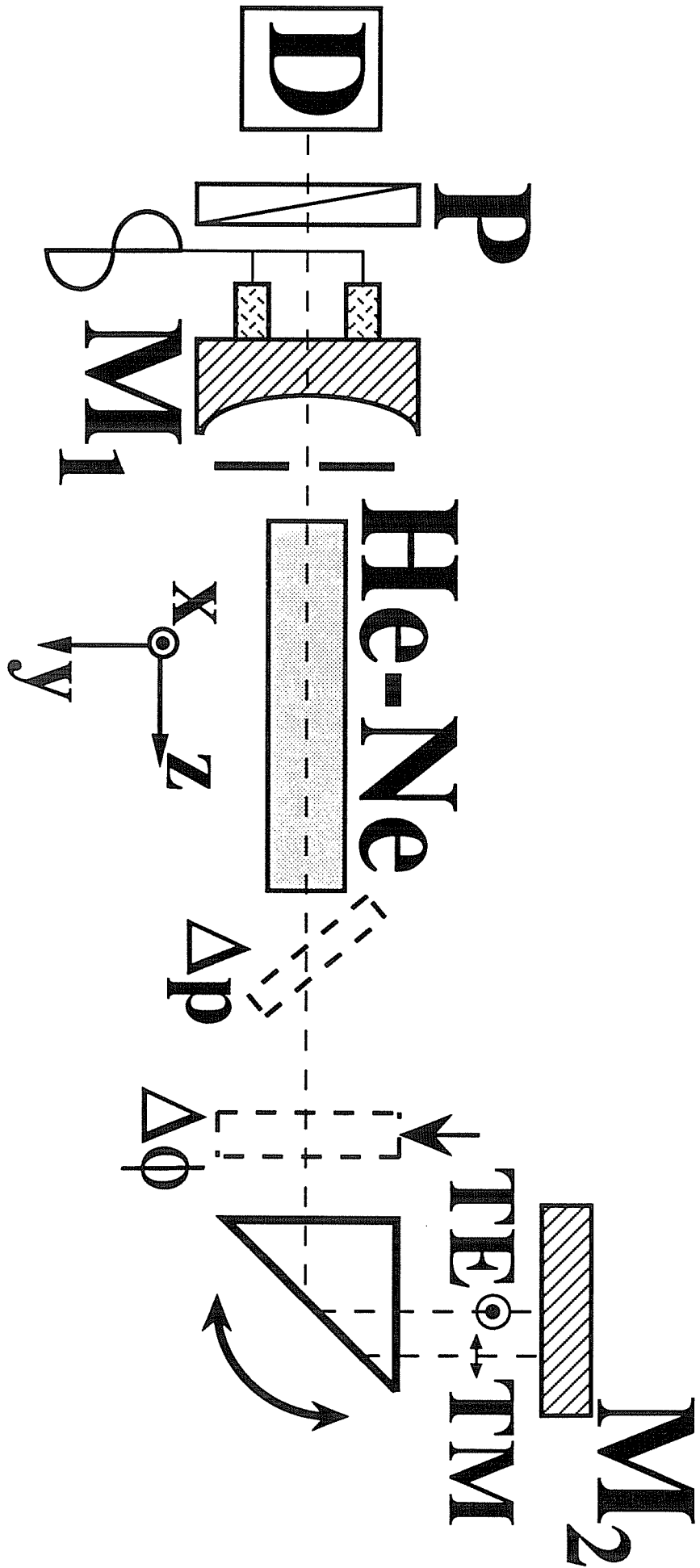


Figure 81.

une anisotropie de pertes ne peut manquer d'apparaître. Cette anisotropie de pertes doit être compensée grâce à l'anisotropie de pertes auxiliaire Δp . Alors, pour $i = i_{\text{rot}}$ nous aurons le mécanisme de rotation, pour $i < i_{\text{rot}}$ seul l'état propre TE sera stable et pour $i > i_{\text{rot}}$ seul l'état propre TM sera stable. D'autres situations peuvent apparaître si on introduit l'anisotropie de phase auxiliaire $\Delta\phi$ et avec $\Delta p = 0$. Dans ce cas, la courbe représentant l'anisotropie de phase totale du laser est obtenue à partir de la courbe en trait pointillé de la figure 79(b) par une translation verticale. Il existera par conséquent un angle d'incidence i_0 pour lequel l'anisotropie de phase totale est nulle et, si $i_0 > i_c + \theta$, pour lequel l'anisotropie de pertes est aussi négligeable. Partons dans ce cas de $i = i_c$ et augmentons i . Pour $i < i_c + \theta$, l'anisotropie de pertes empêchera l'état propre TM d'osciller et l'état propre TE sera le seul stable. Pour $i_c + \theta < i < i_0$, les deux états propres seront en bistabilité vectorielle, d'abord dans le mécanisme d'inhibition puis dans le mécanisme de rotation, avec $v_{\text{TE}} > v_{\text{TM}}$ [voir les équations (197)], au contraire de ce qui se passait avec $\Delta\phi = 0$. Pour $i = i_0$, la cavité est complètement isotrope. Dans ce cas, nous savons que le laser est très sensible à tout champ magnétique longitudinal résiduel qui fera tourner périodiquement la polarisation. Pour $i > i_0$, les états propres seront à nouveau en bistabilité vectorielle, d'abord dans le mécanisme de rotation (petites anisotropies de phase) puis dans le mécanisme d'inhibition (plus grandes anisotropies de phase). Cependant, dans ce cas, comme $v_{\text{TM}} > v_{\text{TE}}$ [voir (197)], la dynamique est inversée par rapport au cas $i_c + \theta < i < i_0$.

La vérification expérimentale des prédictions est faite avec un laser He-Ne oscillant à $\lambda_0 = 3,39 \mu\text{m}$ et mesurant 50 cm de long (voir la figure 81). Le tube à décharge mesure 24 cm de long et a un diamètre intérieur de 5 mm. Il est rempli avec un mélange 5:1 ^3He - ^{20}Ne à la pression totale $P=0,7$ Torr et il est fermé avec des fenêtres de silice quasi-perpendiculaires. Le miroir sphérique a un rayon de courbure de 1,2 m et transmet 36% de l'intensité incidente. Il est monté sur une cale piezoélectrique. Le miroir plan transmet 5% de l'intensité incidente. Un diaphragme de 2,8 mm de diamètre est placé entre le miroir sphérique et le tube à décharge pour sélectionner le mode TEM_{00} . Le prisme de silice a une section isocèle 45° - 45° - 90° avec une hypoténuse de 20 mm de long

et mesure 20 mm de haut. Son indice de réfraction est $n=1,409$ à $\lambda_0 = 3,39 \mu\text{m}$ et il est monté sur une plate-forme goniométrique ayant une résolution de 30". L'angle d'incidence i est relié à la valeur mesurée sur la plate-forme par les lois de la réfraction. L'angle critique vaut dans ce cas $i_c=45,212^\circ$. Une anisotropie de pertes auxiliaire Δp peut être créée dans la cavité grâce à une lame de silice inclinée. L'anisotropie de phase auxiliaire $\Delta\phi$ est réalisée grâce à une lame de silice comprimée de 2 mm d'épaisseur. Le signal de sortie est détecté à travers un polariseur en calcite. On vérifie alors parfaitement toutes les prédictions résumées ci-dessus [195]. En particulier, on montre, et c'est ce qui nous intéressera plus particulièrement dans la suite, que pour *n'importe quel angle d'incidence i , on peut compenser grâce aux anisotropies auxiliaires celles dues aux lois de la réflexion et rendre le laser parfaitement isotrope*. On montre également que, quand les deux états propres fonctionnent, on parvient à éteindre l'un ou l'autre en introduisant une lame de rasoir là où ils sont séparés.

2. Mesure directe de l'effet Goos-Hänchen optique.

Comme nous l'avons vu plus haut, il n'existe pas à notre connaissance de mesure de l'effet Goos-Hänchen en optique en une seule réflexion. Or nous venons de voir que la compétition entre les états propres de notre laser nous permet de mettre en évidence facilement cet effet Goos-Hänchen pour une seule réflexion. Nous allons ici exploiter cette observation pour mettre au point une méthode de mesure de l'effet Goos-Hänchen.

Considérons la cavité de la figure 82. Ses caractéristiques sont similaires à celle de la figure 81 sauf qu'elle mesure maintenant 54 cm de long. Nous avons vu au paragraphe 1 que quand le laser est rendu isotrope, un comportement particulier apparaît [122]. En effet, le laser devient alors très sensible aux faibles champs magnétiques longitudinaux (quelques fractions de Gauss) qui créent une rotation Faraday non-réciproque dans le milieu actif et entraînent une rotation périodique de la polarisation linéaire du laser. Pour préparer notre système contenant le prisme afin qu'il se comporte

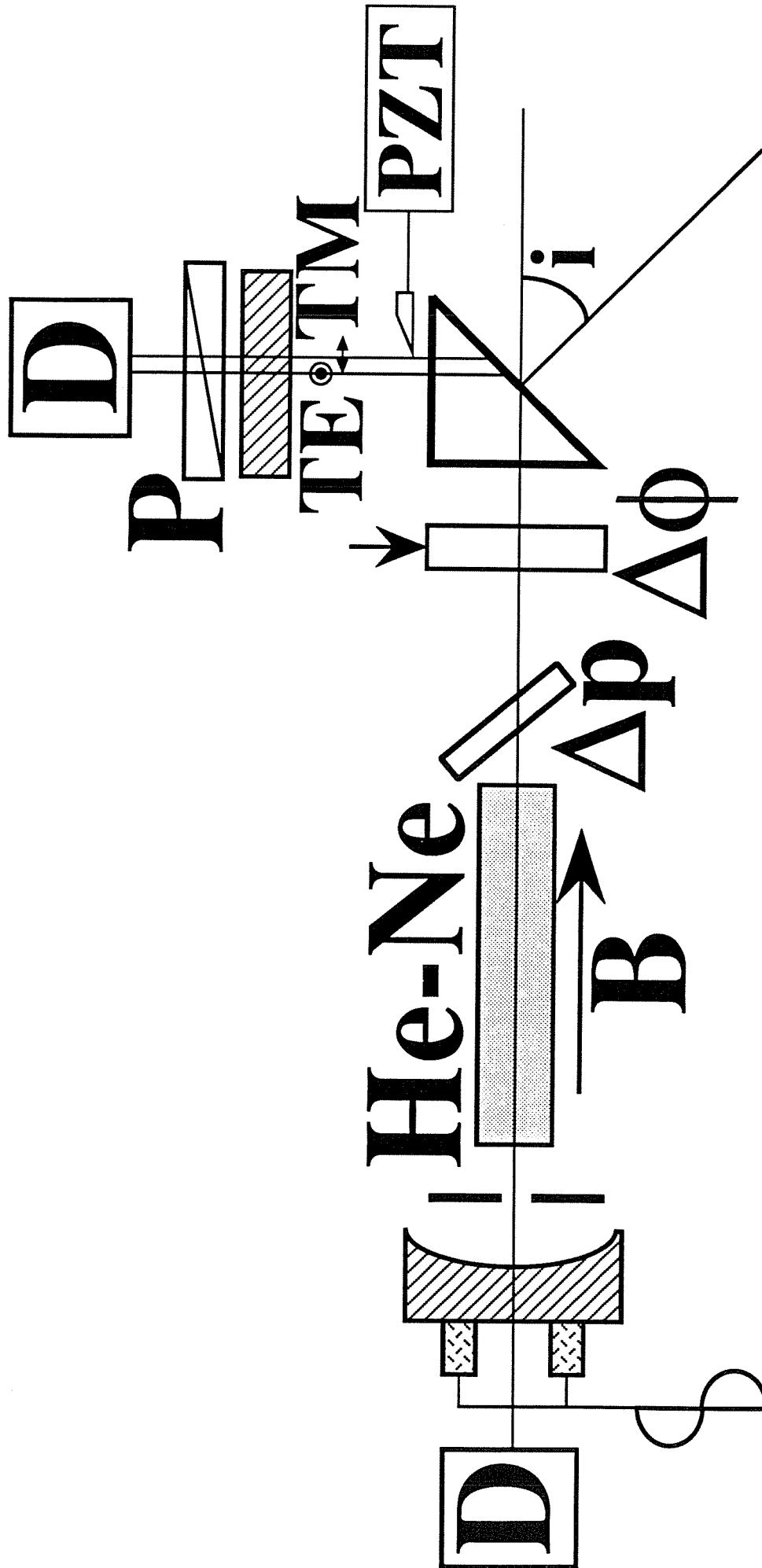


Figure 82: Cavité permettant de mesurer le décalage Goos-Hänchen.

comme un laser quasi-isotrope, les anisotropies de pertes et de phases décrites par les formules de Fresnel (185-189) doivent être soigneusement compensées. La lame de silice inclinée introduite dans la cavité permet de compenser les pertes supplémentaires subies par l'état propre TM par rapport à l'état propre TE à la réflexion interne pour des angles d'incidence proches de l'angle critique. La lame de silice comprimée est aussi introduite dans la cavité pour compenser l'anisotropie de phase due aux lois de Fresnel (188) et (189) pour $i > i_c$. Une fois que la cavité est ainsi préparée pour que ses anisotropies globales soient aussi faibles que possible, l'application d'un très petit champ magnétique longitudinal (une fraction de Gauss) au milieu actif grâce à un solénoïde fait tourner la polarisation périodiquement, à des fréquences de l'ordre de quelques dizaines ou centaines de kHz. Le système sonde alors successivement les états TE et TM. Si une petite anisotropie de pertes supplémentaire apparaît dans la cavité, la polarisation, qui peut encore être considérée comme linéaire pour les faibles anisotropies, passe périodiquement de l'axe de moindres pertes à celui de pertes maximales, ce qui crée une modulation périodique des pertes du laser. Comme la période de modulation (quelques microsecondes) est beaucoup plus longue que le temps de vie des photons dans notre "mauvaise" cavité (quelques nanosecondes) et que les temps de relaxation atomiques (quelques nanosecondes aussi), l'intensité du laser suit adiabatiquement la modulation des pertes. Quand le système est bien préparé et que les anisotropies sont bien compensées, l'amplitude de la modulation résiduelle de l'intensité est plus faible que 0,1%.

Introduisons maintenant le bord d'une lame de rasoir dans la cavité, du côté où les deux états propres sont spatialement séparés, comme le montre la figure 82. A cause de la séparation spatiale Goos-Hänchen entre les deux états propres, les pertes par diffraction dues à cette lame de rasoir sont *différentes pour les états propres TE et TM*, ce qui crée une "anisotropie de pertes par diffraction". Quand la polarisation tourne, il en résulte une modulation de l'intensité totale du laser de quelques pour-cent, comme le montre la figure 83(a). L'effet de polarisation est ainsi transformé en un effet d'intensité. Schématiquement, nous pouvons dire que le faisceau oscille transversalement par rapport

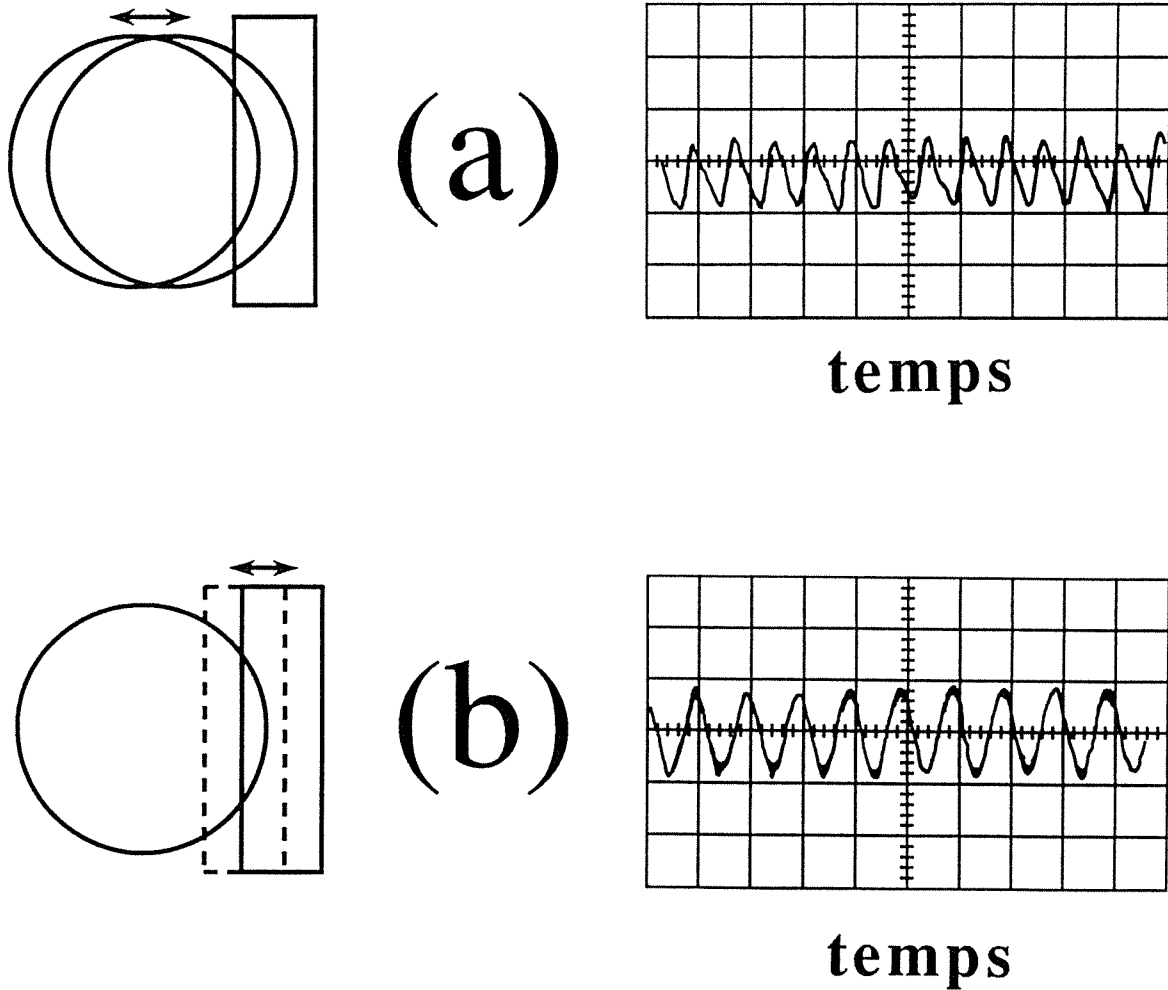


Figure 83: Signaux expérimentaux typiques de modulation de l'intensité totale du laser quand:

- (a) la position du faisceau par rapport à la lame de rasoir est modulée
(axe horizontal: $5\mu\text{s}$ par division; axe vertical: 1,6% de modulation par division);
- (b) la position de la lame de rasoir par rapport à celle du faisceau est modulée
(axe horizontal: 0,2 s par division; axe vertical: 3,2% de modulation par division).

à la lame de rasoir, avec une amplitude égale au décalage de Goos et Hänchen. La détection de l'évolution en fonction du temps de l'intensité détectée à travers un polariseur linéaire donne une amplitude de modulation très proche de 1, ce qui montre que l'anisotropie de pertes est assez faible pour nous permettre de considérer la polarisation comme une polarisation linéaire qui tourne. La modulation de l'intensité totale (sans polariseur) est une observation directe du décalage de Goos et Hänchen entre les états propres TE et TM. Mais nous avons besoin d'*étalonner nos mesures*. A cet effet, la lame de rasoir est montée sur un transducteur piezoélectrique qui peut donner un déplacement de 60 μm pic-pic à 5 Hz. Nous avons par conséquent juste à couper le petit champ magnétique longitudinal et à faire vibrer la lame de rasoir pour savoir quelle modulation de l'intensité totale correspond à un déplacement de 60 μm . Une telle modulation d'étalonnage typique est reproduite sur la figure 83(b), correspondant dans ce cas à un déplacement de la lame de rasoir par rapport au faisceau. Comme l'anisotropie de pertes introduite dans les deux cas est petite par rapport aux pertes totales du laser, l'amplitude de la modulation de l'intensité peut être considérée comme proportionnelle à cette anisotropie de pertes. De plus, comme les mouvements relatifs de la lame de rasoir et du faisceau sont petits, nous pouvons considérer dans les deux cas que l'anisotropie de pertes par diffraction est proportionnelle aux déplacements relatifs pic-pic du faisceau et de la lame de rasoir. Par conséquent, *le décalage Goos-Hänchen est égal au rapport des deux amplitudes de modulation multiplié par 60 μm .*

Pour comparer nos résultats expérimentaux avec la théorie, nous étendons les calculs faits en référence 186. Nous considérons l'effet Goos-Hänchen comme le résultat de l'interférence entre les composantes de Fourier du faisceau incident, réfléchies différemment par le prisme. Le faisceau incident peut s'écrire, à l'intérieur du prisme:

$$E^i = \frac{1}{\sqrt{q}} \exp\left\{-\frac{2j\pi}{\lambda} (x \sin i - z \cos i)\right\} \exp\left\{-\frac{2j\pi}{q} \frac{(x \cos i + z \sin i)^2}{2\lambda}\right\}, \quad (198)$$

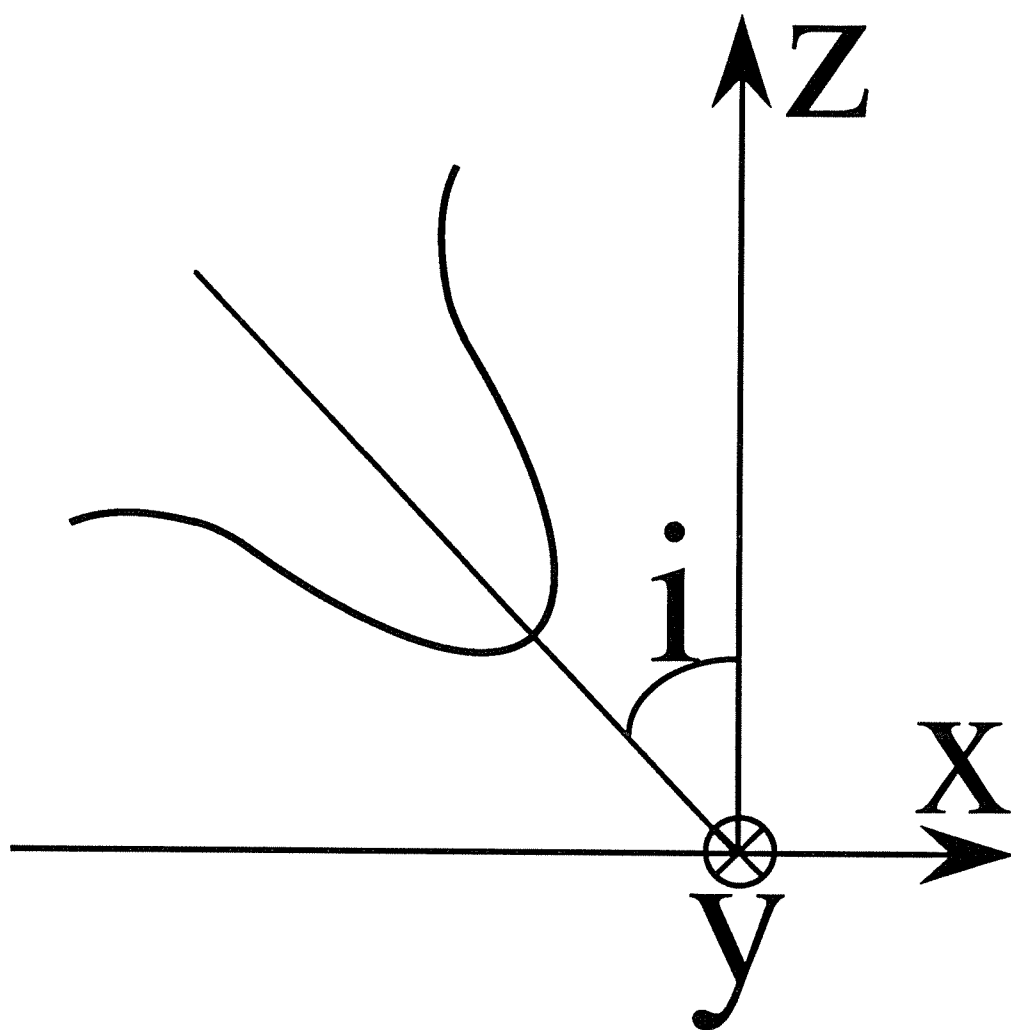


Figure 84: Faisceau gaussien incident sur le dioptre.

où x , z et i sont définis dans la figure 84, $\lambda = \lambda_0/n$ est la longueur d'onde dans le milieu dense et le paramètre complexe du faisceau q est donné par:

$$q = nd + x \sin i - z \cos i + j \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad (199)$$

où w_0 est le rayon du faisceau à la taille (sur le miroir plan) et d est la distance depuis la taille du faisceau. Les composantes de Fourier du faisceau incident sur l'interface sont données par:

$$A^i(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{jkux} E^i(x, z=0) dx, \quad (200)$$

avec $k = 2\pi/\lambda$. Les composantes de Fourier du faisceau réfléchi valent alors:

$$A^r(u) = R[\text{Arcsin}(u)] A^i(u), \quad (201)$$

avec R donné par les lois de Fresnel pour chaque polarisation. Les valeurs du décalage de Goos et Hänchen peuvent alors être obtenues par l'abscisse moyenne de l'intensité de sortie:

$$x^r = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} E^r(r) x E^{r*}(r) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} E^r(r) E^{r*}(r) dx} = -\frac{j}{k} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dA^r}{du} A^{r*} du}{\int_{-\infty}^{+\infty} A^r A^{r*} du}. \quad (202)$$

La quantité que nous devons comparer avec nos résultats expérimentaux est $\Delta = (x_{\text{TM}}^r - x_{\text{TE}}^r) \cos i$, c'est-à-dire la différence entre les décalages Goos-Hänchen TM et TE. Cette comparaison est effectuée sur la figure 85 avec $w_0 = 800 \mu\text{m}$ et $n = 1,409$,

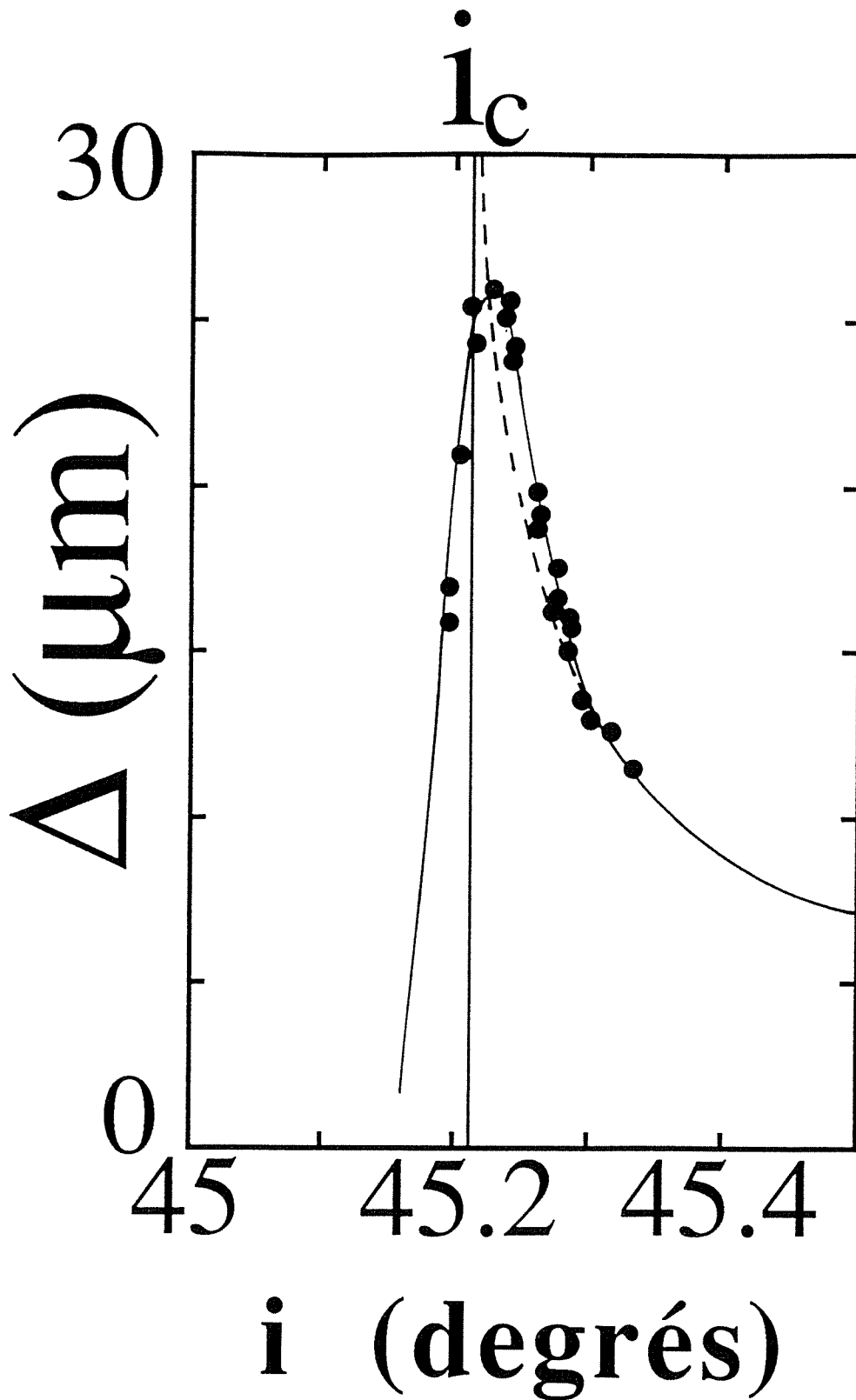


Figure 85: Différence entre les décalages spatiaux Goos-Hänchen des polarisations TE et TM en fonction de l'angle d'incidence. Trait plein: théorie; trait pointillé: formules d'Artmann; points: nos mesures.

correspondant à nos conditions expérimentales. Un bon accord est obtenu entre théorie et expériences. Les résultats correspondants obtenus avec les formules d'Artmann (190) et (191) sont reproduits en trait pointillé, montrant que ces formules sont valables quand $i-i_c$ est plus grand que la divergence du faisceau, c'est-à-dire quand toutes les composantes de Fourier du faisceau incident sont totalement réfléchies.

3. Conclusion.

En conclusion, nous avons rappelé que les états propres TE et TM d'un laser contenant un élément à réflexion totale sont gouvernés par les lois de Fresnel et l'effet Goos-Hänchen près de l'angle critique. Des situations de stabilité d'un seul de ces états propres ou des deux états propres en simultanéité vectorielle ou en bistabilité vectorielle dans les mécanismes de rotation et d'inhibition sont alors isolées expérimentalement. La discussion mise en œuvre est une application à la fois du modèle des matrices de Jones généralisées spatialement du chapitre II et de l'étude sur la stabilité des états propres du paragraphe III.A. *Ces travaux nous ont amenés à une méthode expérimentale fondée sur la sensibilité des états propres aux petites perturbations pour mesurer le décalage de Goos et Hänchen en une seule réflexion pour un faisceau gaussien optique* [197]. Les mesures obtenues ainsi de part et d'autre de l'angle d'incidence critique sont en bon accord avec nos calculs fondés sur un développement du faisceau en somme d'ondes planes. Cette méthode peut avoir d'autres applications, comme la mesure du décalage spatial transverse encore plus petit pour des faisceaux polarisés circulairement et étudié par Fedorov et Imbert [198,199] ou pour étudier les propriétés optiques des interfaces des matériaux optiquement transparents comme les semiconducteurs [177].

Une autre application directe des instabilités de polarisation utilisées ici va être l'exploitation de la grande sensibilité du système aux champs magnétiques externes pour proposer un nouveau principe de magnétomètre.

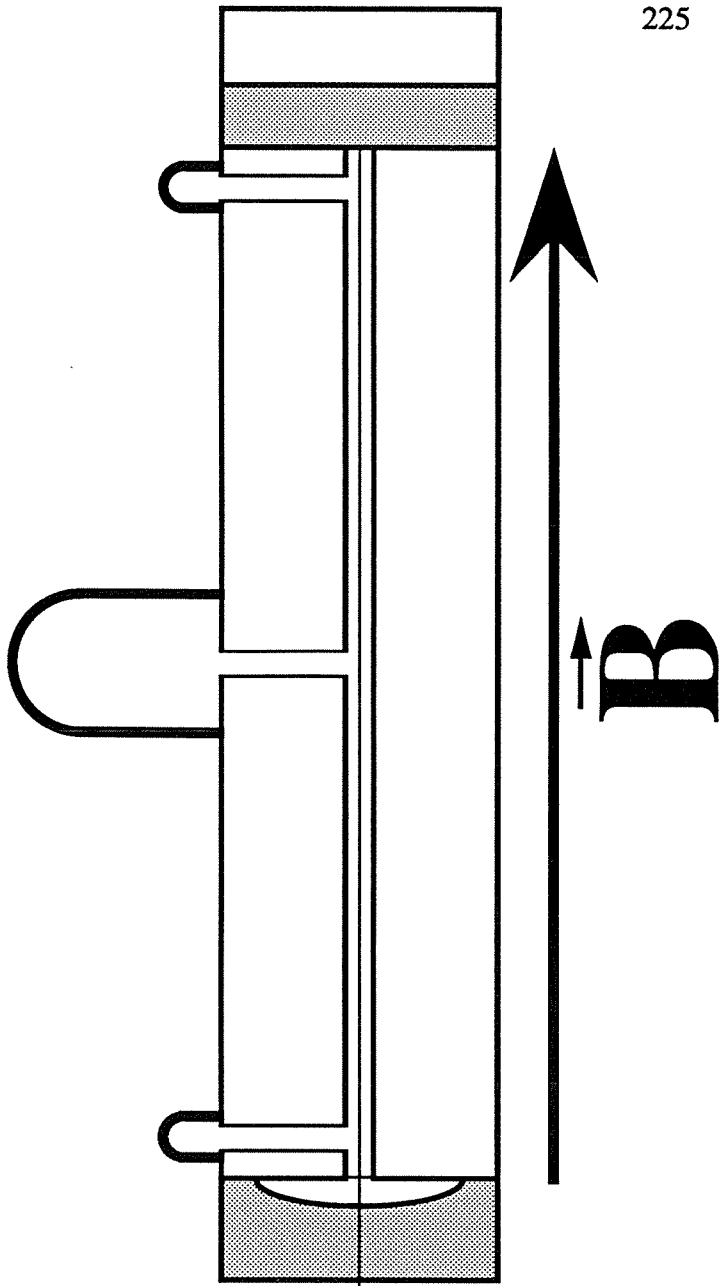
E. Magnétométrie laser en champ moyen.

La mesure des faibles champs magnétiques est un problème délicat qui intervient dans de nombreux domaines de la physique. Parmi les magnétomètres existants, certains sont basés sur des *effets classiques* comme l'induction magnétique, l'effet Hall classique ou la magnétostriction. D'autre part, les magnétomètres basés sur des *effets quantiques* peuvent être classés en deux familles principales. En premier lieu, certains utilisent de grands ensembles de *systèmes quantiques microscopiques* qui sont en grande partie indépendants les uns des autres. C'est le cas des magnétomètres à RMN [200] et à pompage optique [201,202]. Dans ces appareils, chaque système – atome ou noyau – évolue indépendamment et le signal utile est le résultat d'une sommation statistique sur l'ensemble des systèmes quantiques microscopiques. Ceci crée des problèmes quand ce signal est inhomogène, en raison par exemple d'une forte inhomogénéité spatiale du champ magnétique à mesurer. Le signal utile est en effet élargi en présence de telles inhomogénéités. La seconde famille de magnétomètres quantiques utilise des *effets quantiques macroscopiques* [203]. Le magnétomètre à SQUID (Superconducting QUantum Interference Device) en est un exemple. Il utilise le comportement collectif des paires d'électrons dans un anneau supraconducteur [204]. Les systèmes qui sont le siège d'effets quantiques macroscopiques présentent des modes, c'est-à-dire des comportements cohérents de nombreux sous-systèmes quantiques élémentaires, et des interférences. Le laser est souvent considéré comme un exemple particulièrement frappant de système ayant un comportement quantique macroscopique [5,203]. On peut par conséquent se demander si un tel comportement peut être utilisé pour construire un magnétomètre simple et sensible qui ne serait pas gêné par les gradients de champ magnétique.

L'action d'un champ magnétique sur un laser a été activement étudiée dès les débuts de la physique des lasers [5,205]. Dans ces travaux le montage expérimental devait être isolé du champ magnétique ambiant par des feuilles d'un matériau de haute perméabilité magnétique comme le mu-métal. Ces travaux ont montré que le

comportement des lasers Zeeman est dans une large mesure gouverné par les anisotropies de la cavité. Pour éviter de telles complications qui sont habituellement dues aux traitements des miroirs [206], nous avons construit un "laser quasiment sans miroirs". Ce laser, schématisé sur la figure 86(a), est construit à partir d'un bloc de Zerodur [207] long de 60 cm. La cavité est formée de deux substrats de miroirs non traités qui ne donnent que 3% de réflectivité chacun. La transition de l'hélium-néon à $3,39 \mu\text{m}$ fournit le grand gain nécessaire pour obtenir l'oscillation et entraîne un fort effet Faraday. Nous utilisons un mélange 5:1 ^3He - ^{20}Ne à la pression totale $P=1,1\text{Torr}$. Avec une telle décharge, on peut atteindre des gains de 700 par passage. Le diamètre du capillaire ($\phi=3,4 \text{ mm}$) est calculé pour empêcher tout mode transverse autre que le mode TEM_{00} de fonctionner. Dans ces conditions, le laser oscille sur un seul mode longitudinal et transverse pour des courants de décharge supérieurs à 5mA dans chaque moitié du capillaire. Quand le système est soumis à un faible champ magnétique longitudinal comme celui qui règne dans le laboratoire, l'effet Faraday associé à l'effet Zeeman entraîne l'apparition de deux modes de polarisations circulaires opposées dans le laser* . A cause de l'effet Faraday peu saturé qui est important même pour de faibles valeurs du champ magnétique longitudinal, ces deux modes ne subissent pas le même déphasage pour un aller-retour dans la cavité, comme les deux courants de paires d'électrons qui passent au travers de chaque jonction dans le magnétomètre à SQUID [208]. Dans ce dernier, qui est équivalent à un interféromètre optique de Mach-Zehnder, le déphasage crée des interférences dépendant du champ quand les ondes électroniques provenant des deux bras de l'interféromètre sont recombinaées. Dans le laser, qui est un système résonnant, la différence de phase entraîne l'existence d'un battement entre les deux modes macroscopiques. Ce battement est détecté à travers un isolateur optique et un polariseur qui joue le rôle du petit élément supraconducteur qui recombine les paires d'électrons

* Nous avons vérifié l'existence d'une physique similaire dans les lasers usuels [114]. J. C. Cotteverte étend actuellement l'étude de cette dynamique au cas de la superposition d'un champ magnétique continu et d'un champ magnétique alternatif pour explorer les possibilités de chaos vectoriel dans les lasers.

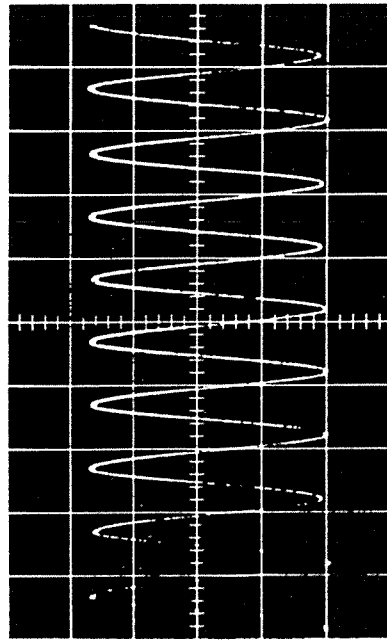


(a)

D

V

P



(b)

temps

Figure 86.

dans le SQUID. Une évolution typique du signal en fonction du temps est reproduite sur la figure 86(b) quand l'axe du laser est parallèle à la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Ce battement entre les deux modes de polarisations circulaires opposées est équivalent à la rotation périodique d'un mode polarisé linéairement et permet d'avoir un bon rapport signal sur bruit. Etudions maintenant l'évolution de la fréquence de battement observée en fonction du champ magnétique longitudinal. Nous introduisons le laser dans un solénoïde long de 1 mètre et nous observons la fréquence de battement en fonction du champ magnétique. Ces mesures sont représentées par des points sur la figure 87. Nous constatons que le système obéit à une dynamique du type équation d'Adler [122,209] avec une petite zone aveugle B_c de quelques milliGauss. La fréquence f observée évolue suivant l'équation:

$$f = K(B^2 - B_c^2)^{1/2}, \quad (203)$$

où $B = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} B_z dz$ est la valeur moyenne du champ magnétique longitudinal le long de

l'axe z , K est un facteur de proportionnalité qui dépend des caractéristiques du laser, le degré d'excitation et le décalage en fréquence par rapport au centre de raie. Pour des valeurs du champ magnétique moyen hors de la zone aveugle ou en biaisant la valeur du champ magnétique appliqué, la valeur observée de la fréquence de battement évolue linéairement avec le champ magnétique longitudinal appliqué, ce qui montre que K ne dépend pas de B . La faible zone aveugle est due aux anisotropies résiduelles des interfaces réfléchissantes qui peuvent provenir des tensions dans les substrats et pourraient être réduites en utilisant un matériau plus approprié.

De nombreuses applications comme par exemple la sismologie nécessitent de pouvoir mesurer les variations rapides du champ magnétique. Une autre potentialité intéressante du magnétomètre laser est la possibilité qu'il a de pouvoir mesurer de telles variations rapides du champ magnétique appliqué. A cause de la très faible finesse de la

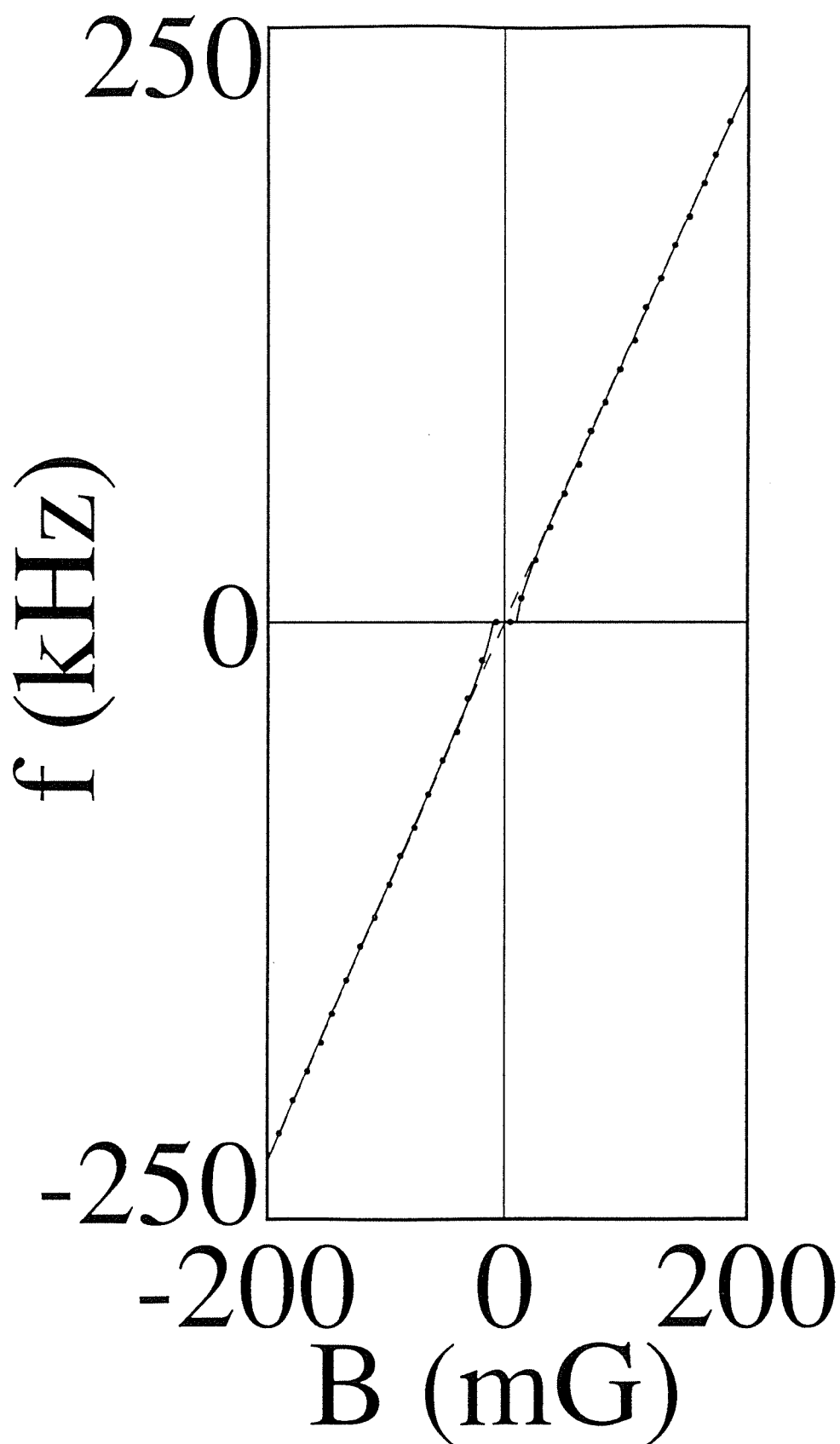


Figure 87: Fréquence de battement observée f en fonction du champ magnétique longitudinal appliqué B . Les points sont les résultats expérimentaux et la courbe en trait plein est théorique.

cavité, le temps de vie des photons dans la cavité quasiment sans miroirs est très court (quelques nanosecondes), du même ordre de grandeur que le temps de vie des variables atomiques. Par conséquent, la bande passante du système ne sera limitée que par la fréquence porteuse. Cette porteuse est de l'ordre de 200 kHz quand le système est soumis à la composante horizontale du champ magnétique terrestre (qui vaut environ 200 mG), comme le montre la figure 87. Grâce à un fil disposé perpendiculairement à l'axe du laser, une modulation carrée est ajoutée au champ magnétique terrestre. L'amplitude pic-pic de la modulation moyennée le long de l'axe du laser est 1 mG. Le signal de sortie est traité par un analyseur de domaine de modulation Hewlett-Packard modèle HP 53310A, qui donne l'évolution de la fréquence de battement en fonction du temps. Le résultat est reproduit sur la figure 88 qui montre que le temps de montée du système est de l'ordre de 100 μ s.

Une des limitations les plus gênantes des magnétomètres basés sur des effets quantiques microscopiques est leur incapacité à fonctionner dans des environnements magnétiques très perturbés, comme par exemple les champs magnétiques fortement inhomogènes spatialement. Nous avons fait toutes nos expériences dans une pièce non protégée magnétiquement et sans aucune protection en mu-métal autour du montage expérimental. Dans ces conditions, un magnétomètre à RMN classique était incapable de mesurer la valeur du champ magnétique ambiant, contrairement au magnétomètre laser. Celui-ci est en effet sensible seulement à la valeur moyenne le long de la cavité du champ magnétique longitudinal, parce que ses modes macroscopiques moyennent le champ le long de la cavité. Cette caractéristique est illustrée par l'expérience suivante: une faible modulation sinusoïdale à 0,2 Hz est superposée au champ magnétique externe. Quoique le magnétomètre laser soit soumis à d'importantes variations spatiales et temporelles du champ magnétique ambiant (plusieurs mG), on distingue encore clairement la modulation supplémentaire quand son amplitude pic-pic est égale à 100 μ G, comme le montre la figure 89(a), et même à 10 μ G (1 γ , c'est-à-dire 1 nT), comme le montre la figure 89(b). De telles variations représentent quelques 10^{-5} du champ magnétique ambiant moyen et sont en accord avec les modulations prévues théoriquement.

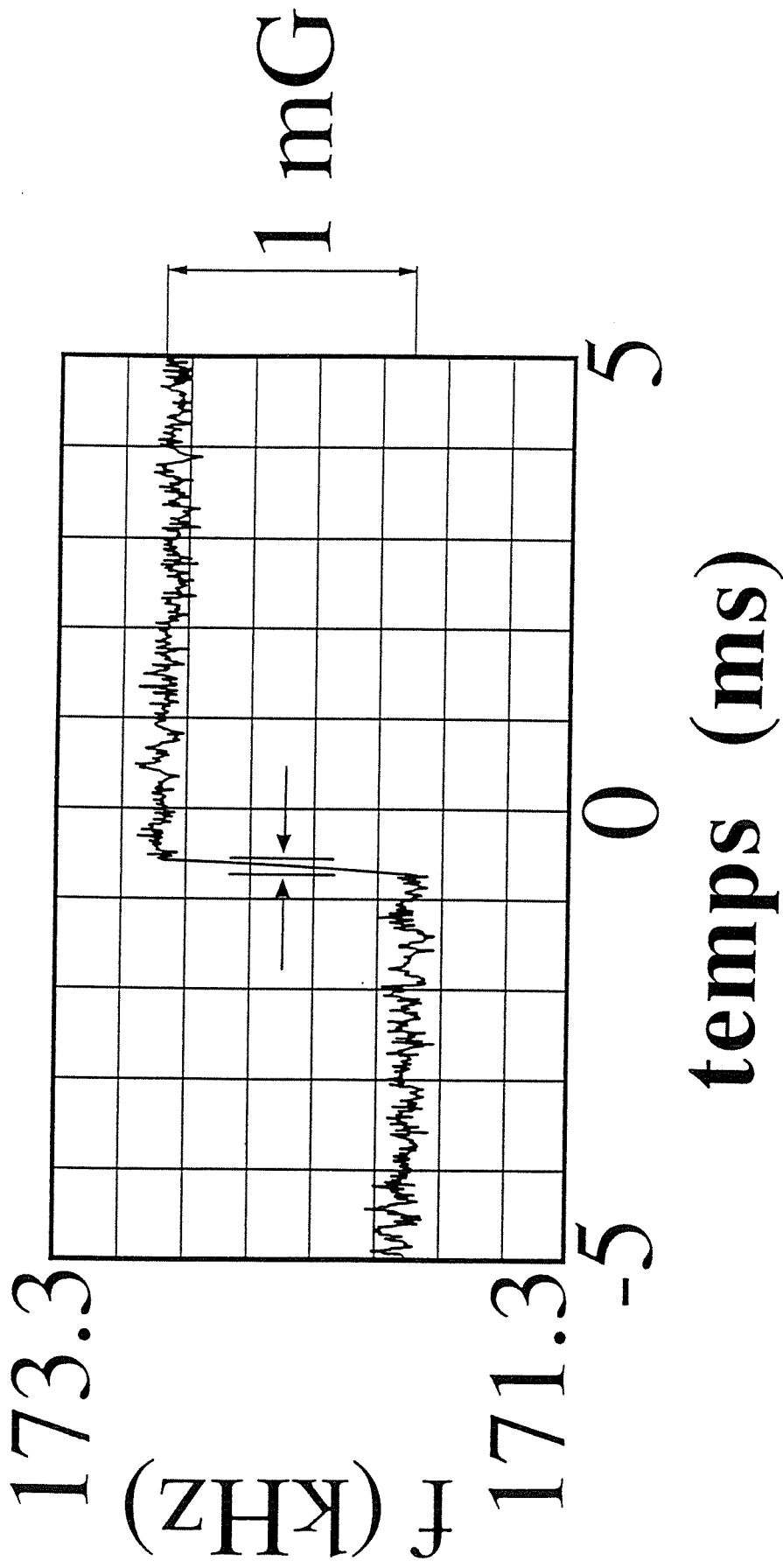


Figure 88: Evolution expérimentale de la fréquence de battement f en fonction du temps quand on ajoute une modulation carrée au champ magnétique ambiant (amplitude de modulation: 1 mG).

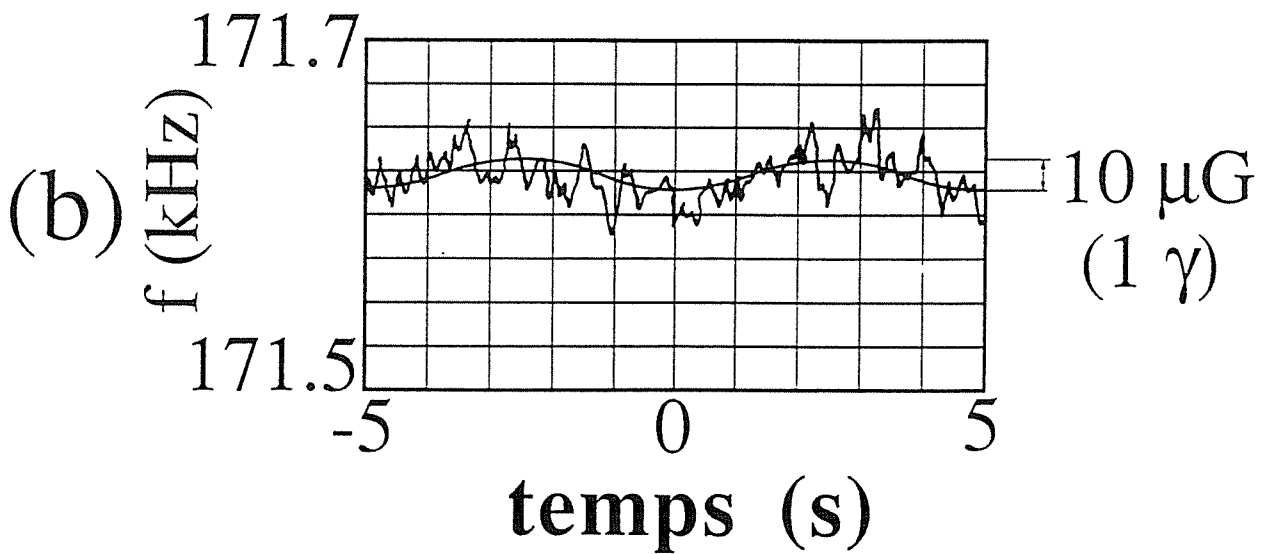
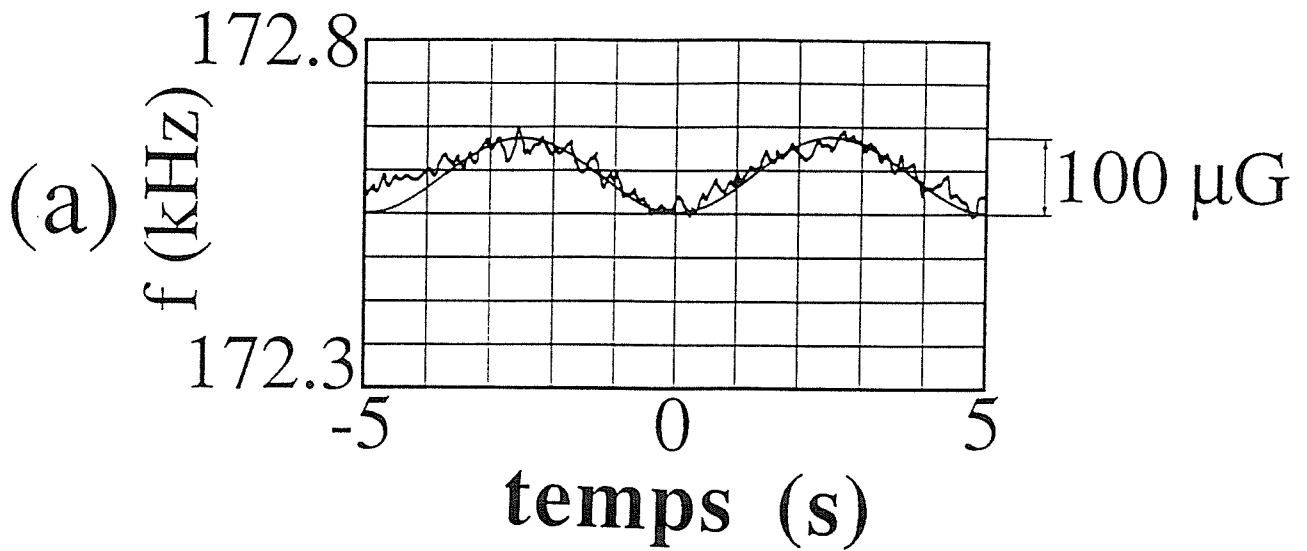


Figure 89: Evolution expérimentale de la fréquence de battement f en fonction du temps quand on ajoute au champ magnétique ambiant une modulation à 0,2 Hz. Les sinusôides en trait plein sont les courbes théoriques correspondantes.

(a) Amplitude de modulation: $100 \mu\text{G}$.

(b) Amplitude de modulation: $10 \mu\text{G} = 1 \gamma$.

En conclusion, nous avons montré que le comportement d'un "laser quasiment sans miroirs" est une bonne illustration des effets d'interférences entre modes d'un système quantique macroscopique. Les modes macroscopiques d'un tel système présentent en effet des interférences qui dépendent de la valeur moyenne le long du laser de la composante du champ magnétique qui est parallèle à l'axe de propagation de la lumière. Ceci permet d'utiliser un tel dispositif comme un *senseur vectoriel de champ magnétique moyen* dans des conditions extrêmes [210]. Nous avons en effet montré que le magnétomètre laser peut être sensible à des variations du champ magnétique externe de $10 \mu\text{G}$ (1γ) sans traitement du signal même dans un environnement dans lequel les inhomogénéités spatiales du champ magnétique sont si fortes que les magnétomètres basés sur des effets quantiques microscopiques habituels tels que les magnétomètres RMN sont inutilisables. De plus, un tel système répond rapidement aux variations de champ magnétique avec des temps de montée aussi courts que $100 \mu\text{s}$. De telles caractéristiques pourraient mener à des applications en géophysique, sismologie, volcanologie et en prospection. Ce travail montre une autre application possible de la sensibilité des états propres aux faibles perturbations. C'est une incursion de l'optique quantique dans le domaine de la magnétométrie de précision, d'une façon différente de celle récemment proposée théoriquement [211]. La réalisation d'un prototype plus compact doté d'une électronique de traitement du signal et d'"activation" va nous permettre d'explorer les potentialités de ce type de magnétomètre.

F. Bistabilité et simultanété vectorielles des   tats propres hélicoïdaux d'un laser en anneau.

Nous avons déjà rappelé dans l'introduction que dans les lasers en anneau la condition de résonance $M \vec{E} = \lambda \vec{E}$ doit être écrite pour les deux sens de propagation, comme nous l'avons déjà fait au paragraphe II.D dans le cas d'une séparation spatiale des   tats propres. Ceci entraîne l'existence de deux   tats propres dans le sens horaire (CW) et deux   tats propres dans le sens anti-horaire (CCW). Ces quatre   tats propres existent également dans le cas plus simple où tous les axes de propagation sont confondus. Un cas particulièrement important est celui du gyrolaser à quatre modes [25,212] où des anisotropies circulaires réciproques et non-réciproques induisent l'existence possible de quatre   tats propres polarisés circulairement non-dégénérés en fréquence. Dans ce cas, la connaissance du régime de fonctionnement est particulièrement importante pour les applications gyroscopiques. Par conséquent, le but de ce paragraphe est d'explorer les *régimes d'oscillation* possibles des *quatre   tats propres* d'un laser en anneau dans le cas où ceux-ci peuvent être groupés en *deux   tats propres hélicoïdaux stationnaires*. Dans la partie 1, les polarisations et fréquences de ces   tats propres sont déterminées et on utilise un modèle de *potentiel de Landau* pour prédire leurs différentes dynamiques. Les résultats expérimentaux correspondants sont obtenus dans la partie 2 en variant la constante de couplage des deux   tats propres en changeant la composition isotopique du milieu actif.

1. Prédictions théoriques.

Considérons la cavité à trois miroirs représentée sur la figure 90(a). Cette cavité contient une lame demi-onde dont les lignes neutres forment un angle ρ avec les axes x et y . Avant de calculer les   tats propres d'une telle cavité, trois remarques sont nécessaires: (i) nous choisissons toujours notre référentiel de telle manière que l'axe z suit la direction de propagation anti-horaire (CCW), l'axe y étant dans le plan de la cavité; (ii)

avec cette convention, on remarque que chaque miroir est équivalent à une lame demi-onde avec $\rho=0$; (iii) nous supposons ici que les anisotropies induites par saturation [50] dans le milieu actif pour une transition $J=1 \rightarrow J=2$ et que les anisotropies résiduelles des miroirs peuvent être négligées. Nous pouvons ainsi ignorer le gain et les pertes dans la condition de résonance, en supposant que les états propres sont fixés par la cavité seulement. Ecrivons alors la matrice de Jones pour un tour dans cette cavité dans le sens CCW en partant du point A

$$M_{CCW} = R_2 L_{CCW} R_3 R_1, \quad (204)$$

où les R_i , $i=1,2,3$ sont les matrices de Jones des miroirs,

$$R_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (205)$$

L_{CCW} est la matrice de Jones de la lame demi-onde et vaut

$$L_{CCW} = \begin{bmatrix} \cos 2\rho & \sin 2\rho \\ \sin 2\rho & -\cos 2\rho \end{bmatrix}. \quad (206)$$

En effectuant la multiplication (204), on obtient

$$M_{CCW} = \begin{bmatrix} \cos 2\rho & -\sin 2\rho \\ \sin 2\rho & \cos 2\rho \end{bmatrix}. \quad (207)$$

Cette matrice de rotation d'axe z admet pour valeurs propres

$$\lambda_{CCW}^{\pm} = \exp(\pm 2i\rho), \quad (208)$$

associées aux vecteurs propres

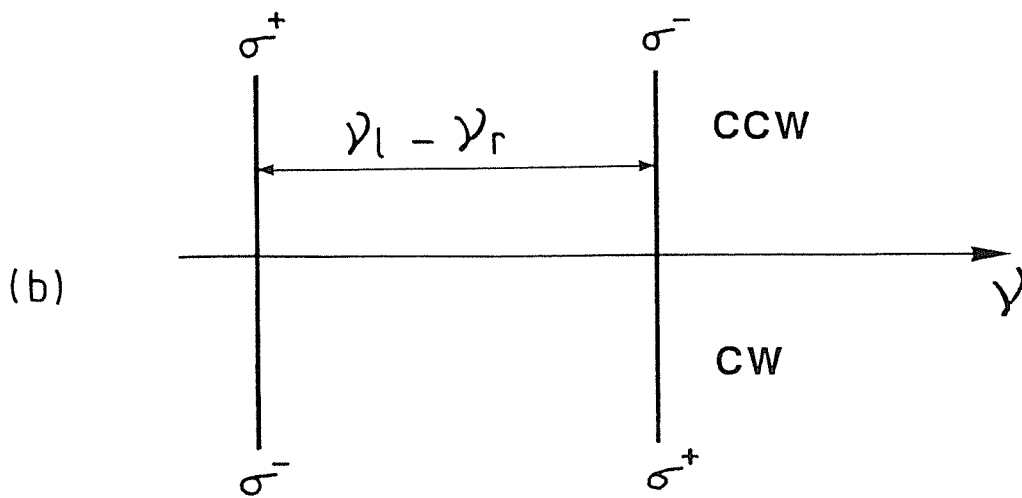
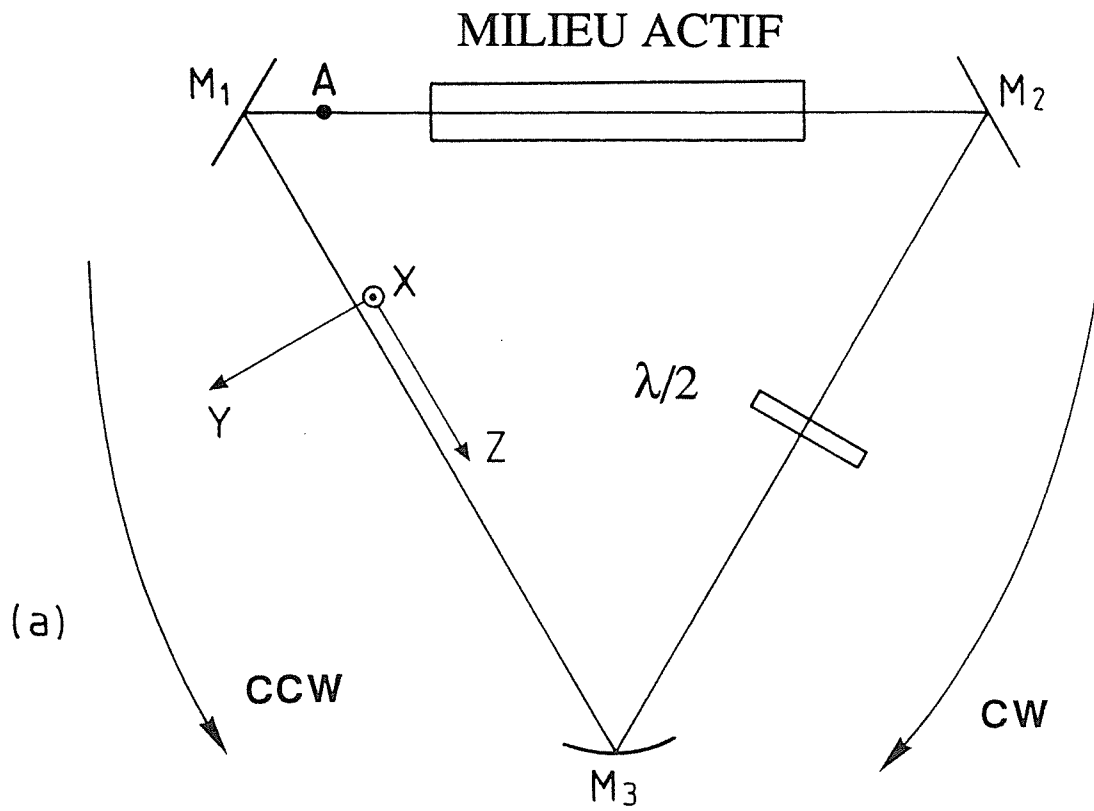


Figure 90: (a) Cavité à trois miroirs contenant une lame demi-onde.

(b) Fréquences propres des quatre états propres d'un mode longitudinal donné.

$$\vec{E}_{CCW}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \end{bmatrix}. \quad (209)$$

Les fréquences de résonances correspondantes sont données par

$$v_{CCW}^{\pm} = \frac{c}{L} \left(p \mp \frac{\rho}{\pi} \right), \quad (210)$$

où L est le périmètre de la cavité, c est la vitesse de la lumière et p est un entier. La matrice de Jones pour un tour dans la cavité dans le sens CW en partant du point A est

$$M_{CW} = R_1 R_3 L_{CW} R_2. \quad (211)$$

Comme une lame demi-onde est réversible on a $L_{CW} = L_{CCW}$ et, par conséquent,

$$M_{CW} = \begin{bmatrix} \cos 2\rho & \sin 2\rho \\ -\sin 2\rho & \cos 2\rho \end{bmatrix}. \quad (212)$$

Cette matrice est obtenue à partir de celle pour le sens CCW [voir l'équation (207)] en changeant ρ en $-\rho$. Par conséquent, les états propres dans le sens CW sont donnés par

$$\vec{E}_{CW}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \end{bmatrix}, \quad (213)$$

de fréquences propres

$$v_{CW}^{\pm} = \frac{c}{L} \left(p \pm \frac{\rho}{\pi} \right). \quad (214)$$

Les fréquences propres de ces quatre états propres polarisés circulairement sont résumées sur la figure 90(b) pour un ρ donné. Les polarisations σ^+ et σ^- sont déterminées relativement à l'axe z , en supposant une dépendance en temps du champ électrique en

$\exp(i\omega t)$. Remarquons que les polarisations σ^+ sont changées en σ^- dans le nouveau référentiel après une réflexion sur un miroir. La lame demi-onde échange aussi les polarisations σ^+ et σ^- mais dans le même référentiel. Remarquons également que de tels états propres peuvent également être obtenus dans une cavité avec un nombre pair de miroirs. Dans ce cas, deux lames demi-ondes doivent être utilisées, comme le propose par exemple Greenstein [7]. La figure 90(b) suggère que les quatre états propres de notre cavité peuvent être regroupés en deux états propres hélicoïdaux stationnaires, comme l'autorisera la raie à couplage atomique faible utilisée expérimentalement. Les états propres σ^+ CCW et σ^- CW forment un état propre hélicoïdal droit et les états propres σ^- CCW et σ^+ CW un état propre hélicoïdal gauche. Leurs fréquences sont données respectivement par

$$v_r = \frac{c}{L} \left(p - \frac{\rho}{\pi} \right), \quad (215a)$$

$$v_l = \frac{c}{L} \left(p + \frac{\rho}{\pi} \right). \quad (215b)$$

De tels états propres, prévus indépendamment par Evtuhov et Siegman [109] d'une part et par Kastler [110] d'autre part, ont des distributions de champs singulières. Ils ont déjà été étudiés dans les lasers à deux miroirs et ont été utilisés pour des mesures polarimétriques très sensibles dans les cavités passives [213]. Si E_r et E_l sont les amplitudes des champs électriques associés à ces deux états propres, leurs équations d'évolution près du seuil peuvent être écrites sous une forme dérivée de la théorie de Lamb

$$\dot{E}_r = E_r (\alpha_r - \beta_r E_r^2 - \theta_{rl} E_l^2), \quad (216a)$$

$$\dot{E}_l = E_l (\alpha_l - \beta_l E_l^2 - \theta_{rl} E_r^2). \quad (216b)$$

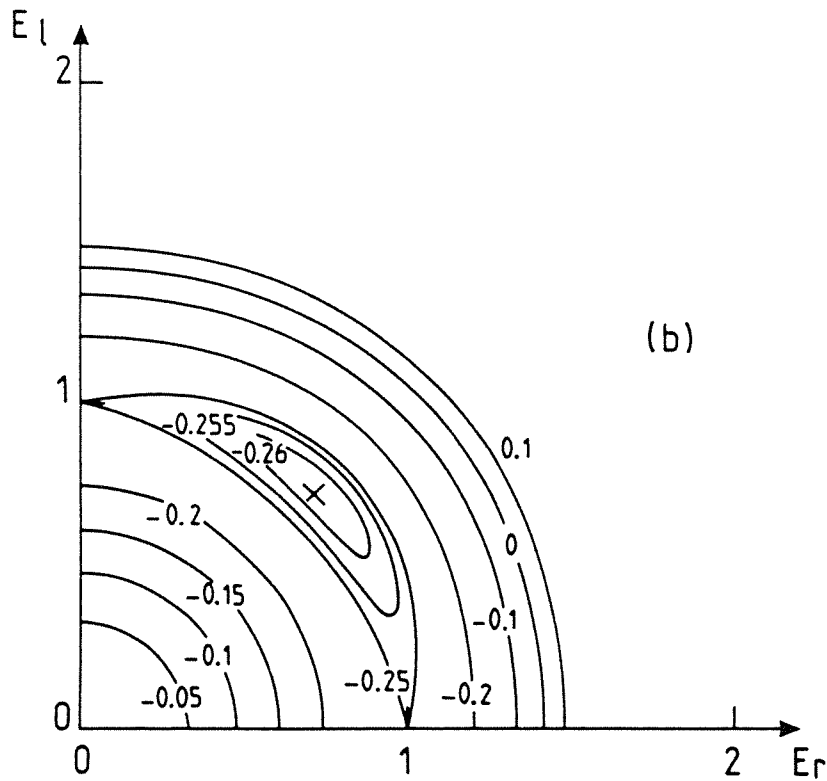
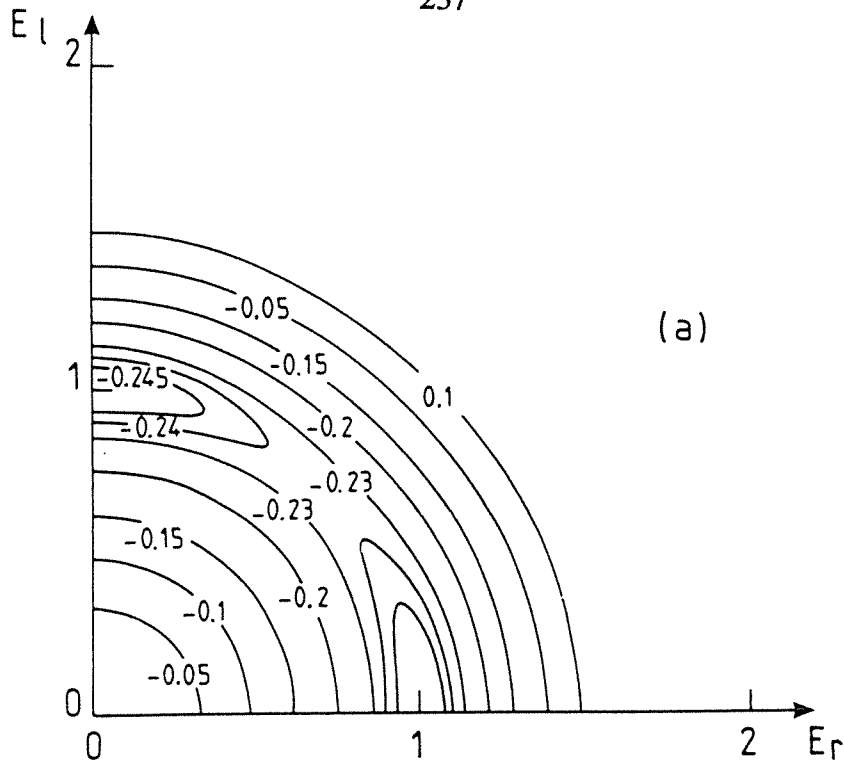


Figure 91: Equipotentielles du potentiel de Landau V .

- (a) *Bistabilité vectorielle* ($C > 1$): $\alpha_r = \alpha_l = 1$; $\beta_r = \beta_l = 1$; $\theta_{rl} = 1, 1$. Il existe deux régimes stables, correspondant chacun à l'oscillation d'un seul état propre hélicoïdal.
- (b) *Simultanéité vectorielle* ($C < 1$): $\alpha_r = \alpha_l = 1$; $\beta_r = \beta_l = 1$; $\theta_{rl} = 0, 9$. Il existe un seul régime stable, correspondant à l'oscillation des deux états propres hélicoïdaux simultanément.

Dans les équations (216), α_r et α_l sont les gains nets des deux états propres, qui dépendent de leurs décalages en fréquence par rapport au centre de raie. β_r et β_l sont les coefficients d'autosaturation des deux états propres. Dans le cas d'un milieu actif à un isotope à élargissement inhomogène, le coefficient de saturation croisée θ_{rl} contient deux lorentziennes qui décrivent la superposition des quatre trous creusés par les deux états propres dans le profil spectral de gain saturé [5]. La discussion du couplage et de la stabilité des deux états propres peut être faite par une analyse de stabilité linéaire. Cependant, nous utilisons une façon plus imagée de discuter cette dynamique. Comme dans la théorie de Landau des changement de phases structurales, les solutions stationnaires pour les amplitudes des deux états propres hélicoïdaux en compétition peuvent être associées au potentiel

$$V(E_r, E_l) = -\frac{1}{2}\alpha_r E_r^2 - \frac{1}{2}\alpha_l E_l^2 + \frac{1}{4}\beta_r E_r^4 + \frac{1}{4}\beta_l E_l^4 + \frac{1}{2}\theta_{rl} E_r^2 E_l^2. \quad (217)$$

On peut alors introduire la constante de couplage

$$C = \frac{\theta_{rl}^2}{\beta_r \beta_l}. \quad (218)$$

Si $C > 1$, les deux états propres sont fortement couplés et les équipotentielles de V sont représentées sur la figure 91(a). Cette figure montre que deux solutions stables existent, correspondant chacune à l'oscillation d'un seul état hélicoïdal. Ceci correspond à une situation de *bistabilité vectorielle*. Dans le cas contraire où $C < 1$, les équipotentielles de la figure 91(b) montrent qu'il n'existe qu'une seule solution stable et qu'elle correspond à la situation de *simultanéité vectorielle*. Dans les lasers usuels contenant des fenêtres de Brewster, la différence de fréquence entre modes longitudinaux successifs est l'écart spectral libre $c/2L$, qui entraîne de faibles couplages θ_{12} . Par conséquent, la simultanéité est souvent de mise dans les cavités longues ($C < 1$), ce qui entraîne un fonctionnement multimode. Dans notre cas, quand on n'utilise qu'un isotope du néon, comme la

différence de fréquence entre les deux états propres est petite devant la largeur homogène de la transition, les trous creusés dans le profil spectral de gain par les deux états propres se recouvrent, ce qui entraîne un couplage fort ($C > 1$) et mène à une situation de bistabilité vectorielle entre les deux états propres.

2. Expériences.

Nous réalisons nos expériences avec un laser He-Ne en anneau fonctionnant à $3,39 \mu\text{m}$ schématisé sur la figure 92. La cavité est équilatérale et a un périmètre $L=86$ cm. Les miroirs M_1 (plan) et M_3 (rayon de courbure $R=6$ m) transmettent 10 % de l'intensité et le miroir plan M_2 est totalement réfléchissant et monté sur une céramique piezoélectrique. Le tube à décharge mesure 19 cm de long et a un diamètre intérieur de 5mm. Les puissances des faisceaux de sortie sont mesurées par les détecteurs D_1 et D_2 , éventuellement à travers des polariseurs circulaires orientables. Le faisceau CW sortant du miroir M_3 peut être analysé par un interféromètre de Fabry-Perot confocal. Un diaphragme est introduit dans la cavité pour sélectionner le mode gaussien elliptique fondamental TEM_{00} .

Dans un premier temps, le tube à décharge est rempli avec un mélange ^3He - ^{20}Ne 5:1 à la pression totale $P=1$ Torr. La figure 93 reproduit l'évolution des puissances détectées par D_1 et D_2 quand la longueur de la cavité est balayée pour trois valeurs de ρ et sans polariseurs. Pour $\rho=0$ [voir figure 93(a)], les équations (207) et (212) montrent que la cavité est isotrope. Par conséquent, les états propres sont imposés par les anisotropies résiduelles de la cavité, en l'occurrence par les anisotropies de perte du type x-y des miroirs. Comme dans le cas du gyrolaser usuel, le seul état propre qui oscille est celui qui a le moins de pertes, c'est-à-dire celui qui est polarisé linéairement le long de l'axe x. Comme dans les premières expériences sur les lasers à gaz en anneau, on observe une compétition forte entre les deux états propres au centre de raie. Les figures 93(b) et 93(c) correspondent respectivement à $\rho=15^\circ$ et $\rho=30^\circ$. On peut voir à partir des maxima de la puissance de sortie (sur lesquels pointent les flèches rajoutées sur la figure) que les

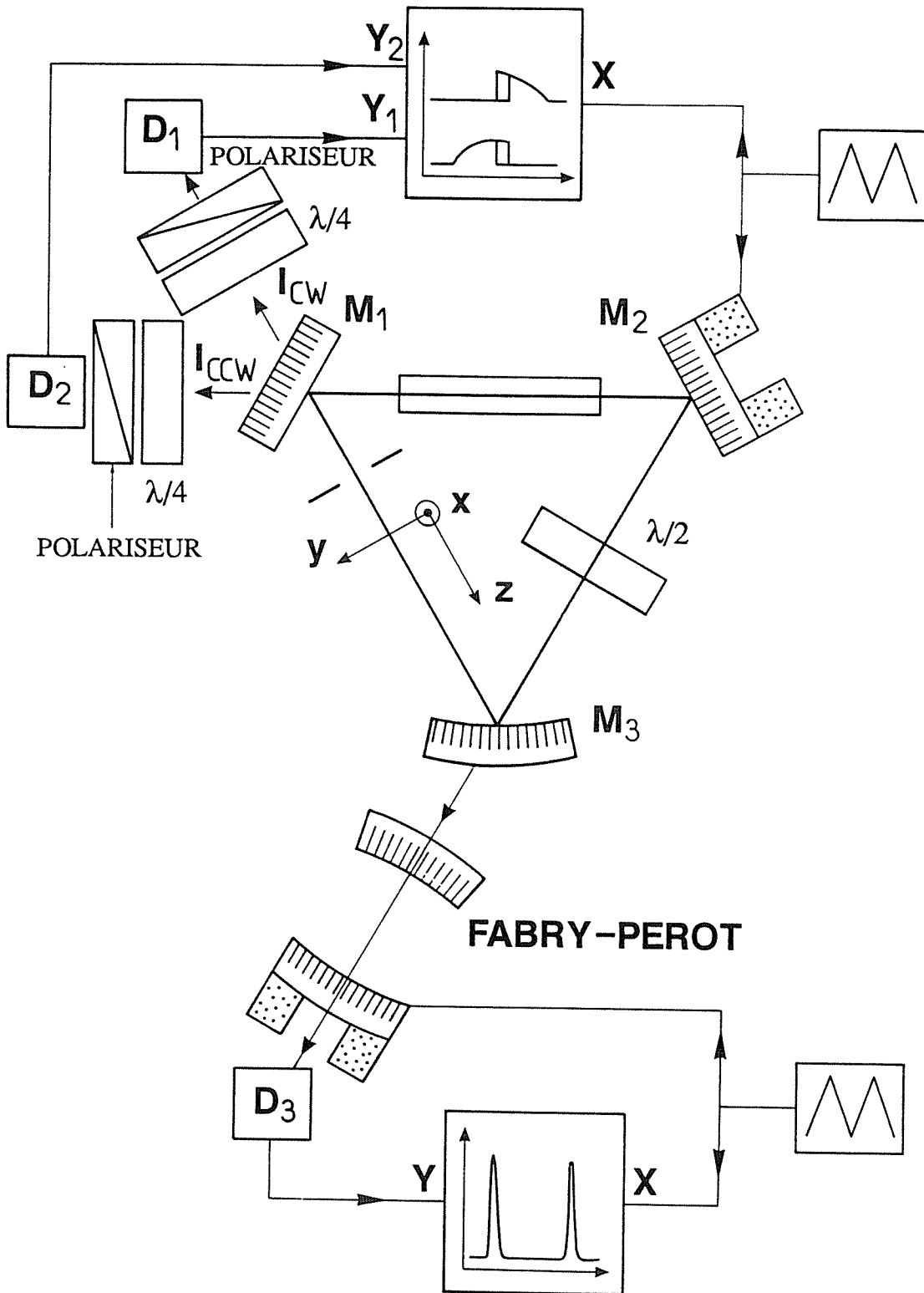


Figure 92: Montage expérimental.

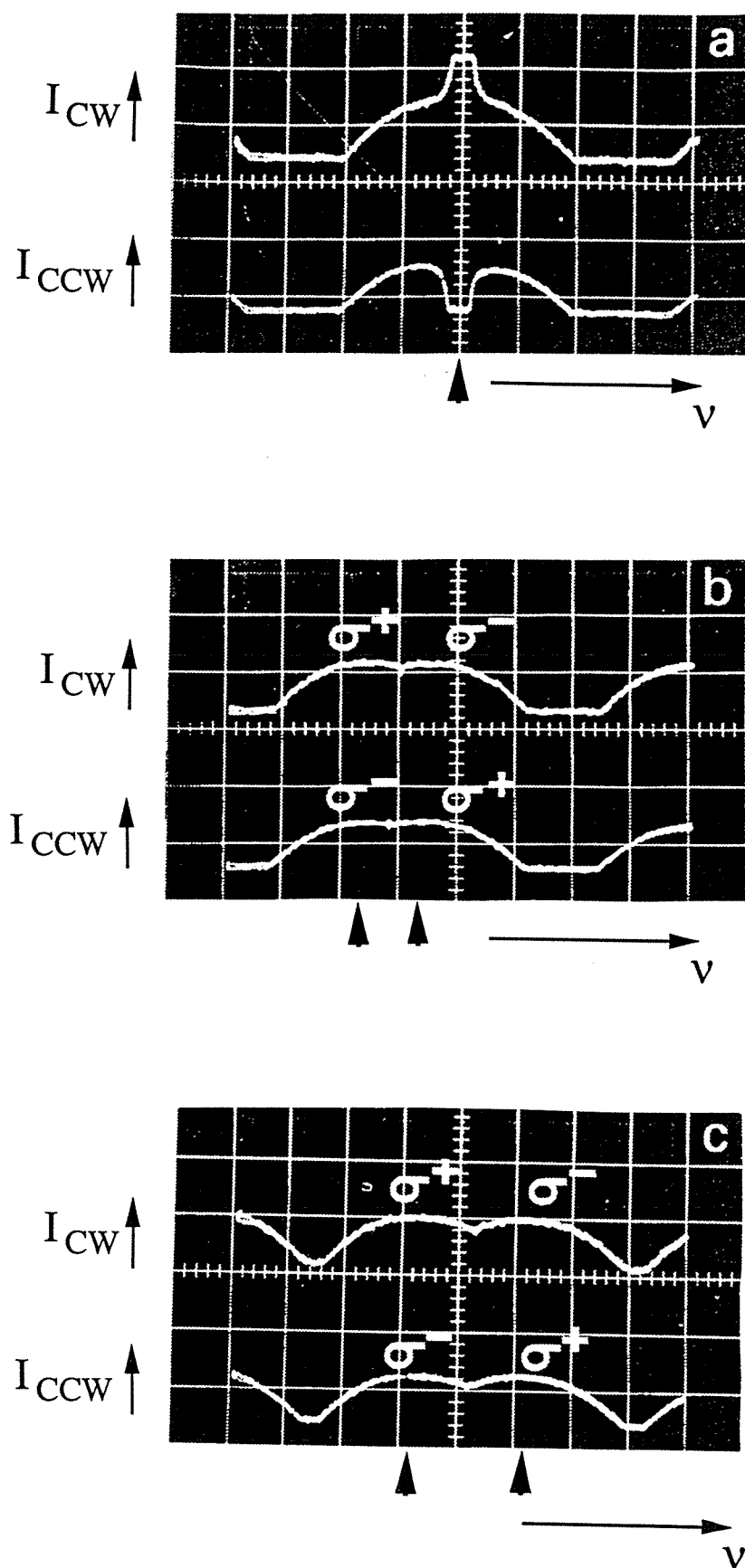


Figure 93: Puissances détectées par D_1 et D_2 en fonction de la fréquence (61 MHz par division) sans polariseurs pour (a) $\rho=0$, (b) $\rho=15^\circ$ et (c) $\rho=30^\circ$. (a) La cavité est isotrope et l'état propre qui oscille est polarisé linéairement. (b), (c) Les flèches montrent que la différence de fréquence entre les hélices est proportionnelle à ρ .

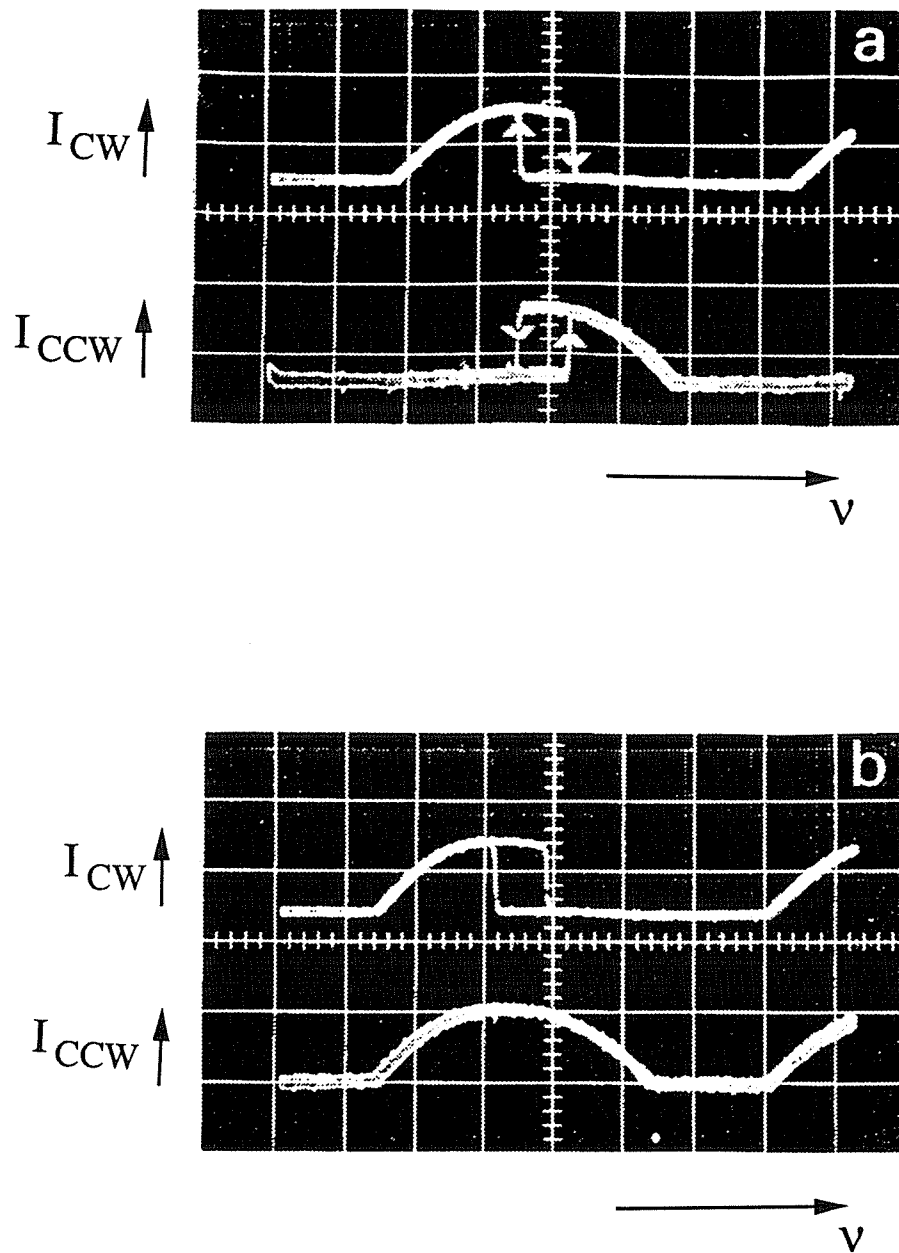


Figure 94: Puissances détectées par D_1 et D_2 en fonction de la fréquence (61 MHz par division, $\rho=3^\circ$) dans le cas de la bistabilité vectorielle entre les états propres hélicoïdaux (un isotope du néon).

(a) Les polariseurs sélectionnent les σ^+ .

(b) Le polariseur CCW est placé entre les composantes σ^+ et σ^- (pas de pic).

fréquences des états propres se décalent linéairement avec ρ , comme prévu par les équations (215). Analysons maintenant les faisceaux CW et CCW à travers des polariseurs circulaires comme le montre la figure 92. Les polariseurs circulaires sont alignés de telle manière que D_1 et D_2 ne détectent que les composantes de polarisation σ^+ correspondant aux deux états propres hélicoïdaux. Les résultats sont reproduits sur la figure 94(a) pour $\rho \approx 3^\circ$. Comme le montrent les équations (215) en accord avec la figure 90(b), l'état propre hélicoïdal gauche oscille aux basses fréquences et l'état propre hélicoïdal droit aux hautes fréquences. Le cycle d'hystérésis au centre du profil est caractéristique de la bistabilité vectorielle. Par conséquent, le couplage entre les deux états propres est fort ($C > 1$) et les équipotentielles du potentiel de Landau V ont l'allure de celles de la figure 91(a). Nous savons que dans le cas de la bistabilité vectorielle entre les deux états propres polarisés linéairement d'un laser quasi-isotrope à deux miroirs contenant une faible anisotropie de phase linéaire, deux mécanismes différents de basculement de la polarisation peuvent être observés. En effet, pour les très faibles anisotropies, la polarisation tourne progressivement d'un état propre à l'autre avec un glissement progressif de la fréquence (mécanisme de "rotation"), alors que pour les plus fortes anisotropies, un état propre disparaît à sa fréquence propre alors que l'autre apparaît à l'autre fréquence propre (mécanisme d'"inhibition") [105]. Dans notre expérience, la détermination du mécanisme de basculement peut être effectuée de la façon suivante. Le polariseur circulaire devant D_2 est aligné exactement entre les polarisations σ^+ et σ^- . A cet effet, on aligne l'axe passant du polariseur linéaire le long d'une bissectrice des polarisations linéaires qui correspondent aux transformées des polarisations σ^+ et σ^- par la lame quart d'onde. Si la polarisation passe continûment, c'est-à-dire "tourne", d'un état propre hélicoïdal à l'autre, nous devons observer un pic correspondant au basculement sur la puissance détectée par D_2 . La figure 94(b) ne laisse apparaître aucun pic. Par conséquent, le système obéit au mécanisme d'inhibition. Ceci signifie que, pendant le basculement, un état propre disparaît tandis que l'autre naît à une fréquence différente, comme dans les phénomènes de compétition usuels entre oscillateurs [5]. Ce mécanisme est le seul observé pour toutes les valeurs de ρ .

La réduction de la constante de couplage C entre différents types d'états propres a souvent été permise par l'utilisation d'un *mélange isotopique* 1:1 de ^{20}Ne et de ^{22}Ne . C'est le cas aussi bien pour les gyrolasers usuels à deux modes que pour les gyrolasers à quatre modes [12,25,212]. Quand un tel mélange est utilisé, la fréquence correspondant au maximum de gain est déplacée sur les ailes des profils spectraux de gain des deux isotopes. Dans ce cas, quand la longueur de la cavité est réglée de manière à ce que les fréquences des états propres soient proches de la fréquence du maximum de gain, les trous creusés par saturation dans les profils spectraux de gain des deux isotopes ne se recouvrent plus. Le coefficient de saturation croisée devient alors petit et le couplage devient faible ($C < 1$). Remplissons par conséquent notre tube à décharge avec un mélange 10:1:1 ^3He - ^{20}Ne - ^{22}Ne à la pression totale $P=1$ Torr. Les profils expérimentaux de la figure 95(a) montrent que le système présente de la "simultanéité vectorielle partielle": les deux états propres hélicoïdaux peuvent osciller simultanément dans une petite région autour de leur position symétrique de part et d'autre de la fréquence de gain maximal. Le potentiel de Landau V présente alors des équipotentielles analogues à celles de la figure 91(b). Pour s'assurer que les deux états propres hélicoïdaux fonctionnent simultanément, le faisceau CW est analysé à travers un interféromètre de Fabry et Perot confocal (voir la figure 92). Les pics d'Airy observés sont reproduits sur la figure 95(b) pour trois valeurs de ρ . On peut voir que les deux états propres oscillent simultanément et que leur différence de fréquences peut être ajustée par rotation de la lame demi-onde, en accord avec les équations (215).

Nous avons donc vu que les quatre états propres polarisés circulairement d'une cavité en anneau contenant une lame demi-onde peuvent être considérés comme deux états propres hélicoïdaux stationnaires. Suivant la composition isotopique du milieu actif, ces deux états propres peuvent être en *bistabilité* vectorielle ou en *simultanéité* vectorielle. Ces différents comportements peuvent être interprétés dans le cadre d'un modèle de potentiel de Landau à deux paramètres d'ordre [214].

L'utilisation d'un mélange isotopique permet donc de diminuer partiellement le couplage entre les états propres hélicoïdaux, avec un montage plus simple que dans le

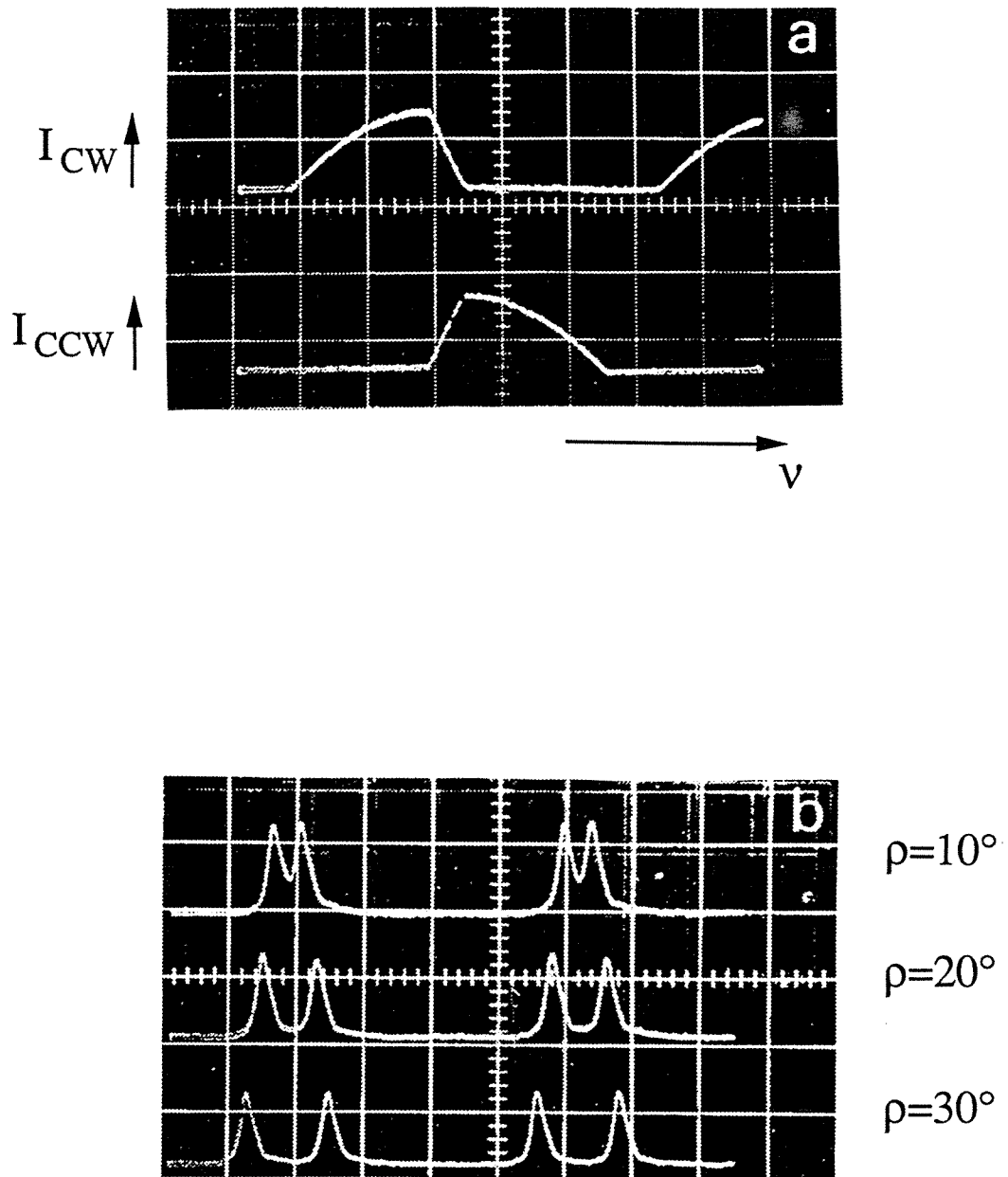


Figure 95: Résultats expérimentaux dans le cas de la *simultanéité vectorielle* (mélange de ^{20}Ne et ^{22}Ne).

(a) Même figure que 94(a) avec deux isotopes et $\rho=10^\circ$.

(b) Analyse du faisceau de sortie CW au Fabry-Perot pour trois valeurs de ρ . La longueur du laser est réglée de manière à ce que les fréquences des deux états propres soient symétriques de part et d'autre du maximum de gain.

cas de la séparation spatiale (II.D). Cette dernière permet cependant un découplage total des états propres. Examinons maintenant les possibilités gyroscopiques de ces états hélicoïdaux pour proposer un gyrolaser à deux modes sans zone aveugle et à biais compensable.

G. Gyrolaser Zeeman à états propres σ .

1. Principe physique: obtention d'un régime de fonctionnement à deux états propres contrepropageants de même σ .

Vérification expérimentale.

La façon a priori la plus simple pour obtenir un gyrolaser sans zone aveugle consiste à créer un biais, c'est-à-dire un différence de fréquence, entre les deux états propres contrepropageants. Malheureusement, pour obtenir alors des dérives inférieures à $0,01 \text{ }^\circ/\text{h}$, il faut que ce biais soit stable à, disons, $0,001 \text{ Hz}$ près. C'est pourquoi les solutions du biais mécanique continu et du biais optique créé par un effet Faraday placé entre deux lames quart d'onde ont été abandonnées et remplacées par le biais mécanique alternatif ou "dither" [12]. Une autre solution consiste en ce qu'on appelle communément le "gyrolaser à quatre modes". Dans ce cas, on crée dans l'anneau quatre états propres polarisés circulairement du type de ceux discutés au paragraphe précédent, le plus souvent en construisant une cavité gauche (non plane) à quatre miroirs [25,212]. On se retrouve alors avec deux gyrolasers, l'un circulaire droit et l'autre circulaire gauche, mais présentant encore chacun une zone aveugle. Pour lever cette dernière dégénérescence en fréquence, on introduit alors dans la cavité un effet Faraday qui va créer un biais positif pour un des gyrolasers et négatif pour l'autre. Quand le gyrolaser tourne, l'effet Sagnac se surajoute au biais pour un des gyrolasers et s'en déduit pour l'autre (voir la figure 96). Ainsi, en faisant la différence entre les fréquences de battement obtenues pour le gyrolaser circulaire droit et le gyrolaser circulaire gauche, on élimine le biais et ses fluctuations et on ne garde que l'effet Sagnac. L'effet Faraday nécessaire à la création du "biais non-réciproque" peut être introduit de trois façons: i) En appliquant un champ magnétique sur le milieu actif dont les courbes de dispersion σ^+ et σ^- vont se séparer à cause de l'effet Zeeman. ii) En remplaçant un ou plusieurs des miroirs par des miroirs Faraday. iii) En insérant dans la cavité un verre Faraday de quelques millimètres d'épaisseur. Dans tous les cas une optique de sortie un peu compliquée permet d'obtenir

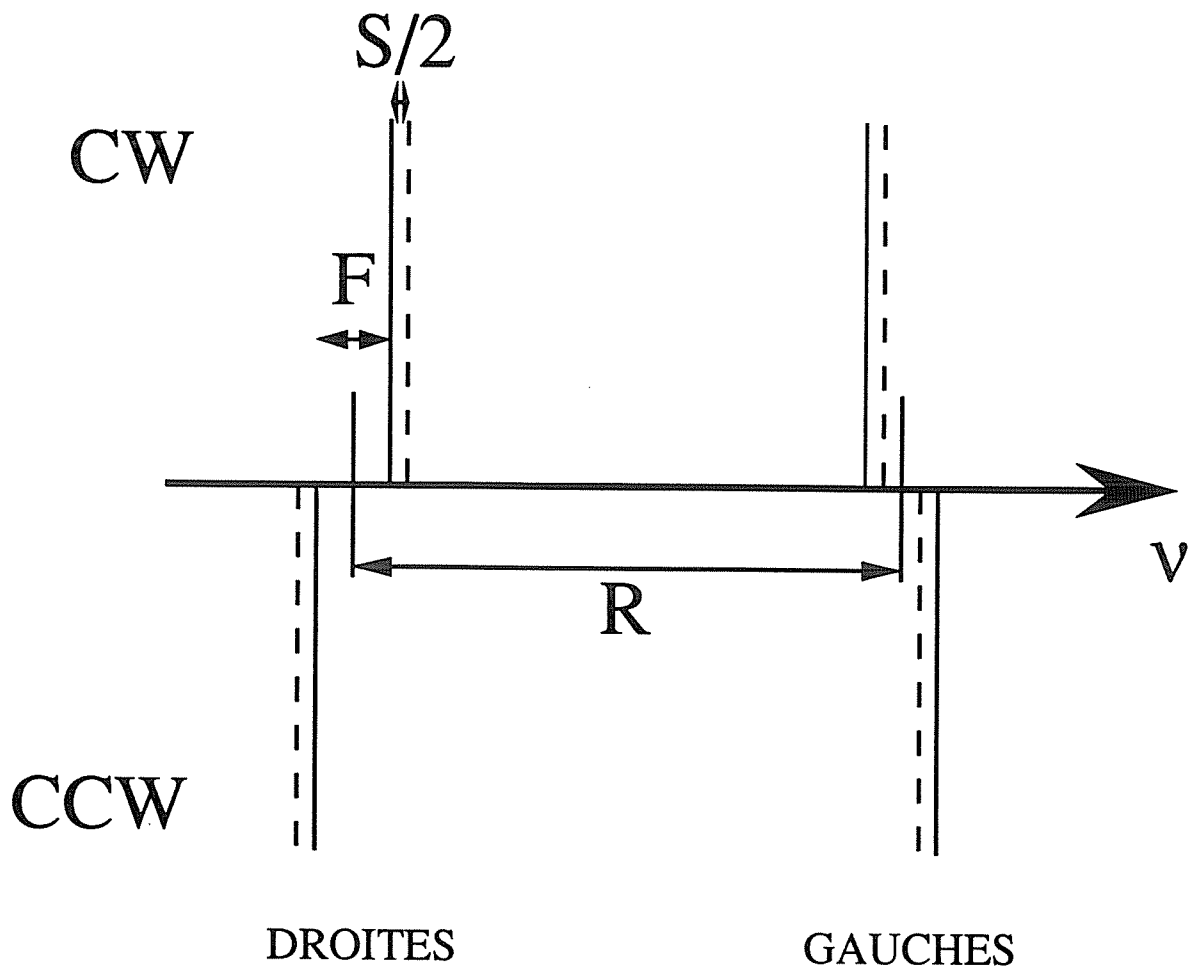


Figure 96: Fréquences propres dans le gyrolaser à quatre modes. Les états hélicoïdaux droits et gauches sont séparés par le biais réciproque R , dû à la non-planéité de la cavité. Le biais non-réciproque F créé par effet Faraday sépare les fréquences propres des composantes de chaque hélice. L'effet Sagnac S s'ajoute au biais du gyrolaser circulaire droit et se retranche de celui du gyrolaser circulaire gauche.

les fréquences de battement pour les deux gyrolasers séparément et, en faisant la différence, on s'affranchit du biais et de ses variations pour ne garder que l'effet Sagnac. Ces trois solutions présentes néanmoins de nombreux inconvénients dont voici, à notre avis, les principaux. *Dans le cas i)*, l'application du champ sur la décharge va également décaler les courbes de gain et donc entraîner une différence d'intensité entre les deux ondes contrepropageantes appartenant à un même groupe, disons les deux circulaires droites par exemple. Ceci entraîne automatiquement un biais fort difficile à corriger. De plus, dans ce cas, la multiplication des courbes de dispersion pour les quatre ondes risque de donner lieu à des effets de pulling et pushing assez compliqués et à des non-linéarités du facteurs d'échelle difficiles à maîtriser. *Dans le cas ii)*, la technologie est telle qu'il est très difficile d'obtenir des miroirs magnétiques qui sont à la fois de bons miroirs et de bons éléments magnéto-optiques. *Dans le cas iii)*, l'introduction d'un morceau de verre dans la cavité nécessite des traitements anti-reflets excellents. De plus, les constantes de Verdet de nombreux verres Faraday varient notablement avec la température. Enfin, une contrainte commune à tous ces systèmes à quatre ondes est la difficulté d'asservir la longueur de cavité de manière à conserver le bon régime de fonctionnement. On voit donc que ces systèmes présentent de grandes difficultés essentiellement liées à la création de l'effet Faraday.

L'idée exposée dans ce paragraphe est fondée sur un régime d'oscillation à deux états propres contrepropageants séparés en fréquence qui ne subirait pas les contraintes liées à l'effet Faraday [215]. De plus, elle ne nécessite l'introduction d'aucun élément dans la cavité, source de nombreuses difficultés dans les gyrolasers à quatre modes. Nous avons montré au paragraphe précédent qu'il est possible de faire fonctionner les quatre états propres d'un laser en anneau simultanément avec un biais fixé par la cavité. Une solution consisterait à ne garder que deux états propres de même σ , par exemple les deux σ^- et d'empêcher les deux σ^+ de fonctionner [voir figure 90(b)]. La façon que nous avons imaginée pour parvenir à ce résultat est schématisée sur la figure 97. Sur ce schéma, on a reporté le gain du milieu actif en fonction de la fréquence ainsi que deux groupes de quatre états propres correspondant à deux modes longitudinaux

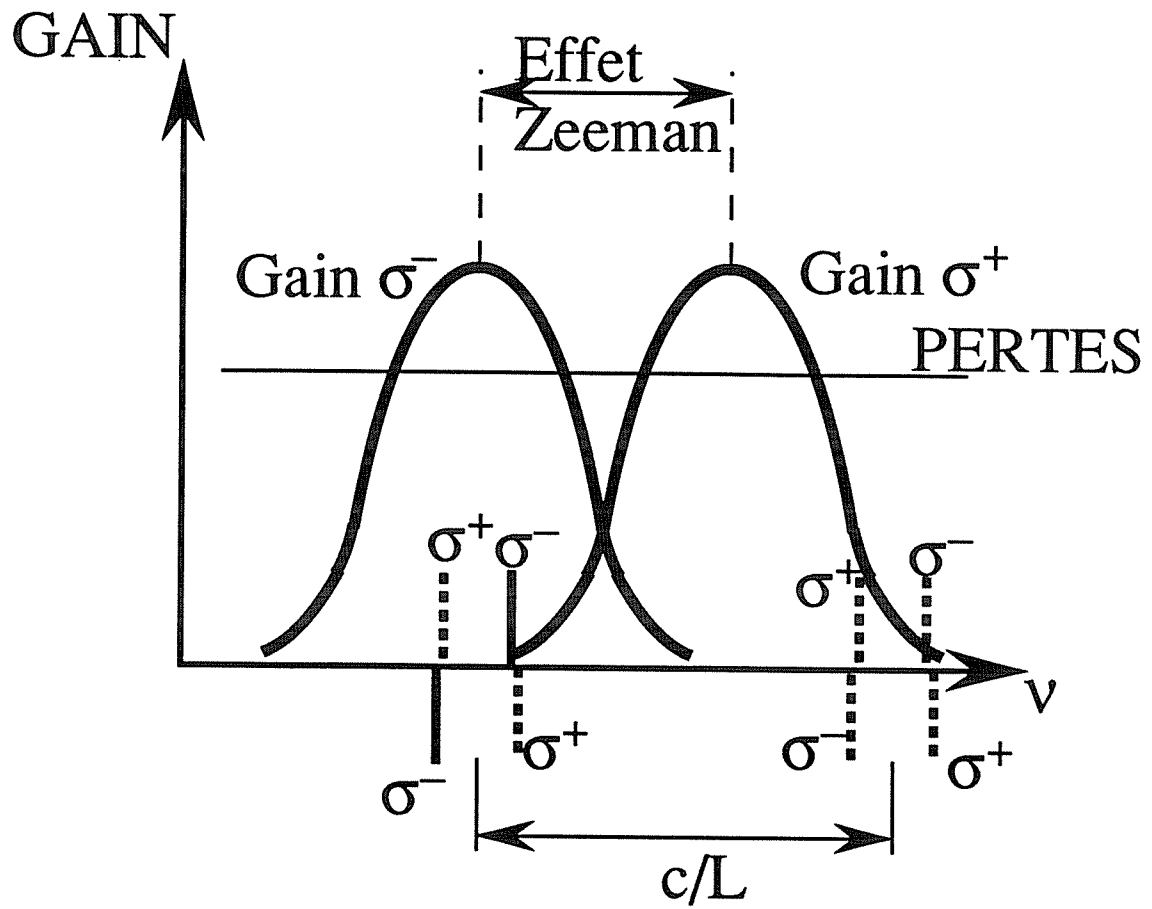


Figure 97: Principe de la sélection des états propres par effet Zeeman.

successifs. Un champ magnétique longitudinal est appliqué au milieu actif. Alors, comme les facteurs de Landé de tous les sous-niveaux du haut et du bas sont quasiment égaux, l'effet Zeeman sépare la courbe de gain du milieu actif en deux courbes de gain, relatives aux polarisations σ^+ et σ^- . Les maxima de ces deux courbes de gain sont écartés de 1,58 MHz par Gauss chacun pour la raie 3,39 μm . La séparation de ces courbes de gain entraîne évidemment une séparation des courbes de dispersion associées, c'est-à-dire un effet Faraday qui lève la dégénérescence en fréquence entre les ondes σ^+ et σ^- qui composaient précédemment une onde hélicoïdale stationnaire. Dans le cas d'un champ magnétique relativement faible (quelques Gauss), on se retrouve dans le cas du gyrolaser à quatre modes (voir figure 96). Mais, pour des champs magnétiques plus élevés (voir la figure 97) , on peut espérer "enlever" le gain des ondes σ^+ et trouver une zone dans laquelle seules les ondes σ^- fonctionnent. On voit alors d'après la figure 97 qu'on aura *deux ondes contrepropageantes dont le biais ne dépend que de la cavité et non pas directement du champ magnétique appliqué à la décharge.*

Vérifions tout d'abord que le champ magnétique joue bien son rôle de séparation des composantes σ^+ et σ^- de la courbe de gain. On a construit pour cela un laser en anneau similaire à celui de la figure 90(a) mais de périmètre $L = 1,1$ m. Le miroir sphérique a un rayon de courbure de 1 m. Le tube à décharge est le même que celui décrit dans le paragraphe F.2. Nous le remplissons dans un premier temps avec un mélange 5:1 ^3He - ^{20}Ne à la pression de 1 Torr. Rendons la cavité isotrope en tournant la lame demi-onde de telle manière que $\rho = 0$. Nous obtenons alors les profils d'intensité de sortie reproduits sur la figure 98. Celui de la figure 98(a) est obtenu sans champ magnétique et sans polariseur. Le résultat est conforme aux résultats précédents: la polarisation se fixe sur l'axe de moindres pertes et les deux états propres sont en compétition forte au centre de la raie. Appliquons maintenant un champ magnétique $B = 20$ G sur la décharge et choisissons avec les polariseurs les ondes σ^+ dans le sens CW et les ondes σ^- dans le sens CCW. Le résultat est reproduit sur la figure 98(b). Nous voyons que les courbes de gain σ^+ et σ^- se séparent en fréquence et qu'on sépare en fréquence les états propres σ^+ et les états propres σ^- . Tournons maintenant notre lame demi-onde d'un angle $\rho = 4^\circ$ et

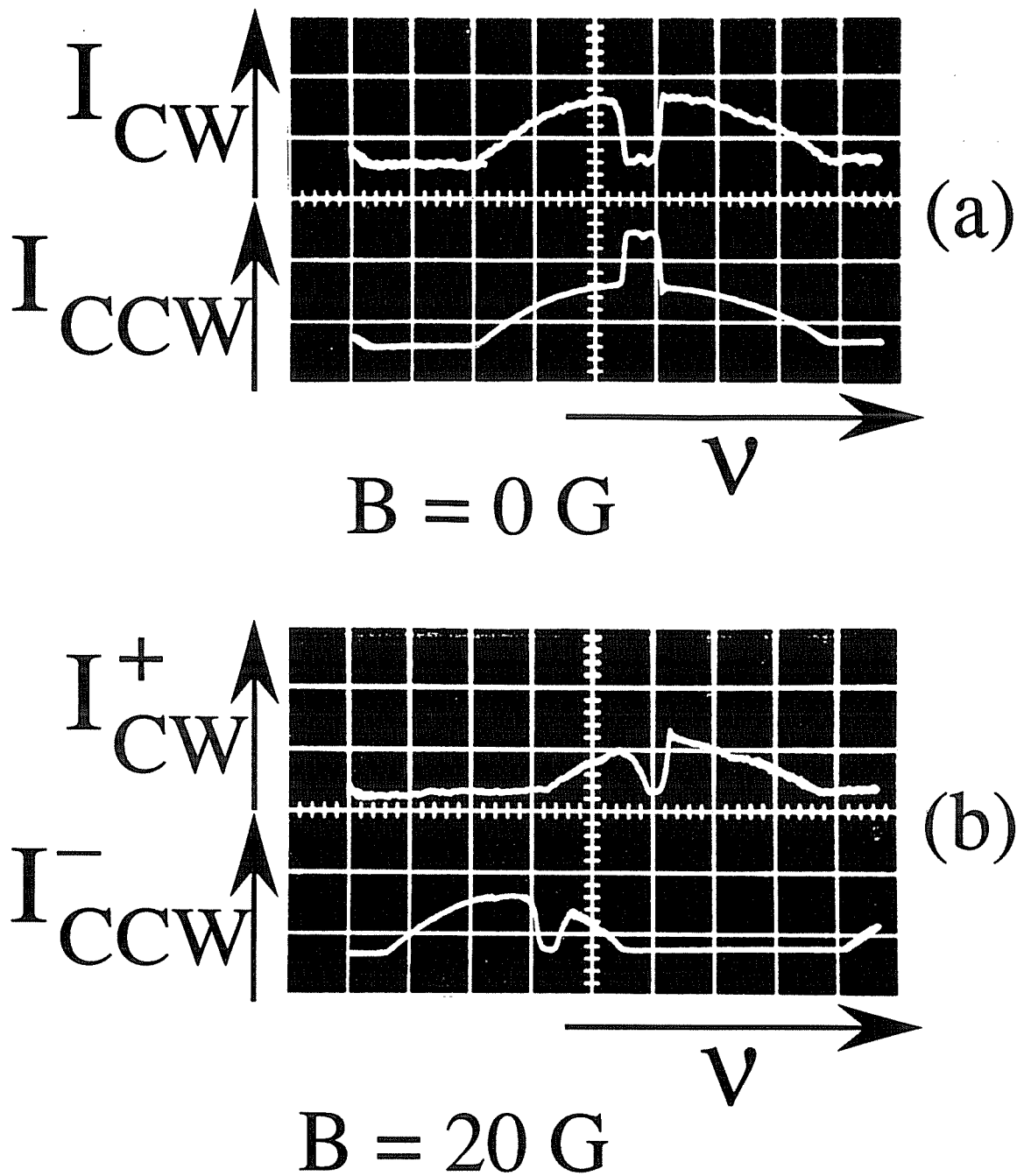


Figure 98: Profils de puissances de sortie en fonction de la fréquence pour les deux sens de propagation ($\rho=0$, un isotope).
 (a) $B=0$. Pas de polariseurs. Les états propres sont polarisés linéairement suivant l'axe de moindres pertes.
 (b) $B=20 \text{ G}$ et on sélectionne les σ^+ dans le sens CW et les σ^- dans le sens CCW. On voit les deux courbes de gain se séparer en fréquence.

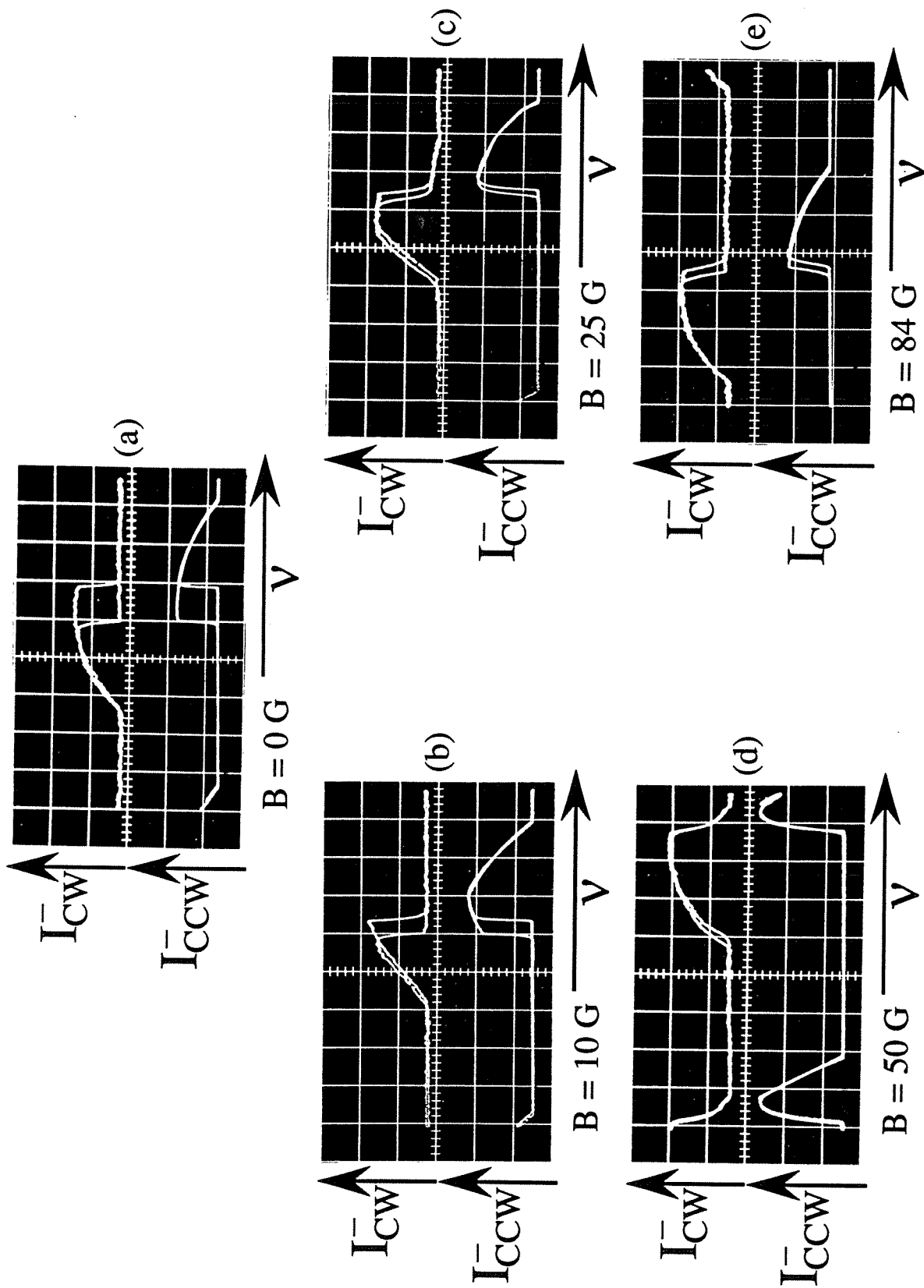


Figure 99: Profils de puissances de sortie dans les deux sens de propagation en fonction de la fréquence ($\rho=4^\circ$, un isotope) pour plusieurs valeurs de B . Des polariseurs sélectionnent les composantes σ^- .

observons les profils d'intensité de sortie pour diverses valeurs du champ magnétique. Pour $B = 0$ [figure 99(a)], on retrouve la situation de bistabilité vectorielle entre les deux états propres hélicoïdaux stationnaires, comme au paragraphe A.2. Au fur et à mesure que B augmente, les courbes de gain se séparent, jusqu'au moment où la séparation due à l'effet Zeeman est égale à l'écart spectral libre de la cavité (figure 99(e)). Dans ce cas la situation est similaire à celle obtenue pour $B = 0$ (à l'effet Faraday près), et on observe à nouveau la compétition entre deux "quasi-hélices", les composantes σ^- venant du mode longitudinal d'ordre p et les composantes σ^+ venant du mode longitudinal d'ordre $p+1$ (voir figure 97). Cependant, quel que soit le champ magnétique B , la compétition reste forte entre deux ondes de même moment cinétique (raie $J = 1 \rightarrow J = 2$ à couplage atomique fort) et on ne parvient pas à faire fonctionner les deux ondes σ^- simultanément.

Nous allons donc utiliser un mélange isotopique pour réduire ce couplage, comme au paragraphe précédent. Observons tout d'abord l'action du champ magnétique sur le laser à deux isotopes quasi-isotrope avec $\rho = 0$ (voir figure 100). Pour $B=0$, on voit que la compétition entre les deux états propres linéaires contrepropageants est devenue faible même au maximum de gain [figure 100(a)]. Quand on applique le champ magnétique, les courbes de gain σ^+ et σ^- se séparent et les deux sens de propagation restent en régime de compétition faible. Tournons maintenant notre lame demi-onde de $\rho=4^\circ$ et observons les intensités de sortie σ^- dans les deux sens (figure 101). Pour $B = 0$, on retrouve la situation de simultanété vectorielle entre les deux états propres hélicoïdaux stationnaires. Quand on augmente B , les courbes de gain se séparent, jusqu'au moment où la séparation de ces courbes de gain est égale à l'écart spectral libre de la cavité [figure 101(e)]. Alors les états propres σ^+ du mode longitudinal d'ordre $p+1$ jouent le rôle de ceux du mode longitudinal d'ordre p quand $B = 0$. Entre temps, on isole une situation, développée sur la figure 102 pour $\rho = 6^\circ$ et $B = 45$ G, qui est conforme à ce qu'on cherche. La figure 102 montre qu'il existe une plage de longueur de cavité dans laquelle les deux états propres polarisés σ^- oscillent simultanément [figure 102(b)] alors que le gain des états propres σ^+ est suffisamment décalé en fréquence pour que ceux-ci ne puissent fonctionner [figure 102(d)]. Il existe évidemment une plage similaire pour les

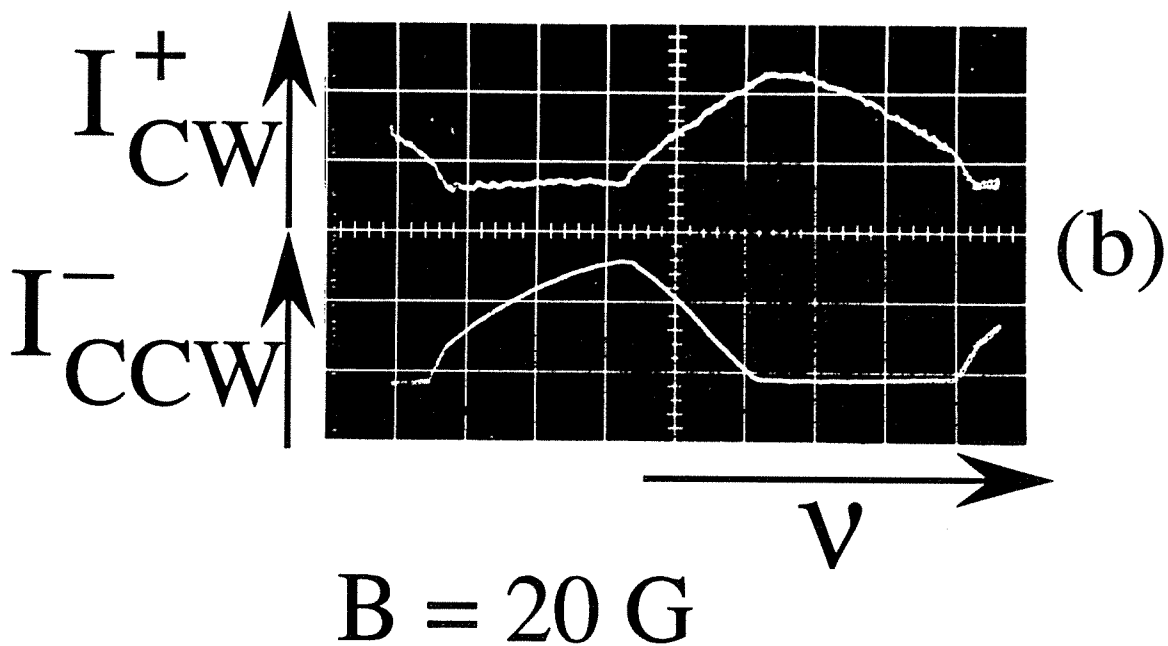
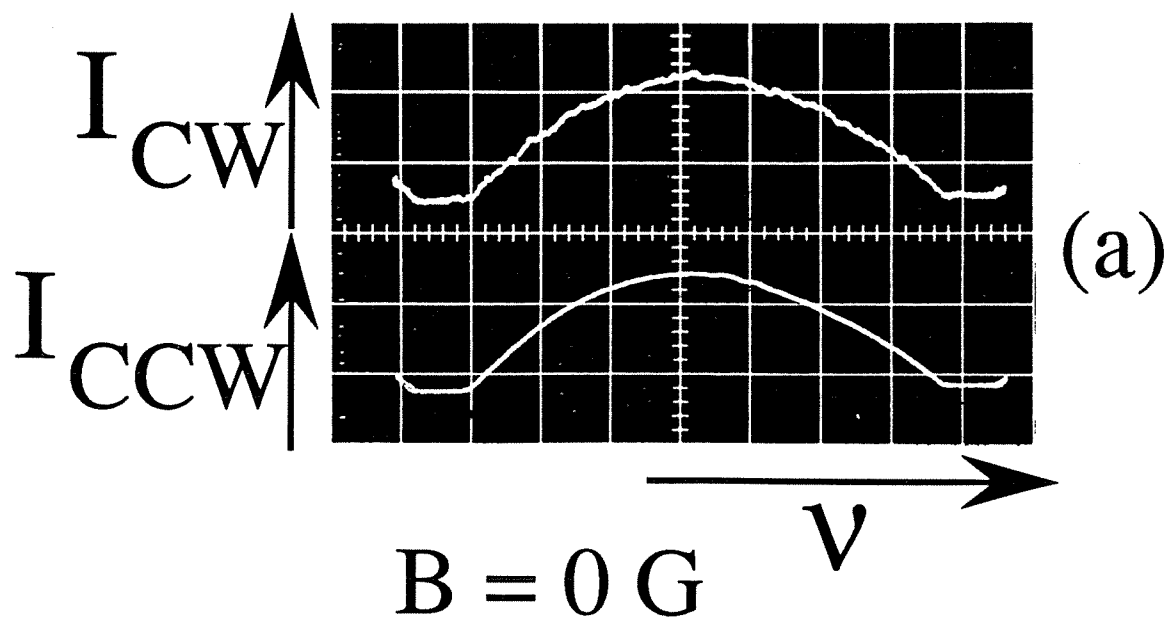


Figure 100: Môme figure que la figure 98 avec *deux isotopes* ($\rho=0$).

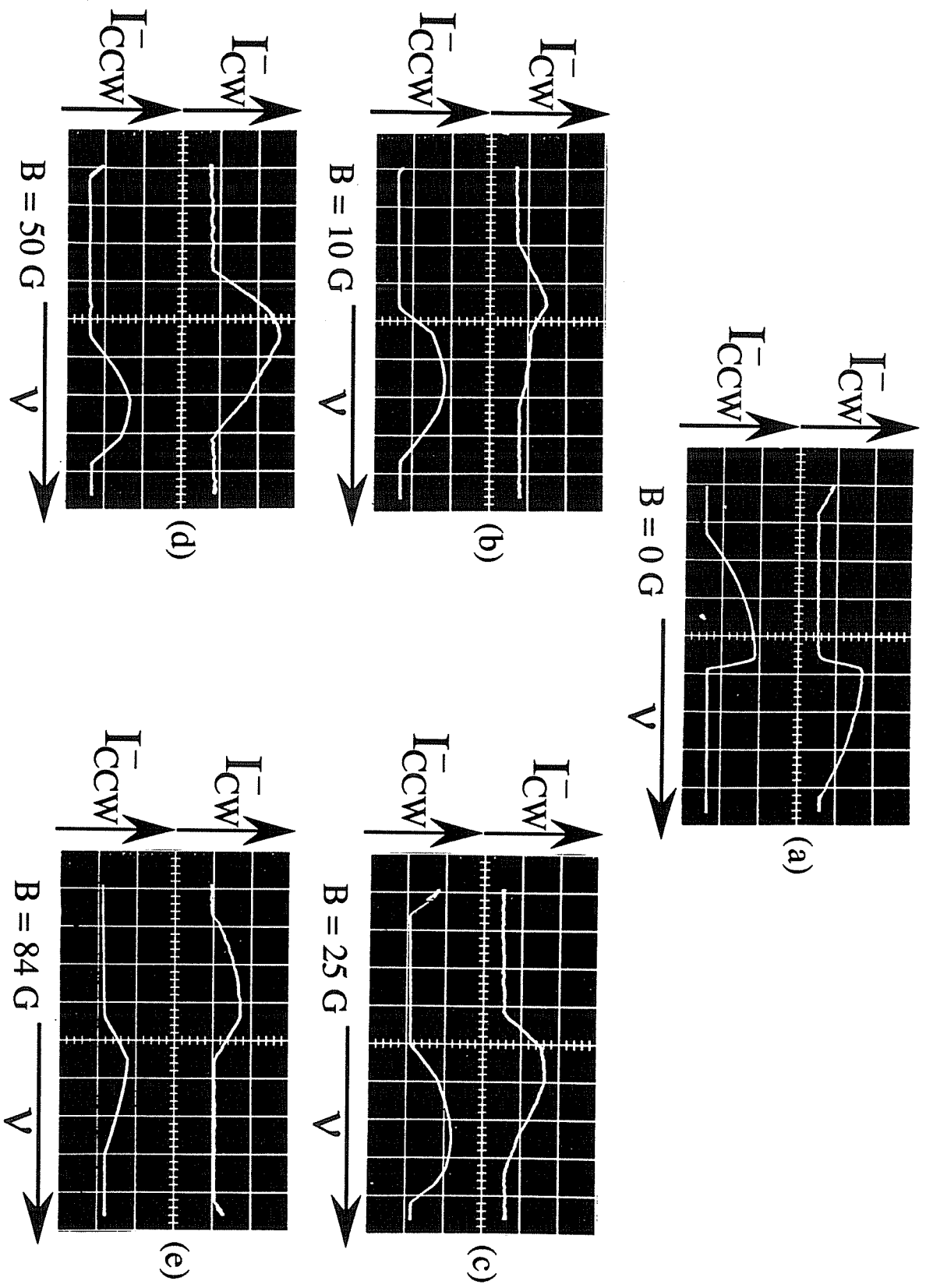


Figure 101: Même figure que la figure 99 avec deux isotopes et $p=4$.

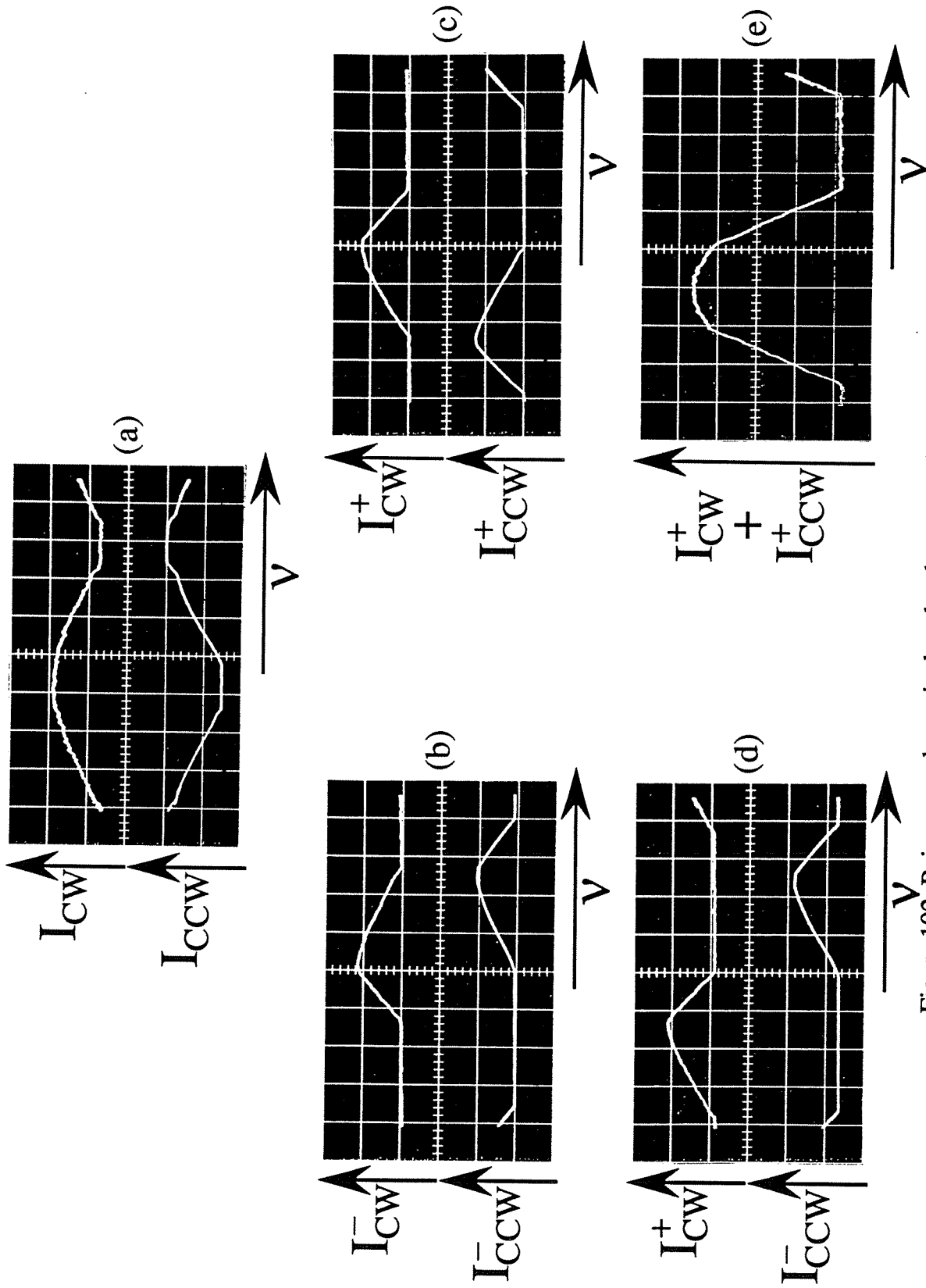


Figure 102: Puissances de sortie dans les deux sens de propagation en fonction de la fréquence pour deux isotopes avec $\rho=6^\circ$ et $B=45$ G. Les deux états propres de même σ fonctionnent alors simultanément pour une plage de longueur de cavité dans laquelle les deux autres états propres sont éteints.

états propres σ^+ [figure 102(c)]. Cette plage offre des possibilités intéressantes, comme par exemple celle d'asservir la longueur de la cavité au maximum de puissance de sortie [figure 102(e)].

Nous avons donc isolé grâce à l'effet Zeeman un *régime de fonctionnement à deux états propres contrepropageants avec un biais en fréquence*. Remarquons que malgré la ressemblance apparente, notre expérience est radicalement différente de celle du gyrolaser à quatre modes. Dans ce dernier, on crée grâce à l'effet Faraday associé à l'effet Zeeman deux gyrolasers biaisés correspondant aux deux états hélicoïdaux qui existent en l'absence de champ magnétique. Le biais fondamental dans ce cas est celui dû à cet effet Faraday. Au contraire, dans notre expérience, l'effet Faraday n'est pas utilisé et c'est l'effet Zeeman lui-même qui permet de choisir les états propres qu'on veut conserver. Le biais est alors dû uniquement à la géométrie de la cavité.

2. Vers une maquette de gyrolaser sans activation mécanique.

Pour mesurer des rotations de l'ordre de 10^{-2} °/h, c'est-à-dire des fréquences de battement de l'ordre de 10^{-2} ou 10^{-3} Hz, il faut que *le biais* préexistant entre les deux états propres soit *stable à 10^{-2} ou 10^{-3} Hz près*. Il est bien évident que ceci ne peut être réalisé à l'aide d'une lame demi-onde placée dans la cavité, qui entraînerait d'ailleurs beaucoup d'autres problèmes. Le biais entre les deux groupes d'états propres doit être réalisé autrement, par exemple avec une cavité gauche. Considérons en effet deux miroirs de normales non coplanaires. Une réflexion sur un miroir équivaut, aussi bien pour la polarisation que pour la distribution spatiale de champ, à une symétrie par rapport à un plan. Deux réflexions successives sur deux miroirs de normales non coplanaires équivalent donc à une rotation autour de l'axe intersection des plans de ces miroirs. On comprend ainsi pourquoi un tour dans une *cavité gauche* à nombre pair de miroir correspond à une rotation globale du faisceau. Considérons par exemple la cavité de la figure 103, dite cavité en "skew rhombus" (losange plié). Celle-ci est constituée de quatre miroirs M_i . Le miroir M_3 n'est pas dans le même plan que les trois autres. On peut se

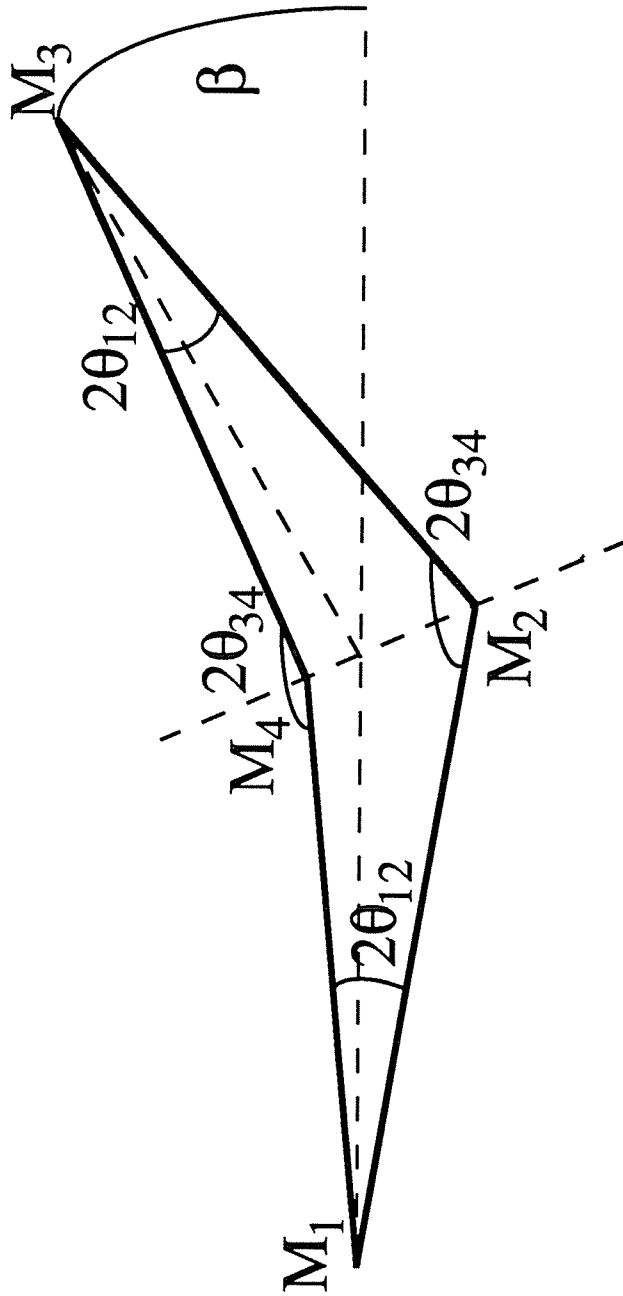


Figure 103: Cavité gauche en "skew rhombus" (losange plié). Remarquer l'angle β entre les plans définis par les miroirs $M_1M_2M_4$ et $M_2M_3M_4$.

limiter au cas régulier où les quatre côtés ont même longueur d et où les quatre angles d'incidence sont égaux: $\theta_{12}=\theta_{34}=\theta$. On montre alors que le biais vaut [25]

$$\Delta\nu = \frac{c}{L} \frac{\rho}{\pi}, \quad (219)$$

où $L=4d$ et ρ est le déphasage supplémentaire subi par une onde circulaire pour un tour et est lié aux caractéristiques géométriques de la cavité par l'équation

$$\tan \theta = \cos \frac{\beta}{2} = \sqrt{\sin \frac{\rho}{4}}. \quad (220)$$

Pour faire fonctionner un anneau à 6328 \AA dans la situation décrite au chapitre précédent, il faut tenir compte de la largeur des courbes de gain et de la valeur du décalage isotopique à cette longueur d'onde. On voit alors qu'un périmètre $L=16 \text{ cm}$ conviendrait. Pour obtenir alors un biais de 20 MHz par exemple, il faudrait prendre $\beta=40'44''$ et $\theta=44,9995^\circ$. On pourrait donc imaginer de construire une maquette en Zerodur de 16 cm de périmètre avec des miroirs sphériques de 5 m de rayon de courbure pour M_2 et M_4 et des miroirs plans munis de cales piezoélectriques pour M_1 et M_3 . Le milieu actif serait réparti en deux morceaux dans les bras M_1M_2 et M_1M_4 . La faible non-planéité de la cavité ne modifie que très peu les modes gaussiens de la cavité qui deviennent alors à astigmatisme généralisé (les ellipses de phase et d'intensité n'ont plus les mêmes axes). Le diaphragme devrait être placé près du miroir M_3 . L'optique de détection des franges consisterait simplement en un coin de cube et un détecteur sans besoin de polariseur. Le champ magnétique serait créé par un aimant permanent. Des champs de l'ordre de 260 Gauss seraient nécessaires.

Reste encore le problème de la stabilité du biais qui doit être de 10^{-10} environ en valeur relative. Cela signifie une stabilité relative de 10^{-10} pour ρ et β , ce qui est illusoire. Cependant, on peut imaginer une façon d'éliminer le biais. On a vu au paragraphe précédent qu'on pouvait passer d'un régime de fonctionnement à deux σ^+ à

un régime de fonctionnement à deux σ en changeant la longueur de la cavité. De plus, on peut voir d'après la figure 90(b) que si dans un cas l'effet Sagnac accroît la différence de fréquence entre les deux états propres il la réduit dans l'autre cas. En faisant la différence entre ces deux fréquences de battement on peut donc éliminer le biais et ne garder que l'effet Sagnac. On peut donc imaginer d'asservir la longueur de la cavité pour faire fonctionner les deux états propres σ^+ , mesurer leur fréquence de battement, puis basculer sur les deux σ^- en rajoutant un incrément de tension sur les cales piezoélectriques, réasservir la longueur de la cavité et faire une mesure comparative, etc. Ceci permettrait de mesurer la dérive du biais et de se recalibrer.

Une contrainte technologique importante portera une fois de plus sur la qualité des miroirs. La rétrodiffusion sera cette fois certainement moins catastrophique mais les anisotropies de perte et de phase seront déterminantes, comme elles le sont dans le gyrolaser à quatre modes. Celles-ci entrent en effet directement en compte dans la nature des états propres et peuvent en modifier la nature de façon dramatique. Si $r_s e^{i\phi_s}$ et $r_p e^{i\phi_p}$ sont les coefficients de réflexion pour les polarisations s et p, on peut dire schématiquement qu'il faudra que les quantités $r_s/r_p - 1$ et $\phi_s - \phi_p$ soient petites devant ρ . Le critère sur les pertes est déjà tenu par les miroirs actuels, mais le contrôle actuel des épaisseurs des couches ne satisfait pas toujours la contrainte sur les déphasages [216]. Ces anisotropies de miroir risquent également d'entraîner une sensibilité du biais au champ magnétique ainsi qu'une forte variation du biais en fonction de la température. Elles sont donc particulièrement importantes.

En conclusion de cette partie, nous dirons qu'il semble possible de réaliser un *gyrolaser de conception assez proche du gyrolaser classique fonctionnant sans dither avec un biais qui ne dépend pas d'un effet Faraday mais de la cavité seule*. De plus, un tel gyrolaser ne nécessiterait aucun élément intracavité ni aucune optique de détection particulièrement compliquée. En revanche, des problèmes technologiques peuvent déjà être soupçonnés, notamment liés au contrôle des anisotropies de miroirs.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.

Comme annoncé dans l'introduction, ce travail a permis de comprendre plus en profondeur certains mécanismes physiques restés obscurs dans les lasers en anneau.

Nous avons montré dans un premier temps que les dissymétries des profils de puissance de sortie en fonction de la fréquence observés dans les lasers en anneau sont dus au mécanisme de pertes par diffraction résonnantes [52].

L'étude de la dynamique des rayons de mode sous l'influence des effets de lentille résonnants dans ces systèmes a montré que les variations des rayons de mode doivent être étudiées séparément dans les plans tangentiel et sagittal. L'utilisation de la matrice ABCD de Kogelnik nous a permis de prédire puis d'observer l'existence de *cavités courtes, longues et critiques dans ces deux plans*, puis de mettre en évidence l'existence d'une *géométrie complètement critique* pour laquelle les effets de diffraction résonnante s'annulent. La connaissance de cette dynamique des rayons de mode nous a alors permis d'étudier les *effets de lentille dans les milieux actifs à deux isotopes* et de montrer que suivant la nature de l'effet de lentille prédominant et les valeurs des constantes atomiques plusieurs types de dissymétries sont possibles pour une cavité donnée [67].

Nous avons pu notamment étudier le cas particulier du gyrolaser et montrer qu'alors les pertes par diffraction sont plus importantes du côté des basses fréquences de la transition que du côté des hautes fréquences, quel que soit l'effet de lentille prédominant. Ces travaux ont aussi permis de montrer que ces mécanismes de diffraction résonnante existent toujours dans les lasers fonctionnant loin au-dessus du seuil et que les dissymétries qu'ils entraînent restent inchangées.

L'influence de ces mécanismes de diffraction sur les caractéristiques de base du gyrolaser, le biais et la zone aveugle, a été mise en évidence [90]. La *non-réciprocité du mécanisme de pertes par diffraction résonnantes* explique en effet les *biais* observés

dans les gyrolasers et justifie a posteriori la règle empirique qui veut qu'un gyrolaser sans biais soit construit de façon entièrement symétrique.

De plus, ces mécanismes sont responsables des *dissymétries de la zone aveugle* par rapport à la fréquence centrale de la transition.

Finalement, il apparaît que la zone aveugle est en grande partie déterminée par la diffraction et que celle-ci peut largement modifier la valeur de cette zone aveugle. Ces résultats ont permis de mettre en évidence par *effet Sagnac inverse* la *rotation terrestre* dans un gyrolaser ayant une zone aveugle 7000 fois plus forte que cette rotation terrestre [217].

L'étude de la séparation spatiale des états propres du laser a permis d'ouvrir un nouveau champ d'investigation en accordant aux états propres un nouveau degré de liberté. Nous avons en effet construit des cavités à *plusieurs axes de propagation* et développé un *modèle des matrices de Jones généralisées spatialement* qui permet de calculer les états propres de telles cavités [112].

Il a ainsi été prouvé théoriquement et expérimentalement dans des cavités à deux miroirs que cette levée de la dégénérescence transverse des états propres permet de contrôler le couplage entre les états propres et de passer d'une situation de bistabilité vectorielle à une situation de simultanéité vectorielle [106].

Cette technique permet aussi de créer des états propres d'un type nouveau, appelés "*états propres fourchus*" [114], qui sont répartis sur plusieurs axes de propagation à la fois et de construire un laser à deux fréquences simultanées accordables [113], ce qui est très difficile avec les cavités usuelles.

L'application aux lasers en anneau a permis de construire des *lasers en anneau à quatre modes ordinaires et extraordinaires*. Nous avons démontré alors qu'on peut par ce moyen obtenir très facilement le fonctionnement simultané des quatre états propres polarisés circulairement d'un laser en anneau. Nous avons ensuite pu isoler une situation à deux états propres contrepropageants découplés.

Enfin, la levée de la dégénérescence transverse des états propres dans les lasers en anneau mène à une situation singulière dans laquelle apparaissent des *états propres fourchus contrepropageants* qui existent simultanément sur *deux axes de propagation séparés spatialement dans toute la cavité*.

L'étude de la stabilité et de la dynamique des états propres du laser a mené dans un premier temps à l'étude des domaines de stabilité des deux états propres polarisés linéairement de plusieurs types de lasers [136]. L'étude quantitative de ces domaines de stabilité dans un laser hélium-néon nous a permis d'interpréter et de prédire le *comportement vectoriel de lasers très différents les uns des autres*, comme les lasers CO₂ de puissance et les lasers à semiconducteurs. Ceci nous a permis de répondre à certaines contraintes imposées par les applications de ces lasers. Ainsi, nous avons montré comment rendre stable la polarisation d'un laser CO₂ de puissance et comment obtenir une diode laser bistable vectoriellement.

Cette étude de la stabilité des états propres a servi à prédire le comportement des états propres d'un laser contenant un élément à réflexion totale qui crée de l'effet Goos-Hänchen [195] et sépare spatialement les états propres. Nous avons abouti à une *mesure directe du décalage Goos-Hänchen en fonction de l'angle d'incidence pour une seule réflexion en optique* avec un faisceau gaussien parfaitement connu [197].

Un autre exemple d'application des instabilités de polarisation est fourni par la grande sensibilité des états propres aux effets petits qui nous a aussi amenés à construire une maquette de *magnétomètre laser à champ moyen* [210,218]. Le laser se comporte alors comme un système quantique macroscopique et permet de détecter de très faibles champs magnétiques (1 nT) dans un environnement hostile où les variations spatiales et temporelles du champ magnétique rendent les magnétomètres à RMN aveugles.

Nous avons également été amenés à étudier les *interactions non-linéaires* entre le *milieu actif* et les trois grands types d'*onde stationnaire* que sont les ondes stationnaires linéaire, hélicoïdale et circulaire [174]. La théorie et l'expérience ont montré que les

propriétés $\vec{E} \perp \vec{B}$ ou $\vec{E} // \vec{B}$ n'agissent pas sur cette interaction mais que la saturation et notamment le Lamb dip sont fortement affectés par le caractère vectoriel de l'interaction atomes-champ électromagnétique. Finalement, l'image habituelle scalaire du Lamb dip fondée sur l'analyse des populations des niveaux doit être complétée par les termes dus aux cohérences Zeeman.

La cavité ayant servi à démontrer ce caractère vectoriel de la saturation nous a permis de détailler les *échanges de moment cinétique* entre les différents éléments du laser que sont la cavité, les atomes et le rayonnement. Nous avons au passage signalé que le décalage en fréquence d'un faisceau à la traversée d'une lame de phase en rotation interprété récemment comme une manifestation dynamique de la phase de Berry peut en fait être interprété comme un échange d'énergie associé aux échanges de moment cinétique entre la lumière et la lame de phase [219].

Le comportement des quatre états propres polarisés circulairement d'une cavité en anneau a pu être analysé dans le cadre d'un modèle de potentiel de Landau [214]. Ces quatre états propres se regroupent alors pour une transition à couplage atomique faible en *deux états propres hélicoïdaux stationnaires* dont on peut contrôler le *couplage* pour passer d'une situation de bistabilité vectorielle à une situation de simultanéité vectorielle en changeant la composition isotopique du milieu actif. Ces quatre états propres ont ensuite été utilisés pour créer grâce à l'effet Zeeman une situation à *deux états propres contrepropageants séparés en fréquence*. Nous avons alors discuté de l'application de cette situation à la gyrométrie et tracé les grands traits d'une future maquette de *gyrolaser sans zone aveugle* qui ne nécessiterait aucun élément intracavité [215].

La mise en place d'un modèle spatial et vectoriel des états propres et des modes propres des lasers en anneau nous a donc conduits à une compréhension générale plus fine des mécanismes physiques présents dans les gyrolasers. Nous avons ainsi mis en évidence de nombreux effets qui couplent les différentes caractéristiques du laser, son intensité, sa polarisation, sa fréquence et sa structure transverse, comme nous

l'annoncions dans l'introduction. En particulier, les mécanismes de diffraction résonnante dans les lasers en anneau ont montré que fréquence, intensité et modes gaussiens sont intimement liés, plus encore que dans les lasers à deux miroirs. Les modes gaussiens et leur diffraction agissent en effet sur les caractéristiques fréquentielles spécifiques du gyrolaser que sont son biais et sa zone aveugle. Une des conséquences de ces mécanismes est la mise en évidence de l'effet Sagnac inverse. De plus, ce modèle a permis d'explorer de nouveaux moyens de découplage spatial menant à un couplage presque nul entre les oscillateurs. Appliqué aux cavités de type Fabry-Perot, il a mené à la mise au point de nouvelles méthodes d'investigation d'effets petits comme l'effet Goos-Hänchen, exemple de transformation d'un effet spatial et vectoriel en effet d'intensité par l'intermédiaire de la diffraction, c'est-à-dire de la structure transverse des états propres. Ce modèle a aussi fourni de nouvelles méthodes pour la mesure de faibles champs magnétiques. En outre, il a permis de proposer de nouveaux concepts de gyrolasers pour mesurer l'effet Sagnac. Finalement, ce modèle permet de mieux comprendre les mécanismes de couplage entre oscillateurs non-linéaires, notamment dans les anneaux.

Les perspectives industrielles directes liées à ce travail apparaissent clairement. En ce qui concerne les gyrolasers, nous en sommes à construire une maquette de gyrolaser Zeeman à deux modes afin d'en étudier les limitations et de découvrir probablement de nouveaux problèmes! Nous développons également une maquette de magnétomètre pour en étudier la sensibilité ultime. Nous pensons que ce travail peut également être prolongé dans les directions suivantes. Le laser à deux fréquences accordable constitue un outil spectroscopique de choix. Une expérience dans ce sens est en cours de montage au laboratoire. Les états propres fourchus nous réservent sans doute encore des surprises, aussi bien dans les lasers à ondes stationnaires que dans les lasers en anneau. Enfin, la méthode mise au point pour mesurer l'effet Goos-Hänchen peut nous mener à étudier des effets de surface dans les matériaux transparents comme les semiconducteurs. Elle va également nous servir à étudier d'autres effets liés à l'onde évanescente. Notons aussi que les résultats obtenus ici ont de l'intérêt pour de nombreux

types différents de lasers (CO_2 , fibres, semiconducteurs,...). Les conclusions présentées ici nous incitent également à revoir nos conceptions sur la théorie de la diffraction. Elles nous mènent également tout naturellement à explorer de nouvelles méthodes de caractérisation des miroirs et à revenir sur les applications des cavités passives à la détection d'effets petits. La plupart de ces thèmes sont déjà en développement au laboratoire.

Enfin, nous espérons avoir convaincu le lecteur de l'intérêt d'une description spatiale et vectorielle des états propres et des modes des lasers en anneau qui, malgré sa complexité, conduit à des applications scientifiques et industrielles directes.

ANNEXE A.

ANNEXE A.

Le but de cette partie est de retrouver les coefficients de Lamb [5] au troisième ordre pour deux modes contrepropageants "scalaires" (sans polarisation) d'un laser en anneau à deux niveaux a et b sans tenir compte des termes de rétrodiffusion. Le champ électrique associé à ces deux modes s'écrit:

$$E(z,t) = \frac{1}{2} \left\{ E_{cw} e^{-i(\omega_{cw}t + \phi_{cw} - kz)} + E_{ccw} e^{-i(\omega_{ccw}t + \phi_{ccw} + kz)} \right\} + c.c., \quad (A1)$$

où E_{cw} et E_{ccw} , ω_{cw} et ω_{ccw} , ϕ_{cw} et ϕ_{ccw} et k sont les amplitudes, pulsations, phases et nombre d'onde réels des deux modes contrepropageants. On suppose que les pulsations de résonance de la cavité vide Ω_{cw} et Ω_{ccw} peuvent être différentes pour tenir compte par exemple de l'effet Sagnac. On développe alors la polarisation du milieu actif suivant les mêmes modes progressifs.

$$P(z,t) = \frac{1}{2} \left\{ P_{cw} e^{-i(\omega_{cw}t + \phi_{cw} - kz)} + P_{ccw} e^{-i(\omega_{ccw}t + \phi_{ccw} + kz)} \right\} + c.c., \quad (A2)$$

où P_{cw} et P_{ccw} sont complexes. En écrivant les équations de Maxwell et en faisant l'hypothèse des enveloppes lentement variables, on obtient alors

$$\dot{E}_{cw} + \frac{1}{2} \frac{\omega}{Q_{cw}} E_{cw} = -\frac{1}{2} \frac{\omega}{\epsilon_0} \text{Im}(P_{cw}), \quad (A3)$$

$$\omega_{cw} + \dot{\phi}_{cw} = \Omega_{cw} - \frac{1}{2} \frac{\omega}{\epsilon_0} E_{cw}^{-1} \text{Re}(P_{cw}), \quad (A4)$$

et des équations similaires pour le mode CCW, où ω est la pulsation (moyenne) de la lumière. La polarisation du milieu actif est reliée à la matrice densité $\rho(z,v,t)$ pour les atomes de vitesse v par

$$P(z,t) = \wp \int_{-\infty}^{+\infty} dv \rho_{ab}(z,v,t) + \text{c.c.}, \quad (\text{A5})$$

où \wp est l'élément de matrice de l'hamiltonien dipolaire électrique. Pour calculer la polarisation P_{CW} qui intervient dans les équations (A3) et (A4), nous allons développer la matrice densité au troisième ordre en champ et obtenir ainsi la projection de la polarisation sur le mode CW:

$$P_{\text{CW}} = 2 \wp e^{i(\omega_{\text{CW}}t + \phi_{\text{CW}})} \frac{1}{L} \int_0^L dz e^{-ikz} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \rho_{ab}(z,v,t). \quad (\text{A6})$$

Les équations d'évolution des éléments de la matrice densité sont obtenues à partir de l'équation de Schrödinger écrite "en suivant le mouvement":

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho_{ab} = -(i\omega_{ab} + \gamma) \rho_{ab} + \frac{i}{\hbar} V_{ab}(z,t) (\rho_{aa} - \rho_{bb}), \quad (\text{A7})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho_{aa} = \lambda_a - \gamma_a \rho_{aa} - \left\{ \frac{i}{\hbar} V_{ab} \rho_{ba} + \text{c.c.} \right\}, \quad (\text{A8})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho_{bb} = \lambda_b - \gamma_b \rho_{bb} + \left\{ \frac{i}{\hbar} V_{ab} \rho_{ba} + \text{c.c.} \right\}, \quad (\text{A9})$$

où λ_a et λ_b sont les taux de pompage des niveaux, γ_a , γ_b et γ les temps de relaxation des niveaux et des cohérences optiques, ω_{ab} la fréquence de la transition et V_{ab} est donné par

$$V_{ab}(z,t) = -\frac{1}{2} \wp \left\{ E_{\text{CW}} e^{-i(\omega_{\text{CW}}t + \phi_{\text{CW}} - kz)} + E_{\text{CCW}} e^{-i(\omega_{\text{CCW}}t + \phi_{\text{CCW}} + kz)} \right\} \quad (\text{A10})$$

dans l'approximation de l'onde tournante. L'intégration formelle de (A7) donne alors

$$\rho_{ab}(z, v, t) = \frac{i}{\hbar} \int_0^{\infty} d\tau' e^{-(i\omega_{ab} + \gamma)\tau'} V_{ab}(z', t') [\rho_{aa}(z', v, t') - \rho_{bb}(z', v, t')], \quad (\text{A11})$$

avec $t' = t - \tau'$ et $z' = z - v\tau'$.

Les équations (A7-A9) donnent alors, à l'ordre 0 en champ en supposant un pompage continu

$$\rho_{aa}^{(0)} - \rho_{bb}^{(0)} = \frac{\lambda_a}{\gamma_a} - \frac{\lambda_b}{\gamma_b} = N(z) W(v), \quad (\text{A12})$$

où la distribution de vitesses maxwellienne est donnée par

$$W(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi} u} e^{-\left(\frac{v}{u}\right)^2}. \quad (\text{A13})$$

En injectant (A12) dans (A11), on obtient l'ordre 1:

$$\rho_{ab}^{(1)}(z, v, t) = \frac{i}{\hbar} N(z) W(v) \int_0^{\infty} d\tau' e^{-(i\omega_{ab} + \gamma)\tau'} V_{ab}(z', t'). \quad (\text{A14})$$

On peut alors utiliser ce résultat dans (A8) pour obtenir l'ordre 2

$$\begin{aligned} \rho_{aa}^{(2)}(z, v, t) = & -\frac{1}{\hbar^2} N(z) W(v) \int_0^{\infty} d\tau' \int_0^{\infty} d\tau'' \\ & e^{-\gamma\tau'} V_{ab}(z', t') V_{ba}(z'', t'') e^{(i\omega_{ab} - \gamma)\tau''} + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (\text{A15})$$

puis l'ordre 3

$$\begin{aligned} \rho_{ab}^{(3)}(z, v, t) = & -\frac{i}{\hbar^3} N(z) W(v) \int_0^{\infty} d\tau' \int_0^{\infty} d\tau'' \int_0^{\infty} d\tau''' e^{-(i\omega_{ab} + \gamma)\tau'} V_{ab}(z', t') \\ & [e^{-\gamma\tau''} + e^{-\gamma\tau'''}] \{ V_{ab}(z'', t'') V_{ba}(z''', t''') e^{(i\omega_{ab} - \gamma)\tau'''} + \text{c.c.} \}, \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

avec $t''=t-\tau'-\tau''$, $z''=z-v(\tau'+\tau'')$, $t'''=t-\tau'-\tau''-\tau'''$ et $z'''=z-v(\tau'+\tau''+\tau''')$. On obtient alors, en utilisant (A6), (A10), (A14) et (A16):

$$P_{cw}^{(1)} = -i \wp^2 \hbar^{-1} E_{cw} \bar{N} \int_{-\infty}^{+\infty} dv W(v) \frac{1}{\gamma + i(\omega_{ab} - \omega_{cw} + kv)}, \quad (A17)$$

$$\begin{aligned} P_{cw}^{(3)} = & \frac{1}{4} \wp^4 (\hbar^3 ku)^{-1} E_{cw} \bar{N} iku \int_{-\infty}^{+\infty} dv W(v) D(\omega_{ab} - \omega_{cw} + kv) \\ & \times \left\{ 2\gamma_{ab} (\gamma_a \gamma_b)^{-1} [E_{cw}^2 D(\omega_{ab} - \omega_{cw} + kv) + E_{ccw}^2 D(\omega_{ab} - \omega_{ccw} - kv) + c.c.] \right. \\ & + E_{ccw}^2 [D_a(\omega_{ccw} - \omega_{cw} + 2kv) + D_b(\omega_{ccw} - \omega_{cw} + 2kv)] \\ & \left. \times [D(\omega_{ab} - \omega_{cw} + kv) + D(\omega_{ccw} - \omega_{ab} + kv)] \right\}, \quad (A18) \end{aligned}$$

où $\gamma_{ab}=(\gamma_a + \gamma_b)/2$ et $D_i(x)=(\gamma_i + ix)^{-1}$. En combinant alors (A17) et (A18) avec (A3) et (A4), on obtient

$$\dot{I}_{cw} = 2I_{cw} (\alpha_{cw} - \beta_{cw} I_{cw} - \theta_{cw/ccw} I_{ccw}), \quad (A19)$$

$$\dot{I}_{ccw} = 2I_{ccw} (\alpha_{ccw} - \beta_{ccw} I_{ccw} - \theta_{ccw/cw} I_{cw}), \quad (A20)$$

$$\omega_{cw} + \dot{\phi}_{cw} = \Omega_{cw} + \sigma_{cw} - \rho_{cw} E_{cw} - \tau_{cw/ccw} E_{ccw}, \quad (A21)$$

$$\omega_{ccw} + \dot{\phi}_{ccw} = \Omega_{ccw} + \sigma_{ccw} - \rho_{ccw} E_{ccw} - \tau_{ccw/cw} E_{cw}, \quad (A22)$$

où les coefficients sont donnés, dans l'approximation des grandes largeurs Doppler, par

$$\alpha_{cw,ccw} = F_1 \exp \left\{ - \left(\frac{\omega_{ab} - \omega_{cw,ccw}}{ku} \right)^2 \right\} - \frac{1}{2} \frac{\omega}{Q_{cw,ccw}}, \quad (A23)$$

$$\beta_{cw,ccw} = \frac{1}{2} \frac{\gamma_{ab}}{\gamma} F_1 \exp\left\{-\left(\frac{\omega_{ab} - \omega_{cw,ccw}}{ku}\right)^2\right\}, \quad (\text{A24})$$

$$\theta_{cw/ccw,ccw/cw} = \beta_{cw,ccw} L(\omega_{ab} - \omega_0), \quad (\text{A25})$$

$$\sigma_{cw,ccw} = -\frac{2}{\pi} \exp\left\{-\left(\frac{\omega_{cw,ccw} - \omega_{ab}}{ku}\right)^2\right\} \int_0^{\frac{\omega_{cw,ccw} - \omega_{ab}}{ku}} F_1 e^{x^2} dx, \quad (\text{A26})$$

$$\rho_{cw} = \rho_{ccw} = 0, \quad (\text{A27})$$

$$\tau_{cw/ccw,ccw/cw} = \beta_{cw,ccw} \frac{\omega_{ab} - \omega_0}{\gamma} L(\omega_{ab} - \omega_0), \quad (\text{A28})$$

avec

$$L(\omega_{ab} - \omega_0) = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (\omega_{ab} - \omega_0)^2}, \quad (\text{A29})$$

$$\omega_0 = \frac{1}{2} (\omega_{cw} + \omega_{ccw}), \quad (\text{A30})$$

$$F_1 = \frac{1}{2} \omega \sqrt{\pi} \vartheta^2 (\hbar k u \epsilon_0)^{-1} \bar{N}. \quad (\text{A31})$$

On a alors tous les coefficients nécessaires aux prédictions théoriques du paragraphe I.D.

REFERENCES.

REFERENCES.

- [1] A. G. Fox et T. Li, *Bell. Syst. Tech. J.* **40**, 453 (1961).
- [2] H. Kogelnik, *Bell. Syst. Tech. J.* **44**, 455 (1965).
- [3] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley, CA, 1986).
- [4] W. E. Lamb, Jr., *Phys. Rev.* **134**, A1429 (1964).
- [5] M. Sargent III, M. O. Scully et W. E. Lamb, Jr., *Laser Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1974).
- [6] H. De Lang, Thèse (Université d'Utrecht, Utrecht, 1966).
- [7] H. Greenstein, *Phys. Rev.* **178**, 585 (1969).
- [8] A. Le Floch et R. Le Naour, *Phys. Rev. A* **4**, 290 (1971).
- [9] A. Le Floch, Thèse d'Etat (Université de Rennes, Rennes, 1977).
- [10] A. Le Floch, R. Le Naour, J. M. Lenormand et J. P. Taché, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 544 (1980).
- [11] J. P. Taché, Thèse d'Etat (Université de Rennes, Rennes, 1988).
- [12] J. R. Wilkinson, Ring Lasers, in *Progress in Quantum Electronics*, **11**, 1 (Pergamon Press, Oxford, 1987).
- [13] G. Sagnac, *C. R. Acad. Sci. (Paris)*, **157**, 708 (1913) et **157**, 1410 (1913)
- [14] A. A. Michelson et H. G. Gale, *Astrophys. J.* **61**, 137, 140 (1925).
- [15] P. Langevin, *C. R. Acad. Sci. (Paris)* **173**, 831 (1921); voir aussi L. Landau et E. Lifchitz, *Théorie des Champs*, p. 330 (4^{ème} édition, Editions Mir, Moscou, 1989).

- [16] W. M. Macek et D. T. M. Davis, Jr., *Appl. Phys. Lett.* **2**, 67 (1963).
- [17] P. K. Cheo et C. V. Heer, *Appl. Opt.* **3**, 788 (1964).
- [18] F. Aronowitz, in *Laser Applications*, ed. M. Ross, pp. 113-200 (Academic, New York, 1971).
- [19] W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. Pedrotti, V. E. Sanders, W. Schleich et M. O. Scully, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 61 (1985).
- [20] T. J. Podgorski et F. Aronowitz, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-4**, 11 (1968).
- [21] F. Aronowitz, Thèse (New York University, New York, 1969).
- [22] E. O. Schulz-Dubois, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-2**, 299 (1966).
- [23] J. A. Arnaud, *Beam and Fiber Optics*, p. 30 (Academic Press, New York, 1976).
- [24] J. Killpatrick, *IEEE Spectrum*, **4**, 44 (1967).
- [25] H. Statz, T. A. Dorschner, M. Holtz et I. W. Smith, in *Laser Handbook*, eds. M. L. Stitch et M. Bass, Vol. 4, pp. 229-332 (North Holland, Amsterdam, 1985).
- [26] J. Chesnoy, *Opt. Lett.* **14**, 990 (1989).
- [27] M. L. Dennis, J. C. Diels et M. Lai, *Opt. Lett.* **16**, 529 (1991).
- [28] D. Grandclement, G. Grynberg et M. Pinard, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 40 (1987); G. Grynberg et M. Pinard, *C. R. Acad. Sci. (Paris)* **306**, 203 (1988); G. Grynberg, M. Pinard et M. Faucheux, *Opt. Lett.* **14**, 63 (1989).
- [29] Il existe deux types de gyroscopes à fibres: les interféromètres et les anneaux. Voir [19].

- [30] F. Aronowitz, *Appl. Opt.* **11**, 405 (1972).
- [31] T. J. Hutchings, J. Winocur, R. H. Durett, E. D. Jacobs et W. L. Zingery, *Phys. Rev.* **152**, 467 (1966).
- [32] P. H. Lee et J. G. Atwood, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-2**, 235 (1966).
- [33] L. W. Casperson et A. Yariv, *Appl. Opt.* **11**, 462 (1972).
- [34] B. K. Garside, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-4**, 940 (1968).
- [35] C. Freed et H. A. Haus, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-9**, 219 (1973).
- [36] R. H. Cordover et P. A. Bonczyk, *Phys. Rev.* **188**, 696 (1969).
- [37] J. P. Taché, A. Le Floch et R. Le Naour, *Appl. Opt.* **25**, 2934 (1986).
- [38] A. Le Floch, J. M. Lenormand, R. Le Naour et J. P. Taché, *J. Phys. Lett. (Paris)* **43**, L-493 (1982).
- [39] J. P. Taché, A. Le Floch et R. Le Naour, *Opt. Commun.* **71**, 179 (1989).
- [40] A. Le Floch, J. M. Lenormand, R. Le Naour et P. Brun, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-19**, 1474 (1983).
- [41] A. Le Floch, J. M. Lenormand, G. Ropars et R. Le Naour, *Opt. Lett.* **9**, 496 (1984).
- [42] L'influence du rayon de courbure du front d'onde sur la forme des pics d'absorption saturée a été étudiée par Ch. J. Bordé, J. L. Hall, C. V. Kunasz et D. G. Hummer, *Phys. Rev. A* **14**, 263 (1976).
- [43] A. Le Floch, A. Daudé, R. Le Naour, J. M. Lenormand et G. Ropars, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 503 (1985).
- [44] R. Felder, *Metrologia* **23**, 101 (1986/87); R. Felder et P. Cérez, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM-38**, 246 (1988).

- [45] J. T. Verdeyen, *Laser Electronics* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1981).
- [46] A. Yariv, *Quantum Electronics*, 3^{ème} éd. (Wiley, New York, 1989).
- [47] S. A. Collins, Jr., *Appl. Opt.* **3**, 1263 (1964).
- [48] W. W. Rigrod, *Bell Syst. Tech. J.* **44**, 907 (1965).
- [49] C. S. Liu, B. E. Cherrington et J. T. Verdeyen, *J. Appl. Phys.* **40**, 3556 (1969).
- [50] G. Stephan, R. Le Naour et A. Le Floch, *Phys. Rev. A* **17**, 733 (1978).
- [51] P. W. Smith, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-8**, 704 (1972).
- [52] F. Bretenaker, A. Le Floch et J. P. Taché, *Phys. Rev. A* **41**, 3792 (1990).
- [53] S. Stenholm et W. E. Lamb, Jr., *Phys. Rev.* **181**, 618 (1969).
- [54] B. J. Feldman et M. S. Feld, *Phys. Rev. A* **1**, 1375 (1970).
- [55] G. A. Royce et M. Sargent III, *Appl. Opt.* **9**, 2428 (1970).
- [56] J. C. Keller et J. F. Lesprit, *Physica* **64**, 202 (1973).
- [57] V. P. Zhuk, E. A. Petrukhin et A. F. Savushkin, *Sov. J. Quantum Electron.* **10**, 1441 (1980).
- [58] R. H. Cordover, T. S. Jaseja et A. Javan, *Appl. Phys. Lett.* **7**, 322 (1965).
- [59] G. A. Mikhnenko, E. D. Protsenko, E. A. Sedoi et M. P. Sorokin, *Opt. Spectrosc.* **30**, 65 (1971).
- [60] A. Le Floch, J. M. Lenormand, R. Le Naour et J. P. Taché, *J. Phys. Lett. (Paris)* **45**, L-291 (1984).

- [61] D. C. Sinclair et W. E. Bell, *Gas Laser Technology* (Holt, Rinehart and Winston, New York, 1969).
- [62] J. Dembowski et H. Weber, *Opt. Commun.* **42**, 133 (1982).
- [63] P. H. Lee et M. L. Skolnick, *Appl. Phys. Lett.* **10**, 303 (1967).
- [64] Voir, par exemple, L. Fronzoni, F. Moss et P. V. E. McClintock, *Phys. Rev. A* **36**, 1492 (1987); W. Scharpf, M. Squicciarini, D. Bromley, C. Green, J. R. Tredicce et L. M. Narducci, *Opt. Commun.* **63**, 344 (1987); P. Mandel, *ibid.* **64**, 549 (1987); et les références citées.
- [65] W. R. Christian et L. Mandel, *Phys. Rev. A* **34**, 3932 (1986).
- [66] W. R. Christian et W. E. Lamb, Jr., *Phys. Rev. A* **8**, 2103 (1973).
- [67] F. Bretenaker et A. Le Floch, *Phys. Rev. A* **42**, 5561 (1990).
- [68] I. A. Andronova et I. L. Bershtein, *Sov. Phys. JETP* **30**, 58 (1970).
- [69] A. D. Valuev, S. A. Savranskii, A. F. Savushkin et B. A. Shokin, *Opt. Spectrosc.* **29**, 217 (1970).
- [70] M. N. Burnashev et Y. V. Filatov, *Opt. Spectrosc.* **35**, 577 (1973).
- [71] K. E. Oughstun, *Opt. Commun.* **43**, 41 (1982).
- [72] K. E. Oughstun, P. A. Slaymakar et K. A. Bush, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-19**, 1558 (1983).
- [73] M. Piché et P. A. Bélanger, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-20**, 1303 (1983).
- [74] K. E. Oughstun, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-20**, 1306 (1983).
- [75] E. M. Wright, D. P. O'Brien et W. J. Firth, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-20**, 1307 (1983).

- [76] E. E. Fradkin, *Opt. Spectrosc.* **31**, 514 (1972) et **32**, 65 (1972).
- [77] T. V. Guseva et E. E. Fradkin, *Opt. Spectrosc.* **36**, 572 (1974).
- [78] A. Y. Birman et A. F. Savushkin, *Opt. Spectrosc.* **37**, 181 (1974).
- [79] T. V. Radina et E. E. Fradkin, *Opt. Spectrosc.* **49**, 412 (1980).
- [80] E. Y. Opelukhin, T. V. Radina et E. E. Fradkin, *Opt. Spectrosc.* **68**, 797 (1990).
- [81] V. F. Boitsov, *Opt. Spectrosc.* **31**, 519 (1971).
- [82] V. F. Boitsov, T. A. Murina et E. E. Fradkin, *Opt. Spectrosc.* **36**, 311 (1974).
- [83] V. F. Boitsov, *Opt. Spectrosc.* **41**, 507 (1976).
- [84] V. F. Boitsov, *Opt. Spectrosc.* **43**, 433 (1977).
- [85] V. F. Boitsov, *Opt. Spectrosc.* **57**, 163 (1984).
- [86] Y. V. Glushenko, T. V. Radina et E. E. Fradkin, *Opt. Spectrosc.* **57**, 198 (1984).
- [87] F. Aronowitz et R. J. Collins, *J. Appl. Phys.* **41**, 130 (1970).
- [88] H. A. Haus, H. Statz et I. W. Smith, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-21**, 78 (1985).
- [89] G. Sagnac, *J. Phys. (Paris)* **4**, 177 (1914).
- [90] F. Bretenaker, B. Lépine, A. Le Calvez, O. Adam, J. P. Taché et A. Le Floch, "*Resonant diffraction and its influence on lock-in region and non-reciprocity in the ring laser gyroscope*," en préparation.
- [91] G. Ropars, Thèse (Université de Rennes, Rennes, 1987).

- [92] A. Le Floch, in *Coloq 1*, Ann. Phys. (Paris) **15**, 121 (1990).
- [93] R. H. Dishington, W. R. Hook et R. P. Hiberg, Proc. IEEE **55**, 2038 (1967).
- [94] E. D. Isyanova, Y. E. Kamach, M. L. Kapitsa, E. N. Kovlovskii et V. M. Ovchinnikov, Opt. Spectrosc. **27**, 371 (1969).
- [95] G. Chartier et A. Septier, C. R. Acad. Sci. (Paris) **266**, 416 (1968).
- [96] G. Chartier et R. Laval, Appl. Phys. Lett. **13**, 78 (1968).
- [97] A. D. White, Bell Syst. Tech. J. **45**, 339 (1966).
- [98] P. W. Smith, IEEE J. Quantum Electron. **QE-1**, 343 (1965).
- [99] M. A. Gubin, V. M. Ermachenko, A. S. Kurlyandskii, V. V. Nikitin, V. N. Petrovsliv, E. D. Protsenko, A. N. Rurukin et A. S. Shelkovnikov, Sov. Phys. JETP **57**, 984 (1983).
- [100] D. S. Bakaev, S. A. Gonchukov, V. M. Ermachenko et P. A. Usov, Sov. J. Quantum Electron. **17**, 1544 (1987).
- [101] G. Bruhat, *Optique* (Masson, Paris, 1954).
- [102] E. Hecht, *Optics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1987).
- [103] L. Landau et I. Lifshitz, *Statistical Physics* (Pergamon Press, New York, 1958).
- [104] H. Thomas et K. A. Müller, Phys. Rev. Lett. **21**, 1256 (1968);
K. A. Müller, W. Berlinger et J. C. Slonczewski, *ibid* **25**, 734 (1970).
- [105] A. Le Floch, G. Ropars et J. M. Lenormand, Phys. Rev. Lett. **52**, 918 (1984).
- [106] F. Bretenaker et A. Le Floch, IEEE J. Quantum Electron. **QE-26**, 1451 (1990).

- [107] R. C. Jones, *J. Opt. Soc. Am.* **31**, 488 (1941); H. Hurwitz, Jr. et R. C. Jones, *ibid* **31**, 493 (1941); R. C. Jones, *ibid* **31**, 500 (1941) et **32**, 486 (1942).
- [108] W. A. Shurcliff et S. S. Ballard, *Polarized Light* (Van Nostrand, Princeton, NJ, 1964).
- [109] V. Evtuhov et A. E. Siegman, *Appl. Opt.* **4**, 142 (1965).
- [110] A. Kastler, *C. R. Acad. Sci. (Paris) B* **271**, 999 (1970).
- [111] A. Le Floch, R. Le Naour et G. Stephan, *Phys. Rev. Lett.* **39**, 1611 (1977).
- [112] F. Bretenaker et A. Le Floch, *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 230 (1991).
- [113] F. Bretenaker et A. Le Floch, "*Laser fournissant deux ondes à des fréquences différentes*," Brevet 90 01687 (1990).
- [114] F. Bretenaker et A. Le Floch, in *Coloq 2*, *Ann. Phys. (Paris)* **16**, 151 (1991).
- [115] G. Grynberg et S. Cribier, *J. Phys. Lett. (Paris)* **44**, 449 (1983).
- [116] G. Ropars, A. Le Floch et R. Le Naour, *Europhys. Lett.* **3**, 695 (1987).
- [117] V. N. Snopko et O. V. Tsaryuk, *Sov. J. Quantum Electron.* **10**, 624 (1980).
- [118] V. A. Dymshakov, F. V. Lebedv et A. V. Ryazanov, *Sov. J. Quantum Electron.* **15**, 195 (1985).
- [119] G. P. Puccioni, M. V. Tratnik, J. E. Sipe et G. L. Oppo, *Opt. Lett.* **12**, 242 (1987).
- [120] G. P. Puccioni, G. L. Lippi, N. B. Abraham et F. T. Arecchi, *Opt. Commun.* **72**, 361 (1989).

- [121] P. Glorieux et A. Le Floch, *Opt. Commun.* **79**, 229 (1990).
- [122] J. C. Cotteverte, F. Bretenaker et A. Le Floch, *Opt. Commun.* **79**, 321 (1990).
- [123] Y. C. Chen et J. M. Liu, *Appl. Phys. Lett.* **46**, 16 (1985).
- [124] N. K. Dutta et D. C. Craft, *J. Appl. Phys.* **56**, 65 (1984).
- [125] G. Ropars, A. Le Floch, G. Jézéquel, R. Le Naour, Y. C. Chen et J. M. Liu, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-23**, 1027 (1987).
- [126] A. Le Floch et G. Stephan, *C. R. Acad. Sci. B* **277**, 265 (1972).
- [127] J. C. Cotteverte, F. Bretenaker et A. Le Floch, *Appl. Opt.* **30**, 305 (1991).
- [128] T. Ikegami, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-8**, 470 (1972).
- [129] N. K. Dutta, *J. Appl. Phys.* **55**, 285 (1984).
- [130] Y. C. Chen et J. M. Liu, *Appl. Phys. Lett.* **45**, 731 (1984).
- [131] J. M. Liu et Y. C. Chen, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-21**, 271 (1985).
- [132] G. Ropars, G. Jézéquel, R. Le Naour, Y. C. Chen, J. M. Liu et A. Le Floch, "*Simultaneous oscillations and vectorial bistability of TE-TM modes in semiconductor lasers*," présenté au International Workshop on Instabilities, Dynamics, and Chaos in Nonlinear Optical Systems, Il Ciocco, Italie, 8-10 Juillet 1987.
- [133] V. P. Garaschuk, V. I. Kirsei et V. A. Shinkarev, *Sov. J. Quantum Electron.* **16**, 1660 (1986).
- [134] J. C. Cotteverte, F. Bretenaker et A. Le Floch, *Opt. Lett.* **16**, 572 (1991).
- [135] J. C. Cotteverte, F. Bretenaker et A. Le Floch, in *Nonlinear dynamics and quantum phenomena in optical systems*, éditeurs R. Vilaseca et R. Corbálan,

Springer Proceedings in Physics, p. 206 (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1991)

- [136] F. Bretenaker, A. Le Floch, J. Davit et J. M. Chiquier, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-28**, (1) (1992).
- [137] C. Chu et T. Ohkawa, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 837 (1982).
- [138] A. Khare et T. Pradhan, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1227 (1982) ; **49**, 1549 (1982) ; **51**, 1108 (1983).
- [139] K.K. Lee, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 138 (1983).
- [140] C. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 139 (1983).
- [141] F.C. Michel, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1351 (1984).
- [142] A. Khare et T. Pradhan, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 1352 (1984).
- [143] N. Salingaros, *Am. J. Phys.* **53**, 361 (1985) ; *J. Phys. A* **19**, L101 (1986) ; *J. Phys. A* **19**, L705 (1986).
- [144] K.R. Brownstein, *J. Phys. A* **19**, 159 (1986).
- [145] H. Zaghoul, K. Volk et H.A. Buckmaster, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 423 (1987).
- [146] C. Chu et T. Ohkawa, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 424 (1987).
- [147] H. Zaghoul et H.A. Buckmaster, *Am. J. Phys.* **58**, 306 (1990).
- [148] K. Shimoda, T. Kawai et K. Uehara, *Am. J. Phys.* **58**, 394 (1990).
- [149] D. A. Dragert, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-8**, 235 (1972).
- [150] D. J. De Jong et D. Andreou, *Opt. Commun.* **22**, 138 (1977).

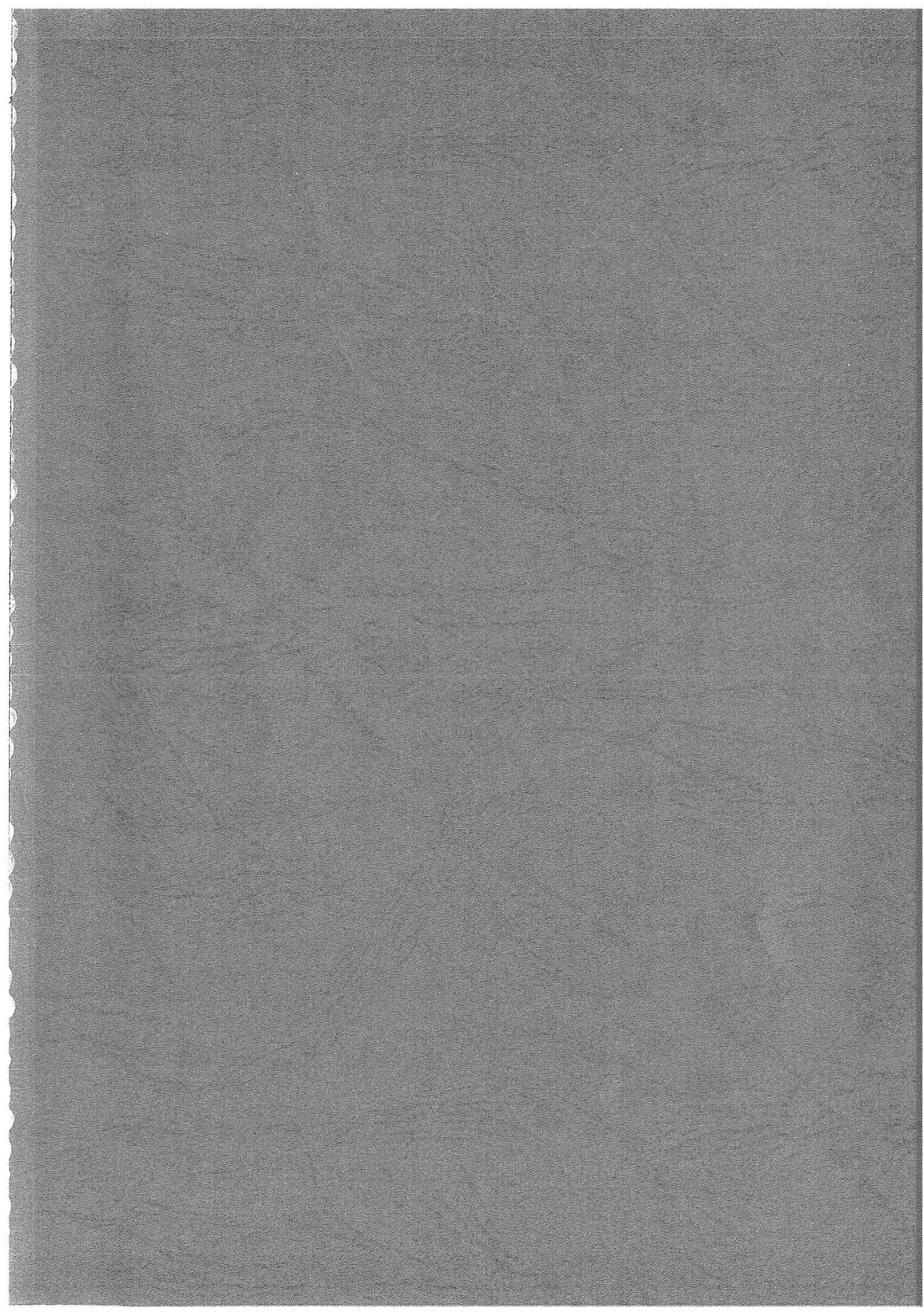
- [151] G. I. Kozin, V. V. Petrov et E. D. Protsenko, *Opt. Spectrosc.* **62**, 792 (1987).
- [152] V. Bodlaj, *Opt. Commun.* **6**, 12 (1972).
- [153] R. Le Naour, communication privée.
- [154] R. C. Jones, *J. Opt. Soc. Am.* **38**, 671 (1948).
- [155] B. D. Friede et S. D. Conte, *The Plasma Dispersion Function* (Academic, New York, 1961).
- [156] M. Sargent III et M. O. Scully, in *Laser Handbook*, ed. F. T. Arecchi et E. D. Schulz-Dubois, vol. 1, p. 45 (North-Holland, Amsterdam, 1972).
- [157] M. Dumont, Thèse d'Etat (Université de Paris, Paris, 1971).
- [158] M. Dumont, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 1357 (1972).
- [159] W. R. Bennett, Jr., *Phys. Rev.* **126**, 580 (1962).
- [160] V. P. Chebotayev, in *Laser Handbook*, ed. M. Bass et M. L. Stitch, vol. 5, p. 289 (North-Holland, Amsterdam, 1985).
- [161] A. Le Floch, J. M. Lenormand et R. Le Naour, *Revue du CETHEDEC-Ondes et Signal* **20**, 69 (1983).
- [162] R. Simon, H. J. Kimble et E. C. G. Sudarshan, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 19 (1988).
- [163] M. V. Berry, *Proc. Roy. Soc. London A* **45**, 392 (1984).
- [164] R. A. Beth, *Phys. Rev.* **50**, 115 (1936).
- [165] J. H. Poynting, *Proc. Roy. Soc. London A* **82**, 560 (1909).
- [166] A. Kastler, *Soc. Sci. Phys. Nat. Bordeaux* **1932**, 55 (1932).

- [167] N. Carrara, *Nature* **164**, 882 (1949);
P. J. Allen, *Am. J. Phys.* **34**, 1185 (1966).
- [168] G. E. Somargren, *J. Opt. Soc. Am.* **65**, 960 (1975).
- [169] B. A. Garetz et S. Arnold, *Opt. Commun.* **31**, 1 (1979).
- [170] R. Bhandari et J. Samuel, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1211 (1988).
- [171] R. Y. Chiao, A. Antaramian, K. M. Ganga, H. Jiao, S. R. Wilkinson
et H. Nathel, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1214 (1988).
- [172] T. H. Chyba, L. J. Wang, L. Mandel et R. Simon, *Opt. Lett.* **13**, 562
(1988).
- [173] R. Bhandari, *Phys. Lett. A* **133**, 1 (1988).
- [174] F. Bretenaker et A. Le Floch, *Phys. Rev. A* **43**, 3704 (1991).
- [175] F. Goos et H. Hänchen, *Ann. Phys. Leipzig* **1**, 333-346 (1947); F. Goos et
H. Lindberg-Hänchen, *Ann. Phys. Leipzig* **2**, 87-102 (1949).
- [176] I. Newton, *Opticks* (Dover, New York, 1952).
- [177] N. J. Harrick, *Phys. Rev. Lett.* **4**, 224 (1960).
- [178] H. K. V. Lotsch, *Optik* **32**, 299 (1971).
- [179] H. K. V. Lotsch, *Optik* **32**, 116 (1970).
- [180] K. Artmann, *Ann. Phys. Leipzig* **2**, 87 (1948).
- [181] R. H. Renard, *J. Opt. Soc. Am.* **54**, 1190 (1964).
- [182] H. Kogelnik et H. P. Weber, *J. Opt. Soc. Am.* **64**, 174 (1974).
- [183] C. K. Carniglia et K. R. Brownstein, *J. Opt. Soc. Am.* **67**, 121 (1977).

- [184] B. R. Horowitz et T. Tamir, J. Opt. Soc. Am. **61**, 586 (1971).
- [185] M. McGuirk et C. K. Carniglia, J. Opt. Soc. Am. **67**, 103 (1977).
- [186] J. P. Hugonin et R. Petit, J. Optics Paris **8**, 73 (1977).
- [187] H. M. Lai, F. C. Cheng et W. K. Tang, J. Opt. Soc. Am. A **3**, 550 (1986).
- [188] L. de Broglie et J. P. Vigier, Phys. Rev. Lett. **28**, 1001 (1972).
- [189] G. J. Troup, J. L. A. Francey, R. G. Turner et A. Tirkel, Phys. Rev. Lett. **28**, 1540 (1972).
- [190] N. Bloembergen et C. H. Lee, Phys. Rev. Lett. **19**, 835 (1967).
- [191] H. Wolter, Z. Naturforschung **5a**, 143 (1950).
- [192] Y. Levy et C. Imbert, C. R. Acad. Sci. Paris **275**, 723 (1972).
- [193] M. Green, P. Kirby et R. S. Timsit, Phys. Lett. A **45**, 259 (1973).
- [194] J. J. Cowan et B. Anicin, J. Opt. Soc. Am. **67**, 1307 (1977).
- [195] L. Dutriaux, A. Le Floch et F. Bretenaker, "*The Goos-Hänchen effect in the dynamics of the laser eigenstates*," J. Opt. Soc. Am. B, soumis.
- [196] M. Born et E. Wolf, *Principles of Optics* (3^{ème} édition, Pergamon Press, Oxford, 1965).
- [197] F. Bretenaker, A. Le Floch et L. Dutriaux, Phys. Rev. Lett., **68**, 931 (1992).
- [198] F. I. Fedorov, Dokl. Akad. Nauk. SSSR **105**, 465 (1955).
- [199] C. Imbert, Phys. Rev. D **5**, 787 (1972).
- [200] A. Abragam, *The Principles of Nuclear Magnetism*, (Oxford University Press, London, 1961).

- [201] C. Cohen-Tannoudji et A. Kastler, *Progress in Optics*, (North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1966), Vol. V; C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche et F. Laloë, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 759 (1969); J. Dupont-Roc, M. Leduc et F. Laloë, *J. Phys. (Paris)* **34**, 961, 977 (1973).
- [202] H. G. Dehmelt, *Phys. Rev.* **105**, 1487, 1924, (1957); W. E. Bell et A. L. Bloom, *Phys. Rev.* **107**, 1559 (1957); W. E. Bell et A. L. Bloom, *Phys. Rev. Lett.* **6**, 280 (1961); A. L. Bloom, *Appl. Opt.* **1**, 61 (1962).
- [203] J. Bardeen, *Physics Today*, **43** (12), 25 (1990).
- [204] R. C. Jaklevic, J. Lambe, A. H. Silver et J. E. Mercereau, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 159 (1964); R. C. Jaklevic, J. Lambe, J. E. Mercereau et A. H. Silver, *Phys. Rev.* **140**, A 1628 (1965).
- [205] W. J. Tomlinson et R. L. Fork, *Phys. Rev.* **104**, 466 (1967).
- [206] M. A. Bouchiat et L. Pottier, *Opt. Commun.* **37**, 229 (1981).
- [207] L'utilisation de ce matériau entraîne une grande stabilité thermique de la cavité qui nous dispense d'en asservir la longueur.
- [208] C. Kittel, *Physique de l'Etat Solide* (5^{ème} édition, Dunod, Paris, 1983).
- [209] R. Adler, *Proc. I.R.E.* **34**, 351 (1946).
- [210] F. Bretenaker, B. Lépine, J. C. Cotteverte et A. Le Floch, "*Mean-field laser magnetometry*," soumis.
- [211] M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1855 (1991).
- [212] W. W. Chow, J. B. Hamblen, T. J. Hutchings, V. E. Sanders, M. Sargent III et M. O. Scully, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-16**, 918 (1980).

- [213] Y. Le Grand, M. Medjaou, A. Le Floch et R. Le Naour, *Appl. Phys Lett.* **51**, 1547 (1987).
- [214] F. Bretenaker et A. Le Floch, *Opt. Commun.* **79**, 314 (1990).
- [215] F. Bretenaker et A. Le Floch, "*Gyrolaser Zeeman deux modes*," Brevet (1992).
- [216] B. Schmitt, communication privée.
- [217] F. Bretenaker, J. P. Taché et A. Le Floch, "*Reverse Sagnac Effect*," en préparation.
- [218] F. Bretenaker, J. C. Cotteverte et A. Le Floch, "*Magnétomètre laser*," Brevet (1991).
- [219] F. Bretenaker et A. Le Floch, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2316 (1990).



RESUME

Une description spatiale et vectorielle des modes propres et états propres des *lasers en anneau* est exposée. La dynamique des rayons de mode sous l'influence des effets de lentille résonnants et les mécanismes de *diffraction résonnante* associés y sont étudiés, pour un ou deux isotopes. La non-réciprocité de ces mécanismes explique alors les *biais* observés dans les *gyrolasers*. De plus, le rôle de la diffraction dans la *zone aveugle* est isolé, permettant d'observer la rotation terrestre par effet Sagnac inverse.

La *séparation spatiale* des états propres permet de construire des cavités à plusieurs axes de propagation dont les états propres généralisent spatialement le modèle des matrices de Jones. Ceci permet de contrôler le *couplage* entre états propres, de créer des états propres *fourchus*, de construire un laser à deux fréquences accordables et de découpler complètement deux états propres contrepropageants dans un laser en anneau.

L'étude de la *stabilité* et de la dynamique des états propres permet de contrôler la stabilité des états propres de plusieurs types de lasers, puis de mesurer directement le *décalage Goos-Hänchen* en fonction de l'angle d'incidence pour une seule réflexion en optique et de construire un *magnétomètre laser* à champ moyen. Les interactions non-linéaires entre le milieu actif et les trois grands types d'ondes stationnaires sont également explorées ainsi que les échanges de moment cinétique dans de telles cavités. Enfin, le comportement des quatre états propres polarisés circulairement d'une cavité en anneau est analysé, permettant de créer une situation à deux états propres contrepropageants biaisés dont les applications gyrométriques sont discutées.

Mots-Clés:

Laser en anneau

Diffraction résonnante

Séparation spatiale

Effet Goos-Hänchen

Gyrométrie optique

Etats propres

Magnétomètre laser

Zone aveugle et biais